

## ALGUMAS APLICAÇÕES DE MÉTODOS HEURÍSTICOS NA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS

### HEURISTIC OPTIMIZATION METHODS APPLIED IN STRUCTURAL OPTIMIZATION

**Guilherme Fleith de Medeiros<sup>1</sup>, Moacir Kripka<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Universidade de Passo Fundo, Bairro São José, BR- 285, CEP: 99052-900 - Cx. Postal 611, E-mail: guifleith@upf.br.

<sup>2</sup> Professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Universidade de Passo Fundo, Bairro São José, BR- 285, CEP: 99052-900 - Cx. Postal 611, E-mail: mkripka@upf.br.

#### RESUMO

O processo de dimensionamento estrutural é um processo iterativo, onde o projetista estima as características de sua estrutura para, a partir disso, verificar se a mesma atende à critérios de estabilidade e conforto. Isso torna o sucesso do projeto fundamentalmente dependente da experiência e intuição do engenheiro calculista. Para tornar esse processo algo sistematizado, existem as chamadas técnicas de otimização estrutural. Elas permitem que se faça um pré-dimensionamento dos elementos estruturais através de critérios descritos a partir de uma formulação matemática. Para a resolução desses problemas, existem técnicas matemáticas e técnicas heurísticas. Em funções descontínuas e não-convexas, situação comum no cálculo de estruturas, este segundo grupo tem obtido melhor desempenho, por fugir dos mínimos locais. Estes métodos normalmente são inspirados em fenômenos que ocorrem na natureza e fundamentam seu funcionamento em regras probabilísticas, trabalhando apenas com os valores da função e com os parâmetros característicos de cada método. Neste trabalho é apresentada uma relação de métodos heurísticos que vêm sendo aplicados com sucesso em otimização estrutural, sobretudo nos últimos dez anos, entre os quais se destacam: Busca Tabu, Recozimento Simulado, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Enxame de Partículas e Busca Harmônica. Além de se listar os conceitos mais básicos de cada metodologia, são apresentadas aplicações práticas das mesmas em problemas de otimização estrutural encontrados na literatura.

**Palavras chave:** Otimização Estrutural, Técnicas Heurísticas, Concreto Armado.

#### ABSTRACT

The structural sizing usually is an iterative process. Engineers estimate characteristics of structure before verifying stability and functionality requirements. Therefore, the success of final project is dependent on experience and intuition of the structural engineer to propose the first solution. Optimization techniques can systematize this process by allowing the pre-sizing of the structural elements through a mathematical formulation. There are mathematical and heuristics techniques. In discontinuous and non-convex functions, common situation in structural calculations, this second group has better performance. Heuristics are able to escape from local minima and are inspired by natural phenomena. They are based on probabilistic rules and deal only with function values and characteristic parameters of each method. This work presents a list of the most common heuristic methods of structural optimization in the last decade: Tabu Search, Simulated Annealing, Genetic Algorithms, Ant Colony, Bee Colony, Particle Swarm and Harmonic Search. The description of each method is presented, as well as several works from literature that apply these methodologies in structural optimization.

**Keywords:** Structural Optimization, Heuristic Optimization Techniques, Reinforced Concrete.

### 1. INTRODUÇÃO

Usualmente, a concepção dos projetos estruturais é realizada a partir de um pré-dimensionamento, por meio do qual o projetista estima as características geométricas iniciais de sua estrutura para, a partir disso, verificar a estabilidade e a funcionalidade da mesma, bem como propor novas soluções, mais econômicas, se assim julgar necessário. Quando o engenheiro acredita ter

encontrado uma solução satisfatória, encerra o processo de busca e assume o melhor resultado obtido. Pela falta de tempo e pela agilidade a qual se exige para a realização dos projetos, poucas tentativas de melhora da solução são efetuadas. Ou seja, o processo de dimensionamento estrutural é iterativo e depende, sobretudo, da intuição e da experiência do projetista para se alcançar um resultado satisfatório entre as inúmeras possibilidades existentes, pois é muito sensível a solução inicial proposta no pré-dimensionamento. E mesmo com o uso de softwares comerciais, que automatizam diversos processos no dimensionamento, a estrutura de partida ainda compete diretamente ao trabalho intelectual do engenheiro. Portanto, no método usual de dimensionamento das estruturas, assume-se uma solução que provavelmente não seja a melhor entre todas aquelas que atendam aos requisitos de segurança e utilização. Ao contrário, através da utilização de técnicas de otimização aliadas ao projeto estrutural, busca-se encontrar a melhor solução dentre as disponíveis, por meio de um método de busca sistemática, fundamentado num modelo matemático bem definido, através da definição de funções objetivo, parâmetros e restrições.

Diminuir o custo das estruturas, respeitando-se devidamente as determinações das normas técnicas, pode representar importante economia nos custos dos empreendimentos, aumentando a competitividade das construtoras e principalmente dos escritórios de cálculo estrutural frente à concorrência. Soma-se a isso um cenário de maior escassez de recursos e a necessidade de se diminuir o consumo das matérias-primas, promovendo um desenvolvimento de maneira mais sustentável. A otimização estrutural é uma ferramenta interessante nesse processo, a qual permite alcançar, de maneira eficiente e com relativa rapidez, projetos mais racionalizados. É um campo ainda pouco explorado na prática, mas que possui grande potencial de aplicação no futuro. É preciso, no entanto, adequar a otimização estrutural com as características práticas de projeto, procurando-se descrever as situações reais enfrentadas pelos projetistas com sua devida complexidade. Habitualmente, os métodos clássicos de otimização matemática possuem bom desempenho frente a exemplos clássicos e triviais de otimização em estruturas. Porém, a utilização dos mesmos em situações reais e de maior complexidade, devido ao grande número de variáveis envolvidas e ao próprio comportamento das funções, torna-se ineficiente.

É aí que entram as chamadas técnicas heurísticas de otimização que, a partir da observação de fenômenos naturais, propõe modelos probabilísticos para encontrar a solução ótima de uma função. Esses métodos não fornecem garantias de que a solução obtida é a melhor possível entre as existentes, porém convergem rapidamente para uma solução muito próxima ao ótimo global. Na área da otimização estrutural, têm sido observada a crescente utilização de diversos métodos de otimização, dentre os quais se destacam: Método do Recozimento Simulado, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Enxame de Partículas e Busca Harmônica.

O presente artigo pretende apresentar alguns dos principais métodos heurísticos de otimização existentes, bem como verificar, nos estudos mais recentes, quais métodos tem sido mais utilizados, bem como obtido um melhor desempenho na resolução de problemas de otimização estrutural.

## **2. DESENVOLVIMENTO**

### **2.1. *Métodos matemáticos versus métodos heurísticos***

De acordo com Rodrigues Júnior (2005), os algoritmos usados para a solução de um problema de otimização podem ser, basicamente, determinísticos ou probabilísticos. Os métodos de otimização determinísticos, também denominados métodos clássicos, nos quais se incluem os métodos de programação matemática, em geral são baseados nos cálculos de derivadas de primeira ou segunda ordem ou de uma aproximação dessas derivadas. Enquanto isso, os métodos baseados nos algoritmos

probabilísticos introduzem no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos resolvendo o problema do ponto de vista probabilístico.

Os métodos de programação matemática apresentam algumas limitações tais como: a dificuldade em identificar soluções ótimas globais, pois são fortemente dependentes do ponto de partida; dificuldade de trabalhar com variáveis discretas e dificuldade de operar com funções não diferenciáveis (ALBUQUERQUE, 2007).

Bastos (2004) cita que uma característica imprescindível para a aplicabilidade dos métodos clássicos é a necessidade de que a função objetivo seja contínua e diferenciável no espaço de busca. Porém, este fato não ocorre na maioria dos problemas práticos de engenharia, dificultando assim a sua aplicação.

Os métodos probabilísticos, nos quais se incluem os Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing (Método do Recozimento Simulado), entre outros, não empregam o cálculo de derivadas, mas sim atuam diretamente na busca das soluções no espaço viável. Estes métodos, entretanto, exigem um grande número de avaliações do valor da função objetivo e das restrições, sendo considerados métodos computacionalmente caros.

## **2.2. Técnicas Heurísticas de Otimização**

### **2.2.1. Busca Tabu (Tabu Search)**

De acordo com Melo (2008), as origens do método remontam à década de 70 do século XX. Consiste num método iterativo de procura de uma nova solução (não necessariamente melhor do que a anterior), na vizinhança da atual solução, com vista a obter a solução global do problema (ótimo global), e não apenas local.

A Busca Tabu é uma meta-heurística de busca não-monotônica cuja principal característica é a capacidade de exploração do histórico do processo de busca, organizado em estruturas que compõem o que se chama de memória adaptativa. A construção e a exploração da memória adaptativa levam em conta quatro dimensões, relacionadas à frequência, à presença no passado recente, à qualidade e à influência (SUCUPIRA, 2004). O que realmente caracteriza este método é a manutenção de uma lista de movimentos proibidos conhecida como Lista Tabu, reduzindo o risco de ciclagem (execução em ciclo infinito) do algoritmo. O tamanho da lista Tabu é calibrado de acordo com testes de experimentação, buscando o melhor desempenho e eficiência para cada tipo de problema em particular (PEREIRA, 2007). O método possui apenas dois parâmetros de calibração: o tamanho máximo da lista tabu e o número máximo de iterações (que também pode ser definido em função do tempo máximo de processamento).

Segundo Pereira (2007), a lista tabu exerce um papel fundamental no processo de pesquisa de soluções. Para compreender melhor sua utilidade torna-se necessário detalhar seu fluxo de execução.

Para isto, considere-se uma solução inicial qualquer para um determinado problema. Enquanto o número de iterações sem melhora não atingir o valor máximo (passado como parâmetro), o método pesquisa pelo melhor vizinho da solução inicial, de maneira que o movimento realizado para gerar a solução vizinha não esteja contido na lista tabu.

Dois conceitos aos quais se fazem muitas referências no contexto da Busca Tabu - e de grande influência também na qualidade de outras meta-heurísticas - são a intensificação (exploração do espaço de busca através de componentes e de tipos de movimentos que, historicamente, levam a soluções de boa qualidade) e a diversificação (tentativa de construção de soluções que pertencem a regiões não exploradas do espaço de busca e diferem significativamente das soluções já encontradas) (SUCUPIRA, 2004).

### 2.2.2. Método do Recozimento Simulado (Simulated Annealing)

O Simulated Annealing (SA) é um método heurístico baseado na mecânica estatística, que tem origem a partir de um processo natural, que utiliza essencialmente o processo aleatório como forma de evolução (FERREIRA, 2008). O método foi apresentado inicialmente por Kirkpatrick et al. (1983).

Simonetti (2009) afirma que o SA é um algoritmo de otimização confiável para encontrar o ótimo global, mesmo com um grande número de variáveis de projeto. De acordo com Ferreira (2008), o método ganhou destaque por evitar ótimos locais e buscar ótimos globais iterativamente. Segundo o autor, desde a época da sua descoberta, o SA tem provado ser eficiente em muitos problemas de ordem combinatorial. Romano (2008) é outro autor que afirma que a chave do algoritmo do SA está na possibilidade de fuga de mínimos locais através de aceitação de soluções que aumentem a função custo.

O Método do Recozimento Simulado faz analogia à termodinâmica, desenvolvendo uma simulação do processo de resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos, operação que deu origem ao seu nome. De acordo com Romano (2008), no processo físico de enrijecimento de sólidos, um material é rapidamente aquecido e lentamente resfriado, para que suas falhas estruturais sejam removidas. Se o processo de resfriamento for suficientemente lento, a configuração final do material corresponderá à situação de mínima energia do sistema. Essa ideia é utilizada pelo algoritmo do SA para minimizar uma função qualquer.

Ferreira (2008) cita que o recozimento tem a finalidade de reduzir ao máximo possível a energia do material de forma a se ter um cristal o mais organizado possível. Esse processo é realizado reduzindo-se a temperatura de forma lenta e gradual, possibilitando assim, que as moléculas possam se estabilizar em estados de mínima energia, formando um único cristal. Assim, a essência do processo é o resfriamento lento da mistura (geralmente empregado em aços e em vidros) permitindo tempo suficiente para que as moléculas possam se redistribuir gradualmente à medida que perdem mobilidade, atingindo um estado de menor energia e, conseqüentemente, aumentando a capacidade de absorver energia (tenacidade).

Segundo Oliveira (2007), em sua descrição padrão, o SA começa a busca a partir de uma solução inicial qualquer. Na prática, esta solução pode ser escolhida por métodos heurísticos ou estocásticos. O laço de iterações, que caracteriza o procedimento principal, gera aleatoriamente, em cada iteração, um único vizinho  $s'$  da solução corrente  $s$ . Para avaliação do aceite desta nova solução  $s'$ , é calculada a diferença ( $\Delta f$ ) entre a qualidade da nova solução  $s'$  e a qualidade da solução atual  $s$ . A função que computa a qualidade de uma solução é descrita nesta seção como  $f$ . A Equação 1 ilustra o cálculo do valor  $\Delta f$ .

$$\Delta f = f(s') - f(s) \quad (1)$$

Se o valor de  $\Delta f$  for menor que zero, a nova solução  $s'$  é automaticamente aceita para substituir  $s$ . Caso contrário, a aceitação da nova solução dependerá da probabilidade estabelecida pelo Critério de Metropolis, originalmente proposto em química como uma estratégia de determinação de estados (configurações) de equilíbrio de uma coleção de átomos a uma dada temperatura, a qual é apresentada na Equação 2 (OLIVEIRA, 2007).

$$p = \exp\left(\frac{-\Delta f}{T}\right) \quad (2)$$

Como a temperatura decresce no decorrer da execução, nas etapas iniciais existe uma maior probabilidade de aceitação de novas soluções. Essa probabilidade vai diminuindo no decorrer da

execução até chegar ao ponto (quando a temperatura estiver próxima de zero) em que apenas movimentos que melhorem a função custo sejam aceitos e, por fim, o mínimo global seja encontrado (ROMANO, 2008).

### 2.2.3. Algoritmos genéticos (*Genetic Algorithms*)

Algoritmos genéticos são algoritmos de busca baseados nos conceitos de seleção natural e sobrevivência do indivíduo mais apto. São compostos por uma sequência de rotinas computacionais, elaboradas com o intuito de simular o comportamento da evolução natural por meio do computador (PEREIRA, 2007).

De acordo com Silva (2011), algoritmos genéticos podem ser definidos como procedimentos de busca baseados na genética e seleção natural das espécies. Assim como acontece no meio ambiente, em um AG existe um grupo de soluções candidatas, conhecidas como indivíduos, que competem entre si para garantir a própria sobrevivência.

Diferente de outros métodos que partem de um ponto do espaço de busca para encontrar a solução ótima, os Algoritmos Genéticos operam em um conjunto de soluções, aplicando o princípio da sobrevivência dos indivíduos mais aptos para conduzir a uma solução cada vez melhor. Desta forma, geração após geração, um novo conjunto de indivíduos é criado pelo processo de seleção dos indivíduos progenitores, de acordo com o nível de aptidão associado ao problema. A procriação é feita entre os progenitores através de operadores extraídos da genética natural. Este processo leva à evolução de indivíduos que se adaptam melhor ao problema, tal como na adaptação natural. Os Algoritmos Genéticos modelam os processos naturais, através de operadores básicos aplicados aos indivíduos da população tais como a seleção dos melhores, o cruzamento entre eles e a mutação de genes (CÔRTEZ, 2011).

O uso de Algoritmos Genéticos garante uma solução, na maioria das vezes, na vizinhança do ótimo global que satisfaz os critérios de parada do método. Além disto, são aplicados numa grande variedade de problemas, pois não impõem limitações que geralmente são encontradas nos métodos de busca diretos e indiretos (CASTILHO, 2003).

Nos Algoritmos Genéticos cada elemento da população é chamado cromossomo, sendo a codificação de uma solução na forma de uma sequência de símbolos - chamados genes. Um algoritmo genético também deve definir uma função que mede a aptidão de cada indivíduo (naturalmente, indivíduos que representam soluções de baixo custo tendem a ser mais aptos, enquanto os indivíduos que representam soluções inviáveis têm baixa aptidão). A população é alterada através de dois operadores principais: a mutação, que modifica um dos genes de um indivíduo e tem baixa probabilidade de ocorrer, e a recombinação - que constrói um novo indivíduo utilizando apenas a informação genética de dois outros indivíduos selecionados aleatoriamente. Indivíduos com baixa aptidão têm menor probabilidade de serem selecionados para recombinação.

### 2.2.4. Otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization*)

Este método tem como princípio a simulação do comportamento de um conjunto de agentes que cooperam para resolver um problema de otimização através de comunicações simples (RIBEIRO, 2008).

A heurística Ant Colony Optimization (ACO) baseia-se no comportamento utilizado pelas colônias de formigas para traçar rotas entre o formigueiro e as fontes de alimentação. O principal aspecto desse comportamento é uma substância chamada feromônio, que é secretada pelas formigas durante seus percursos, de forma a indicar caminhos prometedores a outras formigas. A idéia básica do método é utilizar formigas artificiais, representadas por processos concorrentes, que traçam caminhos em um grafo cujos vértices representam componentes da solução (SUCUPIRA, 2004).

Silva (2011) reforça a ideia. Segundo o autor, essa técnica se inspira no comportamento social das formigas, que são os indivíduos deste algoritmo, que têm pouca capacidade visual e para suprir esta deficiência de comunicação entre elas se dá pela percepção de um hormônio depositado pelas mesmas, chamado feromônio. Dessa maneira, torna-se possível marcar uma rota a ser seguida pelas formigas na busca de alimentos deixando uma certa quantidade de feromônio. A maior concentração de feromônio indicará o melhor caminho até a fonte de alimentos.

Segundo Freitas (2010), trata-se de uma técnica enquadrada em um ramo específico da inteligência artificial (inteligência coletiva ou *swarm intelligence*), inspirada no comportamento social que as formigas apresentam ao buscarem por fontes de alimento para seus ninhos. Segundo o mesmo autor, quanto mais feromônio depositado na busca pelo alimento, menor é o caminho e, conseqüentemente, mais atraídas para essa trajetória serão as formigas vindouras.

No processo de busca pelo alimento, as formigas são, também, capazes de se adaptar a alterações do meio ambiente. Por exemplo, voltam a encontrar o caminho mais curto entre a fonte de comida e o ninho após o aparecimento de um obstáculo que impede a circulação pelo percurso inicial.

Segundo Payá-Zaforteza (2007), a analogia do comportamento das formigas com a otimização se realiza do seguinte modo:

- a) A busca de alimento é equivalente à exploração das soluções factíveis em um problema de otimização combinatória.
- b) A quantidade de alimento é similar ao valor da função objetivo.
- c) O rastro de feromônio é a memória adaptativa do método.

Os parâmetros deste método são, de acordo com Pereira (2007):

- a) Ponderação do feromônio.
- b) Percentual de evaporação do feromônio.
- c) Quantidade de formigas.
- d) Número máximo de iterações.

Tais parâmetros devem ser calibrados para cada problema específico e seu funcionamento ocorre da seguinte forma: quanto mais vezes um determinado caminho for percorrido, maior será a quantidade de feromônio deixada nesse rastro, indicando a direção que a pesquisa tenderá a percorrer. O procedimento de busca é repetido até que um número máximo de iterações seja atingido ou não se verifica melhoria na qualidade das soluções obtidas após um determinado número de iterações (PEREIRA, 2007).

#### 2.2.5. Colônias artificiais de abelhas (*Artificial Bee Colony*)

Este algoritmo populacional, proposto por Karaboga em 2005, é inspirado no comportamento de abelhas produtoras de mel. Este tipo de abelha sai em busca de alimentos e depois retorna à colméia. Cada abelha na população visita um local e traz consigo a direção, a distância e uma amostra de mel do local visitado. Após o retorno, cada abelha simula uma dança, no intuito de atrair grupos de abelhas seguidoras a serem atraídas para o local visitado por aquela abelha. Este comportamento inspirou o algoritmo Colônia de abelhas, onde o local visitado com as informações completas acerca do mesmo seria considerado uma solução no espaço de busca do problema de otimização (SILVA, 2011). Ainda segundo Silva (2011), embora os algoritmos baseados em colônias de abelhas sejam relativamente recentes, algumas aplicações têm sido propostas na literatura, tais como a solução do problema do caixeiro viajante, determinação de estratégias de aterrissagem em veículos aéreos não tripulados, despacho econômico de energia, sintonização de controladores, otimização de pesos de

redes neurais, otimização de máquinas de vetores suportes, direção de robôs, projeto de células de manufatura, problema de roteamento de veículos, entre outros.

#### 2.2.6. *Enxame de partículas (Particle Swarm Optimization)*

Desenvolvido pelo psicólogo social James Kennedy e o engenheiro eletricitista Russel Eberhart em 1995, foi inspirado no comportamento e na dinâmica dos movimentos dos pássaros, insetos e peixes. Foi originalmente desenvolvido para problemas de otimização com variáveis contínuas (LACERDA, 2007). De acordo com Silva (2011), o método tem muitas características em comum com técnicas evolucionárias como algoritmos genéticos. O sistema é inicializado com uma população de soluções aleatórias e procura por um resultado ótimo melhorando gerações. Entretanto, diferentemente de algoritmos genéticos, o PSO não tem operadores de evolução como crossover e mutação. Em PSO as soluções potenciais, chamadas de partículas, voam através do espaço do problema seguindo as então melhores partículas (que possuem os melhores valores no momento).

O PSO se baseia na informação da trajetória das partículas (indivíduos) e dos pontos do espaço de busca visitados por elas para informar a qualidade da solução (qualidade da função objetivo). Para tanto, usa-se uma estrutura de memória para preservar os melhores locais visitados. A indicação da movimentação de cada partícula a cada nova iteração depende de duas informações: a melhor posição de todo o enxame e a melhor posição da própria partícula. São introduzidas regras estocásticas no PSO dando o caráter aleatório ao algoritmo.

Serapião (2009) afirma que uma teoria sócio-cognitiva muito simples está por trás da PSO. Cada indivíduo de uma população possui sua própria experiência e é capaz de estimar a qualidade dessa experiência. Como os indivíduos são sociais, eles também possuem conhecimentos sobre como seus vizinhos comportam-se. Esses dois tipos de informação correspondem à aprendizagem individual (cognitiva) e à transmissão cultural (social), respectivamente. Portanto, a probabilidade de que um determinado indivíduo tome uma certa decisão será uma função de seu desempenho no passado e do desempenho de alguns de seus vizinhos.

Segundo Lacerda (2007), é um método rápido para localizar a bacia de atração das boas soluções, mas lento no ajuste fino da solução.

#### 2.2.7. *Busca Harmônica (Harmonic Search)*

Consiste numa heurística proposta por Geem, Kim e Loganathan em 2001, inspirada na observação do desempenho de músicos em uma orquestra que buscam a harmonia perfeita. Na música, esta harmonia perfeita é considerada análoga a achar a solução ótima de um problema de otimização e refere-se a um dado padrão de qualidade de áudio. O HS inspira-se na observação da capacidade de improvisação dos músicos para a obtenção de novas harmonias levando-se em conta a frequência, o timbre e a amplitude do instrumento de cada um deles. O método pode ser resumido em cinco passos, quais sejam: i) Inicializar os parâmetros do problema e do algoritmo; ii) Inicializar a memória da harmonia iii) Improvisar novas harmonias; iv) Atualizar a memória da harmonia e; v) Verificar critério de parada.

### 2.3. *Aplicação de Heurísticas em Otimização Estrutural*

Neste item do presente trabalho, descrevem-se de forma sucinta algumas aplicações recentes, dos métodos descritos, à otimização de estruturas.

Uma variante do método Colônia de Formigas foi utilizada em Capriles et al. (2007) para minimizar o peso de exemplos clássicos de treliças planas e espaciais encontrados na literatura (treliças de 10, 25, 52, 120 e 160 barras), através de variáveis discretas. De acordo com os autores, o algoritmo implementado foi efetivo e competitivo quando comparado aos Algoritmos Genéticos e a outras variantes do método utilizado.

Kargahi, Anderson, Dessouky (2006) otimizaram o peso de pórticos de aço através do Método Busca Tabu, utilizando variáveis discretas. Foram estudados três exemplos, referentes a estruturas que existem em Los Angeles, nos Estados Unidos. Segundo os autores, a redução média no peso dos quadros foi de 23,4% em relação às estruturas originais.

Sahuran (2010) minimizou o volume de uma viga em balanço, utilizando o método Enxame de Partículas, e comparou o seu resultado com um estudo realizado com Programação Matemática, obtendo uma maior redução no volume da estrutura considerada.

Farkas, Jármay, Snyman (2010) aperfeiçoaram grelhas compostas por perfis I em aço através de um método matemático de otimização global (Algoritmo Snyman-Fatti) e por Enxame de Partículas. Trabalhou-se com variáveis discretas e contínuas para este último caso. Segundo os autores, ao fornecerem resultados quase idênticos, com leve vantagem para a heurística Enxame de Partículas (-0,3%), os dois diferentes métodos de minimização de funções matemáticas usados provaram ser adequadamente robustos, confiáveis e suficientemente precisos para a obtenção de projetos ótimos na prática.

McCarthy e McCluskey (2009) propuseram a otimização de custo de vigas de concreto armado através de Enxame de Partículas. Os autores afirmam que o método é robusto na exploração de soluções ótimas para o problema. Entretanto, o trabalho se preocupa mais com a calibração dos parâmetros do método, não apresentando um grande número de problemas investigados.

Perez e Behdinan (2007) otimizaram o peso de treliças clássicas pelo Método Enxame de Partículas (treliças de 10, 25 e 72 barras), e compararam os resultados obtidos a outros trabalhos que utilizaram variados métodos de otimização, entre eles os Algoritmos Genéticos, obtendo resultados similares ao desta heurística, ora melhores, ora piores, dependendo do trabalho comparado.

Sonmez (2011) otimizou o peso de treliças utilizando variáveis discretas, mostrando que o método Colônia de Abelhas é efetivo e robusto para a resolução de problemas de otimização estrutural. Quatro problemas foram estudados, os quais corresponderam aos exemplos clássicos de validação de algoritmos na engenharia estrutural (treliças de 10, 25, 72 barras), além de um modelo mais complexo, uma torre composta por 582 elementos. Os resultados foram comparados às heurísticas Simulated Annealing, Enxame de Partículas, Algoritmos Genéticos e a outro trabalho que também utilizou o método Colônia de Abelhas. Para a treliça plana de 10 barras, o método Colônia de Abelhas obteve resultado tão satisfatório quanto o Simulated Annealing e Colônia de Formigas, seguida da otimização por Enxames de Partículas e Algoritmos Genéticos. Para a treliça espacial de 25 barras, o método acabou obtendo resultado igual ao obtido para Enxame de Partículas e Colônia de Formigas, e superior ao encontrado com Algoritmos Genéticos. Porém, o Simulated Annealing foi a heurística com melhor desempenho para essa situação. No estudo da treliça espacial composta por 72 barras, o método em questão obteve melhor desempenho, seguido pelo método Colônia de Formigas, Algoritmos Genéticos, e Enxame de Partículas. O Simulated Annealing não foi utilizado na comparação. No quarto exemplo (torre treliçada de 582 elementos), comparado ao método Enxame de Partículas, o método Colônia de Abelhas obteve resultados mais satisfatórios (cerca de 19%). Esses resultados, porém, são questionados por Stolpe (2011), que questiona a metodologia adotada por Sonmez (2011).

Hadidi, Azad Sina, Azad Saeid (2010) otimizaram treliças planas e espaciais pelo método Colônia de Abelhas, além de propor um algoritmo adaptado do mesmo método. Estudaram-se treliças planas e espaciais de 10, 17, 45 e 120 barras, comparando-se os resultados aos obtidos por Algoritmos Genéticos, Enxame de Partículas e Busca Harmônica. Para a treliça de 10 barras, estudadas em 2 situações de carregamento, o algoritmo clássico do Método Colônia de Abelhas, obteve pior resultado

que as demais heurísticas. Busca Harmônica obteve o melhor resultado, seguido por Algoritmos Genéticos e Enxame de Partículas, nessa ordem. O algoritmo modificado, no entanto, obteve resultado superior ao algoritmo clássico. Numa primeira situação de carregamento, porém, os resultados desse novo algoritmo foram piores a todos os outros métodos. Numa segunda situação de carga, a nova proposta foi superior ao Enxame de Partículas e aos Algoritmos Genéticos. No estudo de treliças de 17 barras, os melhores resultados por obtidos, nessa ordem, Busca Harmônica, Enxame de Partículas, Algoritmos Genéticos, Colônia de Abelhas modificado e Colônia de Abelhas clássico. Para os dois outros exemplos estudados (treliça de 45 e 120 barras), apenas se compararam os resultados dos algoritmos clássico e modificado do método Colônia de Abelhas.

Pham e Ghanbarzadeh (2007) testaram um algoritmo baseado em Colônia de Abelhas no problema clássico da viga soldada, obtendo resultados satisfatórios de acordo com os autores.

Degertekin (2008) otimizou, através de Busca Harmônica, três exemplos clássicos de pórticos em aço, comparando os resultados com Colônia de Formigas e Algoritmos Genéticos. Segundo os resultados obtidos pelo autor nas simulações, o método é mais efetivo que as heurísticas concorrentes. Colônia de Formigas obtém maior destaque que os Algoritmos Genéticos na minimização de peso efetuada nos exemplos do trabalho.

Hasançebi, Erdal e Saka (2010) otimizaram pórticos em aço com uma adaptação do método da Busca Harmônica, utilizando para isso uma estrutura plana composta de 162 elementos, bem como um pórtico espacial de 744 barras. Para ambos os casos, o método obteve o melhor resultado, seguido das Heurísticas Busca Tabu, Colônia de Formigas, Enxame de Partículas e Algoritmos Genéticos.

Algoritmos Genéticos são utilizados no trabalho de Perea et al. (2007) para otimizar pórticos de concreto armado utilizados em pontes rodoviárias. Os resultados obtidos foram aplicados na prática para um metrô na cidade de Valência, na Espanha. O método se mostrou eficiente em um problema de alta complexidade.

Castilho (2003) otimizou o custo de componentes de concreto pré-moldados de lajes utilizando Algoritmos Genéticos. Os resultados obtidos nos experimentos para a solução dos cinco problemas tratados mostraram a flexibilidade e robustez dos Algoritmos Genéticos. Geralmente as soluções encontradas pelo AG foram melhores do que as obtidas pelo método convencional do Lagrangiano Aumentado.

Cortês (2010) propôs a otimização do projeto da superestrutura de pontes pré-fabricadas pelo método dos Algoritmos Genéticos, na qual se incluíram longarinas pré-fabricadas em concreto protendido e tabuleiros pré-fabricados em concreto armado.

Dagertekin (2007) otimizou a seção de pórticos de aço pelo Método do Recozimento Simulado e por Algoritmos Genéticos. Foram realizadas três simulações, com pórticos de 8, 26 e 84 elementos. O Simulated Annealing levou pequena vantagem em todas as simulações efetuadas.

González-Vidosa et al. (2008) otimizaram estruturas de concreto armado utilizando o Método do Recozimento Simulado. O primeiro exemplo consistiu numa barreira de contenção de solo. O segundo e o terceiro exemplo consistiram em pórticos utilizados na construção rodoviária. E o quarto modelo otimizado consistiu num pórtico plano de 20 elementos comum em edificações.

Hasançebi, Çarbas e Saka (2010) propõem um melhoramento do algoritmo do Simulated Annealing. Segundo o referido artigo, o algoritmo padrão do SA é pouco eficiente em problemas de maior complexidade. Para testar as modificações efetuadas, os autores otimizaram as estruturas de pórticos planos e espaciais em aço compostos por 304 e 132 elementos, respectivamente. O algoritmo do Simulated Annealing obteve o menor peso para ambas as estruturas, se comparado a resultados de outras duas heurísticas: Busca Harmônica e Busca Tabu. Entre as duas últimas, o método Busca Tabu obteve melhor desempenho.

Hasançebi e Erbatur (2002) já haviam realizado simulações com Simulated Annealing aplicado a problemas estruturais de maior complexidade. Neste trabalho, os autores otimizaram uma torre treliçada composta por 942 elementos, uma treliça de 18 barras, e uma treliça plana de uma torre composta por 47 elementos. Nestes dois últimos casos, otimizou-se, junto com as seções transversais

dos elementos, a geometria dos modelos. Trabalhou-se com variáveis discretas. Ao se comparar os resultados com outros trabalhos, verificou-se que o algoritmo do Simulated Annealing proposto teve melhor desempenho que os Algoritmos Genéticos.

Park e Ryu (2004) também propuseram alterações nos parâmetros do Método do Recozimento Simulado, a fim de melhorar o desempenho da heurística. Otimizou-se o peso de duas estruturas usuais em problemas de otimização estrutural: treliças plana de 10 barras e treliça espacial de 25 barras. Trabalhou-se com variáveis discretas e contínuas. Para variáveis contínuas, o novo algoritmo obteve melhor desempenho que o tradicional nos dois casos. Para variáveis discretas, a algoritmo tradicional obteve melhor desempenho em termos de minimização de peso no segundo caso considerado (treliça de 25 barras). Para todos os casos, no entanto, o número de iterações necessárias no novo algoritmo do SA foi bem inferior ao do algoritmo convencional.

Payá-Zaforteza et al. (2008) realizaram otimização multiobjetivo utilizando o Simulated Annealing. Além de avaliar a minimização dos custos, objetivo comum em problemas de otimização estrutural, foram avaliados outros três objetivos: maximização da construtibilidade dos modelos, minimização dos impactos ao meio ambiente e maximização da segurança global estrutural. O exemplo considerado consistiu num pórtico plano de concreto armado de uma edificação de 4 andares composto por 20 elementos. De acordo com os resultados obtidos, verificou-se que, com um pequeno incremento no custo ótimo, é possível obter estruturas de maior construtibilidade, maior sustentabilidade e maior segurança estrutural global.

Payá-Zaforteza et al. (2010) utilizaram o Simulated Annealing para otimizar novamente um pórtico plano de concreto armado de 20 elementos, porém considerando apenas os custos. O artigo objetivava melhorar os parâmetros do método.

Suji et al. (2008) otimizaram vigas de concreto armado reforçadas com fibra através do Método do Recozimento Simulado. Objetivou-se utilizar o reforço da maneira mais racional possível na composição das vigas, tendo em vista os altos custos deste material.

Moura et al. (2009), otimizaram as seções e a geometria da treliça clássica de 25 barras através de um algoritmo baseado em Algoritmos Genéticos. De acordo com os autores, obtiveram-se resultados melhores que os métodos Busca Tabu, Colônia de Formiga, Algoritmos Genéticos, do trabalho de Pereira (2007), e Recozimento Simulado, citando os métodos em ordem decrescente de eficiência em termos de minimização do peso.

Silva (2011) otimizou diversas estruturas através de algoritmo baseado em Algoritmos Genéticos. São elas: treliças de 2 barras, domo de 30 barras, domo de 52 barras, pórtico de 3 barras, pórtico de 5 barras, pórtico de 6 barras, treliça de 46 barras, domo de 120 barras e pórtico plano de 70 barras.

Pereira (2007) estudou diversas heurísticas aplicadas à otimização de seções transversais de treliças bidimensionais, entre elas: Algoritmos Genéticos, Simulated Annealing, Busca Tabu e Colônia de Formigas. O primeiro exemplo consistiu na treliça clássica de 10 barras. O melhor resultado foi obtido pela heurística Busca Tabu, seguido por Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas e Simulated Annealing. Porém, de acordo com o autor, aquele que melhor obteve uma relação custo / benefício foi o método Simulated Annealing. Sua facilidade de implementação, aliada à simples calibração, faz deste método uma excelente opção, garantindo soluções de boa qualidade consumindo um baixo tempo de processamento. O segundo exemplo estudado consistiu na treliça clássica de 18 barras, onde se otimizaram seções e geometria. O melhor resultado foi obtido de forma conjunta pelas heurísticas Busca Tabu e Colônia de Formigas, seguido por Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing. O último exemplo estudado, consistiu também em mais um caso clássico de otimização estrutural: torre treliçada de 47 barras. O melhor resultado foi o do Método Busca Tabu, seguido de Colônia de Formigas, Simulated Annealing e Algoritmos Genéticos.

Payá-Zaforteza (2007) otimizou pórticos de concreto armado utilizados em edificações por meio de cinco métodos heurísticos, dentro os quais Simulated Annealing e Algoritmos Genéticos. Num primeiro exemplo, testaram-se os diferentes métodos por meio de um exemplo composto por

dois vãos e quatro pavimentos, dentre os quais o Simulated Annealing provou ser o método mais eficiente na busca pela solução ótima, com tempo de processamento intermediário. Posteriormente se utilizaram vários exemplos para refinar o método: pórticos de dois vão e duas, quatro, seis e oito alturas. E, por fim, trabalhou-se com otimização multiobjetivo, onde se fez um estudo da otimização simultânea de custo da estrutura e de objetivos relacionados com sua facilidade construtiva, sua sustentabilidade ambiental e sua segurança, conforme artigo de Payá-Zaforteza (2008).

Martínez-Martín (2008) otimizou pilares da estrutura de pontes. Utilizaram-se, entre outros métodos de otimização, Simulated Annealing, Colônia de Formigas, Algoritmos Genéticos. Dentre todos os métodos empregados, Colônia de Formigas foi aquele que apresentou o melhor resultado em termos de custos mínimos. Mas todos os resultados ficaram bem próximos, o que indica, de acordo com o autor, que a melhor eficiência entre um e outro algoritmo depende, sobretudo, da calibração dos parâmetros de cada método.

### 3. CONCLUSÕES

O levantamento efetuado permitiu verificar que existem diversas heurísticas que podem ser utilizadas na otimização de estruturas.

Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing são os dois métodos mais consolidados, sendo aplicado em diversas teses, dissertações e artigos científicos. Os demais, com exceção da Bascu Tabu, são algoritmos mais recentes, cuja aplicação nos trabalhos se dá em estruturas de menor complexidade.

Os chamados Algoritmos Sociais (Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas e Enxame de Partículas) são métodos recentes, mas que têm obtido bastante eficiência.

Um algoritmo mais recente (Busca Harmônica) tem obtido resultados muito satisfatórios. Em três trabalhos pesquisados foi o método mais eficiente, com exceção de um dos artigos.

Como pode ser constatado, os diversos métodos acabam se intercalando bastante na obtenção das melhores soluções, ou seja, os resultados obtidos são muito sensíveis a calibração dos parâmetros de cada método. Pelo mesmo fato, acredita-se que, principalmente os algoritmos mais recentes, podem ser ainda mais aprimorados pelos pesquisadores.

Quando bem calibrado, o Simulated Annealing tem sido ainda o método mais eficiente.

### 4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, A. T. *Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmos genéticos*. 2007. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

BASTOS, E. A. *Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos*. 2004. Tese (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

CAPRILES, P. V. S. Z.; FONSECA, L. G.; BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. Rank-based ant colony algorithms for truss weight minimization with discrete variables. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Reino Unido, v. 23, 553-575, 2007.

CASTILHO, V. C. *Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos*. 2003. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

CORTÊS, C. F. M. *Otimização do projeto da superestrutura de pontes pré-fabricadas pelo método dos algoritmos genéticos*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

DEGERTEKIN, S. O. A comparison of simulated annealing and genetic algorithm for optimum design of nonlinear steel space frames. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 34, p. 347–359, 2007.

DEGERTEKIN, S. O. Optimum design of steel frames using harmony search algorithm. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 36, p. 393–401, 2008.

FARKAS, J.; JÁRMAI K., SNYMAN, J. A. Global minimum cost design of a welded square stiffened plate supported at four corners. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 40, p. 477–489, 2010.

FERREIRA, F. de S. *Uma abordagem numérico-experimental para a identificação de dano estrutural utilizando o método Simulated Annealing*. 2008. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

FREITAS, F. F. T. de. Tendências de aplicações da otimização por colônia de formigas na programação de Job-Shops. *Revista Produção On-line*, v. 10, n. 1, p. 95-123, 2010.

GONZÁLEZ-VIDOSA F.; YEPES V.; ALCALÁ J.; CARRERA, M.; PEREA, C.; PAYÁ-ZAFORTEZA, I.; Optimization of Reinforced Concrete Structures by Simulated Annealing. In: TAN, C. M. *Simulated Annealing*. Áustria: I-Tech Education and Publishing, 2008.

HADIDI A.; AZAD SINA, K.; AZAD SAEID, K. Structural optimization using artificial bee colony algorithm. In: Second International Conference on Engineering Optimization, 2010, Portugal. *Proceedings...* Portugal, 2010.

HASANÇEBI, O; ÇARBAS, S.; SAKA, M. P. Improving the performance of simulated annealing in structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 41, p. 189–203, 2010.

HASANÇEBI, O; ERBATUR, F. On efficient use of simulated annealing in complex structural optimization problems. *Acta Mechanica*, v. 157, p. 27-50, 2002.

HASANÇEBI, O; ERDAL, F. SAKA, M. P. Adaptive Harmony Search Method for Structural Optimization. *Journal of Structural Engineering*, v. 136, n. 4, p. 419-431, abr. 2010.

KARGAHI, M.; ANDERSON, J. C.; DESSOUKY, M. M. Structural Weight Optimization of Frames Using Tabu Search. I: Optimization Procedure. *Journal of Structural Engineering*, v. 132, n. 12, p. 1858-1869, dez. 2006.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI M.P. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.

LACERDA E. G. M. A *Otimização Nuvem de Partículas (Particle Swarm)*. Departamento de Engenharia da Computação e Automação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2007.

MARTÍNEZ-MARTÍN, F. J. *Optimización heurística de pilas rectangulares huecas de hormigón armado*. Tese (Doutorado) – Departamento de Ingeniería de Construcción e de proyectos, de Ingeniería Civil, Universitat Politécnica de Valencia, Espanha, 2008.

MCCLUSKEY, S.; MCCARTHY T. J. A particle swarm optimization approach to reinforced concrete beam design according to AS3600. In: First International Conference on Soft Computing Technology in Civil, Structural and Environmental Engineering, 2009, Escócia. *Proceedings...* Escócia: University of Wollongong, 2009, p. 1-14.

MELO, P. M. A. S. *Conceitos básicos da meta-heurística Tabu Search*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2008.

MOURA, J. G.; MOITA, G. F., SOUZA, S. R. de; TEMPONI, E. C. C. Um algoritmo genético para a solução do problema de otimização estrutural de treliça. In: IV Seminário Nacional de Sistemas Industriais e Automação, Belo Horizonte, 2009. *Anais...* Belo Horizonte: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2009.

OLIVEIRA, H. C. B. de. *Um modelo híbrido estocástico para tratamento do problema de roteamento de veículos com janela de tempo*. 2007. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Ciência da Computação, Centro de Informática, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2007.

PAYÁ-ZAFORTEZA I. *Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado*. Tese (Doutorado) – Departamento de Ingeniería de Construcción e de proyectos, de Ingeniería Civil, Universitat Politécnica de Valencia, Espanha, 2007.

PAYÁ-ZAFORTEZA, I., YEPES V.; GONZÁLEZ-VIDOSA F.; HOSPITALER. A. Multiobjective Optimization of Concrete Frames by Simulated Annealing. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 23, p. 596-510, 2008.

PAYÁ-ZAFORTEZA, I., YEPES V.; GONZÁLEZ-VIDOSA F.; HOSPITALER. A.. On the Weibull cost estimation of building frames designed by simulated annealing. *Meccanica*, v. 45, p. 693-704, 2010.

PARK, J. RYU, M. Optimal Design of Truss Structures by Rescaled Simulated Annealing. *KSME International Journal*, v. 18, n. 9, p. 1512-1518, 2004.

PEREA C.; BAITSCH M., GONZÁLEZ-VIDOSA F.; HARTMANN, D. Optimization of reinforced concrete frame bridges by parallel genetic and memetic algorithms. In: ZINGONI A. *Structural Engineering, Mechanics and Computation 3*. Holanda: Millpress, 2007.

PEREIRA, J. P. G. *Heurísticas computacionais aplicadas à otimização estrutural de treliças bidimensionais*. 2007. Dissertação (Mestrado) – Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

PEREZ, R. E.; BEHDINAN, K. Particle Swarm Optimization in Structural Design. In: CHAN, F. T. S.; TIWARI, M. K. *Swarm Intelligence: Focus on Ant and Particle Swarm Optimization*. Austria: Itech Education and Publishing, p. 373-394, 2007.

HAM, D. T.; GHANBARZADEH A. Multi-Objective Optimization using the Bees Algorithm. In: *Innovative Production Machines And Systems*, 2007, Reino Unido. *Proceedings...* Reino Unido, Cardiff University, 2007.

RODRIGUES JÚNIOR, S. J. *Otimização de pilares de edifícios altos de concreto armado*. 2005. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

ROMANO, G. *Paralelização do algoritmo de geração de redes aleatórias contínuas por Simulated Annealing*. 2008. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Computação, Instituto de Informática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

SARUHAN, H. Particle Swarm Optimization for Structural Design Problems. *Journal of Engineering Sciences*, Turquia, v. 16, n. 2, p. 207-212, 2010.

SERAPIÃO, A. B. de S. Fundamentos de otimização por inteligência de enxames: uma visão geral. *Revista Controle & Automação*, v. 20, n. 3, p. 271-304, ago/set 2009.

SILVA, M. M. da. *Otimização de Estruturas Reticuladas Incluindo Não-Linearidade Geométrica*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

SIMONETTI, H. L. *Otimização topológica de estruturas bidimensionais*. 2009. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.

SONMEZ, M. Discrete optimum design of truss structures using artificial bee colony algorithm. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 43, p. 85–97, 2011.

STOLPE, M. To bee or not to bee—comments on “Discrete optimum design of truss structures using artificial bee colony algorithm”. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Published Online, abr. 2011.

SUCUPIRA, I. R. *Métodos heurísticos genéricos: metaheurísticas e hiper-heurísticas*. Trabalho de Conclusão de Curso- Departamento de Ciência da Computação, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, 2004.

SUJI D.; NATESAN S. C.; MURUGESAN, R.; PRABHUD, R. S. Optimal design of fibrous concrete beams through simulated annealing. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*, v. 9, n. 2, p. 193-213, 2008.