

UTILIZAÇÃO DE CADEIAS DE MARKOV EM CRIPTOMOEDAS: UMA ANÁLISE DA VARIAÇÃO DO PREÇO DO *BITCOIN* E DO *ETHEREUM*

USE OF MARKOV CHAINS IN CRYPTOCURRENCIES: AN ANALYSIS OF BITCOIN AND ETHEREUM PRICE VARIATION

João Vinícius Hunoff Marchett¹, Mônica Pasolini², Mateus Müller Franco³

¹ Centro Universitário Uniftec, Área do Conhecimento de Ciências Exatas e Engenharias, Curso de Engenharia Mecânica, Rua Gustavo Ramos Sehbe, 107, Bairro Cinquentenário, 95012-669 - Caxias do Sul - RS - Brasil. E-mail: jv.marchett@hotmail.com

² Universidade de Caxias do Sul, Área do Conhecimento de Ciências Exatas e Engenharias, Curso de Engenharia de Produção, Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130, Bairro Petrópolis, 95070-560 – Caxias do Sul - RS – Brasil. E-mail: mpasolini@ucs.br

³ Universidade de Caxias do Sul, Área do Conhecimento de Ciências Exatas e Engenharias, Curso de Engenharia de Produção, Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130, Bairro Petrópolis, 95070-560 – Caxias do Sul - RS – Brasil. E-mail: mmfranco1@ucs.br

RESUMO

As moedas virtuais vêm ganhando notabilidade e espaço de mercado principalmente a partir do ano de 2014, com a criação do *Bitcoin*, sendo caracterizadas por serem totalmente digitais e não serem controladas por nenhum governo ou entidade financeira. Na mesma linha, o *Ethereum* surgiu como uma alternativa para, além de realizar transações financeiras, também atuar como um protocolo alternativo para execução de contratos inteligentes e de aplicativos descentralizados. Neste contexto, esta pesquisa possui como objetivo principal avaliar a variação do preço do *Bitcoin* e do *Ethereum*, por meio de Cadeias de Markov, oriundas da Pesquisa Operacional. À vista disso, foram coletados dados de preço de venda destas criptomoedas na ADVFN Investimentos, possibilitando a aplicação teórico-prática deste estudo. Logo, analisou-se a variação do *Bitcoin* no período de agosto de 2010 a abril de 2022, e no período entre setembro de 2015 a abril de 2022 para o *Ethereum*. Desta forma, conclui-se que os intervalos com maior probabilidade de ocorrer variações estão centralizados entre 0 a -15% e entre -15 a -30%, para as referidas moedas virtuais. Além disso, também foi possível encontrar o tempo de recorrência esperado, respectivamente denotados em 6 e 4 meses. Por fim, destaca-se a importância e a aplicabilidade de Cadeias de Markov nesta área, possibilitando encontrar benefícios na tomada de decisão e na obtenção de previsões estimadas de variações nos ciclos de mercado, bem como de valorizações e desvalorização destas criptomoedas.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Cadeias de Markov, Criptomoedas, *Bitcoin*, *Ethereum*.

ABSTRACT

Virtual currencies have been gaining notability and market space mainly since 2014, with the creation of Bitcoin, and are characterized by being totally digital and not controlled by any government or financial entity. Along the same lines, Ethereum has emerged as an alternative for not only carrying out financial transactions, but also acting as an alternative protocol for the execution of smart contracts and decentralized applications. In this context, this research has as its main objective to evaluate the Bitcoin and Ethereum price variation, by means of Markov Chains, derived from Operations Research. In view of this, data were collected from the sale price of these cryptocurrencies at ADVFN Investments, enabling the theoretical-practical application of this study. Thus, the Bitcoin variation was analyzed for the period August 2010 to April 2022, and for the period September 2015 to April 2022 for Ethereum. Thus, it was concluded that the intervals with the highest probability of variations occurring are centered between 0 to -15% and between -15 to -30%, for the referred virtual currencies. Moreover, it was also possible to find the expected recurrence time, respectively denoted in 6 and 4 months. Finally, the importance and applicability of Markov Chains in this area is highlighted, making it possible to find benefits in decision making and in obtaining estimated forecasts of variations in market cycles, as well as of valuations and devaluations of these cryptocurrencies.

Keywords: Operations Research, Markov Chains, Cryptocurrencies, Bitcoin, Ethereum.

1. INTRODUÇÃO

A história das moedas virtuais ou criptomoedas começou na década de 90 no chamado movimento *cypherpunk*, onde entusiastas, disseminavam e defendiam a ideia da criação de uma rede de pagamentos que não dependesse de um órgão central controlador, e que possibilitasse a transferência de riquezas diretamente de usuário para usuário (SANTOS, 2016).

No ano de 2008 o mundo foi abalado por uma das maiores crises econômicas da história, a qual se alastrou por todo mundo, advindo de um intervencionismo monetário vulgar, promovido notadamente pelo FED (*Federal Reserve System*), órgão governamental responsável pela estabilização da economia e moeda americana. O ponto inicial da crise se deu na manhã de 15 de setembro, quando o banco estadunidense *Lehman Brothers*, considerado até então inquebrável, declarou falência. É neste contexto turbulento de uma crise financeira que surge a primeira moeda deste gênero que obteve sucesso, o *Bitcoin*, algo que se revelaria fantasticamente revolucionário tempo depois (PETROVSKI, 2020).

As moedas virtuais vêm ganhando notabilidade e espaço de mercado, não exclusivamente por serem digitais e não serem controladas por nenhum governo, mas também por sua enorme valorização e volatilidade. Com o sucesso do *Bitcoin*, surgiram diversas moedas alternativas, as chamadas *altcoins*, essas moedas foram desenvolvidas através de um código-fonte similar ao do *Bitcoin*, porém, cada uma possuindo características únicas, como propósito, origem e funcionamento (AYSAN, KHAN E TOPUZ, 2021). Atualmente a mais bem sucedida em termos de capitalização de mercado e utilização é o *Ether* (criptomoeda da rede *Ethereum*).

Diante deste contexto, Cadeias de Markov é um método utilizado em problemas de processos estocásticos, onde há incertezas envolvidas. Desta forma, ao atuar com modelos matemáticos, é possível elencar as incertezas e as variações presentes nos dados coletados das pesquisas. Portanto, Cadeias de Markov envolve a probabilidade da ocorrência de um estado futuro depender apenas do estado presente (HILLIER; LIBERMAN, 2005; ALMEIDA, 2013).

À vista disso, alguns estudos presentes na literatura podem ser destacados, como é o caso de Cechin e Corso (2019), com a aplicação de Cadeias de Markov Multivariada na análise do Ibovespa e *Dow Jones*; Bolson et al. (2019), com a utilização de Cadeias de Markov para avaliar a variação da cotação do dólar americano para a moeda real; Franco et al. (2021), com o uso de Cadeias de Markov na Bolsa de Valores, dentre outros.

Neste cenário, esta pesquisa possui como intuito principal responder a seguinte questão-problema: “Como Cadeias de Markov podem auxiliar na análise e avaliação da variação do preço de moedas virtuais, mais especificadamente do *Bitcoin* e do *Ethereum*?”. Para tanto, as etapas deste estudo estão subdivididas em revisão da literatura, caracterização do estudo, coleta de dados, aplicação de Cadeias de Markov, e análise dos resultados. Assim sendo, esta pesquisa possui seis capítulos, denominados respectivamente como revisão bibliográfica, metodologia, resultados e discussões, considerações finais e referências.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção será apresentada a fundamentação teórica necessária para a compreensão das teorias adotadas neste trabalho.

2.1. Cadeias de Markov

Para Júnior (2014), as Cadeias de Markov caracterizam-se como um tipo especial de processo, no qual utilizam-se matrizes para otimizar os resultados. Os primeiros resultados com estes processos foram obtidos por Andrei Andreyevich Markov, em 1906. De acordo com o autor, as Cadeias de Markov

envolvem uma matriz chamada de matriz de transição. Os elementos desta matriz são as probabilidades de transição de um estado para outro. Em consonância, Rodrigues (2013) cita que as Cadeias de Markov são o processo de mudança de um estado para outro. Ainda, conforme Castro (2015), as Cadeias de Markov possuem a propriedade Markoviana ou também denominada como processo sem memória. Logo, esta afirmação baseia-se na evolução futura do processo em depender apenas do momento em que ela está, e não do que aconteceu anteriormente.

Um conjunto de variáveis aleatórias $\{X_t, t \in T\}$ em determinado espaço de tempo definem um processo estocástico. Este tipo de processo estabelece que cada x pertencente ao conjunto de dados caracteriza o estado do sistema X_t , em postos discretos do tempo ($t = 1, 2, 3...$), podendo ser este número de estados finito ou infinito (TAHA, 2008). É intitulado como sendo de propriedade Markoviana, e a probabilidade condicional P é apresentada por Andersen et al. (2017) e Hunter (2018), conforme Equações 1 e 2 apresentadas a seguir.

$$p_{ij} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\} \quad (1)$$

$$p_{ij}^n = P\{X_{t+n} = j | X_t = i\} \quad (2)$$

À vista disso, se um processo estocástico seguir a propriedade Markoviana, diz-se que ele pode ser caracterizado como uma Cadeia de Markov. Assim sendo, as probabilidades condicionais para uma Cadeia de Markov são chamadas de probabilidades de transição (ALMEIDA, 2007). Para Taha (2008), a notação matricial é uma forma conveniente de resumir as probabilidades de transição e podem ser representadas por uma matriz P de dimensões $N \times N$, conforme se apresentado na Equação 3.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Para Souza (2010), as cadeias de Markov podem ser representadas como um gráfico direcionado, em que os vértices são os estados e as arestas são as probabilidades de transição entre esses estados. Assim, em uma cadeia de Markov de ordem j , a probabilidade de o próximo evento ocorrer depende apenas dos j estados visitados anteriormente em um espaço de tempo discreto. Segundo Staudt, Coelho e Gonçalves (2011), quando a probabilidade de um processo estar no estado j for constante e independente do estado inicial, então a Cadeia de Markov alcançou as probabilidades estacionárias de absorção. Conforme Hillier e Lierberman (2013), um processo Markoviano capaz de ir de qualquer estado para outro atingiu a condição de regime estacionário e é descrito por uma matriz classificada como ergódica. Assim, a probabilidade de estado estável π_j para uma cadeia de Markov ergódica é representada pela Equação 4 e sua propriedade na Equação 5, onde M é a matriz de transição. (TAHA, 2008; HUNTER, 2018 e ROSHAN e NASTOS, 2018).

$$\pi_j = \sum_{i=0}^M \pi_i p_{ij}, \text{ para } j = 0, 1, \dots, M \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^M \pi_j = 1 \quad (5)$$

De acordo com Hillier e Lierberman (2013), há uma única solução e equações $M + 2$, $M + 1$ desconhecidas. Assim, é necessário excluir uma das equações, com exceção da Equação 5, pois $\pi_j = 0$ para qualquer j satisfazer as equações $M + 1$.

Além disso, é possível analisar o tempo esperado de recorrência, representado por μ_{ii} . Ou seja, o número de transições até que o processo retorne para o estado inicial, conforme mostrado na Equação 6 a seguir (TAHA, 2008).

$$\mu_{ii} = \frac{1}{\pi_i}, \text{ para } i = 0, 1, \dots, M \quad (6)$$

2.2. Moedas virtuais

A nomenclatura “moeda virtual” foi definida em 2014 pelo Banco Central Europeu, como uma variante digital de moedas-valores que não são emitidas legalmente por autoridades públicas ou por um banco central, nem necessariamente lastreadas com uma moeda fiduciária. Entretanto, é aceita por pessoas como meio de pagamento, podendo ser transferidas, armazenadas e trocadas (BRANDÃO, 2020).

As criptomoedas são, de modo sucinto, moedas virtuais intangíveis, atuam como um meio de troca criptografado, que funciona baseado em uma rede descentralizada de computadores conectados por uma rede *peer-to-peer* (ponto-a-ponto), diferenciando-se do sistema bancário convencional, por não dependerem de um órgão centralizador para controlar e verificar as transações (SANTOS, 2016; PRADO, 2017).

À vista disso, decorrente ao avanço tecnológico, surge a primeira moeda deste gênero que obteve sucesso, o *Bitcoin*, definido por Ulrich (2014), como uma forma de dinheiro, assim como o dólar, euro ou o real, porém com a diferença de ser exclusivamente digital e não ser controlado por nenhum governo.

Com o sucesso do *Bitcoin*, caracterizada atualmente como a criptomoeda mais aceita no mundo, iniciou-se a criação de diversas moedas alternativas, as chamadas *altcoins*. Essas moedas foram desenvolvidas através de um código-fonte similar ao do *Bitcoin*, porém, cada uma possuindo características únicas, como propósito, origem e funcionamento (AYSAN, KHAN E TOPUZ, 2021). Segundo os dados do Coinmarketcap (2022), atualmente existem cerca de dez mil *altcoins*, e a mais bem sucedida em termos de capitalização de mercado e utilização é o *Ether* (criptomoeda da rede *Ethereum*).

2.2.1. Bitcoin

O *Bitcoin* teve seu *white paper* publicado em 2008 em um fórum *cypherpunk*, por uma pessoa ou grupo de pessoas que utilizavam o pseudônimo Satoshi Nakamoto, com seu lançamento em código aberto para o público geral em janeiro de 2009. No seu *paper*, Nakamoto (2008), faz uma crítica ao atual sistema financeiro internacional pois, segundo ele, os usuários atribuem muita confiança ao estado e às entidades financeiras nacionais e internacionais, ocasionando a perda de privacidade financeira proveniente ao elevado nível de intervenção destas entidades.

A ideia da rede *Bitcoin* é ser uma rede de pagamento baseado em criptografia *peer-to-peer*, permitindo que dois usuários façam transações diretamente entre eles, sem a necessidade de uma terceira parte confiável, de modo que as pessoas ficassem menos dependentes de instituições financeiras para realizar suas transações econômicas. Para tornar segura as transações realizadas na rede *Bitcoin*, é utilizada criptografia assimétrica, que funciona com o sistema de chaves públicas e privadas, o que permite a autenticidade, privacidade e integridade da rede. A rede *Bitcoin* é constituída por milhares de

computadores mantidos por pessoas e empresas que emprestam a capacidade de suas máquinas para gerar novas unidades da moeda e registrar todas as transações feitas, em um processo nomeado como mineração (NAKAMOTO, 2008; ARAGON, 2018).

Na criação da plataforma, Nakamoto (2008) estipulou que serão gerados somente 21 milhões de unidades de *Bitcoin*, como a quantidade de moedas que entrará no sistema é previsível, as últimas unidades monetárias de *Bitcoin* serão geradas no ano de 2140. Além de limitar a quantidade de moedas que irá existir, a cada quatro anos o criador estipulou uma redução na quantidade de moedas geradas pelo processo de mineração, tornando o ativo deflacionário e escasso, este evento é conhecido como *halving*.

O *Bitcoin* ganhou grande visibilidade principalmente devido à sua grande valorização, passando a ser frequentemente classificado como um ativo financeiro. O ativo segue a lei da oferta e demanda, ou seja, quanto mais escasso e procurado ele se torna, maior será a sua cotação (ARAGON, 2018). Desde que foi criado, em 2008, ele valia tecnicamente US\$ 0,00 atingindo o valor de US\$ 0,06 em meados de 2010. Recentemente, em 2021, atingiu o ápice de sua valorização, com sua unidade sendo comercializada por mais de US\$ 68.000,00 representando uma valorização de 113333233% (COINMARKETCAP, 2022). Na Figura 1, é apresentado o gráfico atual do valor de comercialização de uma unidade de *Bitcoin* em dólar, onde o local destacado em vermelho representa o topo histórico encontrado em 2021



Figura 1 – Gráfico BTC/USD.
Fonte: Adaptado de Coinmarketcap (2022).

2.2.1. Ethereum

O *Ethereum*, frequentemente nomeado como “o computador do mundo”, foi concebido em um momento em que as pessoas reconheciam o poder do modelo *Bitcoin* e tentavam ir além das suas funcionalidades, visando que sua linguagem *script* era intencionalmente restrita. (ANTONOPOULOS; WOOD, 2018)

Neste contexto, no final de 2013, um jovem programador e entusiasta do *Bitcoin*, chamado Vitalik Buterin, compartilhou um *white paper* que descrevia a ideia por trás do *Ethereum*. Uma rede criptografada de uso geral, que ao contrário do *Bitcoin*, não se limitava a realização de transações financeiras, mas que também atuaria como um protocolo alternativo para execução dos chamados *smart contracts* (contratos inteligentes) e aplicativos descentralizados (BUTERIN, 2014).

A partir deste momento, novos participantes se uniram ao projeto e ajudaram a desenvolver a ideia, construindo a camada do protocolo que se tornou o *Ethereum*. Os fundadores trabalharam durante anos, constituindo e refinando a invenção, e em 30 de julho de 2015, o primeiro bloco do *Ethereum* foi minerado e o computador do mundo começou a servir o mundo (ANTONPOULOS; WOOD, 2018).

Da mesma forma que o *Bitcoin*, desde que o *Ethereum* foi criado, sua moeda valia tecnicamente US\$ 0,00 atingindo o valor de US\$ 0,68 em outubro de 2015. Recentemente, em 2021, atingiu o ápice de sua valorização, com sua unidade sendo comercializada por US\$ 4.800,00 representando uma valorização de 705782% (COINMARKETCAP, 2022). Na Figura 2, é apresentado o gráfico atual do valor de comercialização de uma unidade de *Ether* em dólar, onde o local destacado em vermelho representa o topo histórico encontrado em 2021.



Figura 2 – Gráfico ETH/USD.
Fonte: Adaptado de Coinmarketcap (2022).

3. METODOLOGIA

Este estudo baseou-se na aplicação teórico-prática de Cadeias de Markov com duas moedas digitais (criptomoedas). Desta forma, esta pesquisa é classificada como de abordagem quantitativa, de natureza aplicada, com procedimento técnico de pesquisa bibliográfica, e de objetivo exploratório. Assim, ressalta-se que a mesma está enquadrada na subárea de Pesquisa Operacional na Engenharia de Produção. Para tanto, esta pesquisa foi dividida em cinco etapas, conforme apresentado na Figura 3.

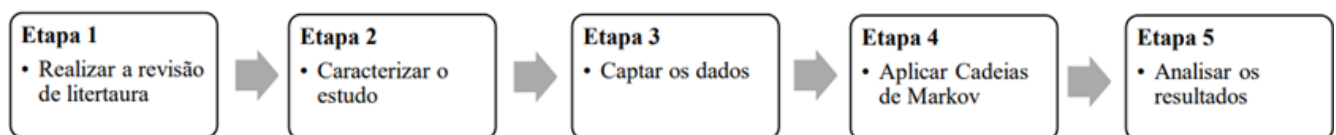


Figura 3 - Etapas da metodologia desenvolvida.
Fonte: Os Autores (2022).

De forma complementar, apresenta-se a seguir a descrição de cada uma das etapas deste estudo, com o intuito de facilitar a compreensão das mesmas, bem como a posterior aplicação prática:

- a) Realizar a revisão de literatura: inicialmente, realizou-se uma pesquisa e descrição dos principais conceitos supracitados nesta pesquisa, bem como uma análise dos estudos desta área presentes na literatura;
- b) Caracterizar o estudo: em sequência, objetivou-se caracterizar o estudo, classificá-lo e desenvolver as fases de aplicação do mesmo;
- c) Captar os dados: após, os dados necessários para a aplicação prática foram levantados, coletados e analisados;
- d) Aplicar Cadeias de Markov: no que diz respeito a execução, com a posse dos dados de *Bitcoin* e *Ethereum*, utilizou-se de Cadeias de Markov para avaliar a variação dos valores de fechamentos destas moedas, conforme períodos pré-definidos anteriormente. Portanto, calculou-se a taxa de variação para a construção da visualização gráfica, elaborou-se a matriz de transição, calculou-se as probabilidades de estado estável, bem como o tempo de recorrência esperado para, enfim, de acordo com as faixas de variações pré-definidas, analisar o histograma e seus intervalos;
- e) Analisar os resultados: por fim, como última etapa, analisou-se os resultados oriundos da aplicação de todas as fases de Cadeia de Markov, foi possível realizar as comparações e descrições necessárias. Logo, teceu-se conclusões e recomendou-se trabalhos futuros na área.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na sequência, apresenta-se a aplicação e análise de cada uma das etapas deste estudo, considerando as variações dos preços mensais das criptomoedas: *Bitcoin* e *Ethereum*.

4.1. Coleta e análise dos dados dos preços das criptomoedas

Como supracitado, para este estudo, foram captados os preços médios de venda para os investidores de *Bitcoin* e *Ethereum*, de acordo com o endereço eletrônico da ADVFN Investimentos (2022), que é referência na informação de preços de venda destas criptomoedas. O intervalo de tempo dos dados é mensal. Desta forma, para a primeira criptomoeda, os dados coletados são correspondentes ao período de agosto de 2010 a abril de 2022. Já para a criptomoeda *Ethereum*, a aplicação corresponde ao período entre setembro de 2015 a abril de 2022. Ainda, a unidade de medida do preço de venda é USD\$.

A primeira etapa da análise de dados é correspondente a verificação da variação do valor médio de venda do *Bitcoin* e do *Ethereum* entre os anos analisados. Sendo assim, no total, foram obtidas 139 variações de preços do *Bitcoin* e 77 variações dos preços do *Ethereum*. Logo, para mostrar estas variações, foram construídos dois gráficos, representando a variação respectiva de cada uma das moedas, conforme mostra as Figuras 4 e 5 a seguir.

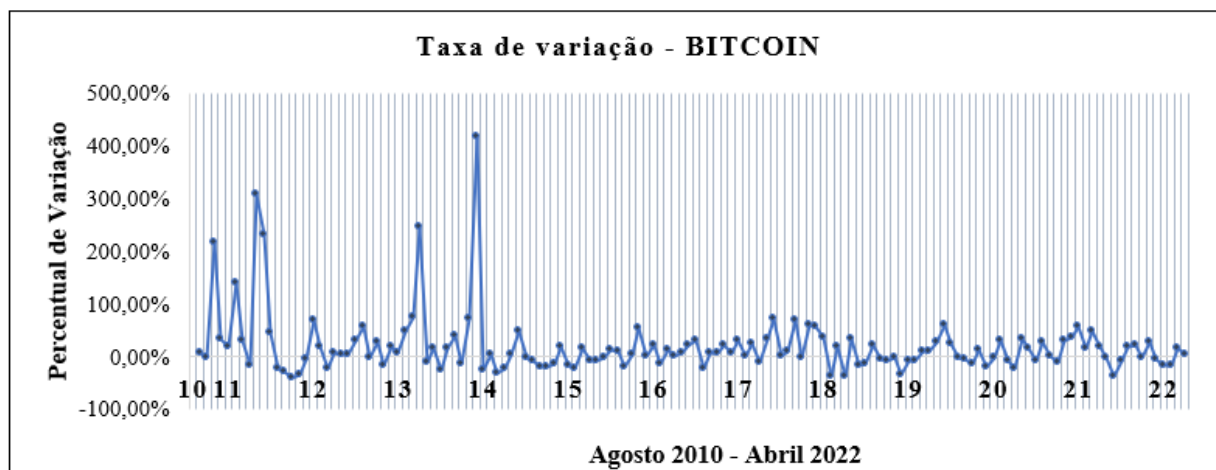


Figura 4 – Variação do preço do *Bitcoin*.
Fonte: Os Autores (2022).

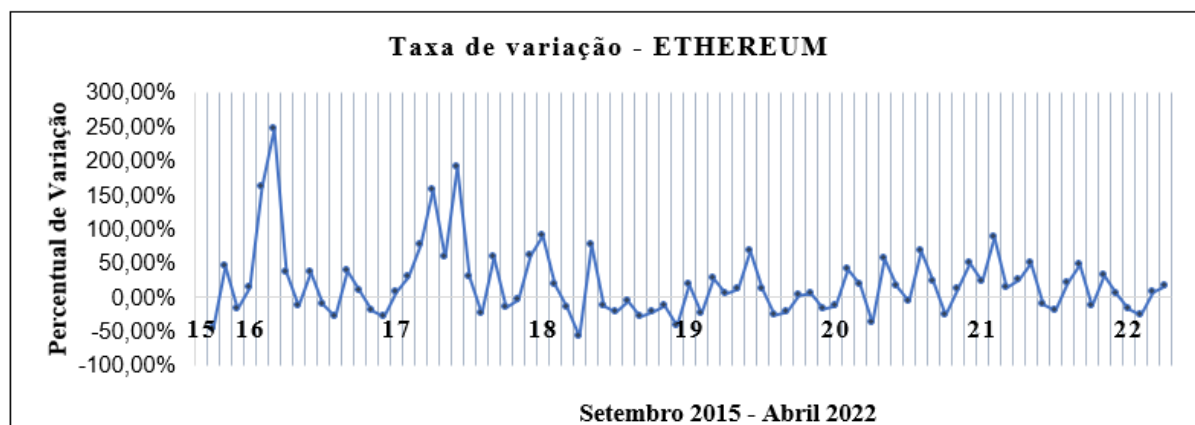


Figura 5 – Variação do preço do *Ethereum*.
Fonte: Os Autores (2022).

4.2. Matriz de transição

Em sequência, para o cálculo da matriz de transição, foi necessário definir intervalos para a variação. Logo, utilizando os intervalos de variação delineados, foi possível analisar a frequência e o percentual cumulativo que ocorriam as variações em cada um destes intervalos, apresentados nas Figuras 6 e 7.

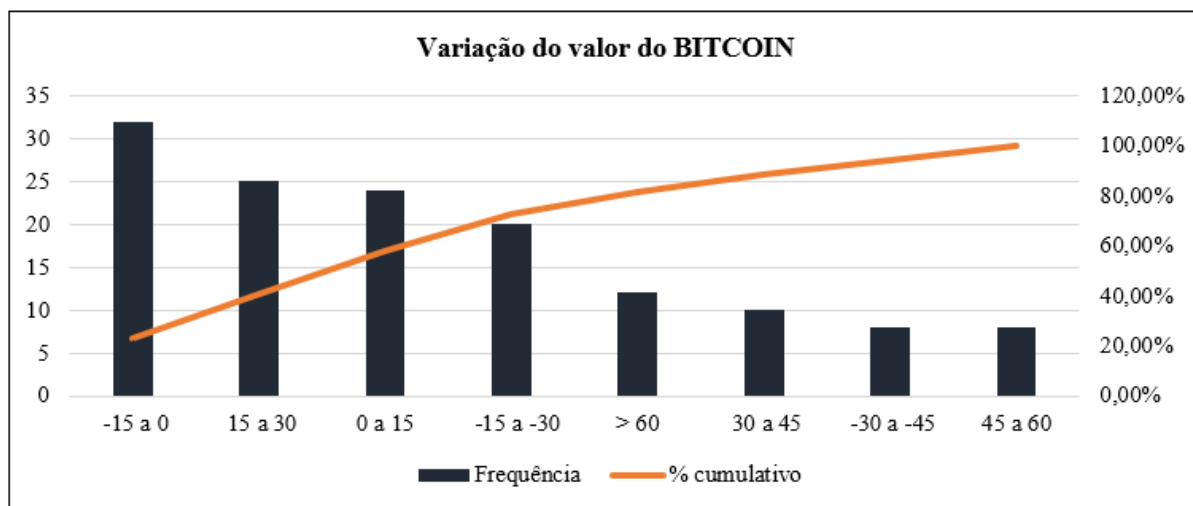


Figura 6 - Histograma dos intervalos de variação dos preços do *Bitcoin*.
Fonte: Os Autores (2022).

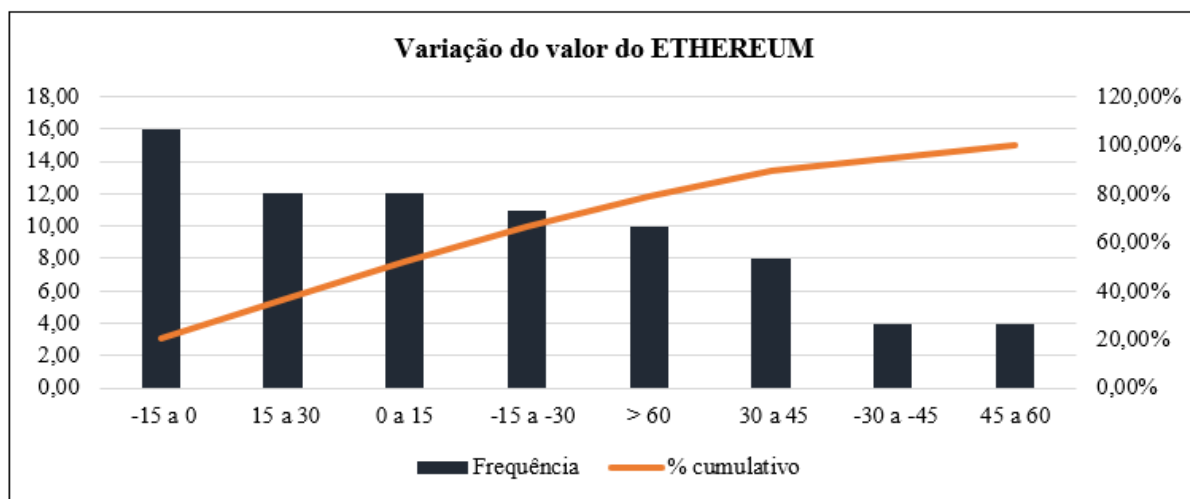


Figura 7 - Histograma dos intervalos de variação dos preços do *Ethereum*.
Fonte: Os Autores (2022).

Assim, utilizando estas informações, foi possível calcular a matriz com as probabilidades de transição de Markov, analisando quantas vezes a variação do preço do *Bitcoin* e do *Ethereum*, saiu do estado i para o estado j , os quais estão apresentados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Tabela 1 – Matriz de transição moeda *Bitcoin*.
Fonte: Os Autores (2022).

De (%) \ Para (%)	-30 a -45	-15 a -30	-15 a 0	0 a 15	15 a 30	30 a 45	45 a 60	> 60
-30 a -45	0,13	0,13	0,38	0,00	0,25	0,13	0,00	0,00
-15 a -30	0,05	0,25	0,10	0,30	0,20	0,05	0,00	0,05
-15 a 0	0,06	0,13	0,25	0,13	0,25	0,06	0,00	0,13
0 a 15	0,00	0,08	0,13	0,29	0,25	0,04	0,17	0,04
15 a 30	0,04	0,16	0,40	0,12	0,04	0,12	0,04	0,08
30 a 45	0,10	0,30	0,20	0,00	0,20	0,00	0,10	0,10
45 a 60	0,00	0,13	0,38	0,13	0,13	0,13	0,00	0,13
> 60	0,00	0,00	0,17	0,08	0,17	0,17	0,17	0,25

Tabela 2 – Matriz de transição moeda *Ethereum*.
Fonte: Os Autores (2022).

De (%) \ Para (%)	< -30	-15 a -30	-15 a 0	0 a 15	15 a 30	30 a 45	45 a 60	> 60
< -30	0,00	0,00	0,00	0,00	0,25	0,00	0,50	0,25
-15 a -30	0,06	0,25	0,13	0,31	0,13	0,06	0,06	0,00
-15 a 0	0,00	0,36	0,09	0,00	0,00	0,36	0,00	0,18
0 a 15	0,00	0,33	0,00	0,17	0,25	0,00	0,08	0,17
15 a 30	0,08	0,42	0,08	0,08	0,00	0,00	0,17	0,17
30 a 45	0,00	0,00	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00
45 a 60	0,00	0,13	0,38	0,13	0,25	0,00	0,00	0,13
> 60	0,00	0,00	0,10	0,20	0,30	0,10	0,10	0,20

4.3. Análise dos resultados

Em continuidade, a análise de cenários necessita do cálculo do estado estável, conforme explicado nas Equações 4 e 5 deste estudo. Desta forma, as Equações 7 e 8 apresentam o estado estável para a variação mensal do preço do *Bitcoin*.

$$\begin{aligned}
 &(\pi_0 \pi_1 \pi_2 \pi_3 \pi_4 \pi_5 \pi_6 \pi_7) \\
 &= (\pi_0 \pi_1 \pi_2 \pi_3 \pi_4 \pi_5 \pi_6 \pi_7) \cdot \begin{bmatrix} 0,13 & 0,13 & 0,38 & 0 & 0,25 & 0,13 & 0 & 0 \\ 0,05 & 0,25 & 0,10 & 0,30 & 0,20 & 0,05 & 0 & 0,05 \\ 0,06 & 0,13 & 0,25 & 0,13 & 0,25 & 0,06 & 0 & 0,13 \\ 0 & 0,08 & 0,13 & 0,29 & 0,25 & 0,04 & 0,17 & 0,04 \\ 0,04 & 0,16 & 0,40 & 0,12 & 0,04 & 0,12 & 0,04 & 0,08 \\ 0,1 & 0,30 & 0,20 & 0 & 0,20 & 0 & 0,10 & 0,10 \\ 0 & 0,13 & 0,38 & 0,13 & 0,13 & 0,13 & 0 & 0,13 \\ 0 & 0 & 0,17 & 0,08 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,2 \end{bmatrix} \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$(\pi_0 \pi_1 \pi_2 \pi_3 \pi_4 \pi_5 \pi_6 \pi_7) = 1 \quad (8)$$

$$\pi_0 = 0,13\pi_0 + 0,13\pi_1 + 0,38\pi_2 + 0\pi_3 + 0,25\pi_4 + 0,13\pi_5 + 0\pi_6 + 0\pi_7 \quad (9)$$

$$\pi_1 = 0,05\pi_0 + 0,25\pi_1 + 0,10\pi_2 + 0,30\pi_3 + 0,20\pi_4 + 0,05\pi_5 + 0\pi_6 + 0,05\pi_7 \quad (10)$$

$$\pi_2 = 0,06\pi_0 + 0,13\pi_1 + 0,25\pi_2 + 0,13\pi_3 + 0,25\pi_4 + 0,06\pi_5 + 0\pi_6 + 0,13\pi_7 \quad (11)$$

$$\pi_3 = 0\pi_0 + 0,08\pi_1 + 0,13\pi_2 + 0,29\pi_3 + 0,25\pi_4 + 0,04\pi_5 + 0,17\pi_6 + 0,04\pi_7 \quad (12)$$

$$\pi_4 = 0,04\pi_0 + 0,16\pi_1 + 0,40\pi_2 + 0,12\pi_3 + 0,04\pi_4 + 0,12\pi_5 + 0,04\pi_6 + 0,08\pi_7 \quad (13)$$

$$\pi_5 = 0,1\pi_0 + 0,30\pi_1 + 0,20\pi_2 + 0\pi_3 + 0,20\pi_4 + 0\pi_5 + 0,10\pi_6 + 0,10\pi_7 \quad (14)$$

$$\pi_6 = 0\pi_0 + 0,13\pi_1 + 0,38\pi_2 + 0,13\pi_3 + 0,13\pi_4 + 0,13\pi_5 + 0 + 0,13\pi_7 \quad (15)$$

$$\pi_7 = 0\pi_0 + 0\pi_1 + 0,17\pi_2 + 0,08\pi_3 + 0,17\pi_4 + 0,17\pi_5 + 0,17\pi_6 + 0,2\pi_7 \quad (16)$$

$$1 = \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + 0\pi_7 \quad (17)$$

Em sequência, foi necessário eliminar uma das equações entre (9) a (17), por haver nove equações e oito incógnitas. Assim, resolvendo o sistema de equações, foram obtidos os resultados mostrados na Tabela 3, que representam a probabilidade de se encontrar a variação do preço nos intervalos definidos na matriz de transição.

Tabela 3 – Probabilidade de estado estável (%) do *Bitcoin*.
Fonte: Os Autores (2022).

Intervalo	Incógnita que representa o intervalo	Probabilidade encontrada	
-30 a -45	π_0	0,0427	4,27%
-15 a -30	π_1	0,1448	14,48%
-15 a 0	π_2	0,2369	23,69%
0 a 15	π_3	0,156	15,60%
15 a 30	π_4	0,1847	18,47%
30 a 45	π_5	0,0795	7,95%
45 a 60	π_6	0,0576	5,76%
> 60	π_7	0,0977	9,77%

Utilizando a Equação 6, apresentada anteriormente, foi possível analisar o tempo de recorrência esperado para cada probabilidade de estado estável, conforme mostrado na Tabela 4 a seguir.

Tabela 4 – Tempo de recorrência esperado *Bitcoin*.
Fonte: Os Autores (2022).

Intervalo	Incógnita que representa o intervalo	Tempo de recorrência esperado	
-30 a -45	μ_0	23	meses
-15 a -30	μ_1	7	meses
-15 a 0	μ_2	4	meses
0 a 15	μ_3	6	meses
15 a 30	μ_4	5	meses
30 a 45	μ_5	13	meses
45 a 60	μ_6	17	meses
> 60	μ_7	10	meses

A partir das Tabelas 3 e 4, foi possível verificar que a maior probabilidade é que o preço caia entre 0 a 15%, com tempo de recorrência de 6 meses. Com relação ao aumento do preço, a probabilidade é que aumente entre 15 a 30%, com tempo de recorrência esperado de 5 meses.

Assim, para a análise de cenários da moeda *Ethereum*, utilizou-se o mesmo procedimento descrito acima. Desta forma, as Equações 18 e 19 apresentam o estado estável para a variação mensal do preço do *Ethereum*.

$$(\pi_0 \pi_1 \pi_2 \pi_3 \pi_4 \pi_5 \pi_6 \pi_7) = (\pi_0 \pi_1 \pi_2 \pi_3 \pi_4 \pi_5 \pi_6 \pi_7) \cdot \begin{bmatrix} 0,13 & 0,13 & 0,38 & 0 & 0,25 & 0,13 & 0 & 0 \\ 0,05 & 0,25 & 0,10 & 0,30 & 0,20 & 0,05 & 0 & 0,05 \\ 0,06 & 0,13 & 0,25 & 0,13 & 0,25 & 0,06 & 0 & 0,13 \\ 0 & 0,08 & 0,13 & 0,29 & 0,25 & 0,04 & 0,17 & 0,04 \\ 0,04 & 0,16 & 0,40 & 0,12 & 0,04 & 0,12 & 0,04 & 0,08 \\ 0,1 & 0,30 & 0,20 & 0 & 0,20 & 0 & 0,10 & 0,10 \\ 0 & 0,13 & 0,38 & 0,13 & 0,13 & 0,13 & 0 & 0,13 \\ 0 & 0 & 0,17 & 0,08 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$(\pi_0 \pi_1 \pi_2 \pi_3 \pi_4 \pi_5 \pi_6 \pi_7) = 1 \quad (19)$$

$$\pi_0 = 0,13\pi_0 + 0,13\pi_1 + 0,38\pi_2 + 0\pi_3 + 0,25\pi_4 + 0,13\pi_5 + 0\pi_6 + 0\pi_7 \quad (20)$$

$$\pi_1 = 0,05\pi_0 + 0,25\pi_1 + 0,10\pi_2 + 0,30\pi_3 + 0,20\pi_4 + 0,05\pi_5 + 0\pi_6 + 0,05\pi_7 \quad (21)$$

$$\pi_2 = 0,06\pi_0 + 0,13\pi_1 + 0,25\pi_2 + 0,13\pi_3 + 0,25\pi_4 + 0,06\pi_5 + 0\pi_6 + 0,13\pi_7 \quad (22)$$

$$\pi_3 = 0\pi_0 + 0,08\pi_1 + 0,13\pi_2 + 0,29\pi_3 + 0,25\pi_4 + 0,04\pi_5 + 0,17\pi_6 + 0,04\pi_7 \quad (23)$$

$$\pi_4 = 0,04\pi_0 + 0,16\pi_1 + 0,40\pi_2 + 0,12\pi_3 + 0,04\pi_4 + 0,12\pi_5 + 0,04\pi_6 + 0,08\pi_7 \quad (24)$$

$$\pi_5 = 0,1\pi_0 + 0,30\pi_1 + 0,20\pi_2 + 0\pi_3 + 0,20\pi_4 + 0\pi_5 + 0,10\pi_6 + 0,10\pi_7 \quad (25)$$

$$\pi_6 = 0\pi_0 + 0,13\pi_1 + 0,38\pi_2 + 0,13\pi_3 + 0,13\pi_4 + 0,13\pi_5 + 0\pi_6 + 0,13\pi_7 \quad (26)$$

$$\pi_7 = 0\pi_0 + 0\pi_1 + 0,17\pi_2 + 0,08\pi_3 + 0,17\pi_4 + 0,17\pi_5 + 0,17\pi_6 + 0,2\pi_7 \quad (27)$$

$$1 = \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + 0\pi_7 \quad (28)$$

Em sequência, foi necessário eliminar uma das equações entre (20) a (28), por haver nove equações e oito incógnitas. Assim, resolvendo o sistema de equações, são obtidos os resultados mostrados na Tabela 5, que representam a probabilidade de se encontrar a variação do preço nos intervalos definidos na matriz de transição.

Tabela 5 – Probabilidade de estado estável (%) do *Ethereum*.
Fonte: Os Autores (2022).

Intervalo	Incógnita que representa o intervalo	Probabilidade encontrada	
-30 a -45	π_0	0,0278	2,78%
-15 a -30	π_1	0,2393	23,93%
-15 a 0	π_2	0,1351	13,51%
0 a 15	π_3	0,1686	16,86%
15 a 30	π_4	0,1538	15,38%
30 a 45	π_5	0,0760	7,60%
45 a 60	π_6	0,0804	8,04%
> 60	π_7	0,1191	11,91%

Utilizando a Equação 6 apresentada anteriormente, foi possível analisar o tempo de recorrência esperado para cada probabilidade de estado estável, conforme apresentado na Tabela 6.

Tabela 6 – Tempo de recorrência esperado *Ethereum*.
Fonte: Os Autores (2022).

Intervalo	Incógnita que representa o intervalo	Tempo de recorrência esperado	
-30 a -45	μ_0	36	meses
-15 a -30	μ_1	4	meses
-15 a 0	μ_2	7	meses
0 a 15	μ_3	6	meses
15 a 30	μ_4	7	meses
30 a 45	μ_5	13	meses
45 a 60	μ_6	12	meses
> 60	μ_7	8	meses

A partir das Tabelas 5 e 6, foi possível verificar que a maior probabilidade é que o preço caia entre -15 a -30%, com tempo de recorrência de 4 meses. Com relação ao aumento do preço, a probabilidade é que aumente entre 0 a 15%, com tempo de recorrência esperado de 6 meses

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como considerações finais, destaca-se que o objetivo principal deste trabalho foi atingido, pois foi possível analisar a variação do preço das criptomoedas *Bitcoin* e *Ethereum*, tornando a aplicação deste estudo satisfatória. Logo, os dados coletados se mostraram concisos, possibilitando o desenvolvimento integral da metodologia aplicada. Desta forma, o estudo possibilitou mostrar a aplicabilidade do método na previsão da variação do preço médio mensal de criptomoedas.

Como resultado desta pesquisa, concluiu-se que a partir da análise de cenários, por meio das equações de estado estável, a maior probabilidade de o estado passar de i para j após um longo período é entre -0 a -15% para o *Bitcoin*, e entre -15 a -30% para o *Ethereum*. De forma complementar, a partir dessa aplicação, foi possível prever o comportamento destes cenários e obter o tempo de recorrência esperado.

Da mesma forma, as Cadeias de Markov mostraram-se eficientes na resolução do problema aludido nesta pesquisa, por meio da aliança da teoria com a prática. Como uma das principais características desta aplicação, destaca-se a utilização da matriz de transição e da análise de cenários, que possibilitam a avaliação da variação dos preços do objeto desta pesquisa, sendo etapas importantes e que merecem atenção dos pesquisadores.

Evidencia-se que com o uso de Cadeias de Markov é possível obter uma previsão estimada de quando irão ocorrer os ciclos do mercado, bem como os momentos de valorização e desvalorização das moedas. Com isso, é possível encontrar benefícios, por meio da captura dos melhores momentos para se posicionar nestes ativos financeiros, buscando uma maior assimetria e valorização. Entretanto, as Cadeias de Markov não devem ser utilizadas de forma individualizada na tomada de decisão, mas sim, de forma complementar, como uma ferramenta auxiliar vinculada a análise gráfica e macroeconômica.

Por fim, como sugestão de trabalhos futuros, indica-se a replicação das etapas utilizadas nesta pesquisa com outras criptomoedas, possibilitando a comparação das variações, tempos de recorrência e geração de análises complementares. Ainda, Cadeias de Markov Multivariáveis poderão ser utilizadas, considerando a existência de mais de uma série temporal de dados, maximizando os resultados já encontrados e contribuindo com a literatura da área.

6. REFERÊNCIAS

ADVFN. **Portal de investimentos em ações da bolsa de valores**. Disponível em: <<https://br.advfn.com/>>. Acesso em: 20 maio 2022.

ALMEIDA, Í. L. **Redes neurais recorrentes para inferência de redes de interação gênica utilizando cadeias de Markov**. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Computação Aplicada, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2007.

ANDERSEN, A R.; NIELSEN, B. F.; REINHARDT, L. B. Optimization of hospital ward resources with patient relocation using Markov chain modeling. **European Journal of Operational Research**, v. 260, n.3, p. 1152-1163, 2017.

ANTONOPOULOS, A. M.; WOOD, G. **Mastering Ethereum: Building Smart Contracts and DApps**. 1. ed.: O'Reilly Media, Inc., 2018. 424 p.

ARAGON, M. **Criptomoeda: uma análise da utilização do Bitcoin na sociedade contemporânea**. 2018. 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Curso Superior de Tecnologia em

Gestão de Tecnologia da Informação, Departamento, Instituto Federal de Santa Catarina. Santa Catarina, 2018.

AYSAN, A. F.; KHAN, A. U. I.; TOPUZ, H. Bitcoin and altcoins price dependency: resilience and portfolio allocation in COVID-19 Outbreak. **Risks**, v. 9, n.74, p. 1-13, 2021.

BOLSON, M. H.; BORELLA, L. C.; TOMÉ, F.; ORLANDIN, B. C.; CORSO, L. L. Aplicação de Cadeias de Markov para análise de variação do dólar americano. In: XXXIX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 39., 2019, Santos. **Anais [...]**. Santos: Abepro, 2019. p. 1-13.

BRANDÃO, P. R. Criptomoeda: o Bitcoin, **Revista de Ciências da Computação**, n.15, p. 1-20, 2020.

BUTERIN V. Ethereum: **A Next-Generation Smart Contract and Decentralized Application** Platform, 2014. Disponível em: <<https://ethereum.org/en/whitepaper/>>. Acesso em: 02 junho 2022.

CASTRO, D. M. S. **Cadeias de Markov: uma aplicação para o ensino de matrizes e probabilidades**. 2015. 59 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.

CECHIN, R. B.; CORSO, L. L. High-order Multivariate Markov Chain applied in Dow Jones and Ibovespa indexes. **Pesquisa Operacional**, vol.39, n.1, pp. 205-223, 2019.

COINMARKETCAP. **Today's Cryptocurrency Prices by Market Cap**. Disponível em: <<https://coinmarketcap.com/>>. Acesso em: 02 maio 2022.

FRANCO, M. M.; CECHIN, R. B.; PASOLINI, M.; MONEGAT, A. D. R.; CORSO, L. L. Cadeia de Markov Multivariada aplicada na bolsa de valores utilizando dados da Petrobrás, dólar e petróleo WTI. **Contexto**, Porto Alegre, v. 21, n. 47, p. 79-94, mar. 2021.

HILLIER, F. S.; LIBERMAN, G. J. **Introduction to operations research**. 8. ed. Boston, US: 2005.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 9. ed. Porto Alegre: Amgh Editora Ltda, 2013. 1005 p.

HUNTER J. The computation of the mean first passage times for Markov chains. **Linear Álgebra and its Applications**, n. 549, p. 100-122, 2018.

JÚNIOR, A. A. S. **Aplicação das Cadeias de Markov no estudo do controle biológico da planta aquática *Eichhornia azurea***. 2014. 64 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2014.

NAKAMOTO. S. 2008. Bitcoin: **A Peer-to-Peer Electronic Cash System**. Disponível em <<https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>>. Acesso em 30 de março de 2022.

PETROVKI, S. C. Bitcoin: o uso e a legalidade jurídica dessa moeda Virtual. **Anuário Pesquisa e Extensão UNOESC São Miguel do Oeste**, v. 5, n.1, p.1-8, 2020.

PRADO, F. L. **Bitcoin: análise da criptomoeda no mercado brasileiro**. 2017. 29 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Economia, Departamento de Economia, Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2017.

RODRIGUES, W. C. **Cadeias de Markov: uma aula para alunos do ensino médio**. 2013. 45 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

ROSHAN, G.; NASTOS, P. T. Assessment of extreme heat stress probabilities in Iran's urban settlements, using first order Markov chain model. **Sustainable Cities and Society**, v. 36, p. 302-310, 2018.

SANTOS, M. P. dos. **Bitcoin: funcionamento e características de uma criptomoeda**. 2016. 47 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Curso de Ciência Econômicas, Faculdade de Ciências e Letras, Departamento de Ciências Econômicas, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2016.

SOUZA, K. P. de. **Aplicação de modelos de Markov ocultos na obtenção de taxas de mortalidade das larvas do mosquito da dengue**. 2010. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciência da Computação, Faculdade de Computação do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul, 2010.

STAUDT, F. H.; COELHO, A. S.; GONÇALVES, M. B. Determinação da capacidade real necessária de um processo produtivo utilizando cadeia de Markov. **Production**, v. 21, n. 4, p. 634-644, 8 nov. 2011.

TAHA, H. A. **Pesquisa operacional: uma visão global**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

ULRICH, F. **Bitcoin - A moeda na era digital**. 1º Edição. São Paulo: Instituto Ludwig Von Mises Brasil, 2014.