

DISTRIBUIÇÃO DE LÉVY APLICADO AOS RETORNOS DO ÍNDICE BOVESPA E DAS AÇÕES DA VALE E DA PETROBRÁS

LÉVY'S DISTRIBUTION APPLIED TO RETURNS OF BOVESPA INDEX AND OF VALE AND PETROBRAS STOCKS

GUERGELOT, Moisés Alves¹; ARTUSO, Alysson Ramos²

¹MBA em Gestão Empresarial pela FAE Centro Universitário e em *Management* pelo Baldwin Wallace College (Ohio-USA). Curitiba- PR. E- mail: moises_sf@yahoo.com

²Doutor em Métodos Numéricos aplicados à Engenharia, PPGMNE-UFPR, Curitiba- PR.
E-mail: alysson.artuso@gmail.com

Resumo

Este artigo propõe-se a verificar a adequação da aplicação da distribuição de probabilidade de Lévy aos retornos do Índice Bovespa, das ações da Vale e da Petrobrás. Esse intuito é consentâneo com o viés atual de aplicação de conceitos da física-estatística no estudo de séries de dados financeiros. São analisados dados reais dos retornos dos referidos ativos com intervalo diário, semanal, mensal e trimestral, para o período de janeiro de 1997 a dezembro de 2009. Verificou-se a compatibilidade da distribuição de probabilidades de Lévy aos retornos, bem como se procedeu a comparação dessa com o modelo clássico Gaussiano, além da análise de autocorrelação dos dados e sua estatística descritiva.

Palavras-chave: Distribuição de Lévy. Bolsa de valores. Risco-retorno.

Abstract

This paper proposes to verify the adequacy of applying a Lévy probability distribution to the returns of the Bovespa's Index and Vale and Petrobrás' stocks. It is consentaneous with the present trend of applying concepts from the physical-statistical science to the study of financial time series. Real return data with daily, weekly, monthly and quarterly intervals from the previously quoted assets were analyzed from January 1997 up to December 2009. The compatibility of the Lévy probability distribution to the observed returns was checked and a comparison of it with the classical Gaussian model, and also the data autocorrelation and its descriptive statistics are presented.

Keywords: Lévy distribution. Stock exchange. Risk-return.

1. Introdução

Prever o futuro sempre esteve, e continua a estar, entre as maiores aspirações humanas. Em nosso passado ancestral, a prática do vaticínio estava associada a poderes divinos ou sobrenaturais.

O século passado viu o aprofundamento do conhecimento científico, o surgimento e o desenvolvimento da estatística e da probabilística, com uma abordagem físico-matemática aprofundada.

Esses conhecimentos têm sido aplicados de forma bem sucedida e com resultados importantes em todas as áreas do conhecimento. Modelos baseados na metodologia de Box e Jenkins (1970) consideram, em seu cerne, que os dados apresentam uma distribuição de probabilidades dita gaussiana, ou seja, com parâmetros bem conhecidos (média e desvio padrão), e em que valores futuros podem ser de, alguma forma, influenciados pelos valores passados.

Seria, portanto, racional e lógico, *a priori*, aplicar essa mesma metodologia, e modelos decorrentes, ao mercado financeiro e seus ativos. Com seus dados abundantes e disponíveis, os ativos financeiros permitem construir modelos estatístico-matemáticos de forma a obter retornos acima da média, ao projetar o preço futuro de ativos e se proteger de oscilações indesejadas de preços, provisionando adequadamente contra eventuais perdas.

Entretanto, a aplicação do modelo Gaussiano mostrou-se apenas relativamente adequado nos momentos de normalidade dos mercados, mas pouco aplicável às situações ditas anômalas ou extremas. Eventos de cunho financeiro, social, político, ambiental ou outro qualquer, incomum, são situações extremas que surgem repentina e inesperadamente, com o potencial de criar oscilações muito acima da média no valor dos ativos financeiros. Esse tipo de acontecimento não é corretamente previsto e tratado por métodos que adotem em seu cerne a distribuição normal de Gauss, a qual reserva a suas “caudas” de baixas probabilidades, a ocorrência desses eventos extremos. Isso fica patente face às perdas ocorridas durante esses períodos de instabilidade, como consequência do computo imperfeito do risco da ocorrência e amplitude do evento.

Desde os anos 1920, diversos matemáticos têm debruçado-se a respeito desse tema e, em 1928, o matemático R.A. Fisher e seu colega L.H.C. Tippett apresentaram o que hoje se conhece como Teoria do Valor Extremo (TVE), num artigo que mostrava que os eventos extremos de fato seguem seus próprios tipos especiais de distribuição. Hoje, a Teoria do Valor Extremo é muito usada para estimar o risco de inundações e a adequação de defesas contra essas, assim como o dimensionamento de obras como barragens de água para abastecimento e a geração de hidroeletricidade dentre outros.

Segundo Hartmann (2007), uma série contemporânea de desastres financeiros, incluindo a recente crise provocada pelo calote generalizado das hipotecas imobiliárias nos Estados Unidos, inspirou Alan Greenspan, ex-presidente do Federal Reserve dos Estados Unidos, a falar sobre os benefícios potenciais de usar a TVE na estimativa de riscos financeiros.

Outro fator importante e inerente aos ativos financeiros, que de modo geral limita a aplicação do modelo Gaussiano, é a aparente “falta de memória” de seus retornos, comumente conhecida como *random walk*, condição *sine qua non* da clássica Hipótese do Mercado Eficiente, conforme preconizado por Fama (1965). Essa hipótese prevê que o preço corrente de uma dada ação espelha todas as informações e expectativas dos atores do mercado, de forma que a cotação de uma ação seria totalmente imprevisível a partir de informações pretéritas como preço, volume ou qualquer outra.

Surge daí, como consequência da inadequação do modelo Gaussiano às caudas da distribuição das séries de retornos de ativos financeiros e também como decorrência da falta de autocorrelação desses retornos, a necessidade de uma abordagem nova. Ou seja, a abordagem clássica de tratar os retornos logarítmicos de ativos financeiros como análogos a um fenômeno natural comumente conhecido por Movimento Browniano ou, ainda, Comportamento Difuso Anômalo, que tem um tratamento físico-estatístico estabelecido, necessita ser substituída por uma nova metodologia.

Em 1963, Mandelbrot traz um resultado teórico importante ao generalizar o Teorema Central do Limite – tão usado para justificar a aplicação do modelo Gaussiano – colocando a curva de Gauss como um caso particular de uma família de distribuições mais ampla: a de Lévy. Assim, abre-se um novo horizonte de pesquisas para a substituição dos modelos Gaussianos por modelos baseados na distribuição de Lévy.

Este artigo propõe-se a verificar a adequação do uso de um modelo de probabilidades de retornos logarítmicos baseado na distribuição de probabilidade de Lévy aplicado ao Índice Bovespa e às ações da Vale e da Petrobrás.

O fator motivador que justifica essa abordagem está nos eventos mercadológicos que culminaram com mudanças fundamentais na dinâmica de mercado. Desde outubro de 2008, a autoridade monetária brasileira, o Banco Central do Brasil, promoveu sucessivos movimentos de redução da taxa básica de juros até que essa atingiu sua mínima histórica, de 8,75% ao ano. Fez isso como ferramenta no enfrentamento da crise *subprime*. Esse fato, com grande probabilidade, ocasionará uma migração de ativos de menor risco para ativos de maior risco. Em especial, no caso de

fundos de pensão, que tem uma meta atuarial a atingir, de forma a garantir o poder de compra dos benefícios futuros, esse movimento será uma necessidade.

Ademais, o cenário global sugere uma instabilidade potencialmente crescente, resultante de questões demográficas, políticas e ambientais de escala global. Uma era de escassez de recursos naturais, devido ao aumento populacional e ao padrão de vida de milhões, realidade agravada pelos efeitos adversos do aquecimento global concomitante e pela busca de uma mudança na matriz energética global. Eventos que terão impacto certo nos mercados de *comodities*, em especial petróleo, seus derivados e minério de ferro.

Como as ações da Vale PNA (código VALE5) e da Petrobrás PN (código PETR4) são os principais componentes do Índice Bovespa e o seu produto principal são *comodities* universais, a busca de uma determinação mais correta do risco desses ativos permite estabelecer a exposição ideal a esses, e o conseqüente correto provisionamento para perdas.

Quando se considera o panorama de maior exposição dos fundos de pensão a ativos financeiros mobiliários, a correta determinação e o provisionamento destes, na prática, significa fundos de pensão com maior solidez atuarial e financeira e, conseqüentemente, uma aposentadoria mais tranquila para muitos.

Este artigo visa, também, sanar parcialmente a relativa falta de estudos de adequação de modelos físico-estatísticos para os retornos de ativos financeiros para o mercado acionário brasileiro e seus mais importantes constituintes. Assunto que terá certamente cada vez maior relevância ante os cenários futuros para a economia nacional e também internacional.

2. Fundamentação

Uma das preocupações da teoria estatística está em modelar dados que são provenientes de resultados incertos por meio do uso de distribuições de probabilidades, permitindo o estudo das possibilidades de ocorrência de um evento. Essa aplicação, em geral, é realizada por meio de observações feitas em uma amostra, na qual o modelo leva em consideração a frequência de cada evento. No entanto, em algumas áreas de aplicações, com destaque para as finanças, entender a ocorrência de eventos extremos é muito importante.

Em 1700, Nicolas Bernoulli já se deparava com um problema de valor extremo, ao tratar da média da distância máxima à origem, de pontos aleatoriamente posicionados em uma linha reta de tamanho fixo. A Teoria de Valores Extremos (TVE) originou-se da necessidade dos astrônomos de utilizar ou de rejeitar observações discrepantes, e os primeiros artigos sobre o assunto datam do período entre 1914 e 1920 (EMBRECHTS; JÜPPELBERG; MIKOSCH, 1997).

A TVE aplica-se a finanças, em análise de risco, na busca por estimar perdas futuras por meio da modelagem do comportamento menos frequente, ou mais raro, ou, ainda, por perdas associadas a eventos de inadimplência ou de retornos de ativos financeiros. No último caso, os eventos de menor frequência são retornos que representam valorização ou desvalorização excessiva do ativo (KEARNS; PAGAN, 1997).

Ainda, na área financeira, o modelo interno de análise de risco de mercado mais difundido é a metodologia de *Value at Risk* (VAR), que representa a perda esperada para um período de tempo, associado a certa probabilidade. A parte fundamental de um modelo de VAR é a escolha da distribuição de probabilidades para os retornos, considerando-se os fatores de risco que afetam o valor de um portfólio. Os métodos de variância e covariância, simulação histórica e simulação de Monte Carlo são as abordagens mais utilizadas e diferem quanto a essa escolha – o primeiro assume normalidade dos retornos, o segundo baseia-se na distribuição empírica e o último, teoricamente, simula uma distribuição qualquer. Ao assumir a normalidade dos retornos, quando a verdadeira distribuição tem caudas mais pesadas, como é o caso das distribuições de valor extremo, subestima-se o VAR. A teoria de valores extremos contribui para o aprimoramento dos modelos de VAR por

concentrar-se no ajuste da distribuição dos valores extremos da variável aleatória, diminuindo, portanto, a influência dos valores centrais (JORION, 1997).

2.1. Ativos financeiros – Crise do Subprime

Os ativos financeiros são basicamente representados por ações, debêntures, títulos públicos e depósitos bancários. Em anos recentes, têm apresentado crescimento expressivo, e se tornaram completamente descolados da economia real, segundo levantamento anual do *McKinsey Global Institute* de 2008. Conforme o estudo, os ativos financeiros têm crescido mais nos últimos anos do que na média histórica. Em 2006, o volume de ativos financeiros aumentou 17% em todo o mundo, atingindo US\$ 167 trilhões. A tendência no ano de 2007 continuou em alta. No início da década, os mesmos ativos giravam em torno de US\$ 90 trilhões e, em 1980, eram de US\$ 12 trilhões. O Produto Interno Bruto (PIB) dos países também cresceu, porém em proporção bem menor. Em 2006, o crescimento dos bens e serviços produzidos em todo o mundo foi de quase 8%, comparado a 2005, e alcançou US\$ 48,3 trilhões. No início da década de 1990, o PIB mundial girava em torno dos US\$ 20 trilhões e, em 1980, era de US\$ 10 trilhões. O descolamento entre os ativos financeiros e a economia real é dado como uma das principais causas das recentes crises financeiras e das fortes oscilações nos mercados. Essa liquidez fantástica viabilizou o mercado produtivo e fez explodir os investimentos diretos estrangeiros, os avanços tecnológicos e o comércio internacional. Um efeito colateral, no entanto, foi a volatilidade, porque aumentou o peso relativo das transações financeiras na economia. De acordo com o instituto McKinsey, o peso entre os ativos financeiros e a economia real se equivalia em 1980. Em 2000, ele já era o triplo do PIB e, em 2006, ficou em 3,5 vezes. Trata-se de um crescimento irracional, e a ideia de que haveria apenas uma correção não fazia sentido, mas prevaleceu mesmo assim. O relatório McKinsey alertava que o maior peso financeiro pode levar a "correções dolorosas", caso a alta seja causada por uma elevação irreal das ações ou pelo endividamento público excessivo, mas não falou no endividamento privado explosivo.

Conforme o relatório pressagiu, a correção de fato veio e foi muito intensa, tendo destruído uma porção significativa da riqueza mundial, a crise do *subprime*.

O estouro da bolha imobiliária norte-americana foi uma reação em cadeia a créditos concedidos a uma classe de consumidores que não tinha capacidade de pagamento. Sua origem remonta a crise da internet, em 2001, quando o *Federal Reserve* (FED) passou a reduzir a taxa de juros para baratear empréstimos e financiamentos e encorajar o consumo. O FED, diante dos primeiros indícios de uma recessão, no início de 2001, começou a afrouxar sua política monetária. Na ocasião, os juros estavam em 6,5%, o nível mais elevado em 12 anos.

A política de crédito generoso, destinada a encorajar o gasto dos consumidores, que nos Estados Unidos da América (EUA) equivalia a mais de dois terços da economia, levou a taxa de juros a 1%, em termos anualizados no início de 2004, a mais baixa desde 1958.

Como consequência, os imóveis viraram fontes de investimento na maior economia do mundo. Na ânsia de aproveitar as mais baixas taxas de juros da história (para, por exemplo, comprar o segundo ou terceiro imóvel, comprar carros de luxo, barcos, aviões, pagar viagens internacionais, etc), os americanos promoveram uma corrida às hipotecas. Pediam dinheiro emprestado aos bancos, dando como garantia de pagamento as suas próprias casas, que concomitante e conseqüentemente apresentavam valor recorde devido à forte demanda por imóveis.

Esses empréstimos eram depois securitizados e “empacotados” junto com outros ativos em produtos financeiros e revendidos, como forma de obter mais recursos para manter o crescimento e os ganhos com a intermediação financeira. Esse empacotamento era também visto como uma maneira de diluir o risco desses ativos, conforme amplamente propalado pelas instituições financeiras que criaram esses produtos exóticos. A “alavancagem”, termo que descreve o grau de distensão monetária, atingiu um nível historicamente recorde. A liquidez também atingiu níveis recordes, e como decorrência as

pessoas e empresas com bom *rating* de crédito ou já estavam no limite de sua capacidade de endividamento, ou não tinham interesse nem necessidade de endividar-se.

Então as grandes empresas hipotecárias, a fim de manter a frenética taxa de crescimento e, também, em função das baixas taxas de juro, começaram a emprestar dinheiro para uma classe de maior risco: os *subprimes*. No ocaso de sua bancarrota a *Fannie Mae* e a *Freddie Mac*, as duas maiores empresas hipotecárias dos Estados Unidos da América, detinham nada menos de U\$ 6 trilhões em hipotecas, quase metade do PIB americano de U\$ 13,250 trilhões. A corrente da felicidade se espalhava por todo o sistema financeiro. E, como num arranjo de peças de dominó, quando uma caiu, todas as outras caíram também.

Em junho de 2004, o FED mudou de curso e iniciou os ajustes, com os juros básicos chegando em 5,25% e permanecendo nesse valor até setembro de 2007, devido ao crescente risco de inflação resultante do crescimento econômico robusto, dólar em queda – com o resultante encarecimento das importações – e petróleo em alta devido à queda do dólar.

O ajuste, para cima, ocorreu sem grandes consequências até que a inflação para o consumidor, mais nociva à baixa renda, associada ao aumento dos juros das hipotecas (que são pós-fixados e suscetíveis aos juros dos *FED funds* e às perspectivas de inflação) atingiu um nível crítico. A partir de então, as prestações das hipotecas se tornaram uma carga pesada demais para ser carregada para muitos.

A cronologia da crise começou em março de 2007. As empresas de crédito imobiliário dos Estados Unidos apresentaram dados recordes de execuções de hipotecas referentes ao último trimestre de 2006. Depois foi uma sucessão de notícias, quase sempre ruins, da primeira corrida bancária ao *Northern Rock Bank*, da Inglaterra, ao sinal vermelho da *Fannie Mae* e da *Freddie Mac*.

Um ano depois, em 2008, a avaliação era de que o pior já havia passado, mas, conforme a sequência dos fatos apontaram, essa percepção mostrou-se equivocada. Pode-se dizer que a queda da bastilha do mercado financeiro, por coincidência, foi no mesmo dia do início da revolução francesa. Em 14 de julho, depois de uma sucessão pouco promissora de fatos, como a queda no preço de *commodities* e o pedido de socorro da *Fannie Mae* e da *Freddie Mac* ao governo americano, o mundo começou a compreender a complexidade e a amplitude do problema.

Em 7 de setembro de 2008, a AIG, primeira seguradora dos Estados Unidos, anunciava que precisava de uma ajuda de U\$ 80 bilhões. No dia 15, o *Lehman Brothers* pedia concordata. Um dia depois, a bolsa da Rússia registrava queda de 20%. Dia 26, o *Washington Mutual*, falido, seria vendido para o *JP Morgan*.

Três dias depois, a Câmara dos Deputados dos Estados Unidos rejeitava o pacote de ajuda governamental. A crise havia tornado-se mundial e escapara ao controle. Os governos não demonstram capacidade de coordenação.

No mundo todo, são acionados *circuit breaks*, motivados pela desaprovação do pacote proposto de Secretário de Tesouro americano, conforme ilustrado na Figura 1.

Logo, pode-se perceber o nervosismo e a volatilidade muito acima do normal observados durante essa fase aguda da crise, que iriam aprofundar-se ainda mais nos dias seguintes.

Em 1 de outubro de 2008, o Senado dos Estados Unidos aprovaria um pacote de ajuda. No dia 3, a Câmara dos Deputados também aprovaria o pacote. Mas as bolsas americanas e europeias continuaram em queda livre – e registraram a pior semana, desde o atentado das torres gêmeas.

Dia 9, os mercados enfrentam um dia de pânico. Dia 10, uma seguradora japonesa quebrou. No dia 12, os governos da Europa anunciaram a estatização de bancos em dificuldades. Nesse estágio o estrago já chegava à economia real. Recessão, desemprego, queda de produção. Perspectiva de depressão.



Figura 1 - Ruptura das Bolsas em 29 de setembro de 2008: Bovespa (Brasil) – SP&500 (EUA) – DAX (Alemanha) – FTSE (Inglaterra)

Desde setembro de 2007, como forma de combater a crise, o FED promoveu diversas reduções nos juros até chegar, em dezembro de 2008, a incríveis 0 e 0,25% ao ano.

O Brasil via a crise se espalhar com um discurso oficial que a oposição política e parte da academia criticavam. A “blindagem” era o principal argumento de sustentação da tese de que o país estaria imunizado. Construída pelo Banco Central nos últimos anos, uma espécie de couraça protetora, que se baseava em alguns fundamentos econômicos essenciais à saúde de qualquer país tais como: inflação sob controle, um lastro em moeda estrangeira razoável (no caso brasileiro, as reservas estavam em cerca de US\$ 204 bilhões no mês de outubro de 2008); redução da dívida externa; superávit primário; desempenho e diversificação do comércio externo (então menos dependente dos Estados Unidos), supostamente garantiriam uma passagem relativamente tranquila pela tormenta.

Além disso, o sistema financeiro brasileiro obedecia a regras rígidas de controle, estabelecidas pelo Banco Central (BC). Em grande parte devido ao Proer, que injetou cerca de R\$ 21 bilhões no saneamento do sistema, o Sistema Financeiro Nacional (SFN) é hoje considerado moderno e eficiente e estaria pouco suscetível a um risco de contágio, mesmo sabendo-se que a participação dos bancos estrangeiros no país cresceu consideravelmente ao longo dos últimos anos. Os bancos também não possuíam derivativos externos lastreados em *subprime* e outros títulos, por causa da maior rentabilidade da taxa Selic.

A porta de entrada para uma contaminação maior do país estava na exposição cambial das empresas exportadoras. Operações supostamente de *hedge* cambial feitas por muitas empresas exportadoras geraram prejuízos bilionários com a disparada do dólar, como foram os casos da Sadia e da Aracruz. As estruturas de controle de risco e de governança corporativa dessas empresas mostraram-se inadequadas para lidar com situações de *stress*, como a crise financeira sem paralelos que se apresentava.

Outro canal de contágio, talvez mais forte, foi a falta de crédito na economia em função da dramática redução da liquidez internacional. Empresas e bancos não conseguiam rolar seus empréstimos internacionais, e isso estava causando uma redução geral de crédito para o consumo e para as empresas. Bancos e financeiras começaram a aumentar taxas, a reduzir prazos e a tornarem-se mais seletivos na concessão dos empréstimos.

O país, ao contrário do que chegou a apregoar o presidente as autoridades brasileiras, estava longe de estar vacinado contra a crise. Por melhores que fossem os fundamentos econômicos, não havia como o Brasil ficar imune ao vendaval financeiro que varria o mundo. Não havia economia num

mundo globalizado e financeirizado que fosse imune à crise de liquidez norte-americana e à recessão dos Estados Unidos. Em especial, o mercado de valores mobiliários, que tem nos investidores estrangeiros uma parcela significativa de sua movimentação, os quais dispararam um processo de venda de suas posições para cobrir eventuais perdas em suas matrizes, causando um movimento de mercado conhecido vulgarmente por efeito manada.

A reação do governo brasileiro ao impacto da crise também não escapou às críticas. Quase todas as medidas, como a redução do compulsório dos bancos, a ampliação do crédito agrícola, e a redução de impostos foram bem-vindas. Mas a relutância e o atraso nas ações, conforme amplamente alardeado pelos críticos do governo, poderiam gerar, num momento de aguda instabilidade econômica como aquele, uma repercussão negativa sobre a economia doméstica em curto e médio prazo. Houve demora na intervenção cambial, o que permitiu que o dólar alcançasse a cotação de quase R\$ 2,50.

Uma das principais armas de defesa do país – a redução dos juros – até o fim de outubro de 2008, sequer havia sido cogitada pelas autoridades econômicas do país, mesmo apesar de muitas economias já terem reduzido suas taxas aos menores níveis em vários anos. O mundo inteiro estava baixando os juros para enfrentar a recessão. Com juros a 13,75%, os bancos não emprestam para as empresas, mas para o próprio governo – e com isso ganham com os juros oficiais. Isso explica em parte a inocuidade da liberação de mais de 100 bilhões de reais do depósito compulsório no último trimestre de 2008.

Em uma situação de escassez de crédito e de perspectivas de desaquecimento da economia, o Banco Central teve de abandonar a posição conservadora: reduzir juros e expandir a liquidez entraram na ordem do dia, com redução na Selic, que chegou a 8,75% a.a, considerada agressiva em face ao conservadorismo do Comitê de Política Monetária (CPM) e à liberação do uso de parte das reservas internacionais para financiar exportações.

2.2. Risco e retorno

Principalmente diante de eventos extremos, como o exemplificado pela crise do *subprime*, a relação risco e retorno assume papel vital. E a utilização de modelos inadequados nessas situações pode fatalmente levar uma empresa, um fundo ou um investidor à bancarrota.

Três conceitos importantes para o investimento no mercado financeiro são: retorno, incerteza e risco. Retorno pode ser entendido como a apreciação de capital ao final do horizonte de investimento. Infelizmente, existem incertezas acerca do retorno que efetivamente será obtido ao final do período de investimento. Qualquer medida numérica dessa incerteza pode ser chamada de risco (DAMODARAN, 2006).

De maneira simplista, pode-se definir o risco de um ativo, ou de algum outro negócio qualquer, como a probabilidade de que o fluxo de caixa real seja diferente do fluxo de caixa esperado. Uma regra de ouro na gestão de risco é que um risco maior demanda um retorno maior e vice-versa.

Assim, o primeiro passo para definir a exposição ao risco é ter um modelo de comportamentos dos retornos. Normalmente, os retornos logarítmicos são tratados como vindos de uma distribuição gaussiana, o que ocasiona o conhecido problema de adequação das caudas, mas que também faz parte da origem da Hipótese do Mercado Eficiente.

2.3. Hipótese do Mercado Eficiente

Fama (1965) foi um dos que formulou a Hipótese do Mercado Eficiente (HME) como uma explicação para o fenômeno de *random walk*, e essa teoria tornou-se um paradigma amplamente difundido e utilizado até hoje.

Para exemplificar, imagine uma pessoa embriagada que, a cada passo que dá para frente também se desloca para direita ou para esquerda de maneira aleatória, conforme o lance de uma moeda por exemplo. Sua exata localização no futuro é incerta, mas é possível definir probabilidades para cada posição possível, de forma a se ter um modelo probabilístico que descreva a função posição da pessoa, no caso, a função gaussiana de densidade de probabilidade.

A Hipótese do Mercado Eficiente diz que os preços, em qualquer instante, de uma ação contem todas as informações e expectativas dos participantes do mercado, ou seja, expectativas e informações são como que instantaneamente precificadas. Dessa feita, negociações baseadas em informações do mercado não podem gerar lucro, pois essas já estão embutidas no preço e, portanto, o retorno esperado de investimento futuro é nulo.

$$E(S_{t+1} | I_t) = S_t$$

Ou seja, o valor esperado da ação no tempo t+1, condicionado às informações I conhecidas no tempo t corresponde ao valor atual da ação. Portanto, a cotação de uma ação não guardaria relação com, por exemplo, preço e volume de transações anteriores.

Dessa forma, segundo essa teoria, o ajustamento instantâneo dos preços das ações face às informações públicas implica na independência entre variações sucessivas de preços na sequência das negociações, ou seja, a série de mudanças de preços não tem memória e a história passada da série não pode ser usada para prever o futuro.

Em um mercado eficiente na área da informação, em que todos os participantes detêm o mesmo nível de informação e agem racionalmente, ajustando os preços imediatamente, não haveria espaço para obter lucros acima da média do mercado. Também não seria possível antecipar nenhuma nova tendência ou movimento de preços em formação. Portanto, só restariam os fatos imprevisíveis a comandar as quebras de expectativa.

Mas, no mercado real, a atualização dos preços não é instantânea e as negociações têm custo; ou seja, há certo grau de ineficiência informacional. Essa relativa ineficiência do mercado é o que permite oportunidades de lucro que compensam os investidores dos custos das transações e da obtenção de informações. O mercado real segue apenas aproximadamente o mercado eficiente. De outra feita, qualquer tentativa de previsão baseada em análise de série temporal seria em vão.

2.4. Distribuições Lévy-estáveis

As distribuições de Lévy, também conhecidas por diversos sinônimos como Pareto-Lévy, Lévy-estáveis ou simplesmente distribuições estáveis, são uma família de distribuições que permitem diversas possibilidades de simetrias e curtoses, além de terem importantes propriedades matemáticas. Essa família foi caracterizada por Paul Lévy nos anos de 1920 e 1930 (LÉVY, 1937). Alguns autores preferem chamar de distribuição de Lévy, apenas um caso particular da família de distribuições estáveis, o que não é o caso desse trabalho.

A aplicabilidade das distribuições de Lévy à modelagem financeira advém do fato de que essa generaliza a distribuição Gaussiana e permite *heavy tails*, caudas longas ou gordas, e assimetria, frequentemente observadas em dados financeiros (DANIELSSON; DE VRIES, 1997; CURTO, 2002).

Sua definição matemática é dada com base em sua função característica, pois somente para alguns casos especiais existem soluções analíticas para a função densidade de probabilidade. Nesse trabalho, a função característica foi parametrizada da seguinte maneira:

$$E \exp(iuX) = \exp\left(-\gamma^\alpha |u|^\alpha \left[1 + i\beta \left(\tan \frac{\pi\alpha}{2}\right) (\text{signu}) (|u|^{1-\alpha} - 1)\right] + i\delta u\right) \text{ para } \alpha \neq 1$$

$$E \exp(iuX) = \exp\left(-\gamma|u| \left[1 + i\beta \frac{2}{\pi} (\text{sign}u) \ln(\gamma|u|)\right] + i\delta u\right) \quad \text{para } \alpha = 1$$

O parâmetro α é chamado de índice da lei, índice de estabilidade ou ainda expoente característico e varia entre $0 < \alpha \leq 2$. O parâmetro β é chamado assimetria da lei e varia entre $-1 \leq \beta \leq 1$. Se $\beta = 0$, a distribuição é simétrica, se $\beta > 0$ é assimétrica para direita, e se $\beta < 0$ é assimétrica para esquerda. Os parâmetros α e β determinam a forma da distribuição. O parâmetro γ é um parâmetro de escala, e pode ser qualquer número positivo. O parâmetro δ é de localização, e translada a distribuição para direita se $\delta > 0$, e para esquerda se $\delta < 0$.

3. Outras pesquisas

A TVE permite muitas e diversas abordagens no tratamento dos eventos extremos. Abaixo se contempla um breve apanhado de diversos escritos utilizados na feitura desse trabalho.

Uma divisão aparente na abordagem da TVE é (i) fitar uma das possíveis distribuições de caudas longas para a série temporal em estudo, (ii) usar diferentes distribuições para o centro e para as caudas das séries temporais, conhecido como truncamento ou (iii) fitar uma distribuição apenas para valores extremos. Nesse último é de fundamental importância determinar o que é um valor extremo e/ou estabelecer um limiar, a partir do qual o valor será usado para fitar uma distribuição quer de máximos quer de mínimos (DE VRIES; HOLS, 1991; EMBRECHTS, KLÜPPELBERG; MIKOSCH, 1997).

Do estudo bibliográfico da aplicação da TVE sobre séries temporais financeiras chegasse aos seguintes fatos estilizados (KEARNS; PAGAN, 1997; MANTEGNA; STANLEY, 2000; COSTA; BAIDYA, 2001; ARRAES; ROCHA, 2006):

- retornos são em geral não auto correlacionados;
- os quadrados dos retornos são auto correlacionados;
- apresentam agrupamentos de volatilidade ao longo do tempo;
- a distribuição dos retornos apresenta caudas mais pesadas do que uma distribuição Gaussiana;
- a distribuição, embora aproximadamente simétrica, é em geral leptocúrtica;
- algumas séries de retornos são não lineares.

Entretanto, quando se trata da aplicação das distribuições de Lévy ao mercado acionário, escassas são as pesquisas que tratam da realidade brasileira, considerando que, até o presente momento, não há notícia de nenhum trabalho que modelasse nesses termos as duas principais ações do país nos termos aqui realizados.

Souza e Silva (1999) procuram em seu trabalho comparar o desempenho dos modelos Gaussiano, GARCH normal, GARCH t-Student, EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average* - Metodologia *RiskMetrics* do *JPMorgan*) e TVE – Fisher-Tippett, quando aplicados a duas séries financeiras reais: retornos d C-Bond e retornos de Telebrás. Os resultados de seu estudo indicam que a TVE é mais indicada para a modelagem das caudas, a níveis de significância menores ou iguais a 1%, e que modelos do tipo GARCH desempenham melhor no interior da distribuição.

Arraes e Rocha (2006) investigaram a estimação de perdas máximas esperadas para séries financeiras (Ibovespa, Merval, Dow Jones) empregando-se (i) métodos tradicionais que utilizam dados amostrais para analisar a variável aleatória em questão, e a (ii) Distribuição Generalizada dos Valores Extremos (DGVE), utilizando-se apenas um conjunto de máximos amostrais para a estimação das perdas máximas esperadas. Os autores concluíram que os métodos tradicionais subestimam as

perdas esperadas, e que a Distribuição Generalizada dos Valores Extremos mostrou-se mais eficiente na previsão dessas perdas extremas nas séries analisadas.

Morita, Bueno e Pires (2008) aplicaram o algoritmo de Danielson e De Vries (1997) e métodos de estimação paramétricos para calcular o *value-at-risk* dos índices Ibovespa e MSCI Industrial baseado na distribuição dos extremos. Seu estudo mostra que os métodos paramétricos e não paramétricos baseados na TVE são consideravelmente melhores que o método convencional, Gaussiano, no computo do *value-at-risk* de carteiras de ativos. Sugerem, ainda, a integração dos métodos de cálculo de VAR em condições normais e extremas.

Mattedi et al. (2001) analisam o comportamento físico-estatístico do índice de ações norte-americano S&P 500 futuro. Foram analisados dados reais da evolução e da variação dos preços obtidos com intervalo de um minuto, para o período de abril/1998 a março/2001. Testaram-se modelos de probabilidade e verificou-se a autocorrelação entre os dados. Os resultados mostram que a hipótese de comportamento difuso anômalo para uma série de preços de ativos financeiros apresenta-se como interessante alternativa a ser considerada na modelagem de preços.

Cortines (2005) analisou as flutuações de preço do mercado de ações brasileiro (Ibovespa) em escala de tempo intradiária, no período de 2002 – 2004, considerando distribuições q-Gaussianas $P(q)$ (x,t) provenientes da estatística não extensiva de Tsallis. Os resultados mostram que, quando os retornos de preço são medidos em escalas temporais de até 30 minutos, as distribuições empíricas são bem descritas por q-Gaussianas, com parâmetro não extensivo q estacionário e com truncamento exponencial das caudas. Ainda, a presença de correlação temporal retarda a convergência das distribuições de retornos de preços para o regime Gaussiano de acordo com o Teorema Central do Limite (TCL). Os resultados indicam, ainda, que esta modelagem fornece uma descrição adequada para a dinâmica das flutuações de preços intradiárias do Ibovespa.

Curto (2002) analisou a adequação da aplicação de uma distribuição de Pareto estável às distribuições empíricas da rentabilidade dos índices PSI20, DAX e DJIA. A distribuição das taxas de rentabilidade diárias dos três índices (PSI20, DAX e DJIA) evidencia um excesso de curtose em relação à distribuição normal. Pelos resultados, uma distribuição de Pareto estável parece ser mais adequada do que uma distribuição Gaussiana para modelar a distribuição não condicionada dos três índices.

Gleria, Matsushita e Da Silva (2004) fazem um apanhado inicial e geral das principais ideias relacionadas à Teoria dos Sistemas Complexos (TSC), criticalidade e leis de potência. Concluem ser possível que a única causa geral para eventos como terremotos, incêndios florestais, extinções de espécies e *crashes* de bolsas de valores, seja a organização interna de um estado crítico, que faz com que eventos raros sejam não apenas possíveis, mas inevitáveis. Os fundamentos de um estado crítico refletem-se em leis estatísticas simples: leis de potência, que não tem escala característica, revelando a ausência de um “tamanho” esperado para o próximo evento.

Ribeiro e Leal (2002) avaliam a hipótese de que o processo estocástico gerador dos retornos de diversos mercados emergentes da Ásia e das Américas segue um processo aleatório não normal alfa-estável (sinônimo de distribuição Lévy-estável). Por meio de estimativas dos parâmetros da distribuição e de simulações, encontraram evidências de que esses retornos realmente seriam mais bem descritos pela distribuição alfa-estável ou distribuição fractal. Concluíram que as estimativas fornecidas para modelos usuais de finanças, como os otimizadores de média e variância de Markowitz e o modelo de apreamento de opções de Black e Scholes, podem ser mais bem estimados por meio da distribuição alfa-estável.

4. Metodologia

Para a modelagem dos dados, foram levantados, na plataforma Economática, as séries históricas do Índice Bovespa, das ações preferenciais da Petrobrás (PETR4) e da Vale (VALE5); as

duas maiores empresas na bolsa e as únicas a terem liquidez em suas opções. As cotações foram tomadas com intervalo diário, semanal, mensal e trimestral, para o período de janeiro de 1997 a dezembro de 2009, em reais sem correção da inflação. A justificativa é por esse período refletir um momento de relativa estabilidade econômica do país, com inflação controlada pós-plano Real e taxa básica de juros da economia centralizada na taxa Selic.

Os parâmetros de análise seguem resumidos abaixo com os respectivos softwares utilizados.

- Curtose (estatística descritiva e gráficos – Minitab).
- Assimetria (estatística descritiva e gráficos – Minitab).
- Índices de Autocorrelação e Periodograma (Statgraphics).
- Testes de aleatoriedade (Statgraphics).
- Testes de Gaussianidade e adequação de distribuição (Minitab e EasyFit).
- Estimação dos parâmetros e fitagem de Lévy (ToolBox Stable do MatLab).

Os índices de autocorrelação calculados foram para os primeiros 21 intervalos de tempo, e os testes de aleatoriedade utilizados foram o periodograma acumulado, up e down, box-pierce a above and below presentes no software Statgraphics®.

O teste de gaussianidade, executado no software Minitab®, foi o de Kolmogorov-Smirnov, também confrontado com o método gráfico no Easy Fit®, foram realizados os testes de adequação dos dados de distribuições estatísticas, usando também as estatísticas de Kolmogorov-Smirnov. Já a estimação dos parâmetros, seja para a distribuição de Gauss ou de Lévy foi feita pelo método da máxima verossimilhança, e o segundo foi executado no ToolBox Stable® do software Matlab®. Também nesse software, foi realizado o teste de Kolmogorov-Smirnov para a adequação dos dados à distribuição de Lévy encontrada.

5. Resultados e conclusões

Praticamente em todos os casos analisados, a curtose dos retornos ficou bastante superior à curtose da distribuição gaussiana, mostrando que o mercado brasileiro também apresenta problemas de caudas longas na distribuição de seus retornos. A assimetria apresentou resultados diversos. Segundo a HME, a expectativa seria de um equilíbrio entre retornos positivos e negativos, porém, devido à inflação, seria coerente que seu valor fosse levemente positivo o que prevalece apenas para os retornos das ações da Vale, mas não para o Ibovespa e a Petrobrás. Os fatos acima podem ser observados na Tabela 1.

O que se observa no caso da Petrobrás é uma quantidade de retornos negativos intensos numa frequência bastante superior aos positivos, como se essa estivesse sujeita a eventos negativos extremos por mais vezes do que eventos positivos extremos. O que pode refletir a insegurança do mercado em relação a uma empresa estatal.

Já a análise das séries temporais mostrou-se quase sempre coerente com a HME, na medida em que a aleatoriedade esteve presente nos dados. Entretanto houve algumas surpresas nos dados diários da Vale e da Petrobrás e nos dados mensais da Vale, que reprovaram em mais de um dos testes de aleatoriedade: indicando uma potencial não aleatório dessas séries e, portanto, uma divergência em relação ao paradigma do mercado eficiente, conforme Quadro 2.

Tabela 1 - Estatística descritiva (Minitab) para dados diários, semanais, mensais e trimestrais para o Índice Bovespa e ações da Vale e da Petrobrás.

Variável	Total de dados	Média	Desvio padrão	Mediana	Assimetria	Curtose
Ibovespa Diário	3204	0,000712	0,023548	0,001486	0,31	11,78
Ibovespa Semanal	675	0,00337	0,04872	0,00643	-0,62	3,28
Ibovespa Mensal	155	0,01384	0,09991	0,02409	-1,35	4,39
Ibovespa Trimestral	51	0,0396	0,1806	0,0295	-0,05	0,20
Vale Diário	3204	0,001217	0,027732	0,000851	0,87	14,26
Vale Semanal	675	0,00574	0,05744	0,00556	0,54	6,03
Vale Mensal	155	0,02393	0,11695	0,01690	0,89	6,72
Vale Trimestral	51	0,0723	0,1850	0,1102	-0,01	-0,14
Petrobrás Diário	3201	0,001083	0,027881	0,001179	-0,22	6,60
Petrobrás Semanal	675	0,00511	0,06044	0,00996	-0,81	3,73
Petrobrás Mensal	155	0,0211	0,1326	0,0344	-1,63	7,98
Petrobrás Trimestral	51	0,0626	0,2086	0,0730	-0,41	1,35

Quadro 2 - Comportamento face aos testes/requisitos de aleatoriedade para Ibovespa, Vale e Petrobrás diário, semanal, mensal e trimestral.

Variável	Critérios de aleatoriedade			
	Periodograma	Box-pierce	Up and down	Above and below
Ibovespa diário	aleatório	não aleatório	aleatório	aleatório
Ibovespa semanal	aleatório	aleatório	aleatório	aleatório
Ibovespa mensal	aleatório	aleatório	aleatório	aleatório
Ibovespa trimestral	aleatório	aleatório	aleatório	aleatório
Vale diário	aleatório	não aleatório	não aleatório	não aleatório
Vale semanal	aleatório	aleatório	aleatório	aleatório
Vale mensal	aleatório	não aleatório	não aleatório	aleatório
Vale trimestral	aleatório	aleatório	aleatório	aleatório
Petrobrás diário	não aleatório	não aleatório	não aleatório	não aleatório
Petrobrás semanal	aleatório	não aleatório	aleatório	aleatório
Petrobrás mensal	aleatório	aleatório	aleatório	aleatório
Petrobrás trimestral	aleatório	aleatório	aleatório	aleatório

Em um dos casos, vale mensal, as autocorrelações sugerem o fenômeno de reversão à média. A Figura 2 mostra a alternância de sinal entre as autocorrelações, indicando que retornos positivos têm maior probabilidade de serem seguidos por retornos negativos e, assim, vice-versa. Comportamento conhecido no mercado como realização de lucros após uma alta ou a compra de ativos de uma baixa.

Embora a literatura tradicional adote o retorno logarítmico dos ativos como de distribuição normal, foram feitos teste de adequação com outras distribuições comuns, inclusive que admitem assimetria. Os resultados ilustrados para os dados do Ibovespa diário estão sintetizados na Tabela 3. Nela se percebe como a distribuição gaussiana de fato é uma das distribuições que oferece melhor ajuste aos dados.

Tabela 3 - Testes de adequação dos dados a múltiplas distribuições classificados em ordem crescente da estatística de Kolmogorov-Smirnov

Distribuição	Estatística de Kolmogorov-Smirnov
Gaussiana	0,04986
Lognormal (3P)	0,05055
Gamma (3P)	0,05198
Beta	0,05346
Pareto generalizada	0,08161
Gumbel Max	0,09562
Uniforme	0,10656
Weibull (3P)	0,1073
Rayleigh (2P)	0,42663
Triangular	0,4407
Exponencial (2P)	0,50825

Em relação à distribuição de probabilidades há uma clara tendência a gaussianidade à medida que a frequência dos dados diminui de diário para trimestral. Essa tendência é consoante com o esperado como consequência do TCL, na qual a diluição dos dados ao longo do tempo também contribui para que não haja uma variância predominantemente diferente das demais e, como observado nos testes de aleatoriedade que acusam dados trimestrais independentes, se fortalece a hipótese inicial do TCL de variáveis independentes e identicamente distribuídas.

Entretanto, conforme fica evidenciado no Quadro 4, para os dados diários, mensais e trimestrais, a distribuição Gaussiana mostra-se inadequada e há a prevalência de curvas leptocúrticas e assimétricas com caudas longas, de acordo com ampla bibliografia sobre distribuições de retornos de ativos financeiros.

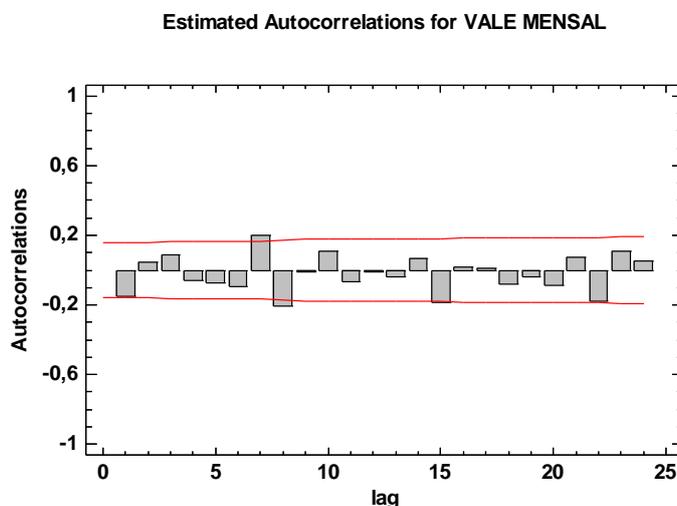


Figura 2 - Gráfico das autocorrelações estimadas para a Vale mensal por intervalo de tempo.

Quadro 4 - Comportamento face aos testes/requisitos de Gaussianidade para Ibovespa, Vale e Petrobrás diário, semanal, mensal e trimestral.

Variável	Critérios de Gaussianidade			
	Curtose	Assimetria	Presença de Fat Tail	Teste de KS
Ibovespa diário	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Ibovespa semanal	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Ibovespa mensal	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Ibovespa trimestral	Gaussiana	Gaussiana	Gaussiana	Gaussiana
Vale diário	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Vale semanal	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Vale mensal	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Vale trimestral	Gaussiana	Gaussiana	Gaussiana	Gaussiana
Petrobrás diário	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Petrobrás semanal	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Petrobrás mensal	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana
Petrobrás trimestral	não Gaussiana	não Gaussiana	não Gaussiana	Gaussiana

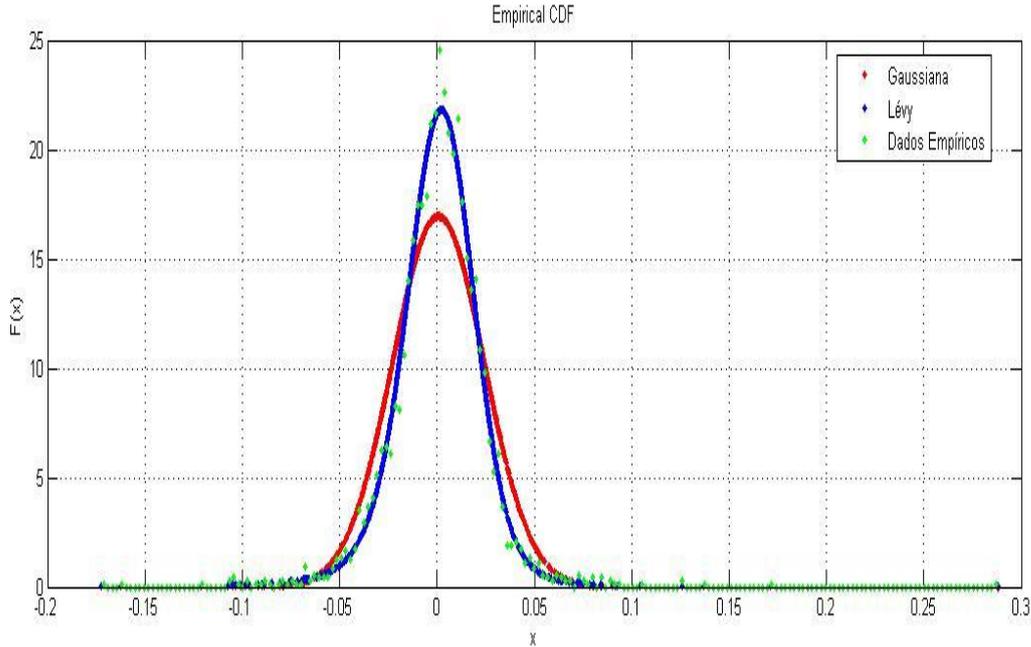
Para efeitos de comparação, a Tabela 5 mostra a diferença entre as probabilidades de ocorrência de eventos para Índice Bovespa diário para curva Gaussiana e Lévy. É nítido que a curva de Lévy atribui probabilidades maiores para a ocorrência desses a partir de três desvios padrão, ou seja, nas caudas, o que é consentâneo com a ampla bibliografia sobre dados financeiros.

Tabela 5 - Comparação Gaussiana versus Lévy para Ibovespa diário.

Desvios Padrão	Retorno LN	Probabilidade Gaussiana de ocorrência (%)	Probabilidade de Lévy de ocorrência (%)
1	0,02426	31,74	21,72
2	0,047808	4,56	3,36
3	0,071356	0,26	1,22
4	0,094904	0,006	0,68
5	0,118452	0,0000573304	0,46
6	0,142	0,0000001974	0,32

A Figura 3 permite a visualização gráfica da tabela acima, e demonstra a melhor adequação da distribuição de Lévy para os dados do Índice Bovespa diário tanto para o centro da distribuição quando para as caudas.

Figura 3 - Comparação do histograma de retornos normalizados com as distribuições Gaussiana e Lévy para os dados do Índice Bovespa diário.



Porém, apesar de mais adequada para o Ibovespa diário, não foram para todos os ativos e períodos que a distribuição de Lévy aparentou-se como a mais adequada aos dados, conforme mostrado na Tabela 6.

Tabela 6 – Teste Kolmogorov-Smirnov de fitagem da distribuição de Lévy parametrizada para Ibovespa, Vale e Petrobrás diário, semanal, mensal e trimestral.

Variável	<i>p-value</i>	Probabilidade de cauda ($D > d$)	Fitagem
Ibovespa diário	0,0140	0,5552	Lévy
Ibovespa semanal	0,0260	0,7442	Lévy
Ibovespa mensal	0,0377	0,9781	Lévy
Ibovespa trimestral	0,1257	0,3725	Gaussiana
Vale diário	0,0154	0,4267	Lévy
Vale semanal	0,0221	0,8944	Lévy
Vale mensal	0,0434	0,9272	Lévy
Vale trimestral	0,0991	0,6762	Gaussiana
Petrobrás diário	0,0177	0,2655	Lévy
Petrobrás semanal	0,0199	0,9509	Lévy
Petrobrás mensal	0,0362	0,9858	Lévy
Petrobrás trimestral	0,0900	0,7841	Gaussiana

Apesar de não ter sido o que aconteceu no caso da Figura 3, a distribuição de Lévy também costuma superestimar a frequência de eventos extremos, quando confrontada com os retornos

empíricos. Essa característica não pode ser classificada como uma falha do modelo, mas justamente com uma frequência pequena, ainda que não tão pequena quanto o previsto pela distribuição gaussiana para o mercado financeiro. Assim, um evento que, por exemplo, ocorre uma vez a cada dez, uma vez a cada cem anos, ou mais, não estaria presente nos retornos observados, porém não pode ser excluído de um modelo de comportamento que pretende controlar o risco.

Alguns estudos contornam esse problema de conservadorismo das caudas truncando-a e utilizando outro modelo matemático para seu tratamento em especial, a distribuição de Tsallis, conforme Cortines (2005), para eventos intradiários.

Mas, de fundamental importância para um gestor de recursos, é reconhecer esse problema das caudas e adequar sua exposição ao risco em face dele. A sugestão deste trabalho é utilizar a distribuição de Lévy, que tem uma base teórica sólida e adequação empírica bastante satisfatória, para se lidar de maneira mais conservadora com o risco em diversas formas de adequação ao risco, como o Value at Risk (VaR), a fim de evitar casos como os observados com Sadia e Aracruz; para ficar somente no exemplo nacional recente.

Em consonância com essa aplicação esta uma precificação mais adequada dos derivativos, por isso o interesse especial em Vale e Petrobrás. O modelo inicial de precificação de opções, Black e Scholes, parte de diversas hipóteses nem sempre observadas nos mercados, uma delas é a distribuição gaussiana dos retornos logarítmicos. A contribuição desse trabalho está em justamente utilizar a distribuição de Lévy para esse fim, com o objetivo de se chegarem a valores mais corretos para as opções, refletindo de maneira mais fiel as probabilidades de movimento do mercado. Porém, o desenvolvimento de um modelo completo para tal precificação ainda envolve muita investigação, sendo esse apenas um apontamento para trabalhos futuros.

Uma sugestão é investigar se os dados se mantêm estáveis quando a série é embaralhada e reescalada. Se os dados realmente obedecerem a uma distribuição Lévy, os dados renormalizados também devem ter distribuição Lévy, conforme sugerem Viswanathan et al. (2003) e Nascimento et al. (2007). Isso pode ser feito para os três ativos estudados e em diferentes janelas de tempo.

6. Considerações finais

Os trabalhos aplicando a teoria dos valores extremos ao mercado financeiro ainda são muito restritos na literatura científica nacional. Apesar de existirem algumas iniciativas de modelagem do índice Bovespa para dados diários e intradiários, não foi encontrado nenhuma pesquisa que o fizesse para outros períodos de tempo, outros ativos da bolsa de valores e que utilizassem a distribuição de Lévy para esse fim.

Por isso, realizou-se um levantamento dos retornos logarítmicos para o período de 1997 a 2009 do Ibovespa, ações da Vale e Petrobrás, no qual ficou evidente o problema das caudas longas e a falta de adequação da distribuição gaussiana para os dados diários, semanais e mensais; somente os dados trimestrais se mostraram coerentes com a distribuição de Gauss.

Também a aleatoriedade dos dados foi rejeitada em alguns casos, dados diários do Ibovespa, da Vale e da Petrobrás, e mensais da Vale, dois fatos exemplos de contrários ao pregado pela HME, indicando a necessidade de maiores estudos sobre o comportamento dos mercados.

Na busca de se tratar melhor os retornos, em especial na existência de eventos extremos, utilizou-se a distribuição de Lévy. Solução sustentada pelo resultado teórico do TCL generalizado. Da análise dos resultados, pode-se concluir que a aplicação de um modelo baseado na distribuição de Lévy mostrou-se mais adequada que o modelo Gaussiano para o índice Bovespa, Vale e Petrobrás diário, semanal e mensal, e o modelo Gaussiano para os dados trimestrais.

Assim, sugere-se a aplicabilidade e a continuação das investigações do modelo de Lévy para uma melhor mensuração do risco do mercado brasileiro, seja em medidas de exposição ao risco, como

a VaR, seja na precificação de derivativos ou na reformulação, pontual ou mais drástica, na hipótese do mercado eficiente.

7. Referências

ARRAES, RONALDO A.; ROCHA, ALINE S. Perdas extremas em mercados de risco. *Revista Contabilidade e Finanças*, São Paulo, v. 17, n. 42, p. 22-34, Set./Dez. 2006.

BOX, George; JENKINS, Gwilym. *Time series analysis: forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day, 1970.

CORTINES, A. A. Gomes. *Dinâmica intradiária do mercado de ações brasileiro*. 2005. Dissertação (Mestrado em Física) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

COSTA, P. H. S.; BAIDYA, T. K. N. Propriedades estatísticas das séries de retorno das principais ações brasileiras. *Pesquisa Operacional*, Rio de Janeiro, v. 21, n. 1, p. 61-87, Jun. 2001.

CURTO, J. J. Dias. Distribuição de Pareto estáveis: aplicação aos índices PSI20, DAX e DJIA. In: *Temas em métodos quantitativos*. Lisboa: Ed. Silabo, 2002.

DAMODARAN, Aswath. *Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para determinação do valor de qualquer ativo*. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2006.

DANIELSSON, Jon; DE VRIES, Casper G. Tail index and quantile estimation with very high frequency data. *Journal of Empirical Finance*, Londres, v. 4, n. 2-3, p. 241-257, Jun. 1997.

DE VRIES, C. G.; HOLS, M. C. A. B. The limiting distribution of extremal exchange rate returns. *Journal of Applied Econometrics*, Los Angeles, v. 6, n. 3, p. 287-302, Set. 1991.

EMBRECHTS, P.; KLÜPPELBERG, C.; MIKOSCH, T. *Modelling extremal events for insurance and finance*. Berlin: Springer, 1997.

FAMA, Eugene F. The behaviour of stock prices. *Journal of Business*, Chicago, v. 38 n. 1, p. 34-105, Jan. 1965.

GLERIA, Iram; MATSUSHITA, Raul; DA SILVA, Sergio. Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 26, n. 2, p. 99-108, Jun. 2004.

HARTMANN, Philipp. Banking System Stability: A Cross-Atlantic Perspective. In: *The Risks of Financial Institutions*. Cambridge: National Bureau of Economic Research, 2007. p. 133-192.

JORION, Philippe. *Value-at-Risk*. New York: Irwin, 1997.

KEARNS, P.; PAGAN, A. R. Estimating the tail density index for financial time series. *Review of Economics and Statistics*, Cambridge, v. 79, n. 2, p. 171-175, Dez. 1997.

LÉVY, Pierre. *Théorie de l'addition des variables aléatoires*. Paris: Gauthier-Villars, 1937.

MANTEGNA, R.N.; STANLEY, H.E. *An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

MATTEDI, Adriana P. et al. Análise físico-estatística do índice “S&P500” futuro: um estudo de caso para 1998-2001. In: I WORCAP, 2001, São José dos Campos. *Anais...* São José dos Campos: INPE, 2001. p. 100-102.

MORITA, Rubens H.; BUENO, R. L. S.; PIRES, Ricardo A. Controlando o pânico. *Economia Aplicada*, Ribeirão Preto, v. 12, n. 1, p. 29-54, Jan./Mar. 2008.

NASCIMENTO, H. B. et al. Porque as bolsas de valores quebram: a origem das caudas grossas nas distribuições de retornos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 29, n. 3, p. 341-346, Jul./Set. 2007.

RIBEIRO, Túlio Silva; LEAL, R. C. C. Estrutura fractal em mercados emergentes. *RAC*, Curitiba, v. 6, n. 3, p. 97-108, Set./Dez. 2002.

SOUZA, L. A. R.; SILVA, M. E. *Teoria de valores extremos para cálculo de VAR*. Finance Lab Working Papers. São Paulo: FEA-USP/Ibmec, 1999.

VISWANATHAN, G. M. et al. The origin of fat-tailed distributions in financial time series. *Physica A*, Dublin, v. 329, n. 1-2, p. 273-280, Nov. 2003.