

DIMENSIONAMENTO DE PAVIMENTOS DE EDIFÍCIO EM CONCRETO ARMADO USANDO O MÉTODO DAS CHARNEIRAS PLÁSTICAS

DESIGN PROCEDURE OF REINFORCED CONCRETE SLABS USING YIELD LINE THEORY

Luttgardes de Oliveira Neto ¹ e Fabricio Fogolin Prado ²

¹Departamento de Engenharia Civil, FE - UNESP, CEP 17033-360, Bauru/SP, Brasil,
e-mail: lutt@feb.unesp.br

²Departamento de Arquitetura e Urbanismo, FAAC - UNESP, Bauru/SP, Brasil,
e-mail: ffogolin@hotmail.com

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma aplicação de formulação do Método das Charneiras Plásticas de placas para a determinação de esforços solicitantes e dimensionamento e detalhamento de armaduras nestes elementos estruturais. Ao se automatizar este procedimento de cálculo, torna-se viável a sua utilização como aplicativo educativo e como ferramenta segura. Faz-se uma apresentação sucinta da fundamentação teórica e a apresentação das principais telas do programa. Desta maneira mostra-se a aplicabilidade prática e a sua confiabilidade, com a apresentação dos resultados pela análise de um pavimento com três lajes conjugadas. A utilização das linguagens Visual Basic e Visual Lisp permite sua utilização em ambiente Windows e a interligação com o aplicativo AutoCad, finalizando com a configuração e o detalhamento da armadura das lajes do pavimento, tornando-o muito útil aos profissionais da área.

Palavras-chave: Método das Charneiras Plásticas, Dimensionamento de estruturas de concreto armado, Código computacional.

ABSTRACT

An application of the Yield Line Theory to analyse uniform loaded rectangular bending plates is presented. The main objective is to automatize this procedure, basic for the design of reinforced concrete bending plates. The theoretical formulation of Elastic and Plastic Theories are demonstrated and a numerical example is presented aiming at the evidence of the formulation and the computational code, including main windows to help the users of this practical and simple applicative to calculate single or conjugated plates. The code permits also to calculate the quantities of reinforced bars according the Brazilian Code (NBR6118/2003) and to display conjugated slabs with reinforced bars detailed automatically.

Keywords: Yield Line Theory, Reinforced concrete design, Computational code.

1. INTRODUÇÃO

A utilização de programas computacionais em escritórios técnicos de cálculo estrutural já está estabelecida, e há poucos programas comerciais no mercado. Todos eles são programas que executam os cálculos completos de edifícios, portanto muito complexos para serem utilizados em um primeiro momento nas disciplinas de estruturas de concreto armado na graduação de engenharia civil. Este trabalho visa cobrir esta lacuna, procurando apresentar uma ferramenta que possa iniciar o estudante de graduação a se familiarizar com os programas computacionais e com os procedimentos de cálculo de esforços e de dimensionamento de pavimentos de edifícios. Consiste numa extensão de um primeiro trabalho dos autores, que fez a fundamentação teórica e apresentou o programa em si, e agora se faz a demonstração da sua aplicação no processo de dimensionamento e

detalhamento de um conjunto de lajes conjugadas em um pavimento. Desta maneira, pretende-se disponibilizar uma ferramenta que pode ser útil tanto aos docentes dos cursos de engenharia civil como aos profissionais da área de cálculo estrutural. A proposta de se elaborar o programa pela formulação do Método Plástico é a de que este método é o que melhor representa o comportamento não-linear do concreto e do aço, quando a estrutura aproxima-se da ruptura, e onde as hipóteses são definidas para a determinação de sua resistência última. A Teoria das Charneiras Plásticas (Método Plástico) admite configurações de fissuração e de ruptura para a determinação dos esforços solicitantes correspondentes a estas configurações.

Entende-se que nas disciplinas de graduação sobre estruturas de concreto armado devem-se apresentar os dois métodos de análise de lajes, Método Elástico e Método Plástico, utilizando as comparações de seus resultados para seu melhor entendimento.

2. MÉTODOS DE CÁLCULO DOS ESFORÇOS EM LAJES MACIÇAS

A análise das estruturas em concreto armado com base na teoria de elasticidade (Método Elástico) é utilizada como balizador do Método Plástico, permitindo um pré-dimensionamento adequado dos elementos estruturais. O Método das Charneiras Plásticas foi estudado no Brasil por JOHANSEN (1962), AMARAL (1964) e PINHEIRO (1988), onde podem ser encontrados os fundamentos teóricos deste método e as formulações correlatas, que foram utilizadas para a elaboração do programa computacional.

2.1. Método Elástico (PINHEIRO, 1986)

O pré-dimensionamento de lajes retangulares com carregamento uniformemente distribuído, com bordas engastadas ou apoiadas, é obtido calculando-se a altura útil d pela equação (1).

$$d \geq \frac{L_x}{\Psi_2 \Psi_3} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{L_y}{L_x} \quad \frac{\text{lado maior}}{\text{lado menor}} \quad (2)$$

Se $\lambda \leq 2$ Laje armada em duas direções

Se $\lambda > 2$ Laje armada em uma direção

Em PINHEIRO (1986) encontram-se tabelas auxiliares para a determinação de esforços em lajes retangulares com diversas vinculações de borda sob cargas uniformes e triangulares.

2.2. Método das Charneiras Plásticas (JOHANSEN, 1962; PINHEIRO, 1988)

Segundo apresenta PINHEIRO (1988), o procedimento de cálculo dos esforços de lajes será feito considerando-se, como no caso do Método Elástico, a carga uniformemente distribuída, com bordas simplesmente apoiadas ou engastadas e com qualquer razão dos vãos.

Define-se como grau de engastamento ϕ_i (equação 3) a relação entre os momentos negativos m' em cada borda i e positivos m na direção correspondente. Recomenda-se adotar o grau de engastamento o obtido no cálculo elástico. O valor de k , índice de ortotropia (equação 4), também é obtido a partir do cálculo elástico.

$$\phi_i = \frac{m'}{m} \quad (3)$$

$$k = \frac{1}{\lambda^2} \quad (4)$$

As charneiras podem apresentar dois tipos de configuração, comum (Figura 1) ou eventual (Figura 2), e os parâmetros de cada configuração são as seguintes:

Considera-se para a configuração comum os seguintes valores:

$$\begin{aligned} a &= L_x \quad b = \frac{L_y}{\sqrt{k}} \\ a &= L_x \quad a_r = \frac{2a}{\sqrt{(1+\phi_1)+(1+\phi_2)}} \quad b_r = \frac{2b}{\sqrt{(1+\phi_3)+(1+\phi_4)}} \end{aligned} \quad (5)$$

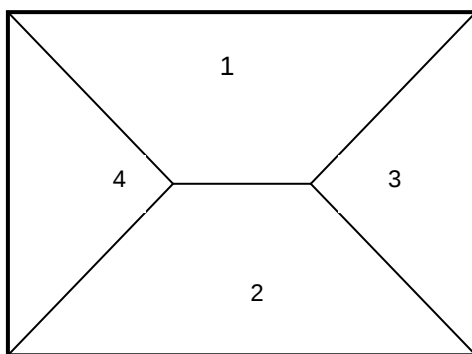


Figura 1. Configuração comum

Se $a_r \leq b_r$, então a configuração da charneira plástica é comum (a charneira central é paralela ao maior lado). Caso contrário, a configuração é eventual (a charneira central é paralela ao menor lado) e os parâmetros passam a ser calculados por:

$$\begin{aligned} a &= \frac{L_y}{\sqrt{k}} \quad b = L_x \\ a_r &= \frac{2a}{\sqrt{(1+\phi_3)+(1+\phi_4)}} \quad b_r = \frac{2b}{\sqrt{(1+\phi_1)+(1+\phi_2)}} \end{aligned} \quad (6)$$

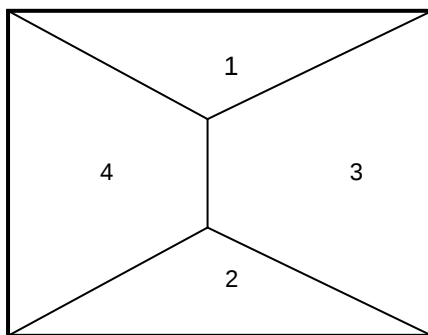


Figura 2. Configuração eventual

A numeração das charneiras é feita de forma que as regiões 1 e 2 fiquem sempre adjacentes aos maiores lados.

Depois de definidos os valores de a_r e b_r , determina-se o valor de c :

$$c = \frac{a_r}{2} \left[\sqrt{3 + \left(\frac{a_r}{b_r} \right)^2} - \frac{a_r}{b_r} \right] \quad (7)$$

Os momentos fletores m são calculados utilizando-se os valores de a_r , b_r e c , por meio das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} m_y &= \frac{pc^2}{6} & m_x &= m & m_y &= k \cdot m \\ m_1 &= \phi_1 \cdot m & m_2 &= \phi_2 \cdot m \\ m_3 &= \phi_3 \cdot m \cdot k & m_4 &= \phi_4 \cdot m \cdot k \end{aligned} \quad (8)$$

As reações de apoio são também calculadas utilizando-se os valores de a_r , b_r e c , sendo necessário o conhecimento das inclinações e dimensões das charneiras plásticas que se formam na laje, segundo a configuração obtida. Um roteiro de cálculo, elaborado por PINHEIRO (1988), foi apresentado em trabalho anterior dos autores e são aqui apresentadas apenas as expressões das reações médias nas bordas das lajes.

Determinação das reações de canto (R):

$$\begin{aligned} R_A &= -(KA1+KA3) \\ R_B &= -(KB3+KB2) \\ R_C &= -(KC2+KC4) \\ R_D &= -(KD4+KD1) \end{aligned} \quad (9)$$

Reações nas bordas (r):

Caso a configuração da charneira seja comum adotar:

$$\begin{aligned} b_5 &= \frac{L_y}{\sqrt{k}} - c \cdot (\sqrt{1+\phi_3} + \sqrt{1+\phi_4}) \\ r_1 &= \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_1} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_5}{L_y} \right) - \left(k \cdot \frac{b_5^2}{L_y^2} \right) \right] \\ r_2 &= \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_2} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_5}{L_y} \right) - \left(k \cdot \frac{b_5^2}{L_y^2} \right) \right] \\ r_3 &= \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_3)} \\ r_4 &= \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_4)} \end{aligned} \quad (10a)$$

Caso a configuração da charneira seja eventual adotar:

$$\begin{aligned}
 b_6 &= L_x - c \cdot (\sqrt{1+\phi_1} + \sqrt{1+\phi_2}) \\
 r_1 &= \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_1)} \\
 r_2 &= \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_2)} \\
 r_3 &= \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_3} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_6}{L_x} \right) - \left(k \cdot \frac{b_6^2}{L_x^2} \right) \right] \\
 r_4 &= \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_4} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_6}{L_x} \right) - \left(k \cdot \frac{b_6^2}{L_x^2} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{10b}$$

Reações médias nas bordas (r_m):

$$\begin{aligned}
 r_{m1} &= r_1 - \frac{KA_1 + KD_1}{L_y} \\
 r_{m3} &= r_3 - \frac{KA_3 + KB_3}{L_x} \\
 r_{m2} &= r_2 - \frac{KB_2 + KC_2}{L_y} \\
 r_{m4} &= r_4 - \frac{KC_4 + KD_4}{L_x}
 \end{aligned} \tag{11}$$

São as reações médias que serão comparadas com as reações de borda obtidas pelo Método Elástico. Algumas expressões foram suprimidas, mas podem ser encontradas em trabalho anterior dos autores e também na bibliografia indicada.

3. PROGRAMA COMPUTACIONAL

O programa computacional foi feito utilizando-se os aplicativos *Visual Basic* e *Visual Lisp*. O cálculo, impressão e criação de arquivos são feitos por meio de um programa computacional criado a partir do aplicativo “*Visual Basic 6.0*”; o detalhamento é feito dentro do aplicativo AutoCAD, que utiliza a linguagem Lisp.

O programa baseia-se na entrada de dados efetuada com base numa planta de fôrmas, e as lajes são calculadas individualmente; o programa dá a possibilidade de cálculo de um conjunto de lajes, sendo que os momentos negativos de interação entre lajes podem ser compatibilizados automaticamente.

Gravados os arquivos em uma pasta definida pelo usuário, inicia-se o aplicativo AutoCAD (Figura 3), onde pode-se executar o arquivo C-Lajes.arx.

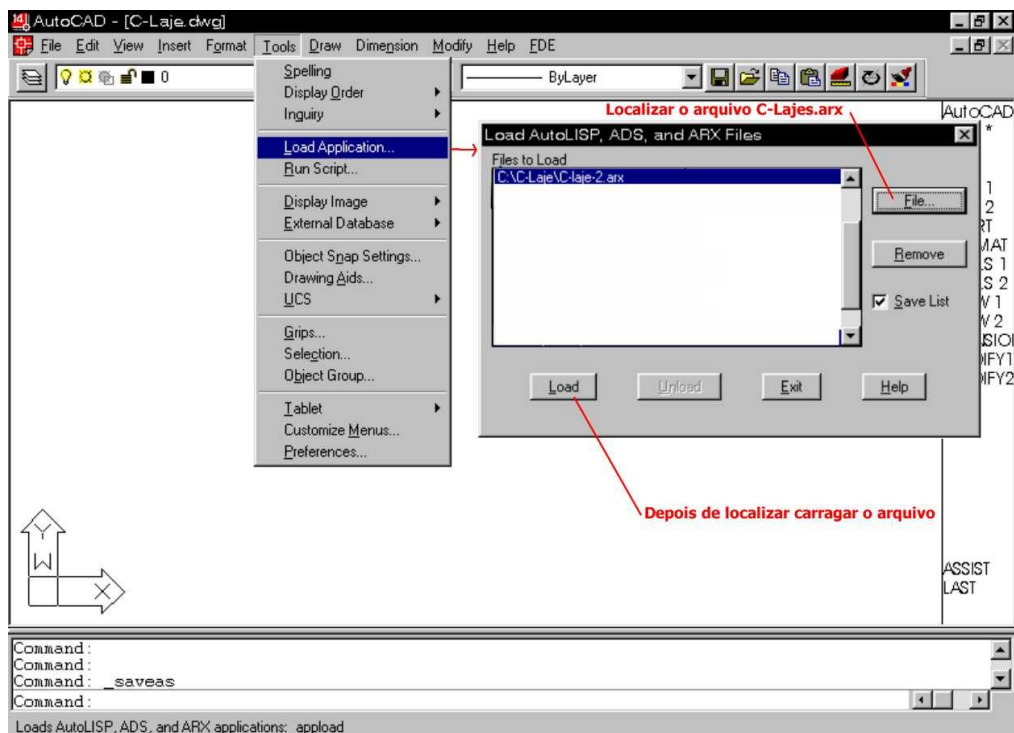


Figura 3. Tela principal do aplicativo AutoCad

Depois de executado, é necessário digitar o comando “*laje*” para executar o programa C-Laje, “*viga*” para executar o programa C-Viga, ou “*viga2000*” para executar o programa C-Viga se a versão do AutoCad for 2000 (Figura 4).



Figura 4. Tela de comandos do aplicativo AutoCad

A seguir será mostrado o procedimento completo de dimensionamento de uma laje isolada pelos dois métodos de cálculo citados, juntamente com a explicação de funcionamento do programa.

4. EXECUÇÃO DO PROGRAMA

Ao executar o arquivo *C-Laje.exe* surgirá uma tela de apresentação e inicia-se a execução do programa C-Laje no botão “Iniciar”.

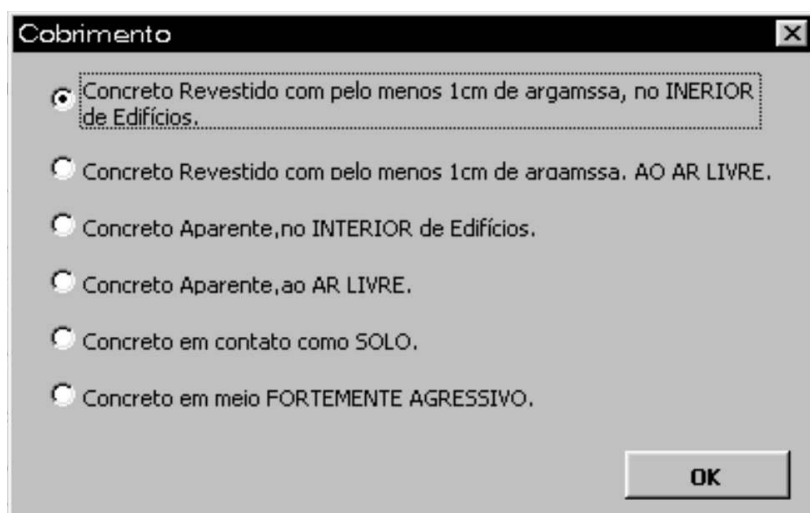
Na tela principal (Figura 5) do programa deve-se preencher todos os dados, seguindo o projeto de fôrma do pavimento.

Figura 5. Tela principal do programa C-Laje.

Deve-se escolher o tipo de aço (neste caso, aço CA-50A) e do concreto (C20) a serem utilizados. Ao clicar no botão “Escolher Vinculação”, aparecerá uma tela, como mostra a Figura 6, que permite escolher o tipo de vinculação (no caso, tipo 3, com engastes em um lado maior e em um lado menor).

Figura 6. Tela de escolha da vinculação

Escolhido o tipo de vinculação, escolhe-se o cobrimento de armadura necessário, segundo a localização do elemento de laje (Figura 7).



A janela de diálogo intitulada "Cobrimento" com uma barra de título e um botão de fechar (X). Contém seis opções de radio button:

- ☒ Concreto Revestido com pelo menos 1cm de argamssa, no INTERIOR de Edifícios.
- ☐ Concreto Revestido com pelo menos 1cm de argamssa. AO AR LIVRE.
- ☐ Concreto aparente, no INTERIOR de Edifícios.
- ☐ Concreto aparente, ao AR LIVRE.
- ☐ Concreto em contato com SOLO.
- ☐ Concreto em meio FORTEMENTE AGRESSIVO.

Um botão "OK" está na parte inferior direita.

Figura 7. Tela de escolha do cobrimento

Para a definição do carregamento (botão “Carregamento”, na tela principal), os valores parciais são calculados automaticamente a partir das opções realizadas pelo usuário (ambiente, piso, parede). O carregamento total é obtido clicando-se em “Calcular” (Figura 8).

Pode-se fazer uma verificação dos resultados desta etapa do processo pela tela principal. Após escolhido o método de cálculo, clica-se na tecla “Verificar Dados” e surgirá outra tela (Figura 9) onde são apresentados estes valores calculados.



A janela de diálogo intitulada "Carregamento" com uma barra de título e um botão de fechar (X). Contém os seguintes campos:

- Tipo de Ambiente:** Menu suspenso com o valor "Ed.Resid. Dormitório/Sala/Copa".
- Valor:** 1.5 kN/m²
- Paredes:**
 - Comprimento: Campo de texto vazio, seguido de "m".
 - Espessura: Campo de texto vazio, seguido de "m".
 - Pé Direito: Campo de texto vazio, seguido de "m".
 - Valor: kN/m²
- Piso:**
 - Menu suspenso com o valor "Granito".
 - Espessura: Campo de texto com o valor "0.02", seguido de "m".
 - Valor: 5.83 kN/m²
- Botão:** "Calcular" (destacado por uma borda tracejada).
- Resultado:** Carga Total (q): 9.02 kN/m²
- Botões:** "Cancelar" e "OK".

Figura 8. Tela de entrada de dados do carregamento.

Verificação de Dados

Dimensões

Lx (menor vão) = 2.85 m

Ly (maior vão) = 3.65 m

d (altura útil) = 0.07 m

h (altura) = 0.08 m

Coeficientes

Ψ2 = 1.68

Ψ3 = 25

Tipo de aço : CA-50A

Tipo de concreto : C-20

Tipo de Laje : Maciça

Carregamento : 9.02 KN/m²

Cálculo no Regime : Elástico

>>

Figura 9. Tela de verificação de dados.

Caso algum dado não tenha sido preenchido, aparecerá uma tela de aviso como mostra a Figura 10.



Figura 10. Tela de aviso.

Nas Figuras 11 e 12 são apresentadas as telas correspondentes aos resultados dos esforços na laje obtidos por meio dos dois métodos, com a finalidade de serem comparados.

Pelo Método Elástico, na tela são mostrados os valores intermediários dos coeficientes tabelados (PINHEIRO, 1986). Já para o Método Plástico, os resultados intermediários são os referentes às Equações 8 a 11.

Pelo Método Plástico os resultados das reações borda e de canto, além dos momentos fletores, podem ser observados. Nota-se que as reações de apoio obtidas pelos dois métodos são semelhantes, porém os valores de momentos fletores diferem muito. CABRAL (1986) faz uma importante discussão sobre as relações entre momentos positivos e negativos, que vale ser utilizado como material de consulta nos cursos de graduação.

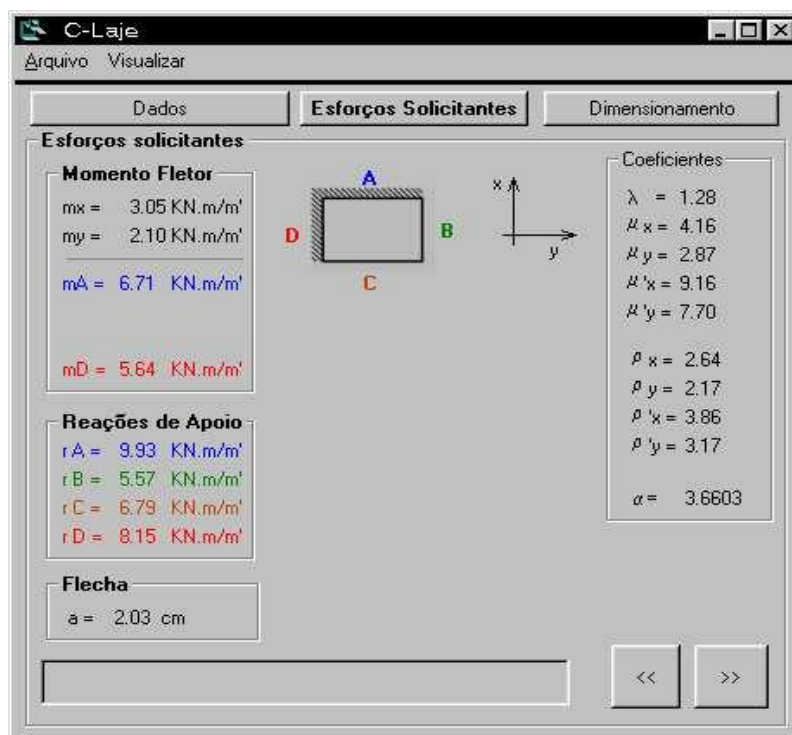


Figura 11. Tela de resultados dos esforços pelo Método Elástico.

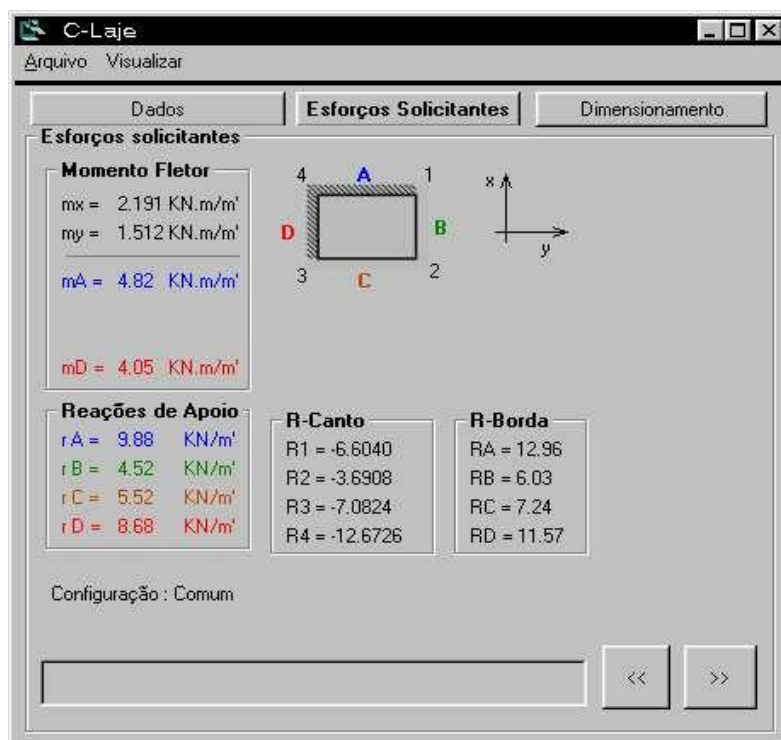


Figura 12. Tela de resultados dos esforços pelo Método Plástico.

O dimensionamento das armaduras positivas é feito na sequência, por meio do botão "Dimensionamento" na tela principal. Na tela referente ao dimensionamento das armaduras (Figura 13) deve-se acrescentar qual o valor a ser fixado, diâmetro da armadura ou seu espaçamento para executar o cálculo.

Os valores já calculados são mostrados para orientação do usuário, incluindo os valores dos coeficientes K_c e K_s e dos comprimentos de armadura, já consideradas barras a serem interrompidas em faixas de momentos menores junto às bordas.

Figura 13. Dimensionamento da armadura positiva: Método Elástico (tela da esquerda) e Método Plástico (tela da direita)

No exemplo, as barras na direção Y tiveram o mesmo valor, pois resultaram como armaduras mínimas, em função da carga ser muito pequena. Pode-se ter uma visualização da distribuição das armaduras pelo botão “Visualizar Detalhamento”.

As armaduras negativas podem também ser dimensionadas. A tela auxiliar (Figura 14) é semelhante à anterior, mas aqui devem-se conhecer os momentos negativos das lajes adjacentes para a sua compatibilização.

Figura 14. Tela de dimensionamento da armadura negativa: Método Plástico.

A tela seguinte é a de finalização dos procedimentos de cálculo desta laje (Figura 15).



Figura 15. Tela de finalização do programa.

Deve-se salvar o arquivo de texto (extensão “txt”) antes de visualizá-lo.

Para a avaliação do programa foram calculadas três lajes conjugadas de um pavimento de edifício. As figura 16 e mostra a tela do detalhamento das armaduras de três lajes conjugadas, calculadas individualmente em sequência, segundo um dos métodos de cálculo, e concluída automaticamente pelo programa C-Laje no ambiente do aplicativo AutoCad.

MÉTODO ELÁSTICO

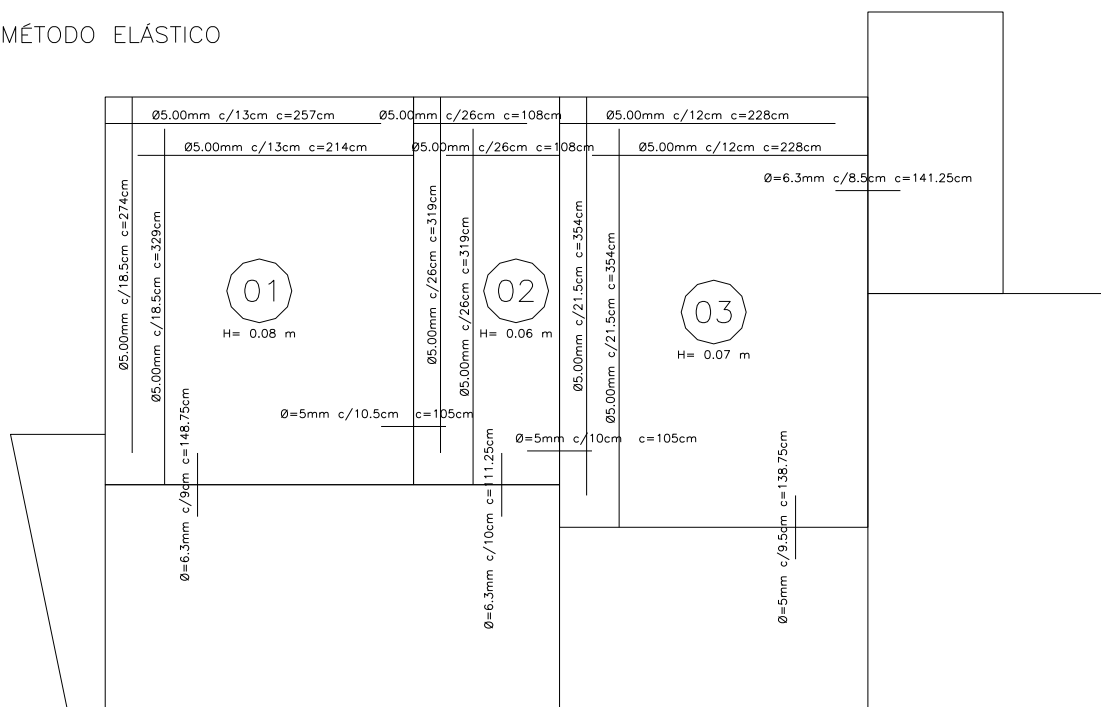


Figura 16. Tela de detalhamento das armaduras nas três lajes do pavimento. (Método Elástico)

Para se fazer o detalhamento de cada laje e, posteriormente de todo o pavimento, deve-se salvar os arquivos individuais com extensão “.laj”, com a seguinte formatação mostrada abaixo:

- 1 Ø5.00mm c/13cm c=257cm
- 2 Ø5.00mm c/13cm c=214cm
- 3 Ø5.00mm c/18.5cm c=329cm
- 4 Ø5.00mm c/18.5cm c=274cm
- 5 Ø=5mm c/10.5cm c=105cm

6 .

7 .

8 $\varnothing=6.3\text{mm}$ c/9cm c=148.75cm

9 01

0 H= 0.08 m

5. CONCLUSÕES

O trabalho mostra as possibilidades do programa desenvolvido para o cálculo de um pavimento, em que é permitido ao usuário o domínio completo do procedimento de cálculo, inclusive permitindo a visualização final do detalhamento.

Trata-se, portanto, de uma ferramenta muito útil aos docentes de disciplinas de graduação de concreto armado e aos profissionais da área de estruturas. O programa está disponível às comunidades acadêmica e profissional, podendo ser solicitado por e-mail aos autores. Este programa é resultado de pesquisa de Iniciação Científica financiada pela FAPESP.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo auxílio financeiro na realização deste projeto.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT - NBR6118/2003. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.

AMARAL, O. C. Sobre as lajes contínuas. Separata de Revista da Escola de Engenharia, no. 6, Belo Horizonte, UFMG, nov.1964.

JOHANSEN, K.W. Linhas de ruptura: Teoria e prática. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1962.

PINHEIRO, L.M. Concreto Armado. Tabelas e Ábacos. (apostila) EESC-USP, São Carlos. 1986.

PINHEIRO, L.M. Análise elástica e plástica de lajes retangulares de edifícios. Tese de Doutorado. EESC-USP, São Carlos. 1988.