

ARTIGO ORIGINAL

Otimização inspirada na interação ecológica de predação do gato em relação ao rato aplicada ao problema da múltipla mochila 0-1

Optimization inspired by the ecological interaction of cat predation regarding to the mouse applied to the 0-1 multiple knapsack problem

Alfredo Silveira Araújo Neto ¹

¹Techway Informática Ltda.

*alfredosilveira@yahoo.com.br

Recebido: 23/10/2022. Revisado: 11/07/2023. Aceito: 27/07/2023.

Resumo

Classificado como um problema de otimização combinatória *NP*-difícil, que em geral despende um esforço computacional inaceitável quando da determinação de soluções ótimas e exatas, o problema da mochila, assim como as suas variações, tem sido usualmente endereçado por intermédio de algoritmos heurísticos e meta-heurísticos, capazes de estabelecer resultados aproximadamente ótimos a um custo de processamento admissível. Sendo assim, e considerando a assiduidade com que métodos fundamentados em comportamentos biológicos e evolucionários têm sido admitidos à sua resolução, este estudo propõe aplicação de uma meta-heurística inspirada da relação ecológica de predação do gato em relação ao rato, à obtenção de soluções aproximadas para o problema da múltipla mochila 0-1, e observa, por intermédio de uma avaliação empírica que incluiu uma análise estatística não paramétrica dos resultados, que o algoritmo sugerido foi capaz de alcançar soluções equivalentes ou mais adequadas do que as determinadas por outros métodos de otimização combinatória.

Palavras-Chave: Computação evolutiva; meta-heurísticas; otimização combinatória

Abstract

Classified as a combinatorial optimization problem *NP*-hard, which in general expends an unacceptable computational effort when determining optimal and exact solutions, the knapsack problem, as well as its variations, has usually been approached through heuristic and meta-heuristic algorithms, able to establish approximately optimal results at an acceptable processing cost. Therefore, and considering the assiduity with which methods based on biological behaviors and evolutionary behaviors have been admitted to their resolution, this paper proposes the application of a meta-heuristic inspired by the ecological relationship of predation of the cat regarding the mouse, to obtain approximate solutions to the 0-1 multiple knapsack problem, and observes, through an empirical evaluation that included a non-parametric statistical analysis of the results, that the suggested algorithm was able to compute equivalent or more adequate solutions than those determined by other combinatorial optimization methods.

Keywords: Evolutive computing; metaheuristics; combinatorial optimization

1 Introdução

Suponha que um viajante independente, capaz de organizar as suas excursões turísticas por conta própria, esteja realizando o planejamento da sua próxima viagem, e que, diante de uma coleção de itens à sua disposição, passíveis de serem acrescentados à sua mochila, precisa selecionar somente aqueles que irão, durante o seu trajeto, proporcionar o maior conforto possível. A rigor, o problema da determinação dos itens que deverão ser acomodados na mochila, ou, sinteticamente, problema da mochila, pode ser formulado por meio de uma conduta que enumera os objetos de 1 a n , e que introduz um vetor de variáveis binárias x_j ($j = 1, \dots, n$), cujo j -ésimo componente assume o valor 1, se o j -ésimo item tiver sido acrescentado à mochila, ou o valor 0, caso contrário. Por intermédio desse arranjo, se p_j denota o conforto proporcionado pelo j -ésimo item, w_j representa o seu tamanho, e c corresponde à capacidade da mochila, tem-se que o problema em estudo, também designado como problema da mochila 0-1, consiste em selecionar dentre todos os vetores binários que satisfazem à restrição (Martello and Toth, 1990)

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c, \quad (1)$$

àquele que maximiza a função objetivo determinada pela expressão

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j, \quad x_j \in \{0, 1\}. \quad (2)$$

Uma abordagem rudimentar para o problema, poderia ser estabelecida como uma iniciativa que examinasse todos os arranjos binários x , que satisfizessem à restrição determinada pela Eq. (1), e que, subsequentemente selecionasse o melhor, com relação à função objetivo. Entretanto, tendo em conta que o número de vetores a serem verificados é 2^n , observa-se que mesmo uma máquina hipotética, capaz de avaliar 1 bilhão de respostas por segundo, poderia necessitar de mais de 30 anos de processamento para determinar uma solução, se houvesse 60 itens a serem escolhidos, mais de 60 anos se existissem 61 itens, ou ainda 10 séculos se 65 itens estivessem à disposição (Martello and Toth, 1990), tendo-se assim a enumeração exaustiva das soluções como um expediente na prática inexecutável, mesmo diante de um incremento não muito significativo das dimensões das instâncias do problema.

Segundo Martello and Toth (1990), o problema da múltipla mochila 0-1, reputado como uma generalização do problema da mochila 0-1, ocorre quando se dispõe de m contêineres ou mochilas, de capacidades c_i ($i = 1, \dots, m$), entre os quais os itens podem ser distribuídos. Dessa forma, dados um conjunto de n itens e um conjunto de m mochilas, com $m \leq n$, onde p_j corresponde ao benefício ou lucro proporcionado pelo j -ésimo item, w_j denota o peso ou tamanho do j -ésimo item, e c_i representa a capacidade ou vo-

lume da i -ésima mochila, admite-se que o procedimento que consiste em selecionar m subconjuntos disjuntos de itens, de forma que o lucro total obtido seja o maior possível, e que o peso total do subconjunto de itens associados à i -ésima mochila, não exceda a sua capacidade, pode ser formalmente descrito como

$$\text{maximizar } z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_j x_{ij} \quad (3)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j=1}^n w_j x_{ij} \leq c_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, \quad (6)$$

onde $x_{ij} = 1$ se o j -ésimo item estiver associado à i -ésima mochila, ou $x_{ij} = 0$, caso contrário. Sem perda de generalidade e inferindo-se que w_j , p_j e c_i são números inteiros positivos, assume-se adicionalmente que todos os itens possuem volume menor ou igual ao da mochila de maior capacidade, que todas as mochilas possuem volume maior ou igual ao item de menor tamanho, e que a soma dos pesos dos itens é maior do que a capacidade de cada mochila, isto é,

$$w_j \leq \max_{i=1, \dots, m} \{c_i\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (7)$$

$$c_i \geq \min_{j=1, \dots, n} \{w_j\}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j > c_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

De acordo com Laabadi et al. (2018); Leao et al. (2014), ainda que elementares, os conceitos compreendidos pela formulação do problema da mochila podem servir de orientação à modelagem de questões de maior complexidade, além de serem aptos à amparar a obtenção de respostas para problemas de diversas naturezas, a exemplo do aprimoramento do procedimento de corte de peças bidimensionais (Gonçalves and de Queiroz, 2014), da determinação do modelo de investimentos financeiros mais favorável (Vaezi et al., 2019), do aperfeiçoamento de processos industriais aplicados à fabricação de itens manufaturados (Bretthauer et al., 2006), do aprimoramento da capacidade de atendimento em centros cirúrgicos hospitalares (Laza-

rev et al., 2022), da determinação do espectro de frequências em redes de rádio cognitivas (Song et al., 2008), do estabelecimento de condutas eficientes para o acesso e a transferência de volumes expressivos de dados em formato eletrônico, geograficamente distribuídos (Chettaoui and Charrada, 2012), do delineamento da arquitetura de validação de sistemas distribuídos adaptáveis (Lahami et al., 2012), entre muitos.

Por ser classificado como um problema de otimização combinatória *NP*-difícil, que, conforme referido, despense um esforço computacional usualmente inaceitável quando da determinação de soluções ótimas e exatas, o problema da mochila tem sido abordado, dentre outros, por métodos heurísticos e meta-heurísticos, capazes de alcançar resultados aproximadamente ótimos a um custo de processamento admissível (Martello and Toth, 1990; Laabadi et al., 2018). Entre os algoritmos meta-heurísticos aplicados à resolução do problema da mochila, distinguem-se os originados com base em analogias relacionadas a comportamentos biológicos e evolucionários, fundamentados na designação aleatória de uma coleção ou população de soluções, e no aperfeiçoamento sucessivo dos itens que constituem a coleção de respostas, a exemplo do estudo de Zhou et al. (2022), que adotou um método híbrido evolucionário à determinação do problema da múltipla mochila quadrática, do trabalho de Yang et al. (2022), que aplicou um algoritmo memético à resolução do problema da múltipla mochila, com elementos submetidos à múltipla escolha, e, entre outros, dos estudos de Neumann et al. (2022), Mansour (2022) e Luo and Zhao (2019), que, respectivamente, estabeleceram soluções para o problema da mochila com elementos cujos benefícios possuíam valores inexatos, para o problema da múltipla mochila com mais de um critério a maximizar, e para o problema da múltipla mochila em sua forma canônica.

Tendo em consideração as particularidades do problema da mochila, que conduzem à adoção de métodos de aproximação à sua resolução, e tendo em conta a assiduidade com que algoritmos meta-heurísticos evolutivos têm sido admitidos à sua determinação, este trabalho propõe a aplicação de uma meta-heurística inspirada na interação biológica de predação do gato em relação ao rato, à obtenção de soluções aproximadas para o problema da múltipla mochila 0-1, descrevendo, por meio da Seção 2, como a relação ecológica de predação observada entre o gato e suas presas, pode ser estruturada a fim de proporcionar a resolução de problemas de otimização combinatória; por intermédio da Seção 3, as adequações efetuadas sobre a forma canônica do algoritmo meta-heurístico fundamentado no predatismo, com a intenção de permitir a sua aplicação ao estabelecimento de soluções para o problema da múltipla mochila; e assinalando, mediante a Seção 4, a Seção 5 e o Apêndice A, os experimentos que foram conduzidos com o propósito de confrontar as respostas determinadas pelo método sugerido, com as soluções alcançadas por outras estratégias referidas na literatura, as conclusões obtidas com base nas avaliações efetuadas, assim como resultados dos experimentos que foram empreendidos no decorrer deste estudo.

2 Otimização inspirada na interação ecológica de predação do gato em relação ao rato

A predação consiste em uma relação ecológica por meio da qual membros de uma espécie, os predadores, se alimentam diretamente do todo ou de partes de organismos vivos de outras espécies vegetais ou animais, que, nesta condição, são denominadas presas. Unidas, as duas diferentes espécies estabelecem um relacionamento biológico onde os predadores se utilizam dos mais diversos artifícios a fim de capturar os espécimes que asseguram a sua subsistência. Enquanto que os animais herbívoros via de regra caminham, nadam ou voam na direção dos vegetais dos quais se alimentam, diversos carnívoros terrestres, que em geral consomem presas que se movimentam, frequentemente necessitam introduzir expedientes de perseguição e emboscada, a exemplo dos guepardos, que capturam as suas presas correndo em alta velocidade, e dos lobos e dos leões africanos, que cooperam entre si ao apanhar outros animais por intermédio de caçadas em grupo (G. Tyler Miller and Spoolman, 2009).

Os gatos domésticos são animais terrestres essencialmente carnívoros que mantiveram, no decorrer de sua evolução hereditária, uma elevada eficiência de caça. Pertencem à espécie *Felis catus*, oriunda da espécie *Felis silvestris lybica*, que por sua vez compreende seus ancestrais selvagens, originalmente observados no norte da África. Diferentemente dos lobos e dos leões africanos, são predadores solitários, que usualmente preseruem presas de dimensões muito menores das que as suas, e que, por consequência, necessitam realizar diversas caçadas por dia com o propósito de obter os recursos necessários à sua sobrevivência. Capazes de exercer uma significativa influência sobre o comportamento de outros espécimes, seja por meio do abate direto, ou seja por meio das limitações que impõe acerca do acesso aos alimentos e aos espaços físicos nos quais as suas presas podem habitar e transitar, os gatos domésticos estabelecem com pequenos roedores, e em particular com os camundongos ou ratos, uma das mais reconhecidas associações ecológicas de predação (Bradshaw, 2006; Parsons et al., 2018).

Fundamentado no comportamento de perseguição e captura dos gatos domésticos em relação aos ratos, um trabalho publicado por Dehghani et al. (2021) estabeleceu uma estratégia de resolução baseada em população, apta a ser admitida à determinação de problemas de otimização. No método proposto, os agentes responsáveis pela exploração das possíveis soluções para o problema endereçado, são retratados por gatos e por ratos, que, de forma aleatória, realizam deslocamentos no interior do conjunto das respostas de um determinado problema, a fim de obter, dentre os resultados viáveis investigados, aquele que mais adequadamente constitui uma solução. Utilizando-se de um expediente que subdivide a execução do algoritmo fundamentalmente em duas fases, o procedimento descrito em Dehghani et al. (2021) define um primeiro estágio de processamento, no qual o movimento de investida dos gatos na direção dos ratos é modelado, e, um segundo estágio, onde a atitude de fuga dos ratos, na procura por um local que possa servir de refúgio, é, assim como o artifício de caça, matematicamente delineado.

De acordo com o estudo realizado por Dehghani et al.

(2021), o método de otimização definido, referido por intermédio do algoritmo 1 e inspirado na interação ecológica de predação do gato em relação ao rato, deve incluir as operações especificadas a seguir:

- 1) Estabeleça a função critério, ou função objetivo, f , a ser minimizada ou maximizada;
- 2) Inicialize o conjunto $S = \{s_i\}, i = 1, \dots, t$, com $s_i = (w_{i1}, \dots, w_{id}) \in \mathbb{R}^d$, cujos elementos representam os espécimes que constituem a população de predadores e presas, e no qual cada componente w_{id} de s_i é determinado por intermédio da seleção aleatória de um número compreendido no intervalo $[lb, ub]$, onde lb e ub , correspondem, respectivamente, ao menor e ao maior valor que cada coordenada w_{id} pode admitir;
- 3) Avalie os elementos de S com relação à função critério f , e os classifique de forma que as soluções, s_i , mais apropriadas sejam dispostas no início, e as respostas menos congruentes sejam posicionadas no final de S ;
- 4) Decomponha o conjunto S em dois subconjuntos de mesma cardinalidade, de modo que o primeiro, $Sr = \{sr_j\}, j = 1, \dots, u$, com $sr_j = (wr_{j1}, \dots, wr_{jd}) \in \mathbb{R}^d$, constitua a população de ratos, e contenha as melhores soluções quanto à função objetivo f , e que o segundo, $Sg = \{sg_j\}, j = 1, \dots, u$, com $sg_j = (wg_{j1}, \dots, wg_{jd}) \in \mathbb{R}^d$, compreenda a população de gatos, e inclua as soluções menos adequadas relativamente à f ;
- 5) Com o propósito de simular o movimento de perseguição do predador em relação à sua presa, modifique as coordenadas dos elementos que pertencem à população de gatos, Sg , por intermédio da expressão

$$wg_{jd}^p = wg_{jd}^{p-1} + \alpha(wr_{jd}^{p-1} - \beta wg_{jd}^{p-1}), \quad (10)$$

onde wg_{jd}^p corresponde a d -ésima coordenada da j -ésima solução da população de predadores, na p -ésima iteração, wg_{jd}^{p-1} denota o mesmo componente de Sg , na $(p-1)$ -ésima iteração, wr_{jd}^{p-1} consiste na d -ésima coordenada da j -ésima solução da coleção de presas, Sr , na $(p-1)$ -ésima iteração, enquanto que α retrata um valor arbitário situado no intervalo $[0, 1]$, e β equivale ao resultado da expressão $[1 + [0, 1]]$;

- 6) Compare a solução modificada, sg_j^p , com a resposta que a originou, sg_j^{p-1} , e substitua a solução inicial pela recém-obtida se esta for, quanto à função critério f , mais apropriada;
- 7) Estabeleça para a presa, sr_j , um refúgio, $sh_j = (wh_{j1}, \dots, wh_{jd}) \in \mathbb{R}^d$, determinando seu componentes por intermédio da seleção arbitrária de valores entre as coordenadas dos elementos pertinentes ao

conjunto S ;

- 8) A fim de modelar o comportamento de fuga da presa na direção de um refúgio, altere os componentes dos elementos que pertencem à população de ratos, Sr , por meio de expressão

$$wr_{jd}^p = wr_{jd}^{p-1} + \alpha(wh_{jd}^{p-1} - \beta wr_{jd}^{p-1})\gamma, \quad (11)$$

onde wr_{jd}^p corresponde a d -ésima coordenada da j -ésima solução da população de presas, na p -ésima iteração, wr_{jd}^{p-1} representa o mesmo componente de Sr , na $(p-1)$ -ésima iteração, wh_{jd}^{p-1} consiste na d -ésima coordenada do j -ésimo refúgio na $(p-1)$ -ésima iteração, α e β são determinados por meio dos mesmos critérios utilizados na Eq. (10), enquanto que γ admite valor 1 ou -1 , conforme a solução sr_j seja, quanto à f , respectivamente, mais ou menos apropriada do que a solução sh_j ;

- 9) Compare a solução modificada, sr_j^p , com a resposta que a originou, sr_j^{p-1} , e substitua a solução inicial pela recém-calculada se esta for, em relação à f , mais congruente;
- 10) Refaça as operações compreendidas entre o Item 3) e o Item 9), até que a condição de interrupção seja alcançada;
- 11) Determine a solução mais apropriada de S e a admita como a resposta para o problema.

No trabalho conduzido por Dehghani et al. (2021), o algoritmo meta-heurístico fundamentado no comportamento de predação, que possui como parâmetros apenas o número máximo de iterações até que a sua execução seja interrompida, e a quantidade de elementos da população de predadores e presas, foi aplicado à minimização de 23 funções matemáticas de referência, obtendo resultados mais satisfatórios do que os alcançados por outras 9 meta-heurísticas descritas na literatura, com as quais foi comparado. Adicionalmente, uma análise complementar, que teve como propósito assinalar, de forma ideal, qual seria o número de iterações, assim como a quantidade de soluções a serem manipuladas pelo método, examinou o comportamento do algoritmo ao admitir 100, 500, 800 ou 1.000 iterações, e 20, 30, 50 ou 80 itens em sua população, assinalando que o incremento dos valores atribuídos a esses parâmetros, nos intervalos referidos, invariavelmente proporcionava melhores respostas.

3 Otimização inspirada na interação ecológica de predação do gato em relação ao rato aplicada ao problema da múltipla mochila 0-1

Neste estudo, a aplicação da meta-heurística inspirada na interação ecológica de predação, à determinação de solu-

Algoritmo 1: Otimização inspirada na predação do gato em relação ao rato

```

1 Estabeleça  $f$ ;
2 Inicialize aleatoriamente um conjunto de soluções
   $S = \{s_i\}, i = 1, \dots, t$ ;
3 enquanto a condição de interrupção não for
  alcançada faça
4   Avalie  $S$  quanto à  $f$  e o classifique em ordem
     decrescente de congruência;
5   Decomponha  $S$  em  $Sr = \{sr_j\}, j = 1, \dots, u$  e
      $Sg = \{sg_j\}, j = 1, \dots, u$ ;
6   para cada  $sg_j \in Sg$  faça
7     Modifique as coordenadas de  $sg_j$  com base na
       Eq. (10);
8     Substitua  $sg_j$  pela solução recém-obtida se a
       nova solução for mais apropriada;
9   para cada  $sr_j \in Sr$  faça
10    Estabeleça a solução  $sh_j$  correspondente à  $sr_j$ ;
11    Modifique as coordenadas de  $sr_j$  com base na
      Eq. (11);
12    Substitua  $sr_j$  pela solução recém-obtida se a
      nova solução for mais apropriada;
13 Determine a solução mais adequada de  $S$  e a admita
     como a resposta para o problema;
```

ções aproximadas para o problema de múltipla mochila 0-1, foi efetuada considerando a estrutura convencional do algoritmo 1. Sendo assim, as modificações realizadas sobre o método em seu formato original, descritas no algoritmo 2 e determinadas sobretudo pela natureza binária da função critério, Eq. (3), a maximizar, e pelas restrições 4, 5 e Eq. (6), foram empreendidas consoante o referido a seguir.

Os predadores e as presas que compreendiam a população de soluções, $S = \{s_i\}, i = 1, \dots, t$, foram representados por vetores de dígitos binários d -dimensionais, $s_i = (w_{i1}, \dots, w_{id}) \in \{0, 1\}^d$, onde d era equivalente a mn , e n e m correspondiam, respectivamente, ao número de elementos à disposição, e à quantidade de mochilas dentre as quais os itens poderiam ser dispostos, estabelecendo uma conduta em que o d -ésimo valor de s_i admitia 1 se o n -ésimo item estivesse incluído na m -ésima mochila, ou 0, caso contrário. A operação de inicialização das soluções era efetuada de forma arbitrária para cada contêiner, mediante a seleção aleatória do n -ésimo elemento e a sua inclusão na m -ésima mochila, desde que o item ainda não tivesse sido designado a qualquer contêiner, e desde que o seu acréscimo não excedesse o volume de armazenamento disponível, determinando um arranjo no qual os componentes de s_i que estavam situados no intervalo $[1, n]$ se referiam à ocupação da primeira mochila, os valores posicionados no intervalo $[n + 1, 2n]$ ao preenchimento da segunda mochila, e dessa forma consecutivamente até as coordenadas dipostas no intervalo $[(m - 1)n + 1, mn]$, que expressavam o conteúdo da m -ésima mochila.

O movimento de perseguição do predador em relação à sua presa foi reproduzido por intermédio da alteração

aleatória de k componentes das soluções de Sg , mediante a expressão

$$wg_{jd}^p = wr_{jd}^{p-1}, \quad (12)$$

onde wg_{jd}^p correspondia a d -ésima coordenada da j -ésima solução da população de gatos, na p -ésima iteração, wr_{jd}^{p-1} denotava a d -ésima coordenada da j -ésima solução da coleção de presas, na $(p - 1)$ -ésima iteração, e k correspondia a um número arbitrário selecionado no intervalo $[1, \lceil nm\xi \rceil]$, com

$$\xi = 1 - \frac{p}{pm}, \quad (13)$$

e p e pm respectivamente iguais ao número da iteração em execução, e ao número máximo de iterações. De forma semelhante, comportamento de fuga da presa na direção de um refúgio, foi constituído pela modificação arbitrária de k coordenadas das soluções de Sr , por intermédio da atribuição

$$wr_{jd}^p = wh_{jd}^{p-1}, \quad (14)$$

onde wr_{jd}^p denotava a d -ésima coordenada da j -ésima solução da população de ratos, na p -ésima iteração, wh_{jd}^{p-1} denotava a d -ésima coordenada da j -ésima solução refúgio, na $(p - 1)$ -ésima iteração, e k correspondia a um número aleatório selecionado no intervalo $[1, \lceil nm\xi \rceil]$, com a eventual inversão do componente recém-obtido mediante a expressão

$$wr_{jd}^p = 1 - wr_{jd}^{p-1}, \quad (15)$$

para as circunstâncias em que a avaliação da função critério, f , quanto à Sr , era distinta da mesma avaliação em relação à Sh .

Tendo em consideração as limitações determinadas pela formulação do problema, e a condição aleatória observada na designação dos refúgios, e nas modificações efetuadas sobre os predadores e as presas, todas as soluções estabelecidas durante o processamento do algoritmo eram submetidas a uma verificação, e a uma eventual correção, efetuada segundo o algoritmo de reparo descrito no estudo de Chu and Beasley (1998), com o propósito de impedir a manutenção de respostas que estivessem em desacordo com as restrições da múltipla mochila, entre os elementos da população. O valor de k , calculado arbitariamente, e, conforme orientações referidas em Chaturvedi et al. (2009), dependente do número de iterações executadas, proporcionava uma exploração mais abrangente das opções de respostas durante o início do processamento, e uma análise mais circunscrita no final da execução, permitindo que o método primeiramente examinasse um número maior de arranjos, e que subsequentemente se dedi-

Algoritmo 2: Otimização inspirada na predação do gato em relação ao rato aplicada ao problema da múltipla mochila

```

1 Estabeleça  $f$ ;
2 Inicialize aleatoriamente um conjunto de soluções
   $S = \{s_i\}, i = 1, \dots, t$ ;
3 enquanto a condição de interrupção não for
  alcançada faça
4   Avalie  $S$  quanto à  $f$  e o classifique em ordem
    decrescente de congruência;
5   Decomponha  $S$  em  $S_r = \{sr_j\}, j = 1, \dots, u$  e
     $S_g = \{sg_j\}, j = 1, \dots, u$ ;
6   para cada  $sg_j \in S_g$  faça
7     Modifique as coordenadas de  $sg_j$  com base na
      Eq. (12);
8     Repare a solução  $sg_j$  modificada, caso esteja
      em desacordo com as restrições do
      problema;
9     Substitua  $sg_j$  pela solução recém-obtida se a
      nova solução for mais apropriada;
10  para cada  $sr_j \in S_r$  faça
11    Estabeleça a solução  $sh_j$  correspondente à  $sr_j$ ;
12    Repare a solução  $sh_j$ , caso esteja em
      desacordo com as restrições do problema;
13    Modifique as coordenadas de  $sr_j$  com base na
      Eq. (14) e na Eq. (15);
14    Repare a solução  $sr_j$  modificada, caso esteja
      em desacordo com as restrições do
      problema;
15    Substitua  $sr_j$  pela solução recém-obtida se a
      nova solução for mais apropriada;
16 Determine a solução mais adequada de  $S$  e a admita
    como a resposta para o problema;
```

casas ao aperfeiçoamento dos resultados, efetuando novas investigações apenas nas circunvizinhanças das soluções até então obtidas.

Os parâmetros de execução do método proposto, que conforme a estrutura convencional do algoritmo de predação, eram constituídos pelo número de elementos da população de soluções, e pela quantidade máxima de iterações, foram determinados tendo em conta os estudos de Basset et al. (2021), Lin et al. (2019) e Haddar et al. (2016), que, de forma semelhante a este trabalho, admitiram o emprego de meta-heurísticas fundamentadas em populações e inspiradas em comportamentos biológicos, à determinação do problema da mochila. Sendo assim, um número máximo de iterações igual a 500, e uma quantidade de 20 elementos na coleção de soluções, constituíram os parâmetros do algoritmo sugerido.

4 Experimentos computacionais

Com o propósito de efetuar uma análise comparativa entre os resultados determinados pela meta-heurística inspirada na relação ecológica de predação, e as respostas

fornecidas por outros métodos descritos na literatura, um conjunto de experimentos foi empreendido. De modo específico, as soluções calculadas pelo método proposto, foram contrapostas às soluções determinadas por um algoritmo genético descrito em Chu and Beasley (1998), por uma meta-heurística inspirada no processo de improvisação musical efetuado por instrumentistas (Kong et al., 2015), por uma estratégia fundamentada na propagação das ondas oceânicas em águas de baixa profundidade (Zheng et al., 2019), e por uma meta-heurística inspirada nos comportamentos social e cooperativo exibido em enxames de partículas ou insetos voadores (Chih et al., 2014). Segundo esse expediente, a hipótese experimental foi a de que o algoritmo inspirado na interação ecológica de predação obterá resultados expressivamente melhores dos que os alcançados pelas demais estratégias de otimização, enquanto que a hipótese nula foi a de que a utilização do algoritmo sugerido não seria a decisão mais apropriada.

A fim de proporcionar uma avaliação imparcial e razoável, todos os algoritmos, codificados por meio da linguagem de programação Microsoft Visual Basic .NET, foram processados fazendo uso do mesmo ambiente físico, constituído por um microcomputador dispondo de 8GB de memória RAM, processador Intel i5 de 1,60 GHz e sistema operacional Microsoft Windows 10. Como os parâmetros de execução foram dependentes da estrutura de cada método, além do número de elementos da população de soluções e da quantidade máxima de iterações, respectivamente iguais a 20 e 500 para todas as estratégias de otimização, admitiram-se os seguintes critérios durante a execução dos experimentos. Para o algoritmo genético, e ainda que o seu arranjo convencional indicasse a determinação das probabilidades de cruzamento e de mutação, não houve, neste estudo, a designação desses valores, haja vista que o trabalho de Chu and Beasley (1998) fez o uso de condutas que não os exigiam. Para a meta-heurística inspirada nas técnicas de improvisação musical, a probabilidade que recomendava a escolha de novas soluções a partir dos itens da memória harmônica, ou, de forma complementar, o estabelecimento de soluções de maneira arbitrária, era, conforme sugerido em Kong et al. (2015), dependente de constantes iguais a 13 e 5. Para a estratégia fundamentada na propagação das ondas oceânicas, e consoante ao referido em Zheng et al. (2019), os valores mínimo e máximo dos comprimentos que as ondas poderiam admitir eram, respectivamente, iguais a 1 e 0, $9n$, onde n correspondia ao número de elementos capazes de serem dispostos entre as mochilas. Por fim, para o algoritmo inspirado nos comportamentos social e cooperativo dos enxames, a velocidade máxima de cada partícula, os coeficientes de aceleração máximo e mínimo, assim como os coeficientes de inércia um e dois, eram, nessa ordem e de acordo com o recomendado em Chih et al. (2014), iguais a 4, 1, 5, 0, 5, 2, 5 e 0, 5.

4.1 Instâncias

As instâncias utilizadas nos experimentos de avaliação, computadas de maneira aleatória, classificadas de acordo com três critérios ou padrões específicos, e determinadas consoante as orientações descritas em Martello and Toth (1990), constituíram oito coleções distintas, as quais

foram submetidas aos cinco algoritmos de otimização examinados.

O primeiro critério admitido no estabelecimento das instâncias do problema, referia-se às dimensões, considerando $M = \{2, 5\}$ e $N = \{50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 750\}$, para as assim denominadas instâncias de menores dimensões, e designando $M = \{10, 20, 30, 40\}$ e $N = \{1.000, 1.500, 2.000, 2.500, 3.000\}$ para as instâncias de maiores dimensões, onde M e N , denotavam, nessa ordem, os conjuntos das quantidades de mochilas, m , e das quantidades de itens, n , que poderiam haver em cada instância. O segundo padrão utilizado, correspondia ao relacionamento entre os pesos dos itens, w_j , e os seus respectivos benefícios, p_j , permitindo a definição de instâncias nas quais havia uma associação entre os valores de w_j e p_j , ou o estabelecimento de instâncias com ausência de qualquer relacionamento entre o peso do j -ésimo item e o seu benefício. Já o terceiro e último critério, assinalava a semelhança existente entre as capacidades, c_i , das mochilas, determinando circunstâncias nas quais os volumes disponíveis nos contêineres poderiam apresentar uma maior, ou uma menor equivalência entre si.

Tendo em consideração os critérios referidos, e observando a condição arbitrária com que as instâncias eram designadas, o procedimento de cálculo dos pesos dos itens, dos seus benefícios, e dos volumes disponíveis nas mochilas, foi admitido consoante as indicações a seguir:

- Para as instâncias de menores dimensões, os pesos dos itens eram determinados mediante a seleção aleatória de um número inteiro no intervalo $[1, 100]$, enquanto que para as instâncias maiores, os mesmos valores eram calculados com base em um intervalo mais abrangente, demilitado por $[1, 1.000]$;
- Para as situações em que existia um relacionamento entre o peso do item, w_j , e o seu benefício, p_j , o valor de p_j era selecionado a partir do intervalo $[lb, ub]$, onde $lb = w_j - 10$ e $ub = w_j + 10$, para as instâncias de menores dimensões, ou $lb = w_j - 100$ e $ub = w_j + 100$, para as instâncias de maiores dimensões. Já para a condição em que não existia qualquer relacionamento entre os pesos e os benefícios, os valores de w_j e p_j eram definidos mediante a seleção arbitrária de um número inteiro no intervalo $[1, 100]$, ou no intervalo $[1, 1.000]$, conforme as instâncias fossem, respectivamente, menores ou maiores;
- O volume, c_i , disponível em cada mochila ou contêiner, era estabelecido por intermédio da escolha aleatória de um número inteiro no intervalo $[lb, ub]$, com

$$lb = \lceil \frac{sw}{m} \theta \rceil \quad (16)$$

e

$$ub = \lceil \frac{sw}{m} \omega \rceil \quad (17)$$

onde sw expressava o somatório dos pesos de todos os

itens, m denotava o número de mochilas, e θ e ω retratavam, nessa ordem, os fatores inferior e superior utilizados na determinação do intervalo, sendo correspondentes a 0,4 e 0,6, na circunstância em que havia uma maior equivalência entre as capacidades, e iguais a 0,1 e 0,9, na condição em que existia uma menor equivalência.

As condições Eq. (7), Eq. (8) e Eq. (9), que respectivamente determinavam que todos os itens deveriam possuir um volume menor ou igual ao da mochila de maior capacidade, que todas as mochilas deveriam dispor de um volume maior ou igual ao item de menor tamanho, e que a soma dos pesos dos itens deveria ser superior à capacidade de cada mochila, conduziam a uma redenominação arbitrária do peso do j -ésimo item ou da capacidade da i -ésima mochila, sempre que uma das restrições não era satisfeita. Em adição, a cardinalidade dos conjuntos M e N resultavam em 22 instâncias do problema, ao se considerar dimensões menores, e em 20 instâncias, ao se admitir dimensões mais expressivas, enquanto que a combinação desse critério com o relacionamento entre os pesos dos itens e os seus respectivos benefícios, assim como com a equivalência entre as capacidades das mochilas, originava oito situações em que os algoritmos de otimização poderiam ser confrontados, conforme observado na Seção 4.2, a seguir.

4.2 Avaliação dos algoritmos

A Fig. 1, elaborada consoante os resultados referidos na Tabela 1, que contém as médias dos valores normalizados da função critério, após 10 execuções independentes de cada algoritmo, tendo em conta instâncias de menores dimensões com itens correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes, permite assinalar uma condição em que hipótese experimental foi aceita. Com efeito, e considerando que segundo a verificação de Shapiro and Wilk (1965), os resultados não se encontravam normalmente distribuídos, o teste estatístico de Friedman (1937), seguido da avaliação post-hoc de Nemenyi (1963), permitiu indicar, com $p < 0,05$, que as médias aritméticas dos valores da função critério, ao se admitir os algoritmos genético e de predação, ou seja, 1,0000 e 0,9470, foram equivalentes e de maneira pronunciada, mais congruentes do que os valores médios associados às demais estratégias de aproximação. Sendo assim, conclui-se por intermédio desses achados, de maneira estatisticamente significativa e para a primeira coleção de instâncias, uma melhor adequação do método sugerido e da estratégia genética, ante as meta-heurísticas inspiradas nas técnicas de improvisação musical, no comportamento das ondas oceânicas e dos enxames de partículas, em determinar soluções aproximadas para o problema da múltipla mochila.

A análise dos resultados indicados por meio da Fig. 2, elaborada consoante os valores compreendidos pela Tabela 2, refere mais uma circunstância em que a hipótese experimental foi admitida, haja vista a inexistência de diferenças expressivas entre os resultados médios obtidos pelo algoritmo mais congruente, ou seja, o genético, e os valores médios alcançados pela estratégia proposta. Esses achados, amparados pelos testes de Friedman e de

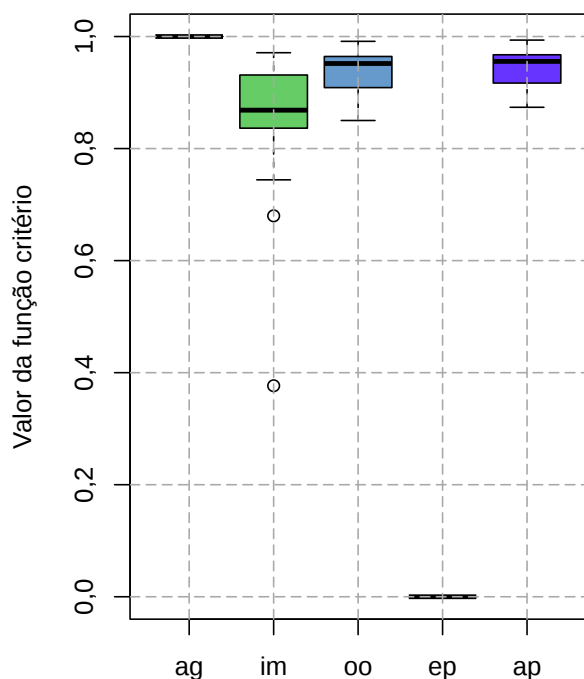


Figura 1: Variação do valor normalizado da função critério, ao se considerar instâncias de menores dimensões com itens correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes. Houve a indicação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p < 2,2 \cdot 10^{-16}$), justificadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado na improvisação musical (im) (Nemenyi, $p = 3,1 \cdot 10^{-9}$), inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,0009$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 7,3 \cdot 10^{-5}$). A contraposição entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo de predação (ap) sugerido, não assinalou diferenças significativas (Nemenyi, $p = 0,1197$).

Nemenyi, assinalam ainda, a melhor conveniência dos métodos genético e de predação em computar aproximações para o problema, ao se admitir a segunda coleção de instâncias, e ao serem confrontados com as estratégias fundamentadas nas técnicas de improvisação musical, no comportamento das ondas oceânicas e dos enxames de partículas.

A contraposição entre os resultados médios obtidos por cada meta-heurística, ao se considerar a terceira coleção de instâncias, caracteriza, conforme observado por intermédio da Fig. 3, delineada consoante os resultados da Tabela 3, mais uma circunstância em que os algoritmos genético e de predação foram equivalentes e mais congruentes. Com efeito, e dado que as respostas médias das estraté-

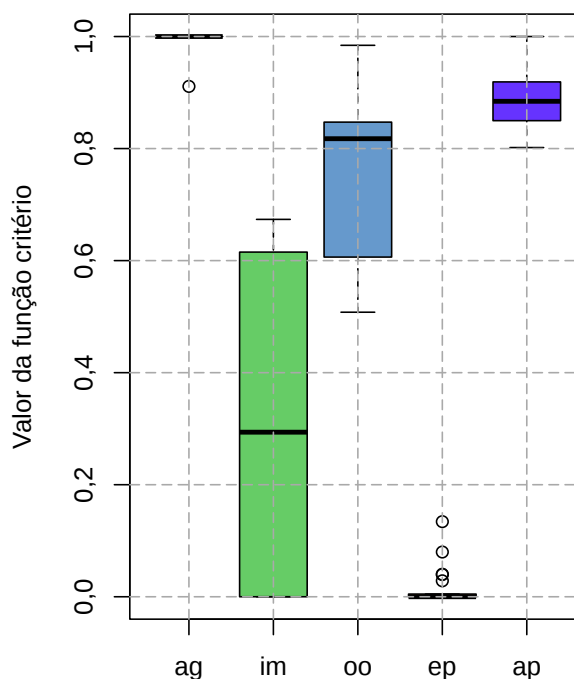


Figura 2: Variação do valor normalizado da função critério, ao se admitir instâncias de menores dimensões com itens não correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes. Houve a indicação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p < 2,2 \cdot 10^{-16}$), comprovadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado na improvisação musical (im) (Nemenyi, $p = 2,5 \cdot 10^{-10}$), inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,0009$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 2,7 \cdot 10^{-13}$). A contraposição entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo de predação (ap), não designou diferenças significativas (Nemenyi, $p = 0,3667$).

gias genética e inspirada nas condutas de perseguição e fuga, respectivamente iguais a 1,0000 e 0,9449, foram substancialmente melhores dos que os resultados dos demais procedimentos de aproximação, tem-se novamente o aceite da condição experimental de que a escolha do algoritmo sugerido seria uma decisão acertada.

A quarta circunstância de avaliação, que, considerando as instâncias de menores dimensões, com itens não correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes, possui, segundo os valores da Tabela 4, os resultados retratados por meio da Fig. 4, denota outra condição em que a hipótese experimental foi admitida. De fato, e observando-se que os resultados médios auferidos pelos algoritmos genético e de predação foram, nessa ordem, iguais a 0,9981

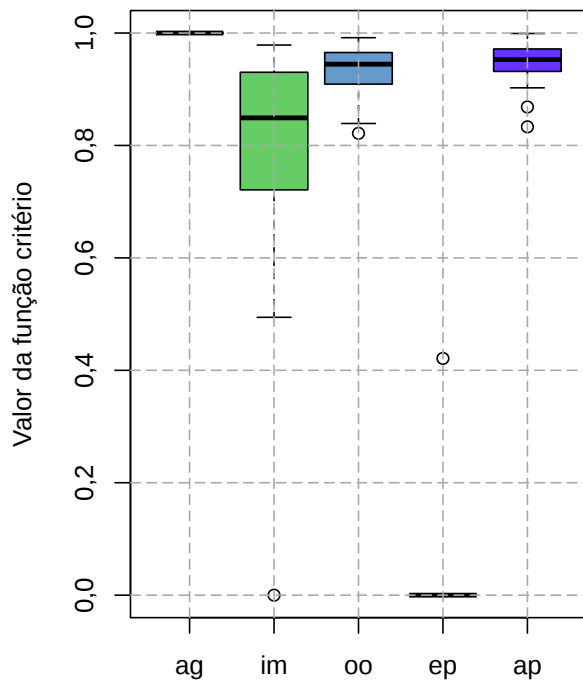


Figura 3: Variação do valor normalizado da função critério, ao se considerar instâncias de menores dimensões com itens correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes. Houve a indicação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p < 2,2 \cdot 10^{-16}$), justificadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado na improvisação musical (im) (Nemenyi, $p = 3,1 \cdot 10^{-9}$), inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,0009$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 5,6 \cdot 10^{-14}$). A comparação entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo de predação (ap), não assinalou diferenças significativas (Nemenyi, $p = 0,0954$).

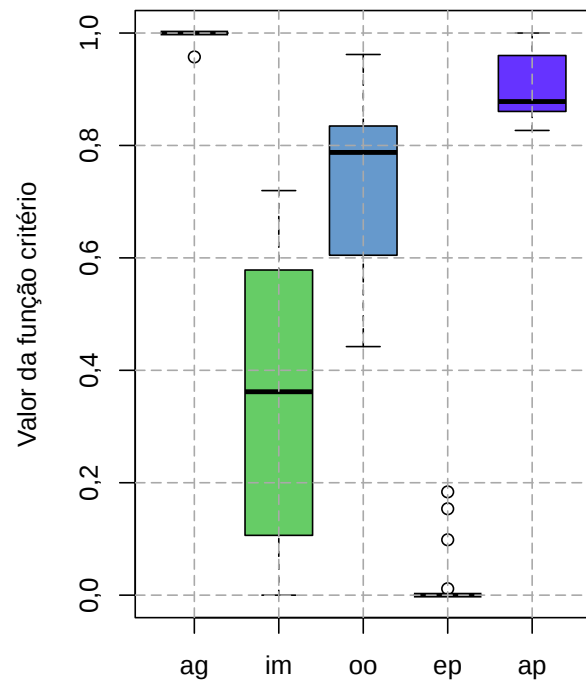


Figura 4: Variação do valor normalizado da função critério, ao se admitir instâncias de menores dimensões com itens não correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes. Houve a designação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p < 2,2 \cdot 10^{-16}$), comprovadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado na improvisação musical (im) (Nemenyi, $p = 4,7 \cdot 10^{-10}$), inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,0004$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 9,6 \cdot 10^{-14}$). A comparação entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo de predação (ap), não indicou diferenças significativas (Nemenyi, $p = 0,3135$).

e 0,8973, constata-se a equivalência e o predomínio desses métodos em obter as melhores aproximações, quando comparados às meta-heurísticas orientadas pelas técnicas de improvisação musical, e pelo comportamento das ondas oceânicas e dos enxames de partículas.

Tendo em consideração as instâncias de maiores dimensões, para itens com ou sem correlacionamentos, e mochilas com capacidades semelhantes ou distintas, a Fig. 5, a Fig. 6, a Fig. 7 e a Fig. 8, elaboradas consoante os valores dispostos na Tabela 5, na Tabela 6, na Tabela 7 e na Tabela 8, denotam duas circunstâncias em que admitir o método sugerido à resolução do problema da múltipla mochila seria uma decisão acertada, e duas condições em que o algoritmo de predação seria desaconselhado. De

modo específico, o algoritmo de perseguição e fuga foi, em conjunto com o algoritmo genético e o método inspirado nas ondas oceânicas, a estratégia mais congruente, ao se admitir a sexta e a oitava coleções de instâncias, conforme se observa por intermédio da Fig. 6 e da Fig. 8, ao mesmo tempo em que foi classificado como um algoritmo de resultados não tão apropriados, quando da resolução das instâncias compreendidas pela quinta e pela sétima coleções, segundo se verifica por meio da Fig. 5 e da Fig. 7.

Uma observação complementar acerca dos resultados obtidos por intermédio dos experimentos, mediante uma perspectiva que considera todas as circunstâncias de avaliação, indica que em seis das oito situações em que as meta-heurísticas foram contrapostas, o método sugerido

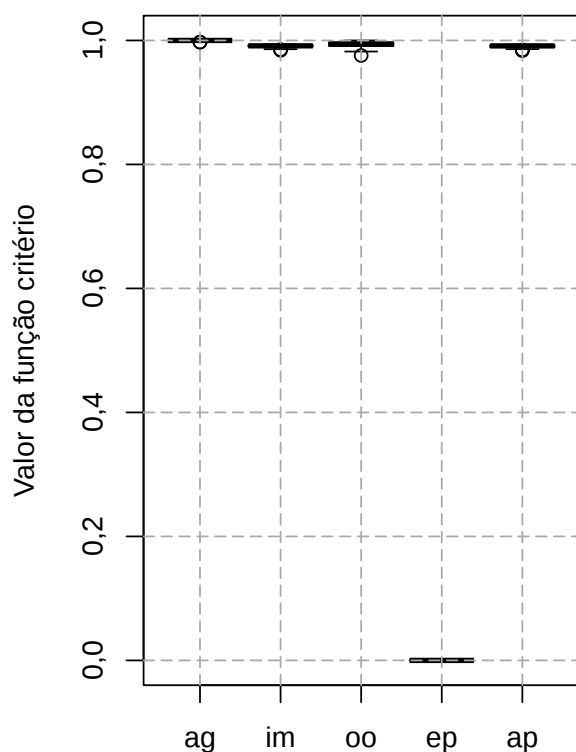


Figura 5: Variação do valor normalizado da função critério, ao se considerar instâncias de maiores dimensões com itens correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes. Houve a indicação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p = 1,989 \cdot 10^{-14}$), justificadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado no comportamento de predação (ap) (Nemenyi, $p = 2,0 \cdot 10^{-6}$), inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,0014$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 9,1 \cdot 10^{-14}$). A contraposição entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo inspirado na improvisação musical (im), não assinalou diferenças significativas (Nemenyi, $p = 0,1796$).

foi equivalente ao algoritmo mais apropriado. Por consequência, e considerando-se a análise estatística empreendida, que teve como intenção verificar se as diferenças entre as respostas auferidas por cada estratégia de otimização eram, de fato, significativas, observou-se que o algoritmo inspirado na relação ecológica de predação foi, em conjunto com a meta-heurística fundamentada na evolução genética, prevalente em determinar as soluções mais adequadas para as instâncias do problema da múltipla mo-

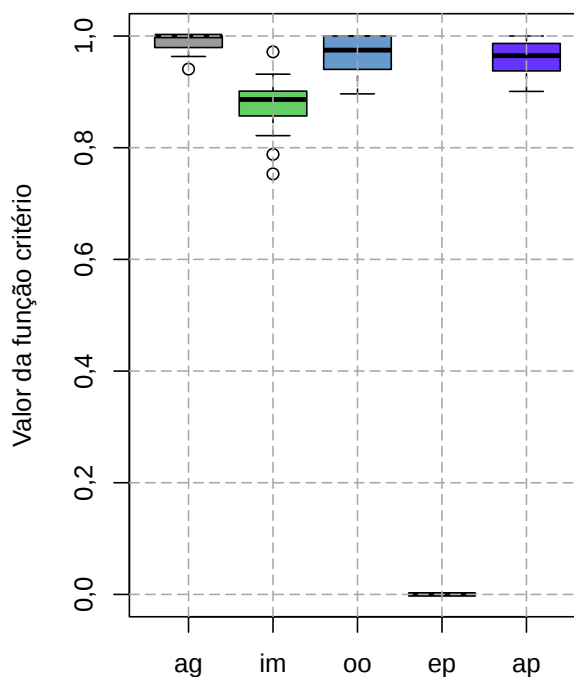


Figura 6: Variação do valor normalizado da função critério, ao se admitir instâncias de maiores dimensões com itens não correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes. Houve a indicação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p = 1,231 \cdot 10^{-13}$), comprovadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado na improvisação musical (im) (Nemenyi, $p = 4,2 \cdot 10^{-5}$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 4,1 \cdot 10^{-10}$). A contraposição entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo de predação (ap) (Nemenyi, $p = 0,5625$), assim como entre (ag) e método inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,9982$), não designou diferenças significativas.

chila que foram admitidas.

Tendo em conta esses achados, uma investigação adicional, que teve como intenção particularizar algumas das características dos algoritmos, e assim sugerir as condições eventualmente determinantes para os resultados calculados por cada um dos métodos, foi desenvolvida. De modo específico, e desconsiderando as condutas admitidas durante as operações que originavam as novas soluções, no decorrer das iterações, a análise referida ficou circunscrita ao procedimento adotado no que se refere a acolher ou não uma resposta recém-obtida, consoante o que havia sido estabelecido para cada estratégia.

Para o algoritmo genético, uma solução recém-

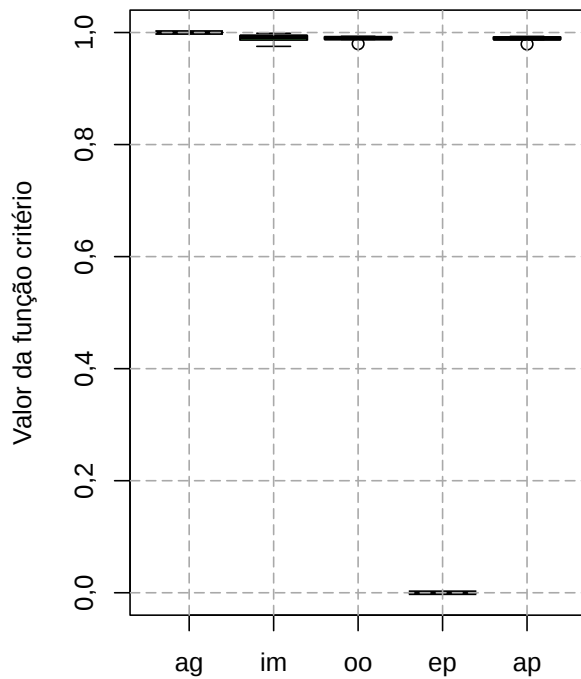


Figura 7: Variação do valor normalizado da função critério, ao se considerar instâncias de maiores dimensões com itens correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes. Houve a indicação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p = 9,56 \cdot 10^{-14}$), justificadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado no comportamento de predação (ap) (Nemenyi, $p = 5,7 \cdot 10^{-6}$), inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,0029$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 7,9 \cdot 10^{-14}$). A contraposição entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo inspirado na improvisação musical (im), não assinalou diferenças significativas (Nemenyi, $p = 0,0061$).

calculada somente era introduzida à coleção de respostas na ocasião em que fosse distinta de todas as demais, sendo assim e durante as iterações do método, os procedimentos de seleção, cruzamento e mutação eram refeitos até que tal condição fosse alcançada. Além disso, e uma vez que uma resposta desconhecida fosse obtida, a sua incorporação à população manipulada pelo algoritmo, era efetuada mediante a substituição da solução pior avaliada pela recentemente determinada. Em relação à meta-heurística inspirada nas práticas de improvisação musical, não se observava nenhuma restrição, sendo qualquer solução recém-calculada imediatamente aceita, apenas com a ressalva de que esta deveria substituir o arranjo me-

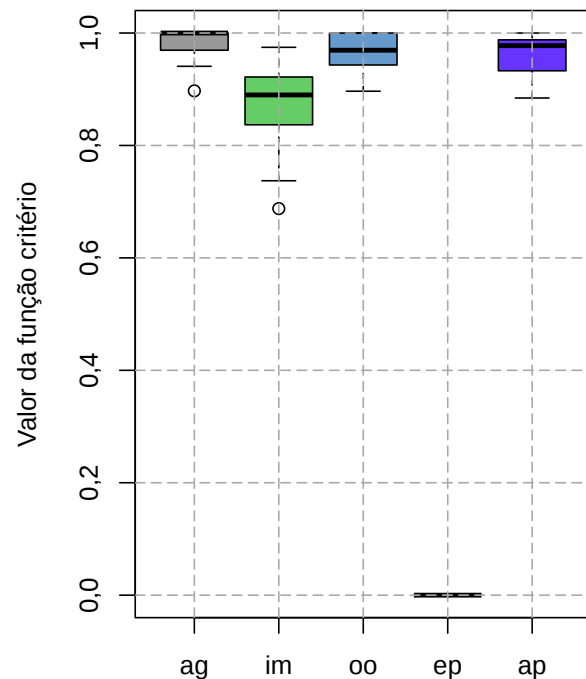


Figura 8: Variação do valor normalizado da função critério, ao se admitir instâncias de maiores dimensões com itens não correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes. Houve a indicação de diferenças significativas entre as condições experimentais (Friedman, $p = 1,858 \cdot 10^{-12}$), comprovadas pelas distinções entre o algoritmo genético (ag) e os métodos: fundamentado na improvisação musical (im) (Nemenyi, $p = 0,0006$) e orientado pelos exames de partículas (ep) (Nemenyi, $p = 3,0 \cdot 10^{-9}$). A contraposição entre as respostas determinadas por (ag) e pelo algoritmo de predação (ap) (Nemenyi, $p = 0,8066$), assim como entre (ag) e método inspirado nas ondas oceânicas (oo) (Nemenyi, $p = 0,9999$), não designou diferenças significativas.

nos oportuno que houvesse na coleção de respostas. Com condutas semelhantes, o método inspirado no comportamento das ondas oceânicas, assim como o algoritmo de predação sugerido, admitiam as novas soluções computadas somente quando mais apropriadas do que as soluções que serviram de base à sua determinação, enquanto que a meta-heurística inspirada no comportamento dos exames de partículas, introduzia as novas soluções sem quaisquer impedimentos, substituindo um dos itens da coleção de respostas de forma indiferente, inclusive sem verificar a condição deste, em relação à função de critério.

Conforme observado, o algoritmo genético, por servir-se de um procedimento mais rigoroso ao admitir a inclusão

de novas soluções, possivelmente investigava, com maior abrangência, as opções de resposta mais apropriadas, sendo assim possuía a capacidade de obter, segundo os experimentos conduzidos, as melhores aproximações. Com uma condição menos rígida do que a considerada pelo algoritmo de predação, verificou-se para a meta-heurística fundamentada nas técnicas de improvisação musical, a obtenção do segundo pior resultado médio, seguida, de acordo com o mesmo critério, pela estratégia inspirada no comportamento dos enxames de partículas, que presumia a condição menos rigorosa entre os métodos avaliados, tendo em vista que incorporava, sem restrições, quaisquer novas soluções. Assumindo um procedimento de aceite similar ao da meta-heurística de predação, que consoante este estudo foi considerado como o de tolerância imediatamente inferior ao do algoritmo genético, o método fundamentado no comportamento das ondas oceânicas, alcançou o melhor resultado dentre que os foram inferiores à estratégia proposta, com mais uma indicação de que uma maior rigidez na avaliação das soluções recém-determinadas, aparentemente teria influência sobre as respostas finais obtidas.

Na verdade, e ainda que os resultados dos ensaios, e a análise dos critérios considerados para a admissão das novas soluções, possam sugerir aprimoramentos para o algoritmo proposto, de modo que, por exemplo, somente soluções efetivamente distintas sejam reconhecidas, e de que o pior item da coleção de respostas seja substituído pelo resultado recém-calculado, não se inclui neste trabalho nenhuma iniciativa semelhante, dado que o método sugerido teve por orientação fundamental, a conservação estrutura canônica do algoritmo de predação, mesmo diante da possibilidade de se incluir expedientes que, eventualmente, pudessem conduzir a melhores aproximações.

Ressalta-se por fim que, em razão do algoritmo proposto necessitar apenas do número de elementos da coleção de soluções, e do número de iterações, para compor os seus parâmetros de execução, sugere-se a indicação desse método como uma alternativa verdadeiramente apropriada à resolução do problema, haja vista ter sido tão congruente quanto o algoritmo genético que, em geral, exige, além dos critérios referidos, as probabilidades de cruzamento e de mutação, ainda que o arranjo particular desta estratégia, consoante o admitido neste trabalho, não as tenha incluído.

5 Conclusões

Este estudo descreveu a aplicação de um algoritmo meta-heurístico fundamentado na interação ecológica de predação do gato em relação ao rato, à determinação do problema da múltipla mochila 0-1, e aferiu, consoante a análise efetuada sobre resultados, que a estratégia sugerida alcançou soluções tão congruentes quanto as determinadas por outros métodos já especificados na literatura. De forma particular, uma avaliação estatística não paramétrica, que compreendeu os testes de Friedman e post-hoc de Nemenyi, estabeleceu, com $p < 0,05$, que o algoritmo proposto foi tão apropriado quanto uma estratégia fundamentada na evolução genética, ao designar soluções para o problema da múltipla mochila 0-1, além de ter sido mais conveniente do que métodos inspirados em práticas de improvisação

musical, e em comportamentos de ondas oceânicas e de enxames de partículas, ao determinar resultados para o mesmo problema.

Ressalta-se adicionalmente que o emprego de instâncias estabelecidas de maneira aleatória, de variadas dimensões e características, com o propósito de submeter os métodos de otimização a diferentes condições experimentais, permitiu uma avaliação relativamente abrangente dos algoritmos, ainda que, por óbvio, não exaustiva. Como estudos complementares, que tenham a intenção de entender e aperfeiçoar os resultados referidos neste texto, sugerem-se, a associação entre as estratégias compreendidas pela meta-heurística inspirada na relação ecológica de predação e as condutas pertinentes a outros métodos de otimização referidos na literatura, a exemplo de um maior rigor quando da admissão das novas soluções calculadas no decorrer do processamento, ou ainda a utilização de parâmetros de execução distintos dos que foram considerados nos experimentos descritos neste trabalho.

Referências

- Basset, M. A., Mohamed, R., Chakraborty, R. K., Ryan, M. and Mirjalili, S. (2021). New binary marine predators optimization algorithms for 0/1 knapsack problems, *Computers & Industrial Engineering* **151**: 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106949>.
- Bradshaw, J. W. S. (2006). The evolutionary basis for the feeding behavior of domestic dogs (*Canis familiaris*) and cats (*Felis catus*), *The Journal of Nutrition* **136**(7): 1927S–1931S. <https://doi.org/10.1093/jn/136.7.1927S>.
- Bretthauer, K. M., Shetty, B., Syam, S. and Vokurka, R. J. (2006). Production and inventory management under multiple resource constraints, *Mathematical and Computer Modelling* **44**(1): 85–95. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2005.12.009>.
- Chaturvedi, K. T., Pandit, M. and Srivastava, L. (2009). Particle swarm optimization with time varying acceleration coefficients for non-convex economic power dispatch, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* **31**(6): 249–257. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2009.01.010>.
- Chettaoui, H. and Charrada, F. B. (2012). A decentralized periodic replication strategy based on knapsack problem, *2012 ACM/IEEE 13th International Conference on Grid Computing*, IEEE, Beijing, China, pp. 3–11. <https://doi.org/10.1109/Grid.2012.23>.
- Chih, M., Lin, C.-J., Chern, M.-S. and Ou, T.-Y. (2014). Particle swarm optimization with time-varying acceleration coefficients for the multidimensional knapsack problem, *Applied Mathematical Modelling* **38**(4): 1338–1350. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.08.009>.
- Chu, P. and Beasley, J. (1998). A genetic algorithm for the multidimensional knapsack problem, *Journal of Heuristics* **5**: 63–86. <https://doi.org/10.1023/A:1009642405419>.
- Dehghani, M., Hubálovský, S. and Trojovský, P. (2021). Cat and mouse based optimizer: A new nature-inspired

- optimization algorithm, *Sensors* **21**(15): 1–30. <https://doi.org/10.3390/s21155214>.
- Friedman, M. (1937). The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance, *Journal of the American Statistical Association* **32**(200): 675–701. <https://doi.org/10.1080/01621459.1937.10503522>.
- G. Tyler Miller, J. and Spoolman, S. E. (2009). *Essentials of Ecology*, Brooks/Cole, Cengage Learning, Belmont.
- Gonçalves, R. F. and de Queiroz, T. A. (2014). The knapsack problem with three practical constraints, *Procedia Computer Science* **29**: 2192–2200. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2014.05.204>.
- Haddar, B., Khemakhem, M., Hanafi, S. and Wilbaut, C. (2016). A hybrid quantum particle swarm optimization for the multidimensional knapsack problem, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* **55**: 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2016.05.006>.
- Kong, X., Gao, L., Ouyang, H. and Li, S. (2015). Solving large-scale multidimensional knapsack problems with a new binary harmony search algorithm, *Computers & Operations Research* **63**: 7–22. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2015.04.018>.
- Laabadi, S., Naimi, M. and Achchab, B. (2018). The 0/1 multidimensional knapsack problem and its variants: A survey of practical models and heuristic approaches, *American Journal of Operations Research* **8**(5): 395–439. <https://doi.org/10.4236/ajor.2018.85023>.
- Lahami, M., Krichen, M., Bouchakwa, M. and Jmaiel, M. (2012). Using knapsack problem model to design a resource aware test architecture for adaptable and distributed systems, *Testing Software and Systems*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp. 103–118. https://doi.org/10.1007/978-3-642-34691-0_9.
- Lazarev, A. A., Lemtyuzhnikova, D. V. and Somov, M. L. (2022). Decomposition of the knapsack problem for increasing the capacity of operating rooms, *Mathematics* **10**(784): 1–18. <https://doi.org/10.3390/math10050784>.
- Leao, A. A., Cherri, L. H. and Arenales, M. N. (2014). Determining the k-best solutions of knapsack problems, *Computers & Operations Research* **49**: 71–82. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.03.008>.
- Lin, G., Guan, J., Li, Z. and Feng, H. (2019). A hybrid binary particle swarm optimization with tabu search for the set-union knapsack problem, *Expert Systems with Applications* **135**: 201–211. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.06.007>.
- Luo, K. and Zhao, Q. (2019). A binary grey wolf optimizer for the multidimensional knapsack problem, *Applied Soft Computing* **83**: 105645. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105645>.
- Mansour, I. B. (2022). Optimizing multi-objective knapsack problem using a hybrid ant colony approach within multi directional framework, *14th International Conference on Agents and Artificial Intelligence (ICAART 2022)*, SCITEPRESS – Science and Technology Publications, Online Streaming, pp. 409–418. <https://doi.org/10.5220/0010865600003116>.
- Martello, S. and Toth, P. (1990). *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*, John Wiley & Sons, Inc., USA.
- Nemenyi, P. (1963). *Distribution-free Multiple Comparisons*, PhD thesis, Princeton University.
- Neumann, A., Xie, Y. and Neumann, F. (2022). Evolutionary algorithms for limiting the effect of uncertainty for the knapsack problem with stochastic profits. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.05597>.
- Parsons, M. H., Banks, P. B., Deutsch, M. A. and Munshi-South, J. (2018). Temporal and space-use changes by rats in response to predation by feral cats in an urban ecosystem, *Frontiers in Ecology and Evolution* **6**: 1–8. <https://doi.org/10.3389/fevo.2018.00146>.
- Shapiro, S. S. and Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples), *Biometrika* **52**(3–4): 591–611. <https://doi.org/10.2307/2333709>.
- Song, Y., Zhang, C. and Fang, Y. (2008). Multiple multidimensional knapsack problem and its applications in cognitive radio networks, *MILCOM 2008 - 2008 IEEE Military Communications Conference*, IEEE, San Diego, CA, USA, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1109/MILCOM.2008.4753629>.
- Vaezi, F., Sadjadi, S. J. and Makui, A. (2019). A portfolio selection model based on the knapsack problem under uncertainty, *PLoS ONE* **14**(5): 1–19. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0213652>.
- Yang, J., Kim, Y.-H. and Yoon, Y. (2022). A memetic algorithm with a novel repair heuristic for the multiple-choice multidimensional knapsack problem, *Mathematics* **10**(4): 1–15. <https://doi.org/10.3390/math10040602>.
- Zheng, Y.-J., Lu, X.-Q., Du, Y.-C., Xue, Y. and Sheng, W.-G. (2019). Water wave optimization for combinatorial optimization: Design strategies and applications, *Applied Soft Computing* **83**: 1–16. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105611>.
- Zhou, Q., Hao, J.-K. and Wu, Q. (2022). A hybrid evolutionary search for the generalized quadratic multiple knapsack problem, *European Journal of Operational Research* **296**(3): 788–803. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.04.001>.

A Resultados dos experimentos

Tabela 1: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de menores dimensões, itens correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
2	50	1,0000	0,3767	0,9509	0,0000	0,9936
	100	1,0000	0,6800	0,9088	0,0000	0,9406
	150	1,0000	0,7548	0,8742	0,0000	0,9057
	200	1,0000	0,7442	0,9008	0,0000	0,8936
	250	1,0000	0,7906	0,8501	0,0000	0,8737
	300	1,0000	0,8364	0,9094	0,0000	0,9406
	350	1,0000	0,8389	0,9042	0,0000	0,9157
	400	1,0000	0,9181	0,9475	0,0000	0,9485
	450	1,0000	0,8502	0,9098	0,0000	0,9169
	500	1,0000	0,8524	0,9086	0,0000	0,9125
5	750	1,0000	0,8818	0,9370	0,0000	0,9471
	50	1,0000	0,8505	0,9914	0,0000	0,9906
	100	1,0000	0,9045	0,9533	0,0000	0,9583
	150	1,0000	0,8553	0,9550	0,0000	0,9566
	200	1,0000	0,9233	0,9580	0,0000	0,9628
	250	1,0000	0,9313	0,9588	0,0000	0,9632
	300	1,0000	0,9212	0,9528	0,0000	0,9545
	350	1,0000	0,9331	0,9663	0,0000	0,9725
	400	1,0000	0,9336	0,9687	0,0000	0,9674
	450	1,0000	0,9544	0,9714	0,0000	0,9734
	500	1,0000	0,9628	0,9644	0,0000	0,9656
	750	1,0000	0,9711	0,9798	0,0000	0,9812
	1,0000		0,8484	0,9373	0,0000	0,9470

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do exame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação

Tabela 2: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de menores dimensões, itens não correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
2	50	0,9110	0,0368	0,9233	0,0000	1,0000
	100	1,0000	0,0000	0,8431	0,0402	0,9803
	150	1,0000	0,0000	0,7363	0,0285	0,9752
	200	1,0000	0,0000	0,6243	0,0799	0,8827
	250	1,0000	0,1053	0,6355	0,0000	0,8902
	300	1,0000	0,0000	0,5779	0,0397	0,8498
	350	1,0000	0,0387	0,6063	0,0000	0,8018
	400	1,0000	0,0000	0,5419	0,0048	0,8477
	450	1,0000	0,0357	0,5413	0,0000	0,8403
	500	1,0000	0,0000	0,5079	0,1341	0,8267
5	750	1,0000	0,0001	0,5262	0,0000	0,8401
	50	1,0000	0,6736	0,9843	0,0000	0,9912
	100	1,0000	0,6706	0,9120	0,0000	0,9395
	150	1,0000	0,6222	0,8926	0,0000	0,9190
	200	1,0000	0,5099	0,8472	0,0000	0,8884
	250	1,0000	0,5721	0,8508	0,0000	0,8719
	300	1,0000	0,4888	0,8437	0,0000	0,9045
	350	1,0000	0,4822	0,8229	0,0000	0,8814
	400	1,0000	0,6678	0,8344	0,0000	0,8837
	450	1,0000	0,6464	0,8173	0,0000	0,8850
	500	1,0000	0,6152	0,8064	0,0000	0,8726
	750	1,0000	0,5801	0,8179	0,0000	0,8933
		0,9960	0,3066	0,7497	0,0149	0,8939

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do exame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação

Tabela 3: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de menores dimensões, itens correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
2	50	1,0000	0,0000	0,9917	0,4212	0,9992
	100	1,0000	0,5351	0,8391	0,0000	0,9025
	150	1,0000	0,8185	0,8816	0,0000	0,9395
	200	1,0000	0,6500	0,8494	0,0000	0,8685
	250	1,0000	0,8500	0,9287	0,0000	0,9458
	300	1,0000	0,8298	0,9221	0,0000	0,9338
	350	1,0000	0,8957	0,9107	0,0000	0,9243
	400	1,0000	0,4943	0,8216	0,0000	0,8332
	450	1,0000	0,9203	0,9070	0,0000	0,9717
	500	1,0000	0,6991	0,9091	0,0000	0,9317
5	750	1,0000	0,9302	0,9401	0,0000	0,9529
	50	1,0000	0,7210	0,9896	0,0000	0,9808
	100	1,0000	0,7669	0,9529	0,0000	0,9479
	150	1,0000	0,7384	0,9329	0,0000	0,9226
	200	1,0000	0,8668	0,9557	0,0000	0,9549
	250	1,0000	0,8757	0,9520	0,0000	0,9599
	300	1,0000	0,9503	0,9721	0,0000	0,9753
	350	1,0000	0,9762	0,9784	0,0000	0,9850
	400	1,0000	0,9587	0,9653	0,0000	0,9708
	450	1,0000	0,9416	0,9491	0,0000	0,9530
	500	1,0000	0,8481	0,9496	0,0000	0,9526
	750	1,0000	0,9786	0,9800	0,0000	0,9825
	1,0000		0,7839	0,9309	0,0191	0,9449

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do exame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação

Tabela 4: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de menores dimensões, itens não correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
2	50	0,9575	0,0000	0,9366	0,0115	1,0000
	100	1,0000	0,1365	0,8217	0,0000	0,9745
	150	1,0000	0,1967	0,7809	0,0000	0,9913
	200	1,0000	0,1064	0,4815	0,0000	0,9036
	250	1,0000	0,0647	0,6400	0,0000	0,9600
	300	1,0000	0,1951	0,6670	0,0000	0,8366
	350	1,0000	0,0000	0,4714	0,0986	0,8731
	400	1,0000	0,0000	0,5692	0,1537	0,8758
	450	1,0000	0,2824	0,5753	0,0000	0,8318
	500	1,0000	0,1790	0,6047	0,0000	0,8267
5	750	1,0000	0,0000	0,4422	0,1838	0,8994
	50	1,0000	0,6958	0,9618	0,0000	0,9745
	100	1,0000	0,6161	0,9107	0,0000	0,9617
	150	1,0000	0,7197	0,8545	0,0000	0,8821
	200	1,0000	0,6659	0,8602	0,0000	0,8980
	250	1,0000	0,5666	0,8058	0,0000	0,8535
	300	1,0000	0,5389	0,8346	0,0000	0,8761
	350	1,0000	0,5784	0,7945	0,0000	0,8734
	400	1,0000	0,6688	0,7733	0,0000	0,8605
	450	1,0000	0,4413	0,7117	0,0000	0,8376
	500	1,0000	0,4776	0,8021	0,0000	0,8705
	750	1,0000	0,5344	0,7943	0,0000	0,8801
		0,9981	0,3484	0,7315	0,0203	0,8973

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do exame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação

Tabela 5: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de maiores dimensões, itens correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
10	1.000	1,0000	0,9914	0,9859	0,0000	0,9844
	1.500	1,0000	0,9937	0,9908	0,0000	0,9905
	2.000	1,0000	0,9980	0,9923	0,0000	0,9917
	2.500	0,9972	1,0000	0,9930	0,0000	0,9932
	3.000	0,9974	1,0000	0,9915	0,0000	0,9916
20	1.000	1,0000	0,9878	0,9841	0,0000	0,9836
	1.500	1,0000	0,9941	0,9901	0,0000	0,9893
	2.000	1,0000	0,9983	0,9924	0,0000	0,9921
	2.500	1,0000	0,9950	0,9935	0,0000	0,9934
	3.000	1,0000	0,9949	0,9925	0,0000	0,9921
30	1.000	1,0000	0,9821	0,9852	0,0000	0,9845
	1.500	1,0000	0,9924	0,9904	0,0000	0,9900
	2.000	1,0000	0,9921	0,9903	0,0000	0,9900
	2.500	1,0000	0,9934	0,9932	0,0000	0,9932
	3.000	1,0000	0,9983	0,9923	0,0000	0,9921
40	1.000	1,0000	0,9758	0,9860	0,0000	0,9860
	1.500	1,0000	0,9903	0,9897	0,0000	0,9891
	2.000	1,0000	0,9867	0,9927	0,0000	0,9925
	2.500	1,0000	0,9962	0,9911	0,0000	0,9908
	3.000	1,0000	0,9950	0,9937	0,0000	0,9934
		0,9997	0,9928	0,9905	0,0000	0,9902

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do enxame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação

Tabela 6: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de maiores dimensões, itens não correlacionados e mochilas com capacidades semelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
10	1.000	1,0000	0,7882	0,8964	0,0000	0,9082
	1.500	1,0000	0,7531	0,9323	0,0000	0,9495
	2.000	1,0000	0,8551	0,9481	0,0000	0,9676
	2.500	0,9756	0,8869	0,9768	0,0000	1,0000
	3.000	0,9408	0,8991	0,9727	0,0000	1,0000
20	1.000	1,0000	0,8216	0,9296	0,0000	0,9150
	1.500	1,0000	0,8859	0,9545	0,0000	0,9434
	2.000	1,0000	0,9036	0,9857	0,0000	0,9778
	2.500	0,9831	0,8911	1,0000	0,0000	0,9944
	3.000	0,9747	0,9717	1,0000	0,0000	0,9992
30	1.000	1,0000	0,8492	0,9238	0,0000	0,9008
	1.500	1,0000	0,8586	0,9670	0,0000	0,9453
	2.000	1,0000	0,8877	0,9781	0,0000	0,9620
	2.500	0,9891	0,8672	1,0000	0,0000	0,9839
	3.000	0,9652	0,9267	1,0000	0,0000	0,9896
40	1.000	1,0000	0,8772	0,9324	0,0000	0,9051
	1.500	1,0000	0,8814	0,9605	0,0000	0,9317
	2.000	1,0000	0,9219	0,9808	0,0000	0,9569
	2.500	0,9837	0,8913	1,0000	0,0000	0,9810
	3.000	0,9634	0,9317	1,0000	0,0000	0,9795
		0,9888	0,8775	0,9669	0,0000	0,9595

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do enxame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação

Tabela 7: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de maiores dimensões, itens correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
10	1.000	1,0000	0,9810	0,9879	0,0000	0,9873
	1.500	1,0000	0,9918	0,9877	0,0000	0,9881
	2.000	1,0000	0,9942	0,9880	0,0000	0,9876
	2.500	1,0000	0,9987	0,9917	0,0000	0,9914
	3.000	1,0000	0,9927	0,9886	0,0000	0,9879
20	1.000	1,0000	0,9873	0,9881	0,0000	0,9878
	1.500	1,0000	0,9856	0,9900	0,0000	0,9898
	2.000	1,0000	0,9944	0,9923	0,0000	0,9921
	2.500	1,0000	0,9946	0,9906	0,0000	0,9903
	3.000	1,0000	0,9984	0,9925	0,0000	0,9930
30	1.000	1,0000	0,9773	0,9897	0,0000	0,9893
	1.500	1,0000	0,9882	0,9881	0,0000	0,9879
	2.000	1,0000	0,9920	0,9900	0,0000	0,9895
	2.500	1,0000	0,9940	0,9921	0,0000	0,9920
	3.000	1,0000	0,9939	0,9922	0,0000	0,9917
40	1.000	1,0000	0,9753	0,9800	0,0000	0,9794
	1.500	1,0000	0,9808	0,9876	0,0000	0,9874
	2.000	1,0000	0,9946	0,9896	0,0000	0,9889
	2.500	1,0000	0,9903	0,9932	0,0000	0,9928
	3.000	1,0000	0,9959	0,9928	0,0000	0,9931
		1,0000	0,9901	0,9896	0,0000	0,9894

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do enxame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação

Tabela 8: Médias dos valores normalizados da função critério para instâncias de maiores dimensões, itens não correlacionados e mochilas com capacidades dessemelhantes

<i>m</i>	<i>n</i>	μ_{ag}	μ_{im}	μ_{oo}	μ_{ep}	μ_{ap}
10	1.000	1,0000	0,7372	0,8965	0,0000	0,9127
	1.500	1,0000	0,7743	0,9415	0,0000	0,9603
	2.000	1,0000	0,6877	0,9565	0,0000	0,9926
	2.500	0,9640	0,8920	0,9761	0,0000	1,0000
	3.000	0,8971	0,8978	0,9658	0,0000	1,0000
20	1.000	1,0000	0,8877	0,9012	0,0000	0,8844
	1.500	1,0000	0,8804	0,9555	0,0000	0,9478
	2.000	1,0000	0,8369	0,9730	0,0000	0,9773
	2.500	0,9536	0,9725	1,0000	0,0000	0,9871
	3.000	0,9408	0,7995	1,0000	0,0000	0,9982
30	1.000	1,0000	0,8366	0,9234	0,0000	0,8972
	1.500	1,0000	0,9138	0,9650	0,0000	0,9446
	2.000	1,0000	0,9248	0,9955	0,0000	0,9815
	2.500	0,9748	0,9746	1,0000	0,0000	0,9876
	3.000	0,9515	0,9188	1,0000	0,0000	0,9883
40	1.000	1,0000	0,8748	0,9346	0,0000	0,8988
	1.500	1,0000	0,8688	0,9448	0,0000	0,9211
	2.000	1,0000	0,9621	0,9952	0,0000	0,9769
	2.500	0,9839	0,9108	1,0000	0,0000	0,9812
	3.000	0,9749	0,9419	1,0000	0,0000	0,9778
		0,9820	0,8747	0,9662	0,0000	0,9608

m: número de mochilas; *n*: número de itens; μ_{ag} : média do algoritmo genético; μ_{im} : média da improvisação musical; μ_{oo} : média da onda oceânica; μ_{ep} : média do enxame de partículas; μ_{ap} : média do algoritmo de predação