

ANÁLISE NUMÉRICA DA EFICIÊNCIA DE LAJES NERVURADAS TRIDIRECIONAIS

NUMERICAL ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF THREE-WAY SLABS

Í.L. Salomão¹, V.L.S. Velasco², E.D. Sotelino³

¹ Mestre em Estruturas – PUC-Rio, italosalomao@hotmail.com;

² Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio, marta@puc-rio.br;

³ Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio, edsotelino@gmail.com.

Resumo

Ao estudar o caminho das cargas em placas carregadas uniformemente, observa-se que as tensões oriundas desse carregamento se dissipam em um fluxo que segue em direção aos apoios de maior rigidez. A fim de obter um aumento na eficiência do sistema, propõe-se a inclinação das nervuras para o mesmo plano do caminhamento das tensões, gerando assim uma grelha rotacionada. Através dessa teoria surgem as lajes tridirecionais, ou seja, armadas em três direções, sendo uma delas transversal e as duas restantes com angulação de 45° em relação aos eixos cartesianos da laje. Este trabalho tem como objetivo verificar o comportamento da laje nervurada tradicional, da laje nervurada rotacionada e da laje nervurada tridirecional. Foi desenvolvido um estudo no regime elástico-linear, no qual o modelo selecionado utiliza elementos de casca para representar a capa de concreto e elementos de viga para representar as nervuras, ambos com seis graus de liberdade por nó. Foram utilizadas ligações rígidas para conectar estes elementos a fim de capturar a posição relativa entre a capa e as nervuras. Os resultados encontrados através do programa de elementos finitos *Robot*, permitiram comparar os três tipos de lajes em termos dos deslocamentos obtidos no Estado Limite de Serviço, da quantidade de aço determinada através do dimensionamento no Estado Limite Último, e do volume de concreto. Observou-se que as lajes nervuradas tradicionais resultaram em um comportamento estrutural melhor, com lajes mais rígidas e mais econômicas sob o ponto de vista da quantidade de materiais utilizados.

Palavras-chave: Modelagem numérica, laje nervurada tridirecional, nervuras diagonais.

Abstract

By studying the load paths on plates evenly loaded, it is observed that the stresses dissipate towards the more rigid restraints. In order to increase the efficiency of the system, a new system has been proposed in which the ribs follow the orientation of the path of the stresses, thereby generating a rotated grid. Based on this theory, three-way slabs (reinforced in three directions) are developed. In these slabs, the ribs are such that one is placed in the transverse direction and the remaining two at an angle of 45 ° with respect to Cartesian axes of the slab. The goal of this study is to investigate the behavior of a traditional waffle slab, a rotated ribbed slab and a three-way slab. A study using finite element modeling was carried out considering the linear elastic regime. The selected model uses shell elements to represent the concrete cover and beam elements to represent the ribs, both with six degrees of freedom per node. Rigid links were used to connect those elements in order to capture the relative position between them. The results found using the software *Robot* allowed the comparison between the three types of slabs in terms of displacements obtained from the Service Limit State, amount of steel determined by designing in the Ultimate Limit State and volume of concrete. It was observed that the traditional ribbed slabs had an overall better structural behavior, resulting in slabs that are more rigid and more economical regarding the amount of materials used.

Keywords: Numerical modeling; three-way waffle slabs; diagonal ribs.

1 INTRODUÇÃO

A laje nervurada é uma solução estrutural bastante adotada devido à parcela de concreto da zona tracionada ser substituída por materiais inertes, gerando uma estrutura mais leve e econômica. As tensões oriundas de carregamentos uniformes que atuam nestas lajes dissipam-se naturalmente para os elementos mais rígidos, não gerando fluxo de tensões ortogonais as bordas da laje. A fim de aperfeiçoar o comportamento estrutural do sistema, alguns autores propõem, através de estudos baseados em processos de análise com pouca precisão, a inclinação das nervuras para o mesmo plano do caminhamento das tensões, gerando assim uma grelha rotacionada com menores deflexões e momentos fletores.

Devido a atual possibilidade tecnológica de execução das grelhas rotacionadas, do caráter econômico a qual a laje está relacionada no custo final da construção e da baixa precisão nos estudos apresentados até o momento, este trabalho tem como objetivo comparar o comportamento da laje nervurada tradicional, a rotacionada e a tridirecional, a fim de tornar possível a escolha do sistema estrutural mais econômico e com maior rigidez a ser utilizado nas construções de lajes. O estudo abrange lajes nervuradas apoiadas em faixas maciças ou nervuradas, sustentadas por apoios flexíveis sem restrição a rotação e aos deslocamentos vertical e horizontal. É feita uma análise elástica linear através do método dos elementos finitos e uma comparação quanto à interferência da relação entre os vãos nas direções x e y nos esforços internos e deslocamento da laje, e o que isso implica para o dimensionamento da estrutura.

2 LAJES NERVURADAS ROTACIONADAS E TRIDIRECIONAIS

As lajes rotacionadas e tridirecionais consistem no remanejamento das nervuras para o mesmo plano das tensões principais, com a intenção de aperfeiçoar o sistema estrutural. Devido à dissipação das tensões serem em planos inclinados em relação aos bordos, as nervuras são rotacionadas para acompanhar o fluxo do carregamento em direção aos apoios de maior rigidez (Figura 1).

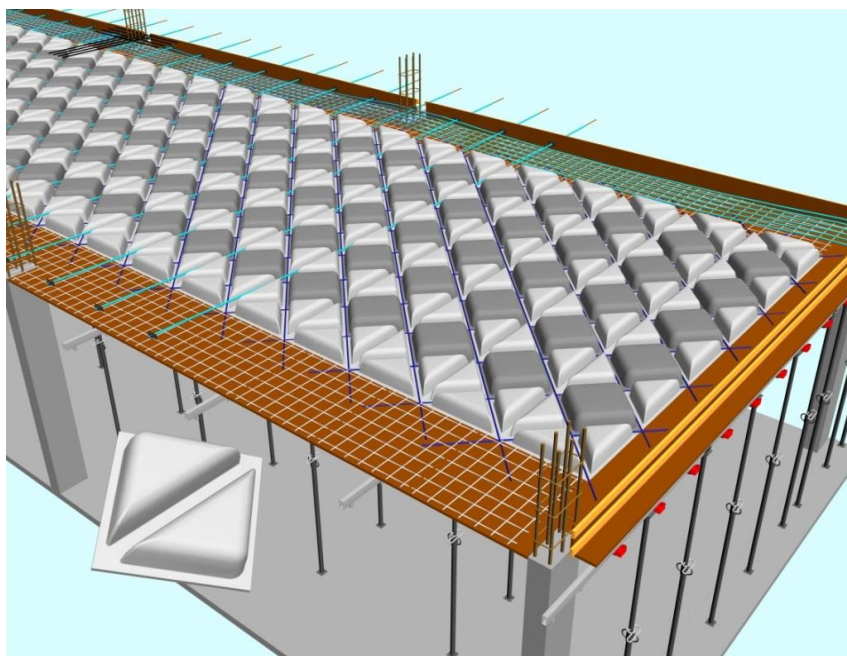


Figura 1 - Laje nervurada tridirecional protendida (SILVA (2012)).

Rocha (1956) realizou, a partir do método das grelhas equivalente, um estudo prático que propôs equações dos momentos em lajes armadas ortogonalmente às bordas, e em lajes inclinadas a um ângulo de 45° do seu eixo cartesiano. Este estudo concluiu que as lajes com armadura inclinada apresentam valores para momentos máximos próximos aos das lajes maciças, ou seja, possuem um melhor comportamento estrutural com uma grande economia de concreto devido à criação de espaços vazios na borda tracionada. Sua justificativa é a existência de maior entrelaçamento das vigas com a disposição inclinada.

Rocha (1956) ainda afirma que para o caso das lajes engastadas no contorno, o método rotacionado apresenta ainda maior diferença perante o bidirecional, pois as nervuras próximas aos vértices apresentam um momento positivo pequeno já que estas terão comprimentos menores que as centrais. À medida que a relação entre vãos tende a infinito, o uso dessa metodologia se torna desvantajoso, pois o método bidirecional apresenta momentos menos expressivos devido às nervuras terem comprimentos menores.

Os resultados apresentados por Rocha (1956), por terem sido obtidos através de um processo analítico de baixa precisão, não podem ser tomados como parâmetros para conclusão do sistema de laje mais eficiente devendo, portanto, ocorrer à verificação desde novo processo construtivo através de métodos numéricos de maior precisão, como o método dos elementos finitos.

2.1 Lajes Contínuas Ligadas por Vigas Faixas Nervuradas

A partir da nova configuração rotacionada das formas, se torna possível dado à continuidade da modulação das caixas, a utilização de faixas compostas por nervuradas entre lajes, um sistema divergente das faixas maciças hoje utilizadas. Com isso, as faixas que separam e recebem o carregamento das lajes, antes maciças, se tornam um conjunto de vigas (nervuras) atribuindo uma maior economia para este método, não só de concreto, mas de armadura devido a não utilização de estribos no novo sistema de faixas nervuradas.

A análise dessas faixas deve ser feita com atenção, pois somente nos casos que ela apresente rigidez muito maior que as das nervuras é que se pode assumir que as lajes apoiam-se nelas, caso contrário toda a superfície se deforma como uma estrutura unificada. Com isso, é necessário observar a deformação da faixa, que pode ocasionar o aumento dos momentos positivos da laje e diminuir os negativos na proximidade das faixas.

Portanto para as faixas rígidas, deve-se adotar o cálculo como viga com a carga total transmitida pelos painéis vizinhos. Já para as semirrígidas, o cálculo da carga total deve ser o produto de uma constante que relacione os momentos de inércia da faixa e da laje, pelas cargas dos painéis vizinhos, e somado a isto, um valor de carga como se a faixa não estivesse recebendo carregamento devido aos painéis.

3 MÉTODO DA GRELHA EQUIVALENTE E MÉTODO DA PLACA DELGADA

Sabemos que a laje é um elemento bidimensional, podendo ser analisada pela teoria das placas de Kirchhoff, portanto, os momentos fletores em um elemento dependem tanto da curvatura em uma direção, quanto da curvatura na direção ortogonal. Já para as vigas, elementos unidimensionais, os momentos

fletores nas barras só dependem da sua curvatura axial. Essa simplificação gera erros nos deslocamentos, esforços e deformações.

Na consideração através do método das grelhas, i.e, conjunto de elementos de viga interconectados formando uma malha, o coeficiente de Poisson não influencia na rigidez a flexão (Equação 1), diferentemente da placa (Equação 2).

$$D_{viga} = E \frac{bh^3}{12} \quad \text{Equação 1}$$

$$\begin{bmatrix} m_{xx}(x,y) \\ m_{yy}(x,y) \\ m_{xy}(x,y) \end{bmatrix} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{xx}(x,y) \\ X_{yy}(x,y) \\ X_{xy}(x,y) \end{bmatrix} \quad \text{Equação 2}$$

Como a rigidez a flexão da placa é dependente do Coeficiente de Poisson, seus esforços internos e deslocamentos também serão, o que não acontece para a viga. Se compararmos, no entanto a rigidez a torção na base de 1 metro, observaremos que o momento de inércia a torção de uma viga é o dobro de uma faixa de laje.

Por fim, se compararmos o módulo de elasticidade transversal, observa-se um comportamento inverso para cada uma das metodologias, onde para a placa (Equação 3) com o aumento do Coeficiente de Poisson, há um aumento na rigidez e consequentemente uma diminuição nos deslocamentos, ocorrendo o oposto para as vigas (Equação 4).

$$G_{placa} = \frac{1}{1-\nu^2} \geq 1 \quad \text{Equação 3}$$

$$G_{viga} = \frac{E}{2(1+\nu)} \leq 1 \quad \text{Equação 4}$$

Para as deformações, a diferença entre os métodos se dá devido ao confinamento lateral existente no modelo de placa para cada elemento infinitesimal, o que não ocorre nas vigas da grelha, pois estas são peças lineares com comportamento em uma única direção.

Torna-se portanto de baixa confiabilidade os resultados apresentados por Rocha (1956) e expostos no item 2 deste trabalho.

4 MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS

Na discretização de um meio contínuo em elementos finitos, compondo para cada elemento um conjunto de equações que sejam solucionadas numericamente, deve-se ter conhecimento dos graus de liberdade de cada elemento, e o que as simplificações representam na solução da estrutura global, a fim de gerar a menor quantidade de erros possíveis de modelagem.

O processo de discretização consiste na subdivisão do contínuo em elementos conectados através de seus nós, determinando assim a geometria e os graus de liberdade (GDL) do sistema. Estes são as incógnitas a serem determinadas pela solução numérica e representam a liberdade que cada nó tem em transladar ou rotacionar. Como os resultados são determinados somente nos GLD dos nós, para o

conhecimento dos deslocamentos e rotações em qualquer ponto do elemento deve-se realizar a interpolação através das funções de forma.

4.1 Validade e precisão do modelo

Para que a modelagem de uma estrutura através do método dos elementos finitos seja válida e precisa, é necessário, respectivamente, que o modelo esteja bem representado fisicamente e que este apresente convergência de valores em sua solução. Estas variantes devem ser aferidas antes de qualquer estudo, pois as aproximações em sua geometria, nas propriedades dos materiais, nas condições de carregamento e apoio, assim como o método de discretização, e o tipo de elemento utilizado podem afetar de maneira substancial os resultados finais obtidos.

Em primeiro lugar, decide-se a dimensionalidade a nível global que deve ser utilizada no modelo computacional, i.e., opta-se por modelar em uma, duas ou três dimensões. A seguir escolhem-se os tipos de elementos, e o nível de discretização a ser adotado. Os tipos de elementos estão associados com as funções de forma usadas na interpolação de seus campos de deslocamentos, bem como de sua geometria. O nível de discretização é obtido a partir de um estudo de convergência.

Por fim as condições de apoio devem ser avaliadas cuidadosamente para que haja uma melhor correlação entre os resultados analíticos e os numéricos. Uma má escolha destas condições pode gerar uma diferença na rigidez geral da peça, forças concentradas artificiais, entre outros erros. A fim de aproximar o modelo matemático com o físico, neste trabalho opta-se por modelar o pilar como elemento de barra, engastado em suas extremidades. Isso proporciona uma maior flexibilidade e deslocabilidade à estrutura, e, conseqüentemente, ameniza a concentração de tensões e elimina a rigidez artificial presente nas regiões de apoio.

Deve-se realizar um estudo da convergência de cada malha a ser adotada. Para isto, é necessário refinar a malha gradativamente até o ponto em que a variação nos resultados possa ser considerada desprezível de acordo com o nível de tolerância que é considerado aceitável.

Cook et al. (1974) classifica o refinamento da malha de duas maneiras, sendo a primeira o chamado *h-refinement*, onde a geometria é refinada em elementos cada vez menores, que é o caso no presente trabalho. A segunda metodologia é a *p-refinement*, em que o grau das funções do elemento é elevado. Nesta metodologia, as funções de forma são principalmente lineares e quadráticas. As soluções obtidas utilizando malhas de elementos formulados através de funções quadráticas tendem a convergir mais rapidamente. Isso se deve ao fato de que com um maior número de graus de liberdade é possível capturar a forma deformada mais precisamente. No entanto, o *software Autodesk Robot* utilizado no presente trabalho, disponibiliza apenas elementos lineares, ocasionando a necessidade de maior discretização para obtenção de um resultado satisfatório.

O trabalho de La Torre Cubas (2012) é utilizado como base para o presente estudo de convergência. Este considera a análise numérica do comportamento de pavimentos constituídos de lajes lisas de concreto protendido. A própria autora afirma em sua dissertação que a malha com 25x25 cm² é suficiente para representar a laje nervurada, visto que sua diferença foi de apenas 5% quando comparada com a solução convergida em elementos sólidos, divergência esta admissível para problemas de engenharia. Outro fator favorável para a utilização da malha 25x25 cm², é que o esforço computacional para o processamento da estrutura é relativamente baixo se comparado com malhas mais refinadas, otimizando assim a utilização da memória e do tempo.

4.2 Ligação rígida

Todo sistema estrutural consiste de componentes tridimensionais, no entanto, para tornar viável e prática a análise destes, é muitas vezes aconselhável a utilização de elementos com geometria mais simples, representados por um plano (como elementos de placa) ou por uma única dimensão (elementos de barra e viga). Apesar de serem bem mais simples, estes elementos são, geralmente, capazes de capturar com boa precisão o comportamento do sistema estrutural. A modelagem dos sistemas estruturais usando elementos sólidos ou tridimensionais é mais complexa e exige um maior esforço computacional. No entanto, os modelos sólidos conseguem capturar detalhes das conexões entre componentes mais precisamente, bem como reproduzir realisticamente a geometria do sistema. Portanto, quando refinados satisfatoriamente, eles produzem resultados confiáveis e precisos.

Um elemento plano, como o elemento de casca (ou placa) é representado pela sua superfície media. Já um elemento unidimensional como o de viga é representado pela sua linha neutra. Para o sistema estrutural considerado no presente trabalho, o posicionamento desses elementos em um mesmo nível não estaria de acordo com a realidade espacial. Por isso, torna-se importante a representação desta excentricidade, ou *offset*. Esta vinculação entre seus deslocamentos gera um momento adicional causado pelos esforços normais neste braço de alavanca. Isto torna o sistema mais realístico.

Para representar esta dependência linear, é necessário inserir um elemento que expresse matematicamente esta ligação. Isto é feito através de ligações rígidas conectando os dois tipos de elementos. Essas ligações relacionam os graus de liberdade dos dois elementos garantindo que seções planas (do conjunto) permaneçam planas após a deformação.

Sua resolução pode ser feita através da mudança no processo de união das matrizes de rigidez para produzir um sistema modificado de equações, isto é feito relacionando os graus de liberdade dos dois tipos de elementos (Equação 5). Estas equações podem ser resolvidas através dos métodos Mestre-Escravo, método da penalidade, ou método do multiplicador de Lagrange.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{x_1} \\ u_{y_1} \\ u_{z_1} \\ \theta_{x_1} \\ \theta_{y_1} \\ \theta_{z_1} \\ u_{x_2} \\ u_{y_2} \\ u_{z_2} \\ \theta_{x_2} \\ \theta_{y_2} \\ \theta_{z_2} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad \text{Equação [5]}$$

Para o caso da ligação de vigas e laje, como mostra a Figura 2, sendo estas solidarizadas estruturalmente, sabe-se que a conectividade entre elas devem apresentar deslocamentos e rotações iguais.

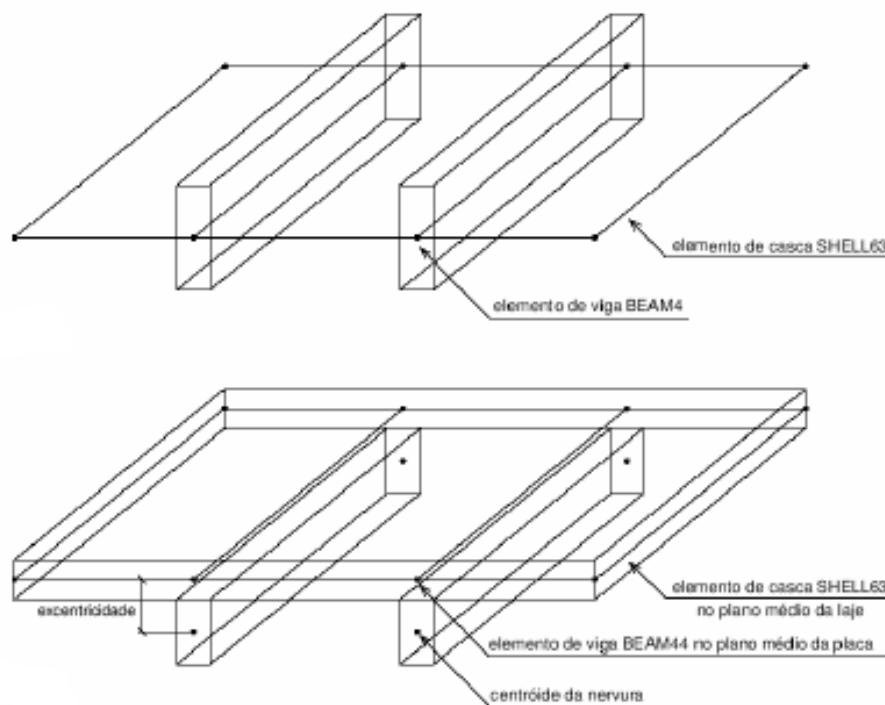


Figura 2 - Modelos de lajes e vigas com e sem excentricidade (DONIN (2007)).

5 PROBLEMA ANALISADO PARA O ESTUDO DO COMPORTAMENTO DAS LAJES NERVURADAS

A análise realizada avalia os deslocamentos dos diversos tipos de lajes, assim como o momento nas nervuras, e, posteriormente, o dimensionamento destas. Com isto, é possível ser feito o comparativo entre os modelos, relacionando comportamento estrutural e quantidade de materiais utilizados.

Foram criados modelos baseados em uma laje tipo, sendo inerente a ela as dimensões e espaçamento entre nervuras, carregamento aplicado e propriedades mecânicas dos materiais. Portanto, nesta análise estática, onde foi considerado o comportamento elástico linear do concreto, ou seja, não fissurado, são variadas apenas as dimensões e as condições de contorno da laje tipo.

Para as propriedades mecânicas dos materiais empregados no cálculo, adotou-se a combinação de valores normativos e valores recorrentes em obras, estando estes dispostos na Tabela 1.

Tabela 1- Propriedades mecânicas dos materiais empregados.

Parâmetro	Valor
Resistência característica do concreto	35 MPa
Resistência característica de escoamento do aço CA50	500 MPa
Modulo de elasticidade longitudinal	33130 MPa
Modulo de elasticidade transversal	13252 MPa
Coefficiente de Poisson	0,2
Densidade do Concreto armado	25 kN/m ³

A configuração geométrica do sistema é dada por: altura da capa de 4 cm (h_m), altura da nervura de 21 cm (h), proporcionando uma altura total de 25 cm (h_t). As dimensões da nervura são de: 7 cm de largura inferior (b_i), 13 cm de largura superior (b_s), e 10 cm de largura média (b_r), totalizando uma área da seção transversal de 454 cm². O espaçamento adotado entre eixos das nervuras é igual a 61 cm. Temos, portanto, a geometria final apresentada através da Figura 3.

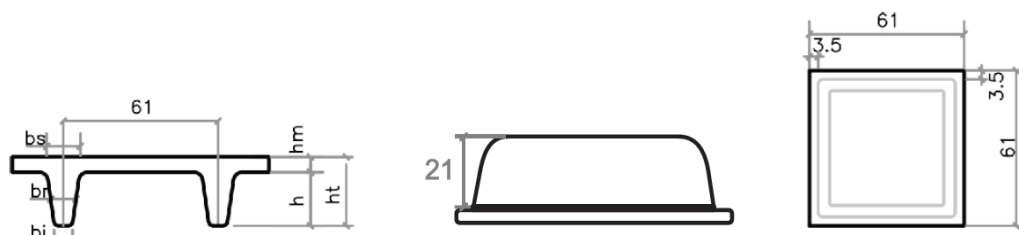


Figura 3 - Geometria das formas da laje tipo.

Foram utilizados os valores dos carregamentos indicados pela NBR 6120 (1980), para edifícios residenciais. Sendo assim, o carregamento permanente totalizou, além do peso próprio da estrutura, o valor de 1,5 kN/m², e o carregamento acidental utilizado foi de 2 kN/m².

Para as combinações de carga, a NBR 6810 (2014) fornece a combinação no Estado Limite Último (ELU), no caso de esgotamento da capacidade resistente de elementos estruturais em concreto armado. Já para a combinação no Estado Limite de Serviço (ELS), adota-se o caso de combinações quase permanentes de serviço, sendo esta utilizada na verificação do estado limite de deformações excessivas. Para os coeficientes, utilizaram-se os valores correspondentes às ações desfavoráveis para o dimensionamento da laje, tanto no carregamento permanente como na sobrecarga, sendo este de 1.4 no ELU. Já para o fator de redução de combinação quase frequente, foi adotado o valor Tabelado de 0,3, sendo este valor para cargas acidentais de edifícios onde não há predominância de pesos de equipamentos atuando em um grande período de tempo, ou grande concentração de pessoas, que foi o caso escolhido para este estudo.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foi escolhido, para fins de comparação, o deslocamento máximo obtido em cada laje, analisando em qual modelo a placa apresentou maior flexibilidade e, portanto, maior desvantagem como sistema estrutural. Outro dado utilizado para comparação foi o obtido através do dimensionamento das nervuras, sendo estes a quantidade de aço necessária em cada nervura e os seus respectivos volumes.

6.1 Modelos de lajes simplesmente apoiadas

Com a definição da geometria, assim como as propriedades mecânicas e o carregamento adotado, é realizado a verificação e dimensionamento da laje simplesmente apoiada em seus quatro bordos, ou seja, sem restrição a rotação. A Figura 4 apresenta as lajes tridirecionais de referência adotadas e suas

dimensões quando a relação entre vãos apresenta variação de 1, 1,5 e 2. O modelo adotado para as lajes bidirecionais e rotacionadas contém as mesmas dimensões.

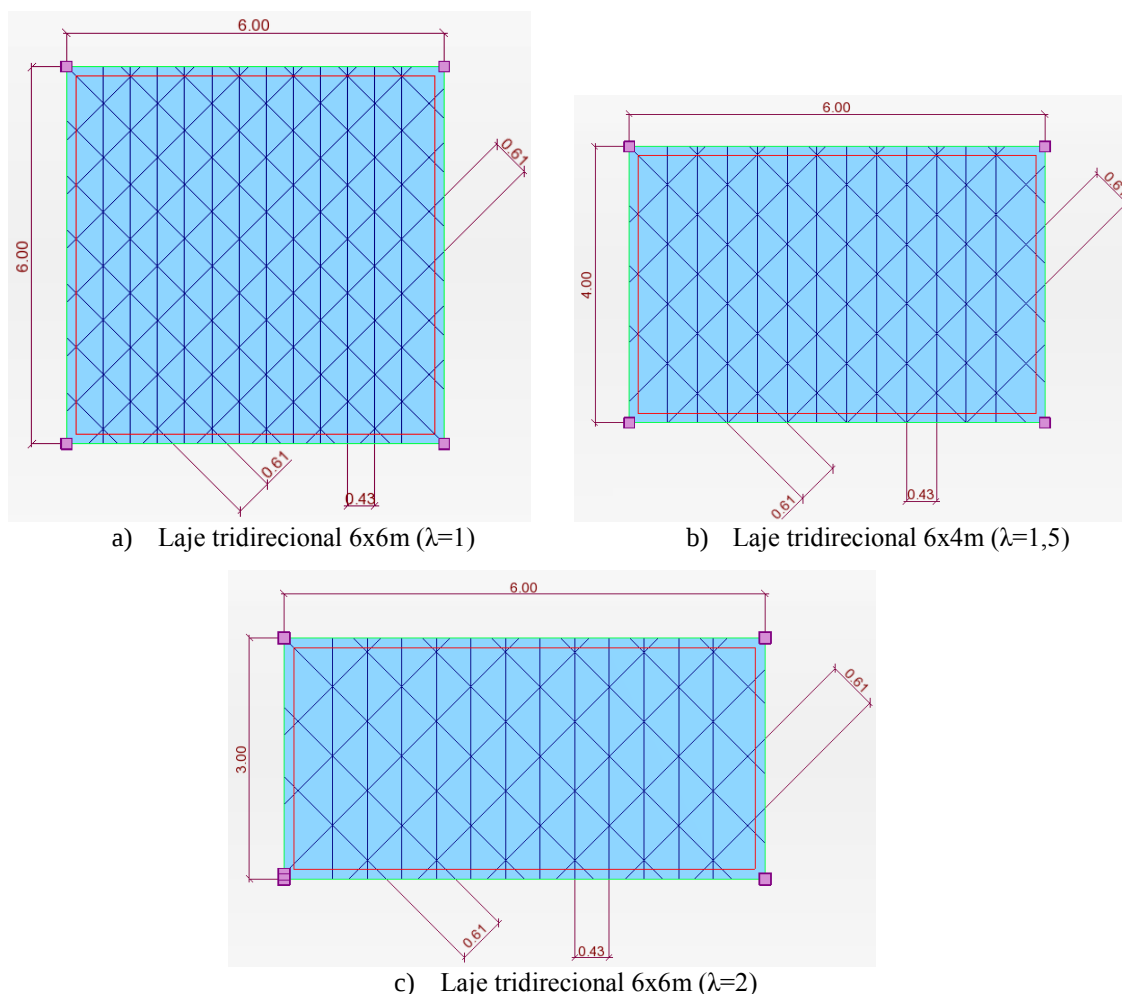


Figura 4 - Geometria das formas da laje tipo.

Observa-se a partir da Tabela 2 que, para $\lambda=1$, ocorre uma maior deformação da laje bidirecional ao se rotacionar as nervuras, sendo o deslocamento 1,6% maior. Quando comparado à laje bidirecional com a tridirecional, observa-se também um acréscimo de 6,2% no deslocamento. Com isso, conclui-se que, para esta laje tipo, com a rotação das nervuras ou utilização do modelo tridirecional, encontra-se desvantagem quanto à deflexão medida no Estado Limite de Serviço. É possível também observar através da Figura 5 o mesmo padrão de comportamento quando analisado o $\lambda=1,5$ e $\lambda=2$. Tem-se que, quando alterado o λ , observamos que a menor variação de deslocamento acontece quando o $\lambda=1$, aumentando consideravelmente a diferença à medida que a relação entre vãos aumenta.

Tabela 2 - Deslocamento, quantidade de aço e volume de concreto de lajes simplesmente apoiada.

	$\lambda=1$			$\lambda=1,5$			$\lambda=2$		
	BI	ROT	TRI	BI	ROT	TRI	BI	ROT	TRI
δ (cm)	-0,50	-0,51	-0,53	-0,43	-0,45	-0,54	-0,31	-0,32	-0,39
Aço (Kg)	84,43	90,36	162,09	54,83	68,71	104,45	32,39	46,69	68,71
Concreto (m ³)	2,4	2,74	4,73	1,55	1,93	3,13	1,05	1,45	2,35

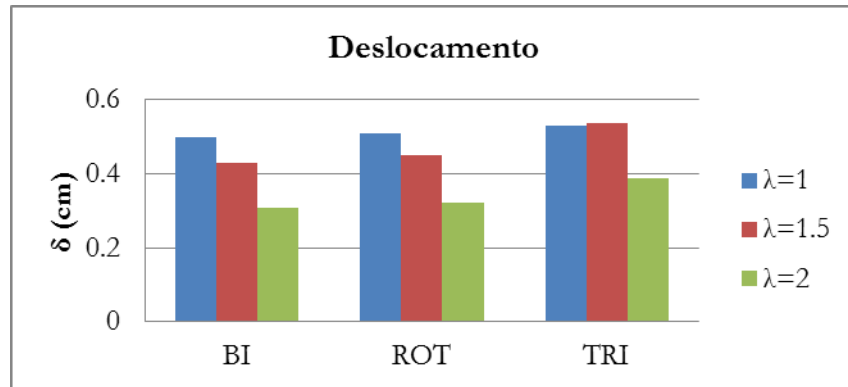


Figura 5 - Gráfico comparativo entre deslocamentos máximos para lajes simplesmente apoiadas.

Com isso, conclui-se que, para lajes simplesmente apoiadas, a rotação das nervuras, é desvantajosa diante do método bidirecional. Isso se deve ao fato do comprimento da nervura central aumentar consideravelmente, provocando um maior vão entre apoios, não sendo balanceada pela rigidez provocada pelas nervuras de menor vão e mais próximas aos apoios. Tem-se, também, que a situação menos ineficiente é quando o $\lambda=1$, pois a diferença entre a laje bidirecional e a rotacionadas apresentaram valores bem próximos de deslocamentos.

Para $\lambda=1$, a quantidade de aço nas nervuras, calculado através do dimensionamento no Estado Limite Último, apresentou uma variação semelhante a dos deslocamentos, onde o acréscimo foi de 1,04% da bidirecional diante a rotacionada (Figura 6). Já quando se adiciona uma terceira nervura, o acréscimo de aço é consideravelmente alto, de 79,4%. Isso se deve à necessidade de armar esta terceira nervura, não sendo compensado pela diminuição de aço nas outras duas. Uma variação semelhante ocorre para as outras duas lajes. Isso reforça a ideia de que, quanto maior o λ , os novos processos construtivos se tornam mais desvantajosos diante da laje bidirecional.

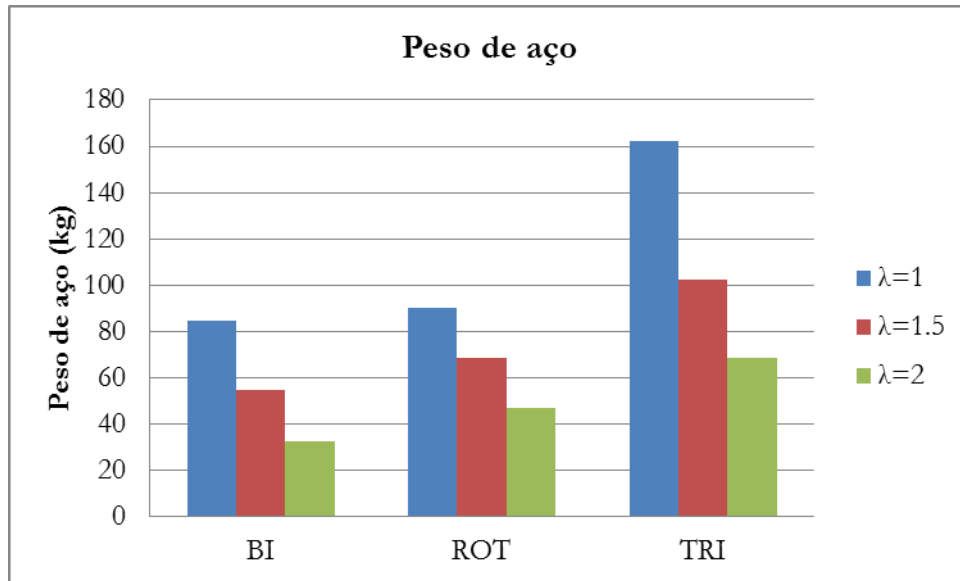


Figura 6 - Gráfico comparativo entre peso de aço nas nervuras para lajes simplesmente apoiadas.

Uma explicação para esse acréscimo considerável de aço é, o aumento do momento devido ao acréscimo de peso próprio da estrutura, assim como o aumento do momento positivo nas nervuras centrais quando rotacionadas, pois seu vão, de 8,5 m para a laje 6x6 m², é bem maior do que nas ortogonais, de 6 metros para a laje 6x6 m². Outro fator é que nas nervuras mais próximas aos apoios, o momento positivo é pequeno, por vezes inexistente, gerando um alto momento negativo e uma elevada taxa de aço.

Os cálculos da quantidade de aço foram realizados somente nas nervuras, visto que na capa é necessária somente uma armadura construtiva que será igual em todos os casos.

Por último, é verificado através da Figura 7 se há vantagem no volume de concreto utilizado para fabricação de cada modelo. É possível observar que, nesse quesito, há também um acréscimo quando as nervuras são rotacionadas, e isso se deve ao fato da hipotenusa nos fornecer barras maiores. Além disso, ao rotacionar, foi necessário o acréscimo de cinco barras pequenas próximas aos apoios para ocorrer o fechamento do contorno da laje. Para a laje tridirecional o acréscimo de uma terceira fileira de nervura contribui consideravelmente no aumento do volume de concreto na estrutura.

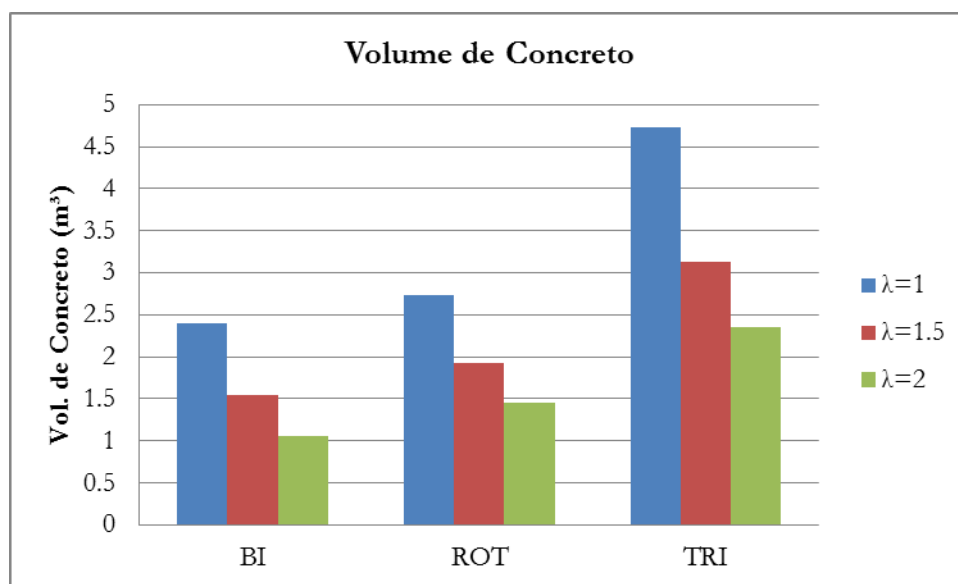


Figura 7 - Gráfico comparativo entre volume de concreto das nervuras para lajes simplesmente apoiadas.

6.2 Modelos de lajes com continuidade

De posse dos resultados para lajes simplesmente apoiadas, foi possível optar pelo painel mais favorável para os novos modelos construtivos, a fim de tornar válida a averiguação de algum possível resultado positivo quando variada as condições de contorno para estes sistemas. Com isso, foi constatado que a laje tipo com menor porcentagem de ineficácia, se comparada às novas lajes com a convencional, foi aquela que apresenta λ igual a 1, ou seja, laje quadrada.

Os casos tomados para estudo neste item variam de acordo com as condições de contorno adotadas em cada apoio da laje, sendo o caso dois uma laje com um dos bordos com o grau de liberdade de translação vertical restrito, o caso quatro com dois bordos adjacentes engastados, o caso cinco com dois

bordos paralelos engastados, o caso sete contendo três bordos engastados, e o caso nove apresentando todos os apoios engastados.

Através dos dados expostos na Tabela 3, observa-se que, em todos os casos, o deslocamento da laje bidirecional apresenta valores menores, ou seja, a laje proporciona maior rigidez à deformação do que os outros modelos, tendo como variação de 6,2% no caso dois, até 19,5% no caso nove, comparando-se as lajes bidirecionais e rotacionadas (Figura 8).

Tabela 3- Deslocamento, quantidade de aço e volume de concreto de lajes com continuidade.

Caso	Modelo	δ (cm)	P (Kg)	V (m ³)
2	BI	-0.44	101.75	2.4
	ROT	-0.47	103.59	2.74
	TRI	-0.50	165.03	4.73
4	BI	-0.39	104.91	2.40
	ROT	-0.43	105.50	2.74
	TRI	-0.45	176.21	4.73
5	BI	-0.39	89.74	2.40
	ROT	-0.43	106.18	2.74
	TRI	-0.42	145.19	4.73
7	BI	-0.34	97.49	2.40
	ROT	-0.39	109.77	2.74
	TRI	-0.42	167.66	4.73
9	BI	-0.30	94.80	2.40
	ROT	-0.36	105.07	2.74
	TRI	-0.34	120.16	4.73

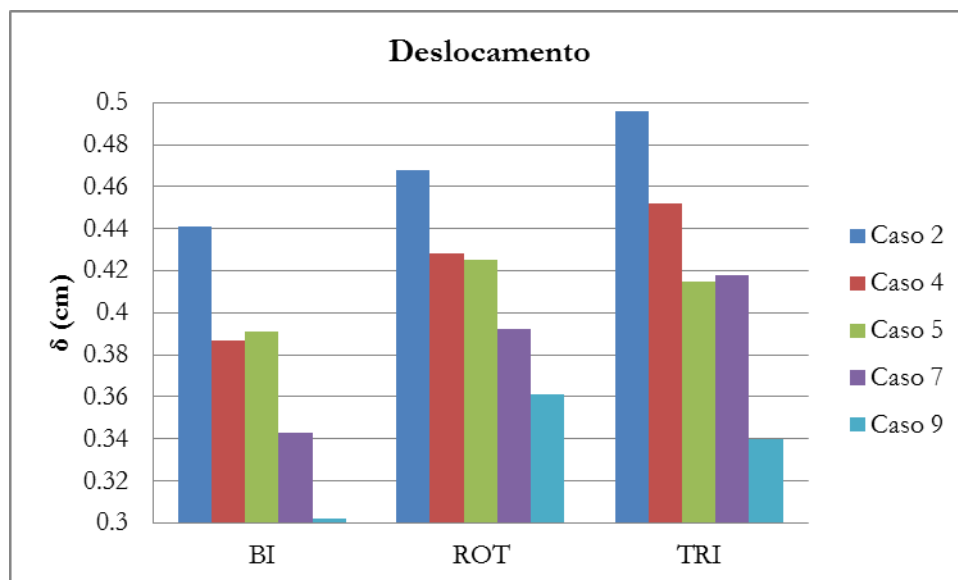


Figura 8 - Gráfico comparativo entre deslocamentos máximos em lajes contínuas.

Observa-se, portanto, que mesmo com a condição de continuidade aplicada em cada laje, os engastes em ambos os sistemas são equivalentes, fazendo com que o aumento da rigidez na laje bidirecional seja equivalente ao aumento de rigidez da laje rotacionada.

Por fim, foi possível constatar que, para os casos 5 e 9, as lajes tridirecionais se tornaram mais rígidas do que as rotacionadas, com índices de 2,4% e 5,8%, respectivamente. Isso se deve ao fato de que, nestes casos, a terceira nervura colaborou para que o deslocamento da laje fosse menor, pois ela contém agora três planos de continuidade.

Conclui-se que, para esta laje tipo, em nenhuma das hipóteses apresentadas, a laje rotacionada e tridirecional apresentou vantagem diante da bidirecional no quesito deflexão.

Com o surgimento do engaste nos vértices das lajes, ocorre, consequentemente, um aumento significativo do momento negativo, proporcionando, para o dimensionamento, uma maior quantidade de aço resultante se comparado com a laje simplesmente apoiada em seus bordos.

Se comparado à laje bidirecional e a rotacionada, o aumento de aço quando rotacionada a grelha é de apenas 0,6% no caso quatro, sendo este o caso menos desvantajoso. O caso cinco apresentou maior disparidade com 18,3% entre estes modelos. O modelo tridirecional continua apresentando maior custo diante do clássico, variando de 26,8% até 72% para os casos nove e sete respectivamente (Figura 9). Fica claro que em nenhuma hipótese das apresentadas, o construtor obterá economia no quesito taxa de aço.

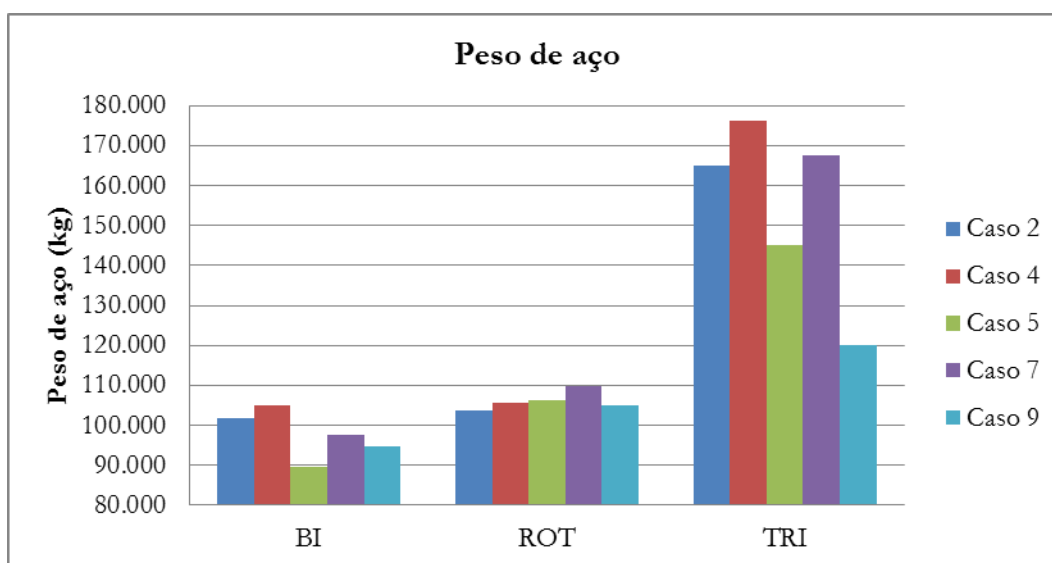


Figura 9 - Gráfico comparativo entre peso de aço nas nervuras para lajes contínuas.

Com a inclinação das nervuras, assim como no caso da laje simplesmente apoiada em seus bordos, a quantidade de volume de concreto necessário para estes novos modelos sofre um aumento de 14% para as rotacionadas, e 97% para as tridirecionais, quando comparadas com as bidirecionais (Figura 10).

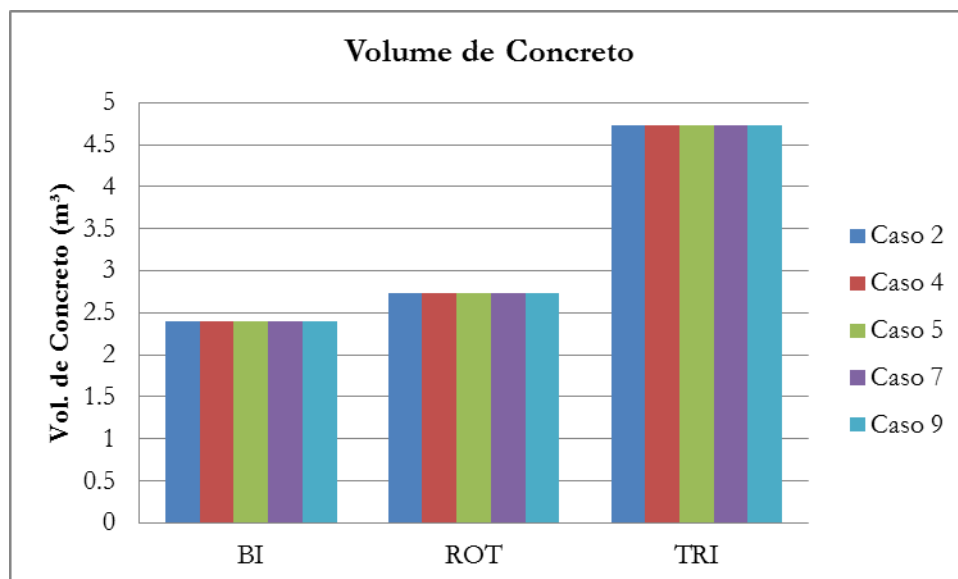


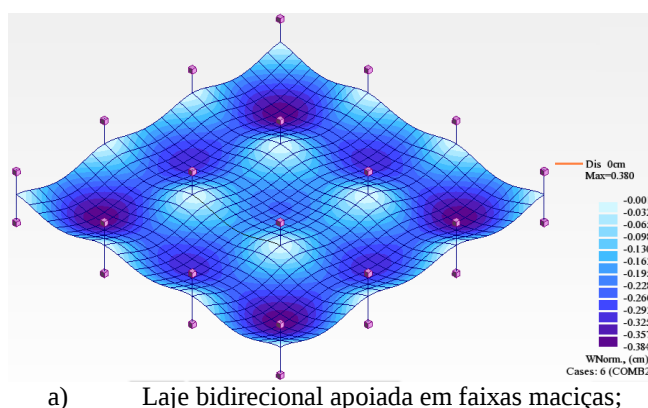
Figura 10 - Gráfico comparativo entre volume de concreto das nervuras para lajes continuas.

Por não apresentarem vantagens na rigidez global do sistema, assim como um maior custo em materiais, fica provado que, para os modelos estudados, os novos sistemas construtivos não apresentam vantagens diante dos clássicos.

Na literatura, não há a consideração do acréscimo de material devido à rotação, assim como não demonstram que, ao utilizar os novos sistemas estruturais, o peso próprio da estrutura aumenta consideravelmente, ocasionando um maior deslocamento da mesma. Além disto, a literatura utiliza métodos conservadores, os quais fazem uso de hipóteses simplificadoras como a grelha coplanar, não contemplando o efeito de torção nas nervuras, que, com o modelo com offset, apresenta grande diferença nos momentos principais.

6.3 Modelos de lajes continuas ligadas por vigas faixas nervuradas

As vigas faixas trabalham em conjunto com a laje, apresentando deslocamentos verticais relativamente menores do que os das lajes, pois esses elementos dão uma maior rigidez à estrutura. A Figura 11 exibe a deformada deste modelo.



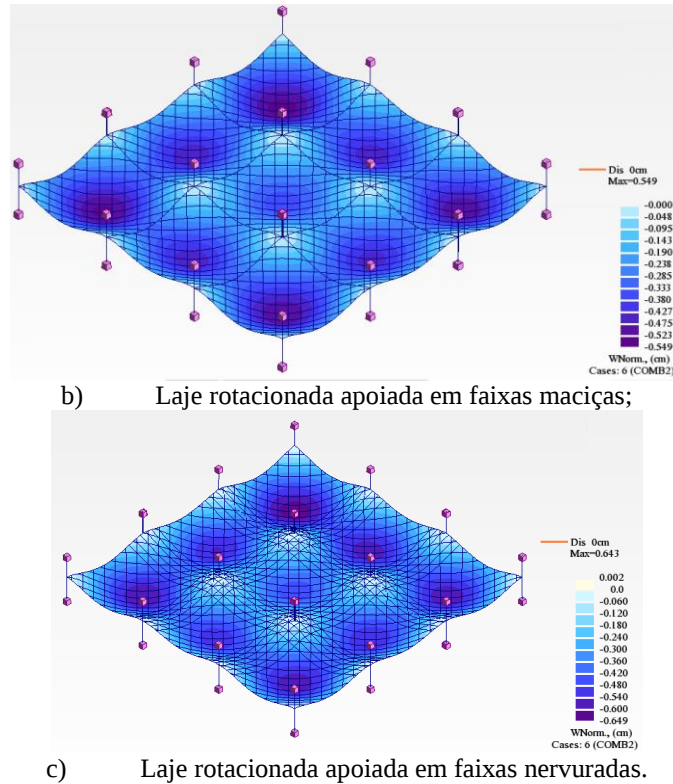


Figura 11 - Deformada dos modelos apoiados em faixas maciças e nervuradas.

Para as lajes com nervuras rotacionadas, o comportamento da estrutura não é perfeitamente simétrico, pois, com a inclinação, uma das direções apresenta uma maior quantidade de nervuras, tornando mais rígido um dos eixos devido ao engaste com a laje adjacente. O mesmo fenômeno acontece para a laje rotacionada com faixas nervuradas, sendo um dos eixos mais rígido. A Tabela 4 expõe os resultados obtidos para a laje central de cada um dos três casos.

Tabela 4 – Deslocamento, peso de aço e vol. de concreto de lajes apoiadas em faixas maciças e nervuradas.

	Laje Bidirecional com faixa maciça	Laje Rotacionada com faixa maciça	Laje Rotacionada com faixa nervurada
δ (cm)	-0,24	-0,36	-0,46
Aço (Kg)	271,13	313,57	383,32
Concreto (m ³)	6,6	7,12	6,52

Para os modelos apresentados formados por nove placas, a rotação das nervuras não demonstrou vantagem, pois o deslocamento da laje central foi 54,5% maior do que no caso da laje bidirecional. A utilização das nervuras como faixa conectora entre lajes também não apresentou vantagem, havendo um acréscimo de deflexão de 94% se comparada a bidirecional.

Para uma comparação mais fidedigna, a Tabela 4 apresenta a soma dos valores de peso de aço das nervuras da laje central, com os valores de aço das faixas, sendo elas maciças ou nervuradas.

O aumento de aço ao utilizar a faixa nervurada foi significativo, sendo 41,4% maior do que no caso da laje bidirecional. Para a região das faixas, isso se deve à diminuição da inércia, acarretando em uma maior área de aço necessária para combater os momentos.

Por fim, ao analisar o volume de concreto necessário para a construção de cada sistema, observa-se que, para a laje com faixas nervuradas, ocorre uma diminuição no valor de 1,15% se comparada à laje com nervuras ortogonais e faixas maciças. Essa diferença demonstraria uma pequena vantagem caso as nervuras fossem suficiente para evitar o esmagamento das bielas, o que não acontece. Torna-se necessário, portanto, o acréscimo de uma região maciça no entorno dos pilares, a fim de evitar tal fenômeno.

Esse acréscimo não é necessário quando são utilizadas faixas maciças, pois as bielas no contorno crítico dos pilares apresentaram tensão de cisalhamento solicitante menor do que a resistente, estando, assim, íntegra na verificação ao cisalhamento no Estado Limite de Utilização. Esta região maciça acresce um valor que equipara, ou até torna maior, o volume de concreto no modelo com faixas nervuradas, o tornando não mais uma vantagem neste quesito.

7 CONCLUSÕES

Para o presente estudo, o modelo adotado para simular uma laje nervurada é o modelo composto por elementos 1D (vigas), e elementos 2D (cascas), com seis graus de liberdade por nó, dentre quais três são de translação e três são de rotação. A ligação destes dois elementos representados em planos diferentes foi realizada com ligações rígidas, e a malha adotada foi de 250x250 mm². A partir deste modelo foi determinada a eficiência das lajes com nervuras rotacionadas e das lajes tridirecionais, podendo estas estar apoiadas sobre faixas maciças ou nervuradas.

Conclui-se que, para as lajes simplesmente apoiadas em seu bordo, a rotação das nervuras, assim como a utilização das nervuras em três direções, não apresentou vantagem em nenhum dos três aspectos, sendo eles a deformação, a quantidade de aço medida em quilogramas e o volume de concreto. Nesta etapa, foram testadas lajes com a relação entre vãos de 1, 1,5 e 2.

Posteriormente, foram adotadas as outras oito condições de contorno numeradas por Marcus. Para esta simulação, foi adotada a laje que apresentou melhor resultado na comparação no caso um, sendo esta a laje quadrada de dimensões 6x6 m².

Nesta nova etapa, o resultado negativo persistiu, provando que os deslocamentos no modelo bidirecional de lajes nervuras, assim como o peso de aço e volume de concreto são consideravelmente menores.

Por fim, quando estudada a influência que as faixas têm sobre as lajes, e os efeitos no sistema que são impostos a partir da substituição da faixa maciça por um conjunto de nervuras simulando uma faixa, pôde-se constatar que a diminuição de inércia das faixas nervuras implicou em uma maior flexibilidade no sistema, aumentando os deslocamentos obtidos no Estado Limite de Serviço, e a área de aço dimensionada através do Estado Limite de Utilização. Devido ao efeito de esmagamento da biela de compressão nas proximidades dos pilares, a pequena diminuição de concreto para o caso de lajes rotacionadas com faixas nervuradas não implicou em vantagem, pois é necessário um acréscimo de concreto nessa região para combater este efeito.

Esses resultados são contrários ao que diz Rocha (1956), que afirma ser favorável a rotação das nervuras para acompanhar o caminhamento do fluxo de tensões diretamente aos pilares. No entanto, essa literatura apresenta estes dados a partir de estudos analíticos simplificados, os quais utilizam grelhas coplanares, desprezando, portanto, o efeito da excentricidade, que, por sua vez, provoca efeitos como torção nas nervuras e um aumento dos momentos fletores.

Outro fator desprezado pela literatura é o aumento do peso próprio da estrutura ao rotacionar as nervuras ou adotar a laje tridirecional, aumentando, portanto, os momentos no vão central, que passa a ter maior vão teórico, e nas proximidades dos apoios, devido ao engaste destas nervuras.

Fica claro, portanto, que nestas lajes tipo adotadas para estudo, o método bidirecional apresentou melhor comportamento estrutural, com lajes mais rígidas e econômicas no ponto de vista de materiais.

8 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e ao Departamento de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) pelo apoio na realização desta pesquisa.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2007. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120:1980. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

COOK, R.D.; MALKUS, D.S.; PLESHA, M.E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 3.ed. EUA: Editora John Wiley & Sons, Inc., 1974. 630p.

DONIN, Christian. Análise Numérica de Lajes Nervuradas por Meio do Método dos Elementos Finitos. 2007. 137p. Dissertação (Mestrado) – Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.

LA TORRE CUBAS, Maria Vanessa. Análise Numérica do Comportamento de Pavimentos Constituídos de Lajes Lisas de Concreto Protendido. 2012. 137p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

ROCHA, A.M. Curso Prático de Concreto Armado: cálculos complementares de estruturas de edifícios, v.4. 1.ed. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1956. 226p.

SILVA Fº, C.A.I. et al. Análise Tridirecional em Lajes Nervuradas Protendidas. In: 54º Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, 2012, Maceió, Alagoas. ISSN: 2175-8182.