

Processos formativos e o ensino de geometria: uma metassíntese de artigos científicos

Franciele da Silva*, Vinícius Pazuch**

Resumo

Este artigo busca identificar e analisar aspectos teóricos e metodológicos relativos à formação continuada de professores de matemática e o ensino de geometria. O corpus desta revisão se constitui na análise de 20 artigos publicados em periódicos nacionais e internacionais, agrupados em quatro unidades temáticas: Trabalho Colaborativo, Geometria Dinâmica, Tarefas e Conhecimento do Professor. Realizaram-se sínteses interpretativas e integrativas em cada unidade, a fim de abordar o objetivo ou a questão de pesquisa, o modo de respondê-la, o contexto e os processos metodológicos, bem como os principais resultados de cada estudo. Os processos formativos revelaram-se ambientes favoráveis às melhorias no ensino da geometria porque acarretam mudanças nas práticas dos professores, possibilitam a emergência de processos de argumentação e a validação em geometria por meio da aprendizagem compartilhada e favorecem o processo de reflexão da prática e sobre ela.

Palavras-chave: Colaboração. Geometria dinâmica. Tarefas. Conhecimento do professor.

* Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC (UFABC). Especialista em Inovações no Ensino de Matemática pelo Centro Universitário de Maringá (UNICESUMAR). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO). Integrante do grupo de pesquisa FORTEMAT - Formação de Professores e Tecnologias Digitais em Educação Matemática (UFABC). Brasil. E-mail: franciele.s@ufabc.edu.br

** Professor Adjunto do Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC). Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Licenciado em Matemática pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI). Líder do Grupo de Pesquisa FORTEMAT - Formação de Professores e Tecnologias Digitais em Educação Matemática (UFABC). Brasil. E-mail: vinicius.pazuch@ufabc.edu.br

Recebido em: 13/11/2019 – Aceito em: 05/05/2020

<https://doi.org/10.5335/rbecm.v3i2.10248>

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

INTRODUÇÃO

No contexto de ensino, diversas situações requerem habilidades e conhecimentos além daqueles oriundos da formação inicial. Assim, o desenvolvimento profissional de professores ocorre ao longo do tempo, por meio da prática, da reflexão sobre suas ações e de novos saberes. Em decorrência, tem havido um avanço em pesquisas em formação de professores de matemática, no cenário brasileiro e internacional (DELARA; LEIVAS, 2019; FIORENTINI; CRECCI, 2017; GELLERT; HERNANDÉZ; CHAPMAN, 2013; PONTE, 2014; STAHLKE; SCHUELER; ROESKEN-WINTER, 2016). Investigações dessa natureza enaltecem uma série de discussões sobre como esses processos estão sendo desenvolvidos e como contribuem para a melhoria do ensino da matemática.

Entretanto, o ensino de conceitos geométricos abordados na Educação Básica ainda é um conteúdo pouco explorado pelos professores, devido a diferentes fatores. Pesquisas que visam entender as causas do abandono do ensino da geometria no âmbito nacional há décadas se dedicam a esse objeto de estudo (CRESCENTI, 2005; LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1993; PEREIRA, 2001; PEREZ, 1995). Dentre os principais motivos dessa omissão, dois são apontados por Lorenzato (1995). O primeiro é que muitos professores não possuem os conhecimentos de geometria necessários para realizar sua prática pedagógica. O segundo é a importância que se dá ao livro didático, seja pela lacuna na formação de professores ou pela jornada de trabalho a que estão submetidos. Perez (1995) acrescenta que, para o ensino da geometria, aos professores faltam conteúdos e metodologias adequadas para bem desenvolver esse ensino.

Muitas vezes, por não ter vivenciado uma experiência mais ampla sobre os diferentes conceitos geométricos na sua formação inicial, os professores não se sentem preparados para um trabalho mais abrangente no ambiente escolar. Dessa forma, esse panorama de insatisfação e obstáculos aponta sérios problemas com relação à formação de professores de matemática, como assinalam Crescenti (2005), Gouvêa (1998), Lorenzato (1995), Pavanello (1993), Pinto e Valente (2014), Richit (2005) e Vianna (1988).

Portanto, a formação do professor, seja ela em qual estágio for, requer um direcionamento mais específico em relação a diversos assuntos. É no âmbito da prática docente que se manifestam suas próprias concepções acerca da matemática, seu

ensino, suas crenças e a confiança na hora de comunicar seus saberes, assim como as dificuldades relativas ao conhecimento matemático do professor. Diante disso, cabe destacar que diversas são as contribuições aos professores dos processos de formação continuada ligados a teoria, prática e pesquisa, uma vez que as reflexões oriundas desse envolvimento coletivo acabam por contribuir para a apropriação e a articulação dos diferentes conhecimentos matemáticos, didáticos e curriculares de/que o professor necessita (CURI; PIRES, 2008).

Neste texto, apresentaremos uma metassíntese dos estudos com foco na formação continuada de professores e no ensino da geometria, pois consideramos que discussões dessa natureza podem contribuir para aprimorar a compreensão da forma como os conceitos de geometria estão sendo abordados nesses cursos e de suas implicações no âmbito escolar.

A partir disso, tendo em mente o objetivo central do artigo – identificar e analisar aspectos teóricos e metodológicos relativos à formação continuada de professores de matemática e o ensino de geometria –, apresentaremos os procedimentos metodológicos adotados; as sínteses interpretativas de cada estudo dentro de cada unidade, seguidas da respectiva síntese integrativa; e, por fim, as considerações finais.

PERCURSOS METODOLÓGICOS

Para os procedimentos de busca, realizados de outubro a novembro de 2018 e tendo como aporte Menduni-Bortoloti e Barbosa (2017), pesquisamos em periódicos publicados no âmbito nacional e internacional, na área de Ensino e Educação. Em relação à estrutura de análise, nos baseamos em Fiorentini e Crecci (2017).

Optamos pela seleção de periódicos com os conceitos A1 e A2 na classificação *Qualis* feita pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no período de 2013-2016, resultando na seguinte seleção: *Acta Scientiae*, *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, *Ciência & Educação*¹, *Educação Matemática em Revista*², *Educação Matemática Pesquisa*, *Zetetiké*, *Educational Studies in Mathematics* e *Journal of Mathematics Teacher Education*.

Definimos o período de publicação dos artigos de 2009 a 2018. A constituição do corpus dessa revisão se deu pela definição de palavras-chave e, posteriormente, pelos critérios de exclusão, visando delimitar o estudo. Utilizamos a palavra geometria

¹ Periódico excluído após os critérios de exclusão.

² Periódico excluído após os critérios de exclusão.

como descritor principal para a busca em revistas brasileiras, e, para as revistas internacionais, o descritor *geometry and “teacher education”* foi aplicado. O escopo de busca nos periódicos focalizou os resumos de cada artigo.

Após 189 artigos selecionados, determinamos critérios de exclusão para analisar os trabalhos vinculados ao objetivo. Os principais foram: (1) artigos que não abordassem o ensino de geometria; (2) não relacionados à aprendizagem dos alunos; (3) que não se remetessesem aos anos iniciais e (4) sem foco na formação inicial de professores³. Após esta etapa, por meio da leitura dos resumos e/ou do texto completo mantiveram-se 36 artigos do *corpus* original, publicados em português, inglês e espanhol, 20 dos quais eram de natureza empírica e 16, de natureza teórica. Este estudo está voltado para as pesquisas empíricas. Assim, a análise foi de 20 trabalhos⁴.

Com os estudos selecionados, realizamos uma revisão na modalidade metassíntese qualitativa, a qual, segundo Fiorentini (2013, p.78), caracteriza-se como “*uma meta-interpretação que consiste na interpretação do pesquisador sobre as interpretações produzidas por estudos primários, visando produzir uma outra síntese explicativa ou compreensiva sobre um determinado fenômeno ou tema de interesse*”.

A revisão teve como base quatro unidades temáticas que delimitam os aspectos semelhantes entre os artigos. Assim, organizamos cada unidade de acordo com as especificações de cada estudo, resultando 6 na unidade Trabalho Colaborativo, 7 em Geometria Dinâmica, 2 em Tarefas e 8 no que concerne a Conhecimento do Professor. Três estudos apareceram em mais de uma unidade. No Quadro 1 apresentamos um resumo dos resultados da busca, que determinou o *corpus* da revisão, associando cada artigo ao respectivo periódico selecionado, autor(es). Ainda, destacamos os sujeitos participantes de cada trabalho.

Quadro 1: Corpus final dos estudos selecionados

Acta Scientiae (03)	Estrada; Reyes; Samaniego (2010)	Professores de matemática e alunos de graduação
	Nacarato; Grando; Costa (2009)	Professores da Educação Básica, graduandos e pós-graduandos
	Amaral (2011)	Professores de matemática
Bolema (03)	Ferreira; Soares; Lima (2009)	Professores de matemática
	Santos; Bicudo (2015)	Professores de Matemática e de Arte da Educação Básica
	Olfos; Guzmán; Estrella (2014)	Professores de matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental
Educação Matemática Pesquisa (03)	Oliveira; Lima (2018)	Professores de matemática da Educação Básica
	Manrique; André (2009)	Professores da Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio)
	Lopes Junior; Freitas; Muniz (2009)	Professores de matemática do Ensino Médio e pesquisadores
Zetetiké (01)	Basso; Notare (2017)	Professores de matemática da Educação Básica
Educational Studies in Mathematics (02)	Manizade; Mason (2010)	Professores de matemática do Ensino Médio
	Kuzniak; Rauscher (2011)	Professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio

Journal of Mathematics Teacher Education (08)	Cayton et al. (2015)	Professores de matemática do Ensino Médio
	Steele (2012)	Professores de matemática dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental
	Aaron; Herbst (2017)	Professores de matemática do Ensino Médio
	Boylan (2010)	Professores de matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio
	Nipper et al. (2011)	Professores de matemática, pós-graduandos e formadores
	Herbst; Kosko (2013)	Professores de matemática do Ensino Médio
	Steele; Rogers (2012)	Professores de matemática do Ensino Médio
	Zazkis; Mamolo (2016)	Professora formadora

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

SÍNTESES INTERPRETATIVAS E INTEGRATIVAS DOS ESTUDOS ANALISADOS

Nessa seção, proporcionaremos uma visão particular de cada estudo, por meio de sínteses interpretativas, as quais propiciam compreender os principais aspectos do artigo: identificar aspectos referentes ao objetivo ou à questão de pesquisa, o modo como ela foi respondida, o contexto e o processo metodológico, os resultados e as possíveis lacunas em cada trabalho. Na sequência, as sínteses integrativas delineiam um panorama geral dos aspectos comuns e divergentes entre as sínteses interpretativas agrupadas em cada unidade.

Unidade 1: Trabalho Colaborativo

A primeira unidade de análise tem por finalidade apresentar os estudos que englobam aspectos referentes ao trabalho colaborativo no âmbito da formação continuada de professores que ensinam matemática.

Quadro 2: Estudos selecionados da Unidade 1

Título	Autor(es)
<i>Integração do computador nas aulas de matemática: um estudo sobre o uso do Cabri-Géomètre num grupo de pesquisa-ação</i>	Lopes Junior, Freitas e Muniz (2009)
<i>Concepções, sentimentos e emoções de professores participantes de um processo de formação continuada em geometria</i>	Manrique e André (2009)
<i>Um contexto de trabalho colaborativo possibilitando a emergência dos processos de argumentação e validação em geometria</i>	Nacarato, Grando e Costa (2009)
<i>Argumentação matemática colaborativa em um ambiente online</i>	Amaral (2011)
<i>'It's getting me thinking and I'm an old cynic': exploring the relational dynamics of mathematics teacher change</i>	Boylan (2010)
<i>Uma Experiência de Formação Continuada com Professores de Arte e Matemática no Ensino de Geometria</i>	Santos e Bicudo (2015)

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Lopes Junior, Freitas e Muniz (2009) têm como foco de análise o trabalho com geometria e a utilização de computadores nas aulas de matemática, por meio de uma pesquisa-ação. Um subgrupo com características de um grupo colaborativo foi formado por professores do Ensino Médio e pesquisadores que, em seus encontros, buscaram discutir sobre formação de professores e uso de softwares – em particular, o *Cabri-Géomètre* – no ensino da geometria. Além disso, desenvolveram uma sequência didática para ser aplicada com alunos do Ensino Médio.

Em termos de resultados, os autores acreditam que a colaboração firmada entre os participantes, assim como o contato com novas tecnologias, trouxe contribuições significativas para os envolvidos, ocasionando mudanças nas práticas desses professores. Diante das reflexões feitas, eles puderam repensar a maneira de usar esses recursos e sua finalidade.

Manrique e André (2009) desenvolveram seu trabalho em um ambiente de formação continuada com sete professores da Educação Básica da rede pública do estado de São Paulo. O objetivo foi investigar como esses professores entendem a geometria e como suas crenças e indagações, postas em interação com outros professores, acarretam mudanças em suas ações pedagógicas. A produção dos dados contou com observações, questionários e mapas conceituais.

De maneira genérica, os mapas apontam para uma visão de professores preocupados com a aprendizagem dos alunos, a estruturação do conteúdo e a or-

ganização da classe. No entanto, os conteúdos geométricos não foram evidenciados de forma explícita. As mudanças envoltas na afetividade desses professores não apenas culminaram numa melhoria na parte didática, como também, por meio das experiências vivenciadas e da confiança estabelecida no grupo, permitiram que eles se sentissem à vontade para falar sobre seus medos e inseguranças e buscar formas para minimizar esses sentimentos.

Nacarato, Grando e Costa (2009, p. 70) buscam, a partir de um recorte de uma experiência vivenciada pelo grupo Grucogeo (Grupo Colaborativo em Geometria), destacar a *“importância de um trabalho compartilhado, para possibilitar ao professor em formação – inicial ou continuada – a vivência de contextos em que os processos de argumentação e validação estejam presentes”*. Dois subgrupos foram constituídos para explorar e apresentar hipóteses e argumentações sobre uma tarefa envolvendo os sólidos platônicos. Para testar as conjecturas, os participantes se utilizaram de diferentes recursos, como “massa de modelar”, blocos de isopor, modelos de papel e o manuseio de sólidos de acrílico, além do uso do software *Cabri 3D*.

A principal dificuldade em comum revelada estava relacionada à geometria espacial, o que fez com que os integrantes dos subgrupos não apresentassem uma prova formal das hipóteses levantadas. Contudo, ficou evidenciada a troca de experiências, conhecimentos e apropriação de diferentes saberes, voltados quer às mudanças nas concepções de ensino da geometria com vistas a acarretar modificações nas práticas pedagógicas dos professores, quer à aquisição de conhecimentos geométricos e didáticos pelos graduandos.

Amaral (2011) compartilha parte dos resultados da pesquisa de doutorado de Zulatto (2007), a qual visava analisar a natureza da aprendizagem matemática em um curso online de formação continuada de professores na área de geometria. Por meio da utilização do software *Geometricks*, buscou-se investigar como ocorre a construção de hipóteses, conjecturas e a interação entre os professores e o software. O curso tinha por objetivo que os professores pertencentes a uma rede de escolas de diferentes partes do País conhecessem essa ferramenta e se familiarizassem com ela.

O curso foi realizado através de chats, videoconferências e encontros síncronos para discussões das atividades. O desenvolvimento da resolução das atividades foi feito em conjunto, de forma que *“não era possível identificar o autor desse processo”* (AMARAL, 2011, p. 67). Constatou-se que a mídia possibilitou aos participantes a troca de ideias e um “pensar” coletivo, bem como se concluiu que *“conjecturas e*

justificativas matemáticas se desenvolveram intensamente do decorrer do processo, possibilitadas pelas tecnologias presentes na interação ocorrida de forma constante e colaborativa” (p.56).

O trabalho de Boylan (2010) se apresenta em forma de narrativa, tendo como ator principal Clive, um professor de matemática com 35 anos de experiência, atuante nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio no Reino Unido. A pesquisa foi realizada durante um projeto de desenvolvimento profissional colaborativo, o qual tinha por objetivo proporcionar aos participantes uma abordagem dinâmica do ensino e da aprendizagem da geometria por meio de softwares.

Os dados foram produzidos por meio de entrevistas com cada professor, relatórios e amostras do trabalho dos alunos. Durante o curso, *Clive* trabalhou de maneira colaborativa com Anna, em um grupo de quatro pessoas. O grupo optou por planejar e trabalhar com conceitos que envolviam “teoremas de círculo”, utilizando um software dinâmico. Várias mudanças ocorreram no modo como *Clive* começou e terminou o curso, ligadas ao próprio ato de reflexão que se fez presente em vários momentos, assim como ao relacionamento com os outros (atores e alunos) e com ele mesmo. Há fatores que podem contribuir para uma melhora no papel do professor, principalmente, quando este constata que os resultados de suas mudanças contribuem para o avanço da aprendizagem.

Santos e Bicudo (2015) trazem contribuições no que tange às situações de interdisciplinaridade com enfoque no ensino de geometria e a aspectos da pesquisa multidisciplinar. Para essa abordagem, foram utilizados resultados do estudo de Santos (2006), o qual tinha como contexto de investigação um trabalho desenvolvido em um curso de formação continuada com professores de Matemática e Arte da Educação Básica, com ênfase no ensino de geometria – especificamente, o trabalho com planificações no plano.

A pesquisa, de cunho qualitativo, foi desenvolvida por meio de encontros, os quais foram gravados em vídeos, transcritos e analisados de maneira fenomenológica. Três tipos de pavimentações foram trabalhados: pavimentações por polígonos regulares e visualização em caleidoscópio; pavimentações por tetraminós; e pavimentações aperiódicas de Penrose. Ao longo do curso, diversos aspectos matemáticos e artísticos foram destacados, como, por exemplo: (1) a formalização matemática; (2) as possibilidades de aplicação das atividades em sala de aula; e (3) os direcionamentos para a criatividade e a exploração da arte na busca e na representação das soluções.

Por meio de trocas nessa experiência, houve reflexões sobre a formação específica e as ações em sala de aula, sendo esse um ambiente favorável para discussões coletivas tanto sobre geometria como sobre dificuldades e possibilidades que envolvem o “ser professor”.

Fazendo uma **síntese integrativa dessa primeira unidade**, observamos que os principais focos de investigação estavam pautados em orientar e incentivar o trabalho colaborativo, visando de forma gradativa à inserção de ambientes informatizados em aulas de geometria. Por meio de sequências didáticas e experiências de ensino, buscou-se promover reflexões sobre o pensar coletivo, de maneira a acarretar mudanças na prática desses docentes.

Como visto em Amaral (2011) e Nacarato, Grando e Costa (2009), o trabalho matemático acerca de tarefas/atividades que fizessem emergir argumentos e justificativas matemáticas em torno de hipóteses levantadas pelos professores se mostrou interessante, assim como nas pesquisas de Lopes Junior, Freitas e Muniz (2009) e de Boylan (2010), em que os professores se envolveram com o planejamento de aulas para a aplicação em sala. Na maioria dos estudos desse grupo, os pesquisadores optaram pela execução da resolução de tarefas durante o próprio processo de formação, que, por sua vez, foi realizado de forma conjunta, como observado em Amaral (2011), Manrique e André (2009), Nacarato, Grando e Costa (2009) e Santos e Bicudo (2015). É importante salientar o trabalho de Santos e Bicudo (2015), o qual sugere que a interdisciplinaridade também é um fator que contribui para a aquisição de novos saberes, compartilhamentos e melhoria no ensino.

Quanto ao ensino da geometria, este ainda se apresenta como um obstáculo para alguns professores, como pontuado por Manrique e André (2009) e Nacarato, Grando e Costa (2009), que indicam que o pouco domínio dos professores sobre determinados conceitos geométricos converge às lacunas oriundas da formação inicial, pois, embora tenham uma concepção de como deva ser esse ensino, os docentes ainda demonstram medo e insegurança. Em se tratando de argumentação e provas no âmbito da geometria, as pesquisas de Amaral (2011) e de Manrique e André (2009) evidenciam que os professores sabem utilizar as propriedades matemáticas, porém não sabem justificá-las, corroborando a ideia de que, em suas práticas pedagógicas, não sentem a necessidade da justificação matemática.

Unidade 2: Geometria Dinâmica

Nesta unidade, os estudos abordam a importância do uso de softwares de geometria dinâmica, seja em aulas de geometria, seja no trabalho desenvolvido em cursos de formação, como recursos destinados aos processos de ensino e de aprendizagem.

Quadro 3: Estudos selecionados da Unidade 2

Título	Autor(es)
<i>As Demonstrações no Ensino da Geometria: discussões sobre a formação de professores através do uso de novas</i>	Ferreira, Soares e Lima (2009)
<i>Esquema de argumentación em actividades de Geometria Dinámica</i>	Estrada, Reyes e Samaniego (2010)
<i>Gênese Instrumental do GeoGebra na Formação de Professores</i>	Basso e Notare (2017)
<i>Pivotal teaching moments in technology-intensive secondary geometry classrooms</i>	Cayton et al. (2015)
<i>Estratégias didáticas com tecnologias na formação continuada de professores de Matemática: uma investigação sobre homotetia</i>	Oliveira e Lima (2018)

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Ferreira, Soares e Lima (2009) apresentam uma pesquisa desenvolvida com oito professores de matemática, com a finalidade de encorajar o uso de softwares de geometria dinâmica no ensino, assim como o trabalho com demonstrações matemáticas nesse contexto. A metodologia da pesquisa tem viés com a Engenharia Didática, a qual se utiliza de estudos de caso para análise e validação da experiência investigada. Durante os encontros, os professores manusearam o software *Tabulae*, ao realizar atividades que envolviam construções geométricas, identificação de propriedades de figuras e demonstrações.

Para a produção dos dados, foram utilizados questionários, produção escrita dos professores e observações por meio de vídeos. Por fim, foram aplicados testes para análise dos níveis de desenvolvimento do raciocínio geométrico dos participantes, feito por meio da teoria de Van Hiele e analisados segundo seu grau de aquisição: completa, alta, intermediária, baixa, e não aquisição. Os resultados apontam que, em termos qualitativos, de forma genérica, os professores consolidaram e/ou avançaram seus conhecimentos sobre geometria e no envolvimento com as demonstrações. Em termos qualitativos, por meio dos testes de Van Hiele, quatro dos professores participantes, após a sequência didática, obtiveram aquisição alta ou completa do nível 4, sendo este um dos objetivos traçados.

Estrada, Reyes e Samaniego (2010) apresentam a importância dos diferentes esquemas de argumentação, do desenvolvimento do raciocínio dedutivo e a forma como as demonstrações matemáticas participam desse processo. Para a validação desses esquemas, em alguns momentos, fizeram uso do software *The Geometer's Sketchpad*. O contexto da pesquisa foi uma oficina com 16 participantes, entre alunos de graduação e professores de matemática. No decorrer da experiência de ensino, observou-se que: (1) os participantes utilizaram esquemas não analíticos durante as primeiras atividades, porém, ao longo do processo, conseguiram raciocinar, utilizando esquemas analíticos que os levaram às demonstrações matemáticas; (2) parte dos objetivos alcançados se deu pela liberdade de trocas entre os participantes, bem como pela monitoria do instrutor da oficina.

Portanto, o experimento didático apresentado evidencia o possível trabalho com esquemas analíticos por meio de atividades abertas, as quais proporcionam raciocínios dedutivos mais abrangentes, uma vez que necessitam de explicações sobre as hipóteses levantadas. No artigo, foi considerada a resposta do grupo como um todo, sendo que, em pesquisas futuras, podem-se analisar esses esquemas de argumentação na forma de estudos de caso.

Basso e Notare (2017) abordam, a partir de um estudo de caso, como se dá o processo de gênese instrumental pessoal e profissional de um professor, por meio de atividades de geometria dinâmica e da utilização do software *GeoGebra* como aporte didático para a aprendizagem em matemática. O contexto de trabalho foi o Curso de Especialização Matemática – Mídias Digitais – Didática, da UFRGS⁵, oferecido a distância para professores da Educação Básica. Neste artigo, em particular, é apresentado o desenvolvimento da gênese instrumental de um professor denominado A.

A análise dos dados se deu por meio de tarefas realizadas na disciplina Mídias Digitais na Educação Matemática I, de um plano de aula realizado na disciplina Teoria e Prática Pedagógica e de um Trabalho de Conclusão de Curso, o qual contou com uma prática de ensino com alunos do Ensino Médio. Foi possível observar que, ao longo do processo de apropriação do software, o professor se mostrou engajado em “evoluir” suas dimensões de conhecimento e ação sobre essa ferramenta. Dessa forma, pôde conhecer e explorar suas diferentes funções, obtendo uma visão do *Geo-*

5 Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Gebra como um instrumento a ser usado na aprendizagem matemática. Além disso, desenvolveu esquemas de uso desse software para resolver os problemas tratados.

O foco da pesquisa de Cayton et al. (2015) está voltado para as interações que acontecem durante o que é caracterizado como “*Pivotal Teaching Moments*” (PTM), que podem ser observadas por ações, declarações, perguntas ou, por outro lado, momentos em que esses eventos são ignorados. Os objetivos foram estabelecidos para caracterizar as maneiras pelas quais os professores se posicionam em relação aos PTM em aulas de matemática com uma forte presença de tecnologias. Três professores foram selecionados com base em suas experiências de ensino e tecnologia. Eles ministraram aulas – observadas e filmadas – para alunos do ensino médio, utilizando o software *The Geometer's Sketchpad*.

Os resultados revelam que, de forma geral, as perguntas do tipo procedural, relacionadas a fatos ocorridos na aula, apresentaram-se de maneira expressiva, tanto pelos professores quanto pelos alunos. Porém, houve uma mudança nesse aspecto geral nas aulas do professor Smith, que se envolveu com perguntas de alto nível e investigativas. As professoras *Anderson e Johnson*, por utilizarem perguntas processuais/factuais, não foram tão eficientes em apoiar e ampliar o raciocínio de seus alunos. Outra questão a ser destacada é que, por focar menos em questionamentos processuais, Smith contribuiu para que os alunos explorassem o uso do software de maneira mais eficiente.

Oliveira e Lima (2018) realizaram uma pesquisa qualitativa com nove professores de matemática da Educação Básica em um contexto de formação continuada. O objetivo do trabalho estava voltado para elaboração de estratégias didáticas que aprimorassem ou ressignificassem os saberes desses professores em relação a conteúdos de geometria plana, em particular, a homotetia. O encadeamento da pesquisa se deu por meio de encontros presenciais e da utilização da plataforma *Moodle*, a qual, através da ferramenta Fórum, possibilitou a interação dos participantes de forma assíncrona. Foram utilizados áudio e vídeo e a produção escrita dos professores como instrumentos metodológicos.

Para a realização das atividades, os participantes utilizaram, desde recursos como papel, lápis e compasso, até o software *GeoGebra*. Pelas explorações feitas, observaram-se a apropriação e a ressignificação de novos conhecimentos pelos participantes em diferentes conceitos matemáticos (paralelismo, proporcionalidade, semelhança e homotetia). O trabalho com as diferentes mídias e as interfaces

computacionais utilizadas de forma constante contribuiu para a “fluência” no uso dessas ferramentas. É importante destacar que a grande dificuldade encontrada pelos participantes estava na busca por casos gerais, do que eles não chegaram a revelar demonstrações formais, sendo esta, uma sugestão para pesquisas futuras voltadas para aspectos pertinentes às generalizações e/ou às demonstrações.

Fazendo uma **síntese integrativa desta unidade**, notamos algumas semelhanças na busca por resultados voltados a ampliar o horizonte de conhecimento dos professores sobre o ensino e a aprendizagem por meio de softwares educacionais, tal como sua inserção em aulas de geometria. Uma questão que chamou a atenção foi o fato de os participantes não terem a priori um contato com as mídias digitais, o que favoreceu um maior interesse por parte deles, mesmo em momentos de dificuldades, como observado em Basso e Notare (2017), Cayton et al. (2015), Ferreira, Soares e Lima (2009), Lopes Junior⁶ (2009) e Oliveira e Lima (2018), uma vez que o domínio e o conhecimento sobre elas fazem a diferença no resultado de seu uso.

Foi possível observar algumas das contribuições dessas ferramentas, como o *software Geogebra*, notado em Basso e Notare (2017) e Oliveira e Lima (2018), para o desenvolvimento matemático e para as práticas letivas dos professores. Os *softwares* serviram como meio, principalmente, no trabalho com construções geométricas, em Basso e Notare (2017), Cayton et al. (2015), Estrada, Reyes e Samaniego (2010) e Oliveira e Lima (2018), promovendo uma melhora na aprendizagem dos professores referente a argumentação; e explicações de propriedades de figuras, mostradas em Amaral⁷ (2011), Estrada, Reyes e Samaniego (2010) e Ferreira, Soares e Lima (2009). Assim como observado na unidade 1, o processo de argumentação e prova não foi concluído pelos participantes, tendo sido uma das maiores dificuldades apresentadas, tal como quando trabalharam com conceitos de geometria espacial.

Unidade 3: Tarefas

Aqui as tarefas matemáticas são reconhecidas como parte integrante do ensino, bem como na captação dos conhecimentos que os professores detêm sobre conceitos geométricos.

Quadro 4: Estudos selecionados na Unidade 3

Título	Autor(es)
<i>Exploring the mathematical knowledge for teaching geometry and measurement through the design and use of rich assessment tasks</i>	Steele (2012)
<i>The teacher's perspective on the separation between conjecturing and proving in high school geometry classrooms</i>	Aaron e Herbst (2017)

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Steele (2012) descreve seis tarefas que foram projetadas para medir e avaliar o Conhecimento Comum de Conteúdo (CCC) e o Conhecimento Especializado do Conteúdo (CEC) de 25 professores de matemática dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental, durante um curso de mestrado nos Estados Unidos. Os participantes trabalharam com conteúdo de comprimento, área e perímetro, envolvendo-se na resolução e nas modificações das tarefas propostas, tendo como pressupostos de reflexão o Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching - MKT*).

A análise dos dados foi feita de acordo com o tipo de resposta (certa ou errada) e suas respectivas argumentações. A tarefa relacionada ao planejamento de uma aula sobre perímetro foi gravada, transcrita e codificada de acordo com os objetivos matemáticos estabelecidos pelos professores. Observou-se que professores com um conhecimento mais amplo possuem uma variedade maior de escolhas no trabalho pedagógico. No que se refere aos momentos de forte presença do CCC, esse se deu através das tarefas que envolviam quadrados e retângulos. Já, no trabalho com paralelogramos, as conexões entre o CCC e o CEC se apresentaram de forma sutil. Uma limitação apresentada no estudo decorre de o autor não abordar as demais categorias do MKT, deixando como sugestão que futuras pesquisas expandam esse construto.

Aaron e Herbst (2017) buscaram investigar as perspectivas e as concepções que os professores têm sobre a separação entre as atividades de conjecturar e provar em aulas de geometria do Ensino Médio e sobre os motivos para essa divisão. O estudo analisou as conversas de dois grupos focais de professores quando eles assistiam a um cenário animado denominado *The Square*, que representa uma situação instrucional. Os grupos totalizaram 29 participantes, que se reuniram ao longo de 2 anos. Os encontros foram gravados em áudio e vídeo. O cenário foi dividido em 3 segmentos: (1) referente à tarefa “problema dos bissetores de um ângulo”, (2)

voltado às discussões ocorridas após a aplicação da tarefa e (3) tentativa de prova de um aluno.

As reações em torno desses três segmentos apontam para o fato de que, se alinhadas tarefas conjecturais, discussões ricas em torno das hipóteses levantadas e de pontos específicos da matemática, juntamente com uma comunicação acessível, poderiam ser um caminho para alavancar a atividade concomitante de conjecturar e provar, em aulas de geometria do Ensino Médio.

Fazendo uma **síntese integrativa desse grupo**, observamos que os focos de investigação de cada estudo foram distintos, porém, os dois se apropriaram de tarefas matemáticas para responder as suas questões de pesquisa. Aaron e Herbst (2017) buscaram analisar como os professores reconhecem e entendem as vantagens e as desvantagens da utilização de tarefas que envolvem processos de argumentação ou que requerem provas formais no ensino da geometria, assim como avaliaram a qualidade dessas tarefas nesse contexto.

Em contrapartida, Steele (2012) apresenta as tarefas como uma possibilidade de instrumento para medir o CCC e o CEC dos professores. Para isso, as tarefas matemáticas devem ser estruturadas, tomando-se três aspectos: (1) *ser fundamentadas no contexto de ensino*: quando os professores são convidados a explorar tarefas que possivelmente os alunos fariam, questões de planejamento de aulas e o trabalho do aluno são situações mais prováveis para medir conhecimentos que podem ser e são usados na prática; (2) *tarefas como um conjunto medem o CCC e CEC*: tarefas individuais medem conhecimentos específicos do assunto, ou seja, avaliam o conhecimento de conteúdo, e não conhecimentos pedagógicos ou mais amplos; e (3) *tarefas capturam conhecimentos do professor, além de respostas corretas e incorretas, incluindo a identificação de fatores para mudança*: esse último está voltado às diferentes performances que o professor utiliza para produzir múltiplas representações de uma ideia matemática, fazer conexões entre essas representações e tomar decisões.

Enfim, por meio de tarefas, a pesquisa de Aaron e Herbst (2017) possibilitou aos professores um pensar mais crítico sobre a maneira pelas quais eles selecionam e modificam as tarefas matemáticas, assim como o estudo de Steele (2012), que proporcionou as resoluções, suas modificações e seu planejamento.

Unidade 4: Conhecimento do professor

Nesta unidade, aspectos relacionados aos diferentes conhecimentos que envolvem a profissão docente, assim como instrumentos que visam medir tais conhecimentos, serão explanados.

Quadro 5: Estudos selecionados na Unidade 4

Título	Autor(es)
<i>Using Delphi methodology to design assessments of teachers' pedagogical content knowledge</i>	Manizade e Mason (2010)
<i>Teacher tensions: expectations in a Professional development institute</i>	Nipper et al. (2011)
<i>How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties?</i>	Kuzniak e Rauscher (2011)
<i>Relationships between mathematical knowledge for teaching and teaching practice: the case of proof</i>	Steele e Rogers (2012)
<i>Using representations of practice to elicit mathematics teachers' tacit knowledge of practice: a comparison of responses to animations and videos</i>	Herbst e Kosko (2013)
<i>Gestión didáctica en clases y su relación con las decisiones del profesor: el caso del teorema de Pitágoras en séptimo grado</i>	Olfos, Guzmán e Estrella (2014)
<i>From disturbance to task design, or a story of a rectangular lake</i>	Zazkis e Mamolo (2016)

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Manizade e Mason (2010) buscaram descrever e utilizar o método Delphi na construção de um instrumento para medir o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge - PCK*) de professores do Ensino Médio, em relação ao conteúdo de decomposição e recomposição de figuras unidimensionais e bidimensionais. Para o desenvolvimento da estrutura de avaliação do PCK, os pesquisadores incluíram, de 4 a 5 semanas, 3 rodadas de pesquisas para gerar discussões e sugestões para o aprimoramento do quadro ao longo do estudo. O conjunto inicial dos itens que compunham a estrutura se deu com base na literatura sobre educação geométrica e sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. O instrumento de avaliação foi alcançado após a terceira rodada de pesquisas.

O estudo apresentou algumas limitações, como a dificuldade em encontrar especialistas que se voluntariasse a participar do projeto, assim como seu atraso nas respostas. Uma sugestão seria a abordagem *online*. Os pesquisadores sugerem que a metodologia *Delphi* também possa ser usada para projetar e validar instrumentos mais amplos, relacionados a outros tipos de conhecimento profissional de professores em diferentes áreas.

Nipper et al. (2011) tratam sobre os diferentes tipos de tensões que podem emergir em um curso de desenvolvimento profissional com professores de diferentes níveis de ensino. Do total de 30 participantes, foram constituídos dois grupos, entre professores pós-graduandos e docentes com bastante ou pouca experiência e professores formadores (professores de Matemática e Educação Matemática). Os dados foram coletados por meio de observações, entrevistas, questionários, notas de campo do pesquisador e material feito pelos participantes (cadernos, registros de reflexões, planos de aula). As sessões foram gravadas em áudio e vídeo. Para o desenvolvimento das atividades, os professores utilizaram o software *The Geometer's Sketchpad*.

Os resultados mostraram que, de maneira geral, as tensões apresentadas pelos professores podem ser separadas em dois grupos principais: o primeiro referente à pedagogia usada pelo professor (instrutor), uma vez que os professores tinham expectativas diferentes das apresentadas por ele. O segundo grupo de tensão diz respeito ao conteúdo, a seus conceitos e às tecnologias relacionadas. Os autores sugerem que, ao planejar atividades para cursos de formação, devem-se levar em consideração as expectativas e os anseios dos participantes e ponderar se isso será aplicável às suas necessidades práticas.

Kuzniak e Rauscher (2011) buscaram estudar como professores de matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio reconhecem e reagem aos paradigmas envolvidos com as dificuldades dos alunos na resolução de um problema, o que, por vezes, se dá de forma não intencional. Para isso, os professores preencheram um questionário do qual constavam as respostas que os alunos deram ao problema geométrico.

Os resultados demonstraram muitas diferenças entre as atitudes dos professores e seus métodos de ensino. Quando se referiam às tensões criadas pelos diferentes conceitos geométricos apresentados, alguns professores criaram análises perspicazes de tais situações, ou também sugeriam artifícios em seu ensino para superar e aliviar essas tensões. Os professores do Ensino Fundamental insistiram em adotar métodos de provas formais e, surpreendentemente, os professores do Ensino Médio se mostraram mais flexíveis quanto à relação entre as provas formais e os conceitos geométricos que estavam ensinando.

Steele e Rogers (2012) tiveram por finalidade investigar o MKT, voltados para o raciocínio e as provas matemáticas de dois professores do Ensino Médio. A meto-

dologia utilizada vai ao encontro da abordagem naturalista ao estudo da prática e teve como procedimentos metodológicos observações em sala de aula e avaliações clínicas. A aula de cada professor foi gravada em vídeo e áudio e transcrita posteriormente. Ao analisar os casos de Steve e Lucy, foi evidenciado que aspectos de seus MKT sobre provas matemáticas identificadas na avaliação clínica apresentavam-se de maneiras diferentes em sala de aula.

O MKT-P (MKT relacionados à prova) de Steve nas avaliações mostrou que ele considerava a prova como uma ferramenta para explicar o porquê da validade de certa afirmação. No entanto, em suas aulas não apresentou com tanta intensidade essas concepções. Já a professora Lucy trabalhou com lições que fizeram com que se estabelecessem conexões entre seu MKT-P de maneira mais forte tanto nas avaliações como em seu posicionamento em aula, uma vez que ela via a prova como um meio para comunicar conhecimentos matemáticos.

Os dados da pesquisa de Herbst e Kosko (2013) foram produzidos, tendo como objeto de estudo um grupo focal de professores de matemática do Ensino Médio nos Estados Unidos. Duas questões de pesquisa foram fixadas: a primeira relacionada a identificar diferenças na proporção de declarações modais quando momentos de ensino eram apresentados em animações ou vídeo. A segunda pergunta buscava responder se existiam diferenças nos tipos de modalidades nas declarações feitas pelos participantes no uso de cada uma dessas mídias. Os encontros foram gravados em áudio e vídeo, tendo sido o áudio a principal fonte de dados.

Os resultados apontam que tanto os vídeos quanto as animações produziram proporção semelhante de declarações modais. Porém, com as animações, as discussões estavam centradas mais em declarações de probabilidade (probabilidade de um processo) e obrigação (ações que deveriam ter sido feitas). Já os vídeos fizeram com que os professores reagissem a declarações de inclinação (sugerir uma ação). Constatou-se que as animações podem ser tão úteis quanto os vídeos para o trabalho, na perspectiva de extrair significados oriundos da prática instrucional de professores.

Olfos, Guzmán e Estrella (2014, p.341) analisaram a gestão didática de dois professores de matemática no Chile durante suas aulas sobre o Teorema de Pitágoras com alunos dos sétimos anos. O objetivo era “*detectar, em gestão de sala de aula, indicadores de decisões didáticas de professores sobre o tema e verificar se seus esforços seguem um modelo didático de ação pedagógica*”. Foram observadas

duas aulas de cada professor, as quais foram gravadas em vídeos; e, para análise, foram selecionados episódios.

Os resultados, do ponto de vista educacional, apontaram que: o modo como o problema foi apresentado, a forma como questionavam os alunos e o não direcionamento sobre o conhecimento esperado com a aplicação do problema dificultaram tanto o envolvimento dos alunos na atividade como a percepção da consolidação ou não dos objetivos iniciais dos professores. Do ponto de vista matemático, os professores possuíam um conhecimento limitado sobre o teorema de Pitágoras, dificultando a aprendizagem dos alunos. Do ponto de vista pedagógico, não demonstraram estabelecer estratégias de ensino que centrassem os estudantes na abordagem proposta, bem como não apresentaram um modelo pedagógico coerente.

Zazkis e Mamolo (2016) tiveram como objetivos: investigar o conhecimento matemático de uma professora formadora, Naomi, por meio de suas respostas em ocasiões imprevistas, ligadas a conceitos matemáticos no trabalho com futuros professores e constatar como esse desvio do planejado pode aprimorar ou alterar o ensino nesse contexto. A metodologia, portanto, se caracteriza como uma investigação narrativa. O contexto da pesquisa envolve uma aula na qual Naomi estava a trabalhar tarefas relacionadas à conversão de unidades e esperava que a estratégia de resolução dos alunos fosse a mesma pensada por ela. No entanto, um dos alunos apresentou uma solução diferente da esperada.

A resposta de Naomi à contingência inicial foi primordial para questionar esse alno e se utilizar desse “incidente” para preparar os futuros professores para situações inesperadas. Esse momento a fez redirecionar sua visão para outras formas de resolução da tarefa. Tal abordagem propiciou uma mudança no Conhecimento Matemático no Horizonte (*Knowledge at the Mathematical Horizon - KMH*) da professora, pois ampliou a periferia da tarefa de modelagem para transformações geométricas particulares que não estavam explicitamente presentes no pensamento de Naomi até então.

Fazendo uma **síntese integrativa dessa última unidade**, destacamos que, por meio de instrumentos de avaliação, de tarefas matemáticas ou situações imprevistas em sala de aula, os estudos visaram investigar como o conhecimento matemático, o pedagógico ou o didático dos professores são postos em prática. O estudo de Steele⁸ (2012) buscou medir o conhecimento comum e especializado, e o trabalho de Steele e

⁸ A síntese interpretativa desse estudo se encontra na Unidade 3.

Rogers (2012) focou no conhecimento voltado ao raciocínio e a provas matemáticas, porém ambos tiveram o objetivo de investigar o MKT dos professores.

Herbst e Kosko (2013) e Kuzniak e Rauscher (2011) utilizaram técnicas diferentes de verificação: o primeiro analisou as respostas feitas pelos alunos, visando identificar o porquê das diferentes abordagens e quais conhecimentos eram necessários na resolução do problema. O segundo apresentou uma instrução de ensino e observou como os professores reagiam de forma linguística às situações apresentadas.

Tanto os estudos de Manizade e Mason (2010), Steele (2012) e Steele e Rogers (2012) utilizaram ou desenvolveram instrumentos para medir o conhecimento dos professores, sendo, respectivamente, o método Delphi usado para medir o PCK e o desenvolvimento de quadros teóricos. Apenas os trabalhos de Nipper et al. (2011) e Steele e Rogers (2012) possibilitaram o desenvolvimento de planos de aula/tarefas para serem aplicados em sala de aula.

O estudo de Nipper et al. (2011) foi o único a utilizar algum tipo de *software*. Já, Olfos, Guzmán e Estrella (2014) apontaram dificuldades encontradas nos conhecimentos em sala de aula, referentes a lacunas no conteúdo matemático, no planejamento e na tomada de decisões pedagógicas. Por fim, o estudo de Zazkis e Mamolo (2016) investigou o conhecimento matemático e as ações apresentadas por uma professora formadora, o que não foi algo comum observado nesta revisão.

A metassíntese realizada permitiu a identificação de diferentes aspectos teóricos e metodológicos no âmbito da formação continuada de professores e o ensino de geometria. Cada unidade examinada: *Trabalho Colaborativo, Geometria Dinâmica, Tarefas e Conhecimento do Professor* permitiu ampliar a compreensão de como são constituídos os processos formativos em que os professores participam e de como suas dificuldades, seus anseios e interesses os levam a um novo direcionamento, para repensarem suas ações pedagógicas.

Com base nesses contextos de estudo, inferimos três aspectos sobre os cursos de formação continuada que podem ser alternativas para a melhoria do ensino de geometria na Educação Básica. Esses aspectos: (1) *acarretam mudanças nas práticas dos professores*; (2) *possibilitam a emergência de processos de argumentação e validação em geometria por meio da aprendizagem compartilhada*; e (3) *favorecem o processo de reflexão da e sobre a prática*.

Esses aspectos estão intrinsecamente ligados às oportunidades que os ambientes colaborativos proporcionam, uma vez que o envolvimento coletivo na busca por

novos conhecimentos permite aos professores a liberdade de expor suas dificuldades e limitações. Juntos, refletem não somente em questões que envolvem o paradigma do professor reflexivo, mas em suas concepções práticas, na busca por ações ou estratégias para soluções de problemas coletivos, visando a um ensino da matemática de forma mais consolidada. Nesse sentido, os processos formativos devem articular aspectos teóricos e práticos, além de questões em torno da afetividade.

Os processos de formação que tiveram como pressuposto a colaboração, ainda que apresentassem alguns momentos de contestação, negociações e conflitos, contribuíram para que houvesse um avanço nas reflexões que foram sendo (re)compartilhadas e (re)construídas ao longo de cada interação. Assim, além da produção de diferentes saberes, esses processos permitiram também aos professores uma aprendizagem geométrica por meio da experimentação, da argumentação, da validação e de provas, dado que quando os professores vivenciam esses processos em sua formação, tendem a desenvolver experiências mais significativas em geometria.

No entanto, não é uma sequência de ensino disponibilizada ao professor que acarretará mudanças em sua prática letiva. Entender as intencionalidades e as expectativas requeridas pelos professores são essenciais para sua própria formação. Dessa forma, destacamos que o envolvimento em atividades dessa natureza pode ser útil em sala de aula. Isso implica a realização de ações que vão desde o planejamento de aulas/tarefas, experiências com diferentes mídias, materiais manipuláveis, assim como suscitar discussões sobre aspectos pessoais e organizacionais que norteiam a profissão docente. É importante salientar que as mudanças oriundas desses processos não são repentinhas, demandam tempo, ocorrem de maneira individual. Portanto, os processos formativos podem articular aspectos teóricos e práticos, além de questões pessoais, sociais e culturais.

Ademais, dada a importância de se experienciar oportunidades para o ensino, observamos na análise que a utilização de *softwares* de geometria dinâmica se mostrou um recurso muito perspicaz, principalmente no trabalho com construções geométricas e demonstrações matemáticas. As diferentes funções disponibilizadas por essas mídias criam diversas oportunidades para elaboração/resolução de problemas, o que contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico. As tecnologias, se bem articuladas dentro dos contextos formativos, podem levar a uma apropriação efetiva por parte dos professores, uma vez que os *softwares* são incorporados e

aprimorados por meio de um processo contínuo de exploração e entendimento sobre as reais finalidades de seu uso.

No contexto de ensino, além de possuir uma formação específica em determinada área, os professores devem ser capazes de saber o que estão ensinando e como ensinar. Nesse sentido, quando participam de cursos de formação continuada, já possuem concepções e crenças, muitas vezes, difíceis de serem rompidas ou modificadas. Paralelamente a isso, trazem expectativas do que querem aprender para possivelmente adotar em aula, e isso gera tensões, no confronto entre o que é esperado e o que realmente acontece. Essa ideia converge para o fato de que realizar determinado curso, bem como adquirir conhecimentos por meio dele não garante sua implementação pelo professor. Por essa razão, é preciso que em processos de formação haja preocupação com o professor e com as atividades que serão realizadas, para que eles se sintam parte do processo e suas necessidades profissionais sejam atendidas. Enfatizamos que a natureza da formação não pode estar ancorada somente em “medir” o conhecimento do professor de matemática, mas em constituir processos de formação pautados nos conhecimentos mobilizados na prática docente.

Este artigo oferece perspectivas para pesquisas futuras, relacionadas ao ensino da geometria, que ainda merecem atenção, como, por exemplo, estudos que envolvam processos de argumentações e provas, e trabalhos centrados nas concepções e nas emoções que concernem à prática docente – em especial, no contexto de formação continuada de professores.

Formative processes and the geometry teaching: a metasynthesis of scientific articles

Abstract

This article seeks to identify and analyze theoretical and methodological aspects related to the in-service teacher education of mathematics and the teaching of geometry. The corpus of this review is the analysis of 20 articles published in national and international journals, grouped into four thematic units: Collaborative Work, Dynamic Geometry, Tasks and Teacher Knowledge. Interpretative and integrative syntheses were performed in each unit in order to identify the research objective or question, how to answer it, the context and methodological processes, as well as the main results of each study. The formative processes turned out to be favorable environments for improvements in the teaching of geometry because they lead to changes in teachers' practices, enable the emergence of argumentation processes and validation in geometry through shared learning and favor the reflection process of the practice and about it.

Keywords: Collaboration, Dynamic Geometry, Tasks, Teacher Knowledge.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- *AARON, Wendy Rose; HERBST, Patricio. The teacher's perspective on the separation between conjecturing and proving in high school geometry classrooms. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 22, n. 3, p. 231-256, nov. 2017.
- *AMARAL, Rúbia Barcelos. Argumentação matemática colaborativa em um ambiente online. **Acta Scientiae**, Canoas, v.13, n. 1, p.55-70, jan./jun. 2011.
- *BASSO, Marcus; NOTARE, Márcia Rodrigues. Gênese instrumental do GeoGebra na formação de professores. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 2, p. 324-344, mai./ago. 2017.
- *BOYLAN, Mark. 'It's getting me thinking and I'm an old cynic': exploring the relational dynamics of mathematics teacher change. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 13, n. 5, p.383-395, ago. 2010.
- *CAYTON, Charity. et al. Pivotal teaching moments in technology-intensive secondary geometry classrooms. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 20, n. 1, p. 75-100, ago. 2015.
- CRESCENTI, Eliane Portalone. **Os professores de matemática e a geometria:** opiniões sobre a área e seu ensino. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2005.
- CURI, Edda; PIRES, Célia Maria Carolino. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 151-189, 2008.
- DE LARA, Débora Silva; LEIVAS, José Carlos Pinto. Conhecimento pedagógico do conteúdo no ensino de Geometria Elementar: conceito de medida. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, Passo Fundo, v. 2, n. 1, p. 119-137, jan./jul. 2019.
- *ESTRADA, Claudia Flores; REYES, Adriana Gómez; SAMANIEGO, Ángel Homero Flores. Esquemas de argumentación en actividades de Geometría Dinámica/Esquemas da argumentação em atividades de Geometria Dinâmica. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 12, n. 2, p. 22-42, jul./dez. 2010.
- *FERREIRA, Emilia Barra; SOARES, Adriana Benevides; LIMA, Josefino Cabral. As Demonstrações no ensino da geometria: discussões sobre a formação de professores através do uso de novas tecnologias. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 185-207, 2009.

FIORENTINI, Dario. A investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 8, n. 11, p. 61-82, 2013.

FIORENTINI, Dario; CRECCI, Vanessa Moreira. Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 1, p. 164-185, jan./abr. 2017.

GELLERT, Uwe; HERNANDÉZ, Rosa Becerra; CHAPMAN, Olive. Research methods in Mathematics teacher education. In: CLEMENTS, M. A. (Ken) et al. (Org.). **Third International Handbook of Mathematics Education**. New York: Springer, 2013. p. 327-360.

GOUVÉA, Filomena Aparecida Teixeira. **Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração**: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de Matemática do ensino fundamental. 1998. 274 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

*HERBST, Patricio; KOSKO, Karl. Using representations of practice to elicit mathematics teachers' tacit knowledge of practice: a comparison of responses to animations and videos. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 17, n. 6, p. 515-537, dez. 2013.

*KUZNIAK, Alain; RAUSCHER, Jean-Claude. How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties?. **Educational studies in Mathematics**, v. 77, n. 1, p. 129-147, mar, 2011.

*LOPES JUNIOR, Dejahyr; FREITAS, Jose Luiz Magalhães de; MUNIZ, Anderson Soares. Integração do computador nas aulas de Matemática: um estudo sobre o uso do Cabri-Géomètre num grupo de pesquisa-ação. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 11, n. 1, p. 195-210, 2009.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista – SBEM**, São Paulo, n. 4, p.3-13, 1995.

*MANIZADE, Agida Gabil; MASON, Marguerite. Using Delphi methodology to design assessments of teachers' pedagogical content knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, v. 76, n. 2, p. 183-207, nov. 2010.

*MANRIQUE, Ana Lúcia; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. Concepções, sentimentos e emoções de professores participantes de um processo de formação continuada em geometria. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 11, n. 1, p. 17-38, 2009.

MENDUNI-BORTOLOTI, Roberta D' Angela; BARBOSA, Jonei Cerqueira. A Construção de uma matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade direta a partir de uma revisão sistemática de literatura. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 947-967, dez. 2017.

*NACARATO, Adair Mendes; GRANDO, Regina Célia; COSTA, Jorge Luís. Um contexto de trabalho colaborativo possibilitando a emergência dos processos de argumentação e validação em geometria. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 11, n. 2, p. 69-85, jul./dez. 2009.

*NIPPER, Kelli. et al. Teacher tensions: Expectations in a professional development institute. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 14, n. 5, p. 375-392, mar. 2011.

*OLFOS, Raimundo; GUZMÁN, Ismenia; ESTRELLA, Soledad. Gestión didáctica en clases y su relación con las decisiones del profesor: el caso del Teorema de Pitágoras en séptimo grado. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 28, n. 48, p. 341-359, abr. 2014.

*OLIVEIRA, Gerson Pastre de; LIMA, Nilo Silveira Monteiro de. Estratégias didáticas com tecnologias na formação continuada de professores de Matemática: uma investigação sobre homotetia. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 20, n. 1, p. 385-418, 2018.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, v 1, n.1, p. 7-17, jan./dez. 1993.

PEREIRA, Maria Regina de Oliveira. **A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino**. 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

PEREZ, Geraldo. A realidade sobre o ensino de geometria no 1º e 2º graus, no estado de São Paulo. **Educação Matemática em Revista**, n. 4. p. 54- 62, jan./jun. 1995.

PINTO, Neuza Bertoni; VALENTE, Wagner Rodrigues. Quando a geometria tornou-se moderna: tempo do MMM. In: SILVA, Maria Cécilia Leme da; VALENTE, Wagner Rodrigues. (Org.). **A geometria nos primeiros anos escolares: história e perspectivas atuais**. Campinas, SP: Papirus, 2014.

PONTE, João Pedro da. Formação do professor de matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, João Pedro da. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**, Lisboa: IE/UL, 2014. p. 343- 358.

RICHIT, Adriana. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em matemática**. 2005. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

SANTOS, Marli Regina dos. **Pavimentações de plano: um estudo com professores de matemática e arte**. 2006. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

*SANTOS, Marli Regina dos; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Uma experiência de formação continuada com professores de Arte e Matemática no ensino de Geometria. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1329-1347, dez. 2015.

STAHNKE, Rebekka; SCHUELER, Sven; ROESKEN-WINTER, Bettina. Teachers' perception, interpretation, and decision making: a systematic review of empirical mathematics education research. **ZDM Mathematics Education**, 2016.

*STEELE, Michael. Exploring the mathematical knowledge for teaching geometry and measurement through the design and use of rich assessment tasks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 16, n. 4, p. 245-268, nov.2012.

*STEELE, Michael; ROGERS, Kimberly Cervello. Relationships between mathematical knowledge for teaching and teaching practice: The case of proof. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 15, n. 2, p. 159-180, jan. 2012.

VIANNA, Claudia Coelho de Segadas. **O papel do raciocínio dedutivo no ensino da matemática.** 1988. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1988.

*ZAZKIS, Rina; MAMOLO, Ami. From disturbance to task design, or a story of a rectangular lake. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 21, n. 5, p. 501-516, nov. 2016.

ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. **A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores.** 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Campus Rio Claro, 2007.