

Modelagem matemática no ensino fundamental: estudo de funções 1º grau analisando contas de água e energia elétrica

Francisco Lopes Ferreira*, Maxwell Lima Maia**,
Sara Maria Peres de Moraes**, Francisco Wagner de Sousa***

Resumo

Decorar fórmulas, gráficos e tabelas são estratégias comuns de ensino em matemática. Entretanto, o presente trabalho apresenta uma proposta de Modelagem Matemática aplicada ao Ensino Fundamental como ferramenta de ensino-aprendizagem de funções do 1º grau analisando contas de água e energia elétrica numa escola pública. A pesquisa foi realizada em 2019, e comparou a aprendizagem dos estudantes usando o método Tradicional de Ensino com o método de Modelagem Matemática. Os procedimentos metodológicos das atividades de Modelagem Matemática seguiram as seguintes etapas: escolha do tema, explanação teórica e pesquisa realizado pelos alunos, levantamento de problemas, resolução de problemas e análise crítica das soluções. Os resultados mostraram que o desempenho geral dos estudantes na etapa N1 variaram de 2,5-7,5, enquanto que após a aplicação da Modelagem Matemática os resultados variaram de 6-10, mostrando que a metodologia adotada melhorou a aprendizagem dos estudantes. Os resultados obtidos usando PCA sobre as metodologias de Ensino Tradicional (N1) e Modelagem Matemática (N2) mostrou que as duas variáveis analisadas apresentaram uma clara separação em 4 grupos distintos. Neste contexto, a Modelagem Matemática mostrou ser uma ótima alternativa e uma grande aliada para o ensino de funções de 1ª grau frente ao Método Tradicional de ensino.

Palavras-chave: Método tradicional. Modelagem Matemática. Funções 1º grau. Aprendizagem.

-
- * Especialista em Ensino de ciências da natureza e matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará/Campus Caucaia (IFCE/Campus Caucaia). Brasil. E-mail: francisco.lopes@ymail.com
 - ** Especializando em Docência em Ensino de Química pelo Instituto Prominas Serviços Educacionais, PROMINAS, Brasil. E-mail: maxwell.maia@ifce.edu.br
 - *** Mestra em Ciência da Informação pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Bacharel em Biblioteconomia pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Ceará, Brasil. E-mail: saraperes@ifce.edu.br
 - **** Doutor em engenharia civil (saneamento ambiental) Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará/Campus Caucaia (IFCE/Campus Caucaia), atuando nos Programas de Pós-Graduação em Educação e Ensino de Ciências e Matemática. Brasil. E-mail: fr.wagner@ifce.edu.br

<https://doi.org/10.5335/rbecm.v3i3.10677>

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

Introdução

O Ensino tradicional, em geral, prima por cumprir o programa da disciplina, onde, muitas vezes, a dificuldade e o desinteresse dos alunos em associar os conteúdos da sala de aula com o cotidiano é comum. Também se observam tendências de o professor continuar ministrando aulas sem promover mudanças na sua forma de ensinar. Em função disso, pesquisadores vêm estudando novos métodos de Ensino, os quais visam mudança na forma de ensinar. Dentre esses métodos, a Modelagem Matemática vem se destacando por, dentre outros aspectos, despertar o interesse do aluno pela Matemática (BISOGNIN, 2012; BIEMBENGUT, 2012; SILVEIRA e CALDEIRA, 2012; DUNCAN, *et al.*, 2015; REHFELDT, *et al.*, 2018).

Segundo Rosa e Orey (2012, p. 272) “a Modelagem Matemática se manifesta desde os tempos mais remotos, através de situações isoladas e pouco sistematizadas, nas quais a humanidade utilizou o conhecimento matemático para entender e compreender os fenômenos da vida cotidiana”. Nesse contexto, a Modelagem Matemática no século XX apenas ganhou força no âmbito da Educação Matemática, com o reconhecimento da importância de se ensinar matemática utilizando-se problemas do cotidiano dos alunos (FANTINEL, *et al.*, 2014).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1^a a 4^a série, o Ensino de matemática ainda é feito sem levar em conta os aspectos que a vinculam com a prática cotidiana, tornando-a desprovida de significado para o aluno” (BRASIL, 1997, p. 24). Baseado nesta prática que a Modelagem Matemática contribui para estimular e desafiar os alunos para o trabalho em sala de aula e contribuir para a aprendizagem significativa em Matemática, pois esta propicia aos alunos o desenvolvimento de habilidades matemáticas, tornando-os hábeis na resolução de problemas, além de favorecer o desenvolvimento da reflexão e criticidade dos alunos (LUNA, *et al.*, 2009).

A Modelagem Matemática é defendida, na literatura de pesquisa, como uma tendência favorável para todos os níveis de Ensino, em especial para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Burak (2004), pesquisador que tem direcionado suas pesquisas em Modelagem à Educação básica, destaca aspectos relevantes que a diferencia do modo usual de Ensino: é um processo compartilhado com os alunos, o papel do professor é redefinido, não sendo mais o centro do processo, mas sim um mediador entre o conhecimento matemático e o conhecimento do aluno ou do grupo,

além de permitir trabalhar assuntos do interesse dos alunos, maior interesse do(s) grupo(s), interação maior no processo de Ensino e de aprendizagem, uma forma diferenciada de conceber a educação e, em consequência, a adoção de uma nova postura do professor.

Assim, motivados pela dificuldade dos estudantes com a disciplina de Matemática e a falta de ânimo, e como consequência, o baixo rendimento acadêmico destes, o presente artigo apresenta uma proposta de Modelagem Matemática aplicada ao Ensino Fundamental como ferramenta de Ensino-aprendizagem de funções 1º analisando contas de água e energia elétrica numa escola pública de Caucaia-CE.

Modelagem matemática na educação

O interesse em utilizar a Modelagem Matemática como estratégia de Ensino nas aulas de Matemática com alunos do Ensino Fundamental baseia-se na busca da melhoria da qualidade de Ensino desta disciplina escolar ofertada nestas séries. Os alunos que ingressam nas séries iniciais do Ensino Fundamental enfrentam um período de transição na vida escolar, antes acostumados a uma rotina diferente, com menos professores, atendimento diferenciado e metodologia adequada para a idade, agora se veem diante de disciplinas separadas com professores diferentes (ROQUE, 2007).

Esta fase caracteriza-se como um rito de passagem entre a infância e a adolescência, e, portanto, causa anseios e angústias nos alunos, que podem apresentar dificuldades em entender conceitos matemáticos. Estas dificuldades de adaptação podem ser agravadas por metodologias inadequadas para um período de grandes mudanças pelo qual passam os estudantes. No que se refere à Matemática, uma das características marcantes desta fase é o início da abstração de conceitos aprendidos em séries anteriores e que, muitas vezes, não foram bem assimilados, e portanto, podem se tornar distantes e irreais para os alunos, como observa Sadovsky (2007, p. 8):

[...] a Matemática, não só no Brasil, é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir idéias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola. O Ensino se resume a regras mecânicas que ninguém sabe, nem o professor, para que servem.

Neste contexto, a Modelagem Matemática pode ser uma contribuição para amenizar os problemas resultantes desta transição. Apresentando uma Matemática mais real, inserida no cotidiano dos alunos, a Modelagem ajuda na organização do pensamento e pode ser um instrumento a mais para que aluno interprete o mundo em que vive segundo suas próprias conclusões e entendimento, e desenvolve a capacidade de exercitar o seu papel de cidadão que pensa e discute os problemas da comunidade em que está inserido (ROQUE, 2007). Nesta perspectiva, a Modelagem Matemática proporciona ao aluno situações, nas aulas de matemática, em que pode ser criativo e motivado a solucionar problemas pela curiosidade do momento vivenciado. Além de ser uma tendência que proporciona uma articulação entre os conceitos matemáticos e a realidade, pode ser vista, também, numa perspectiva que valoriza o pensamento crítico e reflexivo do aluno.

Ao problematizar fenômenos que acontecem no cotidiano, é possível pensar sobre eles e, sobretudo, interferir conscientemente no processo desencadeado por eles. Como diz D'Ambrósio (1986, p. 17) “os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia a dia”, o aluno desenvolve métodos e raciocínio facilitando a resoluções de problemas do cotidiano.

Aproveita-se, desta forma, o envolvimento emocional e cultural dos alunos com os acontecimentos atuais para apresentar-lhes momentos questionadores de resolução de situações que envolvam problematização. O ato de problematizar uma situação significa estabelecer relações necessárias para compreender o problema e, posteriormente, ter a possibilidade de buscar maneiras de solucioná-lo.

Características de uma Modelagem Matemática

Kaiser (2010) relata que a Modelagem Matemática parte de uma situação do mundo real, em que uma estrutura é simplificada de tal forma a criar um modelo do mundo real, sendo este transformado em uma situação matemática. Depois, buscam-se modelos matemáticos que são resolvidos e a solução encontrada é comparada com a situação real. Essa, por sua vez, deve ser validada.

Borromeu Ferri (2006) também esclarece que a Modelagem Matemática é vista como um ciclo, intitulando este processo como “ciclo da modelagem”. A exploração de uma situação-problema, nesta perspectiva, compreende uma série de passos, iniciados após a tarefa ser dada. O primeiro passo parte de uma situação real, a qual

deve ser concebida de forma a construir um modelo para a mesma. Então ela é estruturada, idealizada e simplificada, agregando à situação investigada a matemática. Após essa etapa, a estrutura passa a ser vista do ponto matemático e é explorada matematicamente até a obtenção de resultados matemáticos. Posteriormente, esses resultados são interpretados na situação real, podendo ser validados ou não. Caso não forem validados, o ciclo recomeça; do contrário, o processo se dá por encerrado.

Neste sentido, a Modelagem Matemática se destaca por ser uma metodologia diferente das tradicionalmente exploradas nas aulas de Matemática. Por este método, os alunos são promovidos para que sejam sujeitos dos processos de Ensino e de aprendizagem, proporcionando-lhes atividades instigadoras (BIEMBENGUT, 2014).

Características de uma atividade de Modelagem Matemática

O que caracteriza uma Modelagem Matemática, segundo Biembengut e Hein (2011), é o fato de o problema advir de uma situação real e que depois, de formular e resolver um modelo que solucione o problema, este modelo possa ser aplicado, também, como suporte para outras aplicações.

Os procedimentos que identificam os passos da modelagem, segundo Biembengut e Hein (2011) são:

- a) **Interação:** esta etapa é identificada pela pesquisa e o reconhecimento da situação-problema. Geralmente, o problema surge em outras áreas do conhecimento, a investigação é Fundamental para a familiarização do tema e a seleção de dados para o processo de resolução do problema.
- b) **Matematização:** este período proporciona um desafio maior para quem vai desenvolver a pesquisa e subdivide-se em formulação e resolução do problema, traduzindo, através da linguagem matemática a situação real para um modelo matemático que poderá solucionar o problema inicial.
- c) **Modelo matemático:** esta etapa consiste em validar ou não a solução encontrada para o problema, verificando o grau de confiabilidade na sua utilização e a sua aplicação em outras situações análogas.

Sendo assim, a escolha do tema a ser estudado pode ficar sob a responsabilidade dos alunos e sofrer a intermediação do professor, que, na Modelagem Matemática, exerce o papel de mediador entre o que o aluno já conhece e o conhecimento a ser

adquirido. Conforme diz Burak (2004, p. 33) “esta etapa é muito rica, pois cada grupo, conforme o tema se insere no contexto. A coleta de dados, as questões levantadas previamente pelo grupo e a adição de novas situações levam a um comportamento mais atento.”

Definido o tema do problema a ser pesquisado, começa a fase da interação, momento em que o grupo busca informações sobre o assunto, em livros, revistas, entrevistas, observações e outras fontes. Quanto maior for o envolvimento e o aprofundamento com o tema, maior será a facilidade em compreendê-lo. Nesta etapa, o professor deve promover a investigação do assunto por parte dos alunos no sentido de entender cada vez mais o entorno a ser pesquisado.

Aguçados pela curiosidade inerente à idade e incentivados pelo professor, os alunos iniciam a matematização, ou seja, o surgimento de perguntas decorrentes da análise dos dados coletados e das observações feitas diretamente no ambiente pesquisado.

Este momento é propício para o desenvolvimento, a formulação e a construção do pensar matemático através de um modelo matemático adequado para a resolução dos problemas levantados.

Deste modo, Scheffer (1988, p. 37) aponta para uma sequência dada pela Modelagem Matemática iniciado pela *status quo*, a formulação do problema, identificação e busca de solução. O autor citado destaca a problemática, busca de resolução, validação, verificação e solução utilizando os modelos matemáticos.

A etapa da resolução dos problemas surgidos através de modelos matemáticos, segundo Burak (2004), é rica no processo e na qual cai por terra a forma usual de se trabalhar matemática na escola. Nela pode ser constatada, por parte dos alunos, a adequação de vários modelos matemáticos. Ou seja, pode não existir um único modo de resolver, mas vários caminhos que levam à solução do problema. Sendo assim, os conteúdos são trabalhados em função do problema, portanto, nem sempre é possível prever qual conteúdo matemático contemplará o problema a ser estudado, podendo ocorrer um apanhado de vários conteúdos para a resolução da situação-problema inicial.

A Modelagem Matemática permite uma análise crítica das soluções levantadas através de hipóteses. Nesta etapa, busca-se discutir e analisar as possíveis soluções encontradas e verificar a coerência e consistência de cada uma delas.

Sobre o tema, Meyer (1998, p.70) fala sobre a subjetividade que [...] “nem sempre é única a ferramenta matemática escolhida para a análise e compreensão de um problema, e diferentes caminhos podem levar a respostas diferentes, porém que cheguem a uma mesma conclusão no final do ciclo da modelagem, ou não!” O entrelaçamento entre vários assuntos dentro da matemática permite uma interação e uma interdependência entre eles, de modo que um mesmo assunto pode ser aplicado em diferentes momentos e retomado sempre que necessário. Esta visão global deve ser percebida pelo aluno, para que ele possa aplicar tais descobertas em relação à resolução de problemas em sua realidade, verificando desta maneira, que modelos matemáticos se aplicam com perfeição em situações reais. A fase final da Modelagem Matemática constitui-se na validação dos resultados encontrados para a resolução do problema. Esta etapa consolida um trabalho de pesquisa que mostra uma matemática utilitária e real, que resolve problemas do cotidiano e permite uma visão mais analítica dos fenômenos que surgem na realidade. O trabalho com Modelagem Matemática é de suma importância dentro da escola, em qualquer nível ou modalidade de Ensino, e aparece, hoje, como uma forte tendência de metodologia a ser utilizada por professores de matemática.

Procedimentos metodológicos

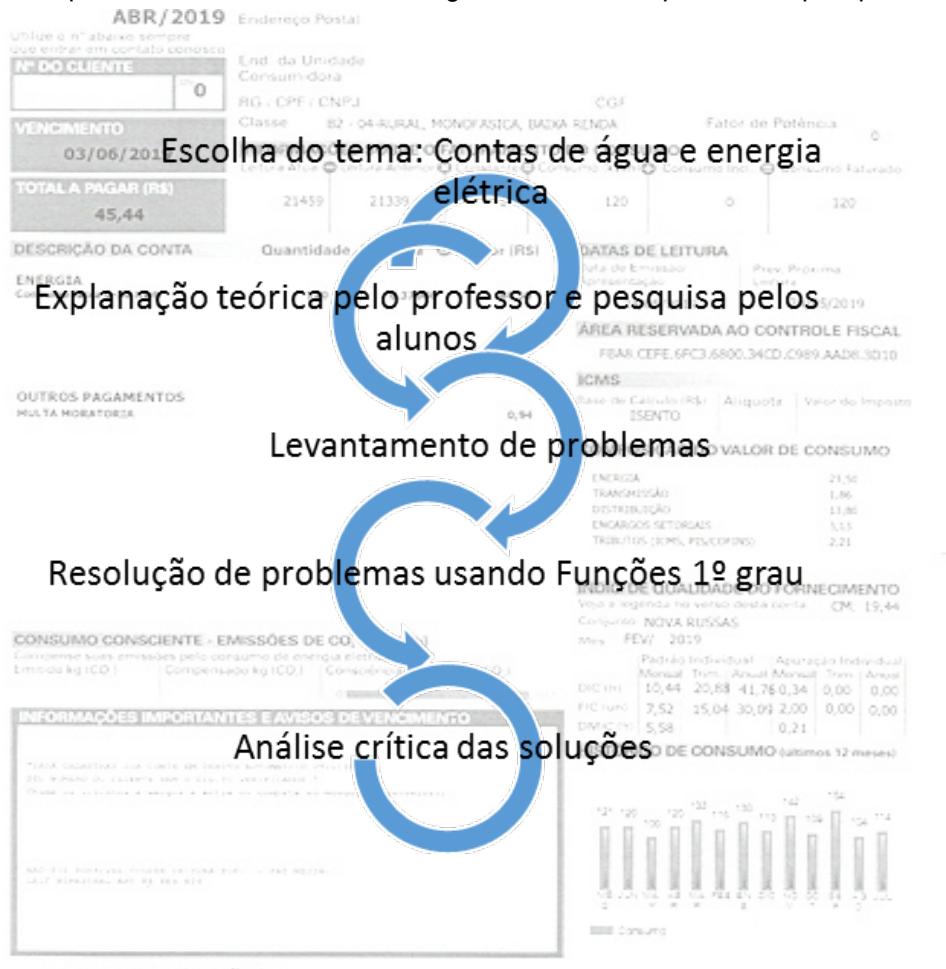
O presente trabalho é um estudo de caso baseado numa pesquisa quali-quantitativa, exploratória e interpretativa que responde a questões particulares de aprendizagem dos estudantes da escola Municipal E.E.I.E.F Monsenhor André Viana Camurça, localizada na cidade de Caucaia/Ce, durante o ano 2019.

A pesquisa foi realizada com uma turma do 9^a ano do Ensino regular Fundamental, com 35 estudantes, respectivamente. A turma era formada de 48,57% de meninas e 51,42% de meninos, com idade média de 13 anos. Todos os alunos estavam cursando o 9º ano (nono) do Ensino Fundamental pela primeira vez, não havendo, portanto, repetentes no grupo. A pesquisa aconteceu no primeiro semestre de 2019 e comparou a aprendizagem dos estudantes usando método tradicional de Ensino com o método de Modelagem Matemática, ambos aplicados ao Ensino de funções de 1º grau, na mesma turma e usando um mesmo teste para avaliar tal comparação.

É importante ressaltarmos que os alunos, sujeitos da pesquisa, ainda não haviam estudado formalmente na escola o assunto funções 1º grau. Tal fato poderá ser evidenciado nas primeiras aulas, no qual o professor, por meio de diálogo informal, identificará apenas conceitos intuitivos de funções sem consistência teórica.

O estudo foi realizado em duas etapas: Na primeira etapa (N1), foram realizadas 08 (oito) aulas de 15/04/2019 a 26/04/2019 sobre funções de 1º grau usando metodologia tradicional de Ensino, e logo em seguida, aplicado uma atividade avaliativa no quadro branco para avaliar a compreensão e aprendizagem dos estudantes. Na segunda etapa (N2), foram realizadas mais 08(oito) aulas de 06/05 a 17/05/2019 sobre funções de 1º grau usando Modelagem Matemática. Nesta etapa foi solicitado aos estudantes as três últimas contas de energia elétrica e água para analisar suas características. Com as três contas de energia elétrica e água em mãos, os alunos se organizaram em sete grupos de cinco alunos. Essa organização foi realizada em função da afinidade dos componentes dos grupos. Após a análise das suas contas e dos seus colegas, foi possível fazer comparações entre os conteúdos desses documentos. No momento seguinte, houve questionamentos a respeito das regularidades e diferenças presentes em cada conta, bem como sua própria interpretação da nomenclatura utilizada pela companhia de distribuição de energia do município. Houve também o questionamento sobre a existência ou não da relação entre o consumo de energia e água e o preço a ser pago no final do mês. Dando sequência à atividade, cada grupo elegerá um conjunto de três contas de um determinado aluno para ser analisada. Por meio de uma tabela, organizaram os dados extraídos das contas de energia elétrica e água e responderam as perguntas pertinentes ao tema. O objetivo de cada grupo foi encontrar uma regularidade nos dados organizando-os em uma tabela. Um esquema das atividades de Modelagem Matemática apresentada pelo professor é mostrado na Figura 1.

Figura 1 - Esquema das atividades de Modelagem Matemática apresentada pelo professor



Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao fim da segunda etapa (N2), também foi aplicado a mesma atividade avaliativa do processo de Ensino usando o método tradicional. Afim de conhecer e analisar o processo de aprendizagem a atividade avaliativa em ambos os métodos seguiu a lógica formativa preocupando-se com o processo de apropriação dos saberes pelo educando, os diferentes caminhos que percorreu mediado pela intervenção ativa do professor, a fim de promover a aprendizagem e a formação integral do aluno (NOVAK, 2000) (Apêndice A e B).

Através dos dados coletados foi realizado uma análise estatística multivariada usando PCA (análise de componentes principais) afim de analisar as informações existentes entre as variáveis Metodologia Tradicional (N1), Modelagem Matemática (N2) e renda familiar. Essa ferramenta consiste em transformar um conjunto de variáveis originais em outro conjunto de variáveis de mesma dimensão denominadas de componentes principais. Os componentes principais apresentam propriedades importantes: cada componente principal é uma combinação linear de todas as variáveis originais, são independentes entre si e estimados com o propósito de reter, em ordem de estimação, o máximo de informação, em termos da variação total contida nos dados. A análise de componentes principais é associada à ideia de redução de massa de dados, com menor perda possível da informação. Procura-se redistribuir a variação observada nos eixos originais de forma a se obter um conjunto de eixos ortogonais não correlacionados. Esta técnica pode ser utilizada para geração de índices e agrupamento de indivíduos. Para o estudo de análise estatística multivariada usando PCA utilizou-se o software livre Past, versão 4.0 para Windows (7.8MB-64bit) disponível. O Past é um software livre para análise de dados científicos, com funções para manipulação de dados, plotagem, estatística univariada e multivariada, análise ecológica, séries temporais e análises espaciais, morfometria e estratigrafia (FOLKUIO, 2020).

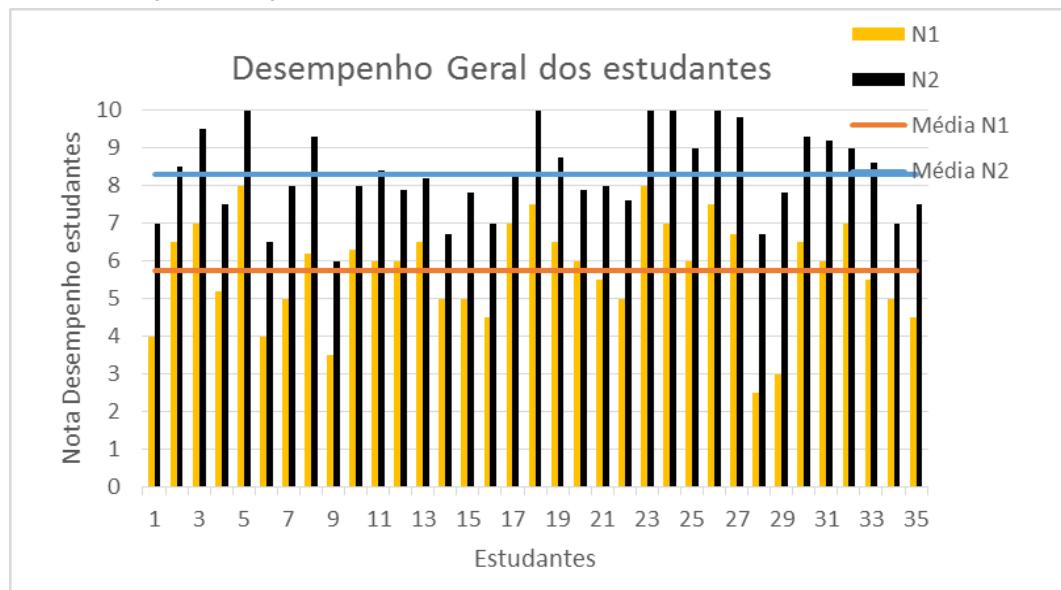
Análise dos dados e resultados

Desempenho geral dos estudantes

O desempenho geral da turma antes (N1) e após (N2) a aplicação do projeto de Modelagem Matemática aplicado ao Ensino de funções do 1º grau usando contas de água e energia elétrica contou com a participação de 100% dos estudantes. O resultado geral do desempenho dos estudantes antes e após o projeto é mostrado no Gráfico 1. Neste podemos observar que desempenho geral dos estudantes na etapa N1 variam de 2,5-7,5, enquanto que após a aplicação da Modelagem Matemática os resultados variaram de 6-10, mostrando que a metodologia adotada melhorou a aprendizagem dos estudantes no Ensino de funções de 1º grau. Rebello e Ramos (2010) relataram que a Modelagem Matemática contribui para a aprendizagem significativa em matemática, estimulando e desafiando os alunos para o trabalho em sala de aula.

Os resultados também mostraram que o desempenho médio da turma ($N2 = 8,30$) após a aplicação da metodologia de Modelagem Matemática foi superior a etapa $N1(5,75)$ utilizando método tradicional de Ensino.

Gráfico 1 – Desempenho individual dos estudantes antes (N1) e após(N2) a aplicação do projeto de Modelagem Matemática aplicado ao Ensino de funções do 1º grau usando contas de água e energia elétrica

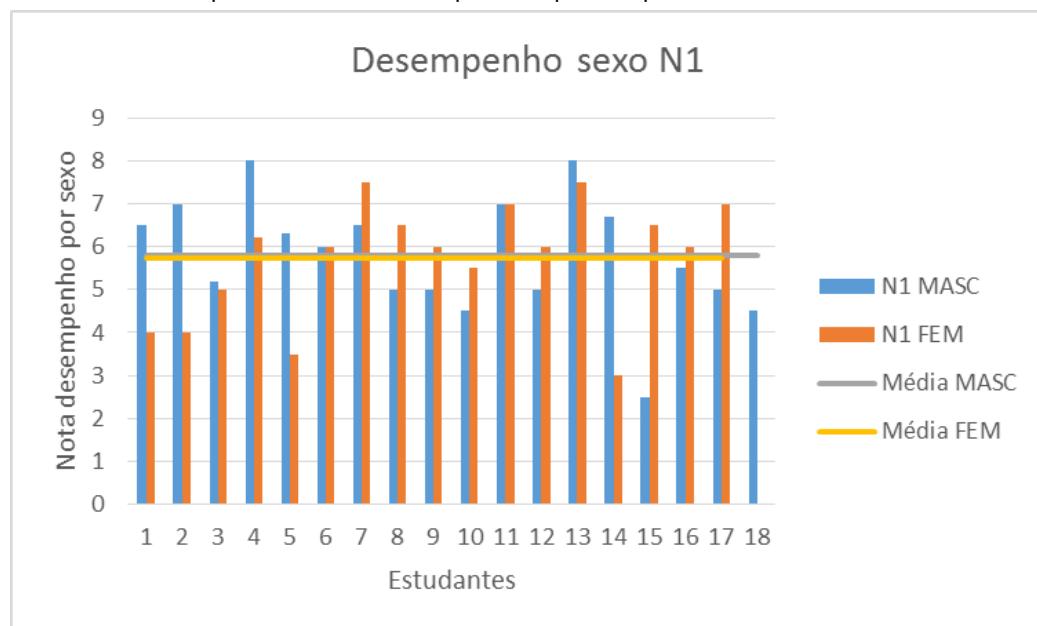


Fonte: Elaborado pelos autores.

Desempenho dos estudantes por sexo

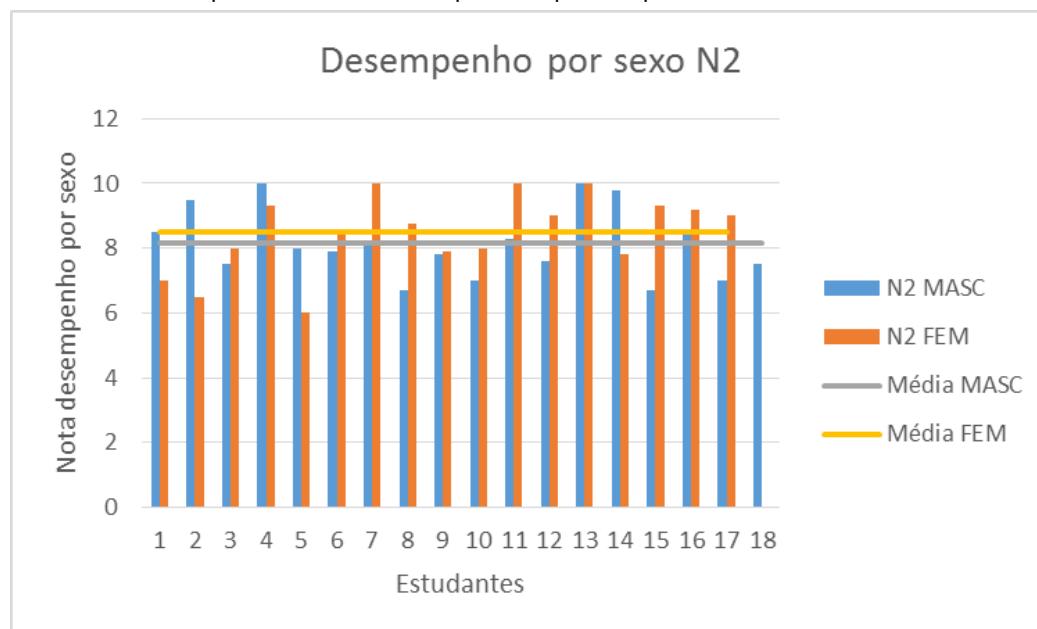
O rendimento geral dos estudantes por sexo que participaram do projeto de Modelagem Matemática foi analisado como mostra os Gráficos 2 e 3. Os resultados obtidos permitiram concluir que dos 35 estudantes que participaram do projeto, 51,42% eram homens e 48,57% eram mulheres. Os gráficos mostram que a metodologia de Modelagem Matemática apontam melhores resultados de aprendizagem que o método tradicional de Ensino, embora o rendimento médio dos estudantes por sexo tenha sido similar tanto nas etapas N1 usando método tradicional de Ensino (masc 5,78 e fem 5,71) quanto na etapa N2 usando Modelagem Matemática (masc 8,14 e fem 8,47), embora de magnitudes diferentes. Por sua vez, os resultados mostram que não há diferenças tão marcantes entre homens e mulheres.

Gráfico 2 – Desempenho dos estudantes por sexo para etapa N1



Fonte: Elaborado pelos autores.

Gráfico 3 – Desempenho dos estudantes por sexo para etapa N1

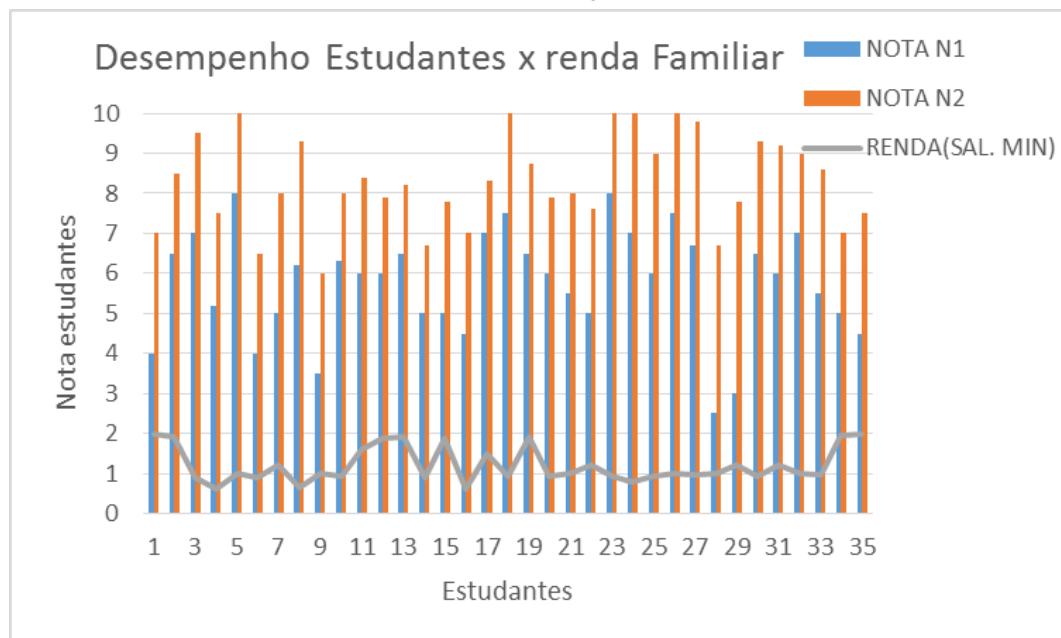


Fonte: Elaborado pelos autores.

Avaliação dos educandos com relação à renda familiar

A relação pobreza e escola estão intimamente relacionadas. As condições sociais interferem na aprendizagem escolar, e as desigualdades sociais se traduzem, de forma geral, em desigualdades escolares, e vice-versa (BRITO *et al.*, 2015). O rendimento geral dos estudantes por renda familiar que participaram do projeto de Modelagem Matemática foi analisado como mostra o Gráfico 4.

Gráfico 4 – Desempenho dos estudantes em comparação com a renda familiar



Fonte: Elaborado pelos autores.

A média salarial da família de cada estudante envolvidos no projeto declarado foi de R\$ 1200,00 (O salário mínimo no ano de 2019 consistia no valor de R\$ 998,00). Os resultados obtidos mostraram que a baixa renda familiar apresenta uma relação que se traduz em níveis baixos de aprendizagem quando aplicado a metodologia tradicional de Ensino (média da turma N1= 5,75). Entretanto, essa realidade é melhorada quando o docente utiliza Modelagem Matemática como alternativa ao Ensino de funções de 1º grau (média da turma N2= 8,30). Brito *et al.*, (2015), reforça os resultados apresentados mostrando que o uso de metodologias que estimulem a

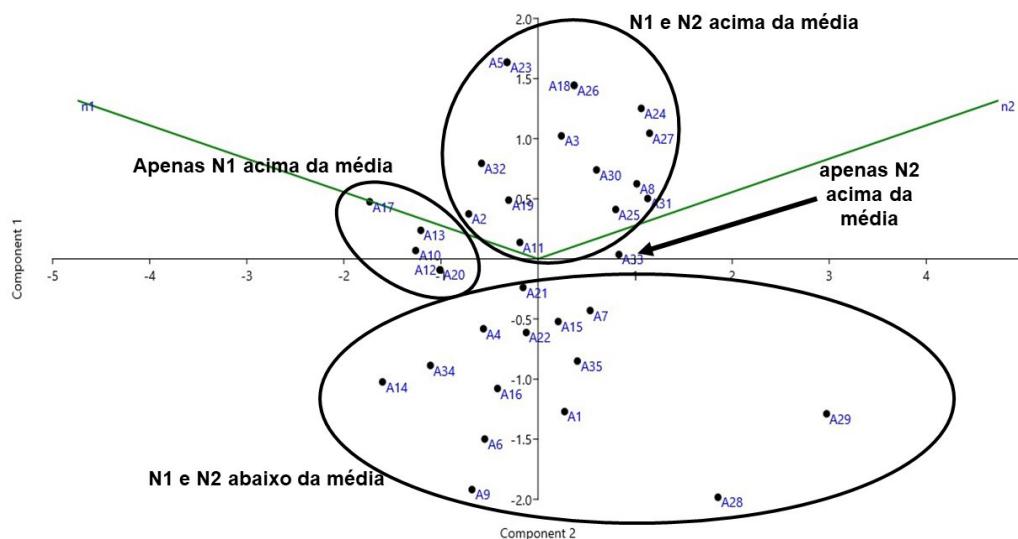
aprendizagem significativa dos estudantes pode ser um agente de transformação, voltando os olhares para a realidade do aluno fomentando assim uma mudança em cada educando, com práticas educativas que possibilitem uma reflexão acerca da própria condição e das possibilidades de transformação a partir de si próprio.

A luz de tais fatos Borsato e Redling (2013), relatam que muitas escolas e professores para alcançar os objetivos da aula, esquecem que além do ambiente escolar e do aluno, existe o ambiente familiar, o social, os recursos materiais e as metodologias de Ensino como fatores que podem afetar sua aprendizagem, além da renda familiar. Oliveira (2009), relata que crianças pertencentes ao meio sócio-ecônomico cultural baixo apresentam resultados inferiores baixos em relação a crianças de meio sócio-ecônomico cultural médio/alto em medidas de vocabulário e leitura, reforçando a influência da renda no aprendizado.

Análise de componentes principais (PCA)

Os resultados obtidos a partir da análise do biplot CP1 X CP2 sobre metodologias de Ensino tradicional (N1) e Modelagem Matemática (N2) pela PCA é mostrado na Gráfico 5. Nesta verifica-se que a porcentagem de variância total (%) dos dados das duas componentes principais são explicados por 99,99% dos casos, sendo 92,84% explicado pela PC1 e 7,156% explicados pela PC2. As duas variáveis analisadas apresentaram uma clara separação em 4 grupos distintos. O primeiro grupo são dos alunos que obtiveram notas N1 apenas acima da média da turma (5,75) usando metodologia tradicional (A17, A13, A10, A12 e A20), enquanto o segundo grupo apenas o aluno A33 obteve nota N2 acima da média da turma (8,30). O terceiro grupo formado pelos alunos que obtiveram notas N1 e N2 acima da média da turma (A2, A11, A25, A19, A31, A8, A30, A3, A27, A24, A26, A18, A5 e A23), enquanto o quarto grupo obtiveram notas N1 e N2 abaixo da média da turma (A21, A7, A15, A4, A22, A35, A34, A14, A1, A29, A28, A9, A6 e A16). Embora, todos deste grupo obtiveram melhorias em suas notas (N2) com a mudança de metodologia, porém abaixo de 8,30 e acima de 6,0. Vale ressaltar que os alunos A28 e A29 se destacaram por mostrar maior facilidade de aprendizado com a metodologia alternativa, sendo esses os que apresentaram maior desenvolvimento nas notas com a mudança de metodologia de Ensino.

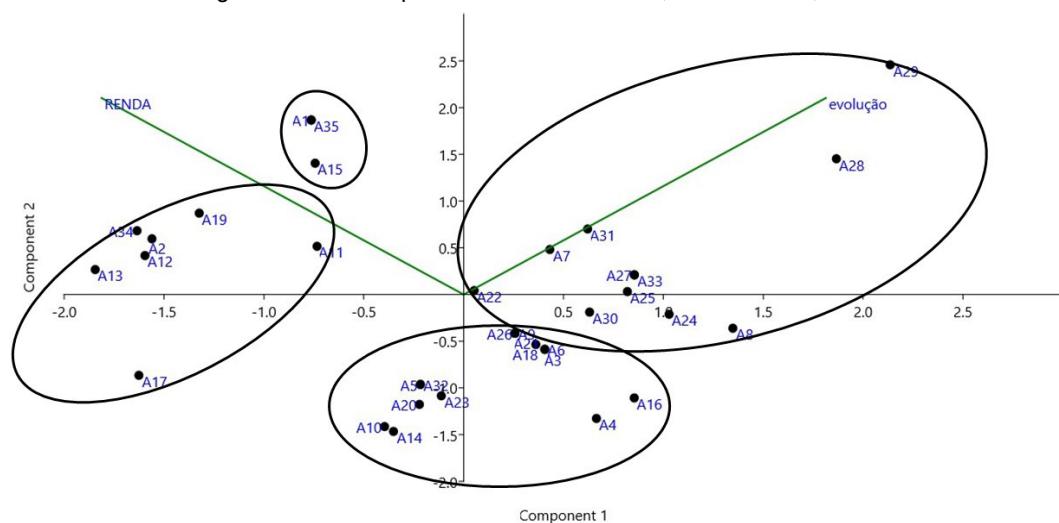
Gráfico 5 - Biplot CP1 x CP2 sobre metodologias de Ensino tradicional e Modelagem Matemática pela PCA. * A1 = aluno 1, A2 = Aluno 2, etc.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Os resultados obtidos a partir da análise CP1 X CP2 sobre renda familiar e evolução de aprendizagem pela PCA é mostrado na Gráfico 6. Nesta verifica-se que a porcentagem de variância total (%) dos dados das duas componentes principais são explicados por 99,99% dos casos, sendo 52,77% explicado pela PC1 e 47,22% explicados pela PC2. As duas variáveis analisadas apresentaram uma clara separação em 4 grupos distintos. Os resultados mostram que 30% dos alunos com renda familiar acima da média da turma (R\$1205,00) apresentaram um bom desempenho de aprendizado nos dois métodos. Em contrapartida, alunos com renda familiar abaixo da média da turma (44%) apresentaram bom desempenho com a aplicação da Modelagem Matemática, com destaque para A28 e A29 que obtiveram diferença de notas de 4,2 e 4,8, respectivamente. Os demais grupos apresentaram um bom desempenho com a aplicação da Modelagem Matemática, a qual se mostrou muito eficaz e eficiente no Ensino/aprendizagem dos alunos com renda familiar mais desfavorável da turma.

Gráfico 6 - Biplot CP1 x CP2 sobre renda familiar e evolução de aprendizagem com aplicação da Modelagem Matemática pela PCA. *A1 = aluno 1, A2 = Aluno 2, etc.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Uma breve revisão de aplicação da Modelagem Matemática no Ensino-aprendizagem

O método tradicional de Ensino descreve o modelo de Ensino-aprendizagem em que os alunos não são incentivados a pensar e a serem sujeitos ativos deste processo, mas sim de receptores de informações que lhes são transmitidas, em particular na matemática. O ato de decorar fórmulas, gráficos, tabelas, entre outros, são comuns, difíceis de evitar, mas inapropriados (OLIVEIRA e CARVALHO, 2013). Em contrapartida, a Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. Ou seja, constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático. As aplicações da Matemática visualizadas por atividades de modelagem requerem um comportamento ativo de professores e alunos na própria definição de problemas (ALMEIDA, 2012; BASSANEZI, 2004; BURKHARDT, 2006; NISS, 1987; KAISER, 2006).

Calda e Ferreira, (2016), aplicaram a Modelagem Matemática como estratégia de Ensino e aprendizagem de matemática na educação básica e concluíram que esta é uma grande aliada para tornar o Ensino e a aprendizagem mais instigante e eficaz. Forte, Souza Júnior e Oliveira e Carvalho (2013), usaram a Modelagem Matemática no Ensino de funções nas séries finais do Ensino Fundamental e verificaram a eficácia desta metodologia no Ensino-aprendizagem de matemática, mais especificamente no estudo de funções embora outros conteúdos possam ser estudados com o auxílio desta metodologia. Komar, *et al.*, (2017), apontaram para uma melhor qualidade do Ensino quando ocorre a interação e a reciprocidade entre as disciplinas usando Modelagem Matemática como metodologia de Ensino em aprendizagem dos fractais. Ozdemir e Uzel (2012), estudaram as opiniões de estudantes do 6^a, 7^a e 8^a ano, baseadas no uso da Modelagem Matemática e obtiveram opiniões positivas sobre o Ensino baseado em Modelagem Matemática. Os alunos experimentaram uma aplicação diferente na aula de matemática e o estudo contribuiu positivamente para aprendizagem em matemática, bem como aliviou a ansiedade dos alunos em situações educacionais.

Assim, através desta breve revisão podemos verificar que uma visão alternativa de que o docente não pode apenas ser transmissor de conteúdo, mas um formador de concepções se faz necessário, para que o mesmo tenha o objetivo de transformar, ou, ao menos, encontrar a melhorar forma de ensinar o que já se encontra desenvolvido (OLIVEIRA e CARVALHO, 2013).

Análise das atividades avaliativas/Questionários

Foi aplicado dentro da atividade avaliativa um questionário de avaliação da aprendizagem dos estudantes acerca do uso da Modelagem Matemática no Ensino de funções de 1º grau usando contas de água e energia elétrica

Questão 1. Os resultados mostraram que 91,42% dos estudantes responderam que houve aprendizado de funções 1º grau usando a metodologia de Modelagem Matemática. Muitos atestaram que a metodologia é bem mais prática e fácil quando comparada a metodologia tradicional, onde o professor usa o quadro branco para explicar o conteúdo. Em contrapartida 8,57% não responderam ou disseram que não houve aprendizagem, por motivos diversos, falta na aula, dificuldades na resolução de cálculos de soma, subtração, multiplicação e divisão (Figura 2).

Figura 2 – Resposta de alguns testes/questionários referente a questão 1 de avaliação da aprendizagem dos estudantes acerca do uso da Modelagem Matemática no Ensino de funções de 1º grau usando contas de água e energia elétrica na etapa N2.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM
<p>1) Trabalhamos o conteúdo Funções de 1º grau usando papéis de água e energia elétrica. Como você analisa esse estudo? Houve aprendizagem? Explique.</p> <p><i>sim, eu aprendeu como calcula a minha conta, que a função é d. 1º grau pedi para usar a conta caro de mero- vado</i></p>
AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM
<p>1) Trabalhamos o conteúdo Funções de 1º grau usando papéis de água e energia elétrica. Como você analisa esse estudo? Houve aprendizagem? Explique.</p> <p><i>não, pois faltou a aula.</i></p>
AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM
<p>1) Trabalhamos o conteúdo Funções de 1º grau usando papéis de água e energia elétrica. Como você analisa esse estudo? Houve aprendizagem? Explique.</p>

Fonte: Elaborado pelos autores.

Questão 2. Os resultados referentes a questão 2 mostraram que 77,14% dos estudantes entenderam e discutiram suas respostas acerca de quais situações podemos usar funções do 1º grau, onde muitos citaram exemplos do seu dia-a-dia. Entretanto, 17,14% responderam sem discussão ou de maneira muito vaga sem citarem exemplos. O que pode demonstrar um desinteresse pelo teste/questionário

de aprendizagem ou não entenderam a pergunta. Já 5,71% não responderam o teste/questionário por motivos diversos, ou não entenderam a pergunta (Figura 3).

Figura 3 – Resposta de alguns testes/questionários referente a questão 2 de avaliação da aprendizagem dos estudantes acerca do uso da Modelagem Matemática no Ensino de funções de 1º grau usando contas de água e energia elétrica na etapa N2.

2) Em que situações de nossa vida usamos funções de 1º grau?

Som contas de energia para calcular o valor
do Kw, contas de água

2) Em que situações de nossa vida usamos funções de 1º grau?

Em tudo

2) Em que situações de nossa vida usamos funções de 1º grau?

Fonte: Elaborado pelos autores.

Questão 3. Os resultados referentes a questão 3 mostraram que 100% dos estudantes responderam ou tentaram responder com discussão suas respostas acerca de um exemplo prático de aplicação da Modelagem Matemática (Figura 4).

Figura 4 – Resposta de alguns testes/questionários referente a questão 3 de avaliação da aprendizagem dos estudantes acerca do uso da Modelagem Matemática no Ensino de funções de 1º grau usando contas de água e energia elétrica na etapa N2.

3) Uma indústria produz embalagens biodegradáveis. Sua produção é de 600 unidades por hora. Sendo assim:

- Escreva a função que relaciona o número de embalagens com tempo em horas.

$F(x) = 600x$

- Em 10 horas de trabalho, quantas embalagens biodegradáveis são produzidas?

$\frac{600}{10} = 6000$

- Para produzir 4800 embalagens biodegradáveis, quantas horas são necessárias?

$\frac{4800}{600} = 8$ horas

- Podemos afirmar que o número de embalagens biodegradáveis é função do tempo? Porquê?

Quanto + Rápida for + Embalagens será reproduzida

3) Uma indústria produz embalagens biodegradáveis. Sua produção é de 600 unidades por hora. Sendo assim:

- Escreva a função que relaciona o número de embalagens com tempo em horas.

$F(600x) = 600x$

- Em 10 horas de trabalho, quantas embalagens biodegradáveis são produzidas?

$\frac{600}{10} = 6.000$ embalagens

- Para produzir 4800 embalagens biodegradáveis, quantas horas são necessárias?

8 horas

- Podemos afirmar que o número de embalagens biodegradáveis é função do tempo? Porquê?

Sim, porque a medida que o tempo aumenta, a quantidade de embalagens também aumenta, resultando em um resultado.

3) Uma indústria produz embalagens biodegradáveis. Sua produção é de 600 unidades por hora. Sendo assim:

- Escreva a função que relaciona o número de embalagens com tempo em horas.

$F(x) = 600x$

- Em 10 horas de trabalho, quantas embalagens biodegradáveis são produzidas?

6.000 embalagens

- Para produzir 4800 embalagens biodegradáveis, quantas horas são necessárias?

$\frac{4800}{600} = 8$ horas para produzir 4800 embalagens

- Podemos afirmar que o número de embalagens biodegradáveis é função do tempo? Porquê?

sim, quanto mais tempo mais embalagens feitas.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Considerações finais

O presente trabalho mostrou que o conteúdo de funções de 1º grau utilizando Modelagem Matemática é uma ótima alternativa e uma grande aliada para tornar o Ensino e a aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental de escolas públicas mais atraente e eficaz. O trabalho também aponta a eficiência da Modelagem Matemática frente ao método tradicional de Ensino. Este também mostra o envolvimento interdisciplinar com outras áreas do conhecimento, de tal modo que a Matemática não deve ser vista como uma ciência isolada, mas que possa promover o processo de Ensino e aprendizagem dos estudantes de maneira significativa, com intuito de promover a possibilidade de formação humana, crítica e reflexiva do estudante. E finalmente é possível perceber que ainda existe um razoável caminho a ser percorrido para que a Modelagem Matemática seja implementada nas escolas, uma vez que fatores como tempo, professor, projeto pedagógico de séries, fatores sociais e ambientais, corroboram para dificultar a implementação desta metodologia.

Mathematical modeling in fundamental education: study of 1º functions analyzing water and electricity bills

Abstract

Decorating formulas, graphs and tables are common in mathematics teaching. However, this paper presents a proposal for Mathematical Modeling applied to Elementary Education as a teaching-learning tool for primary school functions analyzing water and electricity bills in a public school. The survey was conducted in 2019, and compared student learning using the traditional Teaching method with the Mathematical Modeling method. The methodological procedures of the Mathematical Modeling activities follow the following steps: choice of theme, theoretical explanation and research carried out by the students, problem solving, problem solving and critical analysis of the solutions. The detrimental results that the general performance of the students in the N1 stage varied from 2.5-7.5, while after the application of Mathematical Modeling the results varied from 6-10, showing that the adopted methodology improved the students' learning. The results obtained using PCA on the methodologies of Traditional Teaching (N1) and Mathematical Modeling (N2) showed that the two variables analyzed clearly separated into 4 distinct groups. In this context, a Mathematical Modeling proved to be a great alternative and a great ally for the teaching of functions of 1st degree compared to the Traditional Method of teaching.

Keywords: Traditional method. Mathematical modeling. 1º functions. Learning.

Referências

- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.** São Paulo: Contexto, 2012.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino e aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2004.
- BIEMBENGUT, M. S. Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, [S. l.], ano 7, n. 10, p. 195-204, 2012.
- BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática & resolução de problemas, projetos e etnomatemática: pontos confluentes. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 197-219, 2014.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2011.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Percepção de professores sobre o uso da modelagem matemática em sala de aula. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 26, n. 43, p. 277-297, 2012.
- BORSATO, S. R.; REDLING, J. P. Fracasso escolar e matemática: o que acontece? school failure and mathematics: what happens? **Trilhas Pedagógicas**, [S. l.], v. 3, n. 3, p. 143-164, ago. 2013.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais (1º a 4º série): introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.
- BRITO, M. H. P. et al. Escola, pobreza e aprendizagem: reflexões sobre a educabilidade. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12., 2015, Paraná. **Resumos** [...]. Paraná: PUCPR, Grupo de Trabalho: Cultura, Currículo e Saberes, 29 out. 2015.
- BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Paraná. **Resumos** [...]. Paraná, 2004. p. 1-10. Disponível em: <http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/regina/materiais/Modelagem.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2016.
- BURKHARDT, H.; POLLAK, H. O. Modelling in mathematics classrooms: reflections on past developments and the future. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, [S. l.], v. 38, n. 2, p. 178-195, 2006.
- CALDA, I. R.; FERREIRA, C.R. Modelagem Matemática: uma estratégia para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. **Portal cadernos PDE**. Paraná, 2016. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_isoleteribascaldas.pdf. Acesso em: 05 out. 2019.
- DUNCAN, C. P. F. R. et al. A Modelagem Matemática como metodologia no processo de Ensino-aprendizagem: uma experiência no Ensino médio. **InterSciencePlace**, [S. l.], v. 10, n. 6, p. 118-216, 2015.
- D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação reflexões sobre educação e matemática.** 3. ed. Campinas: Summus Editora, 1986.
- FANTINEL, P. A. et al. Modelagem matemática e educação ambiental: economia de água em atividades do dia-a-dia. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2014, Curitiba, 2014. **Resumos** [...]. Curitiba, 2014.

FOLKUIO. PAST. **Paleontological statics**. [S. l.: s. n.], 2020. Disponível em: <https://folk.uio.no/ohammer/past>. Acesso em: 01 mar. 2020.

KAISER, G. et al. Mathematical Modelling and Applications: Empirical and Theoretical Perspectives. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, [S. l.], v. 38, n.2, 2006.

KAISER, G. et al. Future Teachers' Professional Knowledge on Modeling. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

KOMAR, M. F. C. et. al. A Modelagem matemática como metodologia para o ensino e a aprendizagem dos fractais. **Novas Tecnologias na Educação**, [S. l.], v. 15, n.2, dez., 2017.

LUNA, A. V. A. et al. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v.2, n.2, p. 135-157, 2009.

MEYER, J. F. C. A. Modelagem Matemática: do fazer ao pensar. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo. **Anais** [...]. São Leopoldo, v. 1, p. 67-70, jul., 1998.

NISS, M. Applications and modelling in the mathematics curriculum: state and trends. **Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.**, [S. l.], v. 18, n. 4, p. 487-505, 1987.

NOVAK, J. D. **Aprender criar e utilizar o conhecimento**: mapas conceptuais como ferramentas de facilitação na escola e empresas. Lisboa: Plátano, 2000.

OLIVEIRA F. R. A. N. **A influência do meio sócio-económico e cultural na aprendizagem da leitura e da escrita**. 2009. Dissertação. Universidade portucalense infante D. Henrique. Departamento de Ciências da Educação e do Património, Porto, 2009.

OLIVEIRA, E. S.; CARVALHO, T.O. Modelagem matemática como ferramenta para ensinar geometria no ensino médio. **Portal cadernos PDE**, Paraná, 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_artigo_emerson_da_silva_oliveira.pdf. Acesso em: 04 jun. 2019.

OZDEMIR, E.; UZEL, D. Student opinions on teaching based on mathematical modelling. **Procedia Social and Behavioral Sciences**, [S. l.], v. 55, p. 1207-1214, 2012.

REHFELDT, M.J.H. et al. Modelagem Matemática no Ensino médio: uma possibilidade de aprendizagem a partir de contas de água. **REnCiMa**, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 103-121, 2018.

ROSA, M.; OREY, D. C. A Modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 26, n. 42A, p. 261-290, abr. 2012.

ROQUE, C. C. E. **Modelagem matemática no ensino fundamental**. Programas e Projetos - Produções PDE - Artigos – Matemática. Curitiba: SEED, 2007.

SADOVSKY, P. Falta fundamentação didática no ensino de matemática. **Revista nova escola**, São Paulo, Editora Abril, Ed. Especial, p. 08-10, jul., 2007.

SCHEFFER, N. F; CAMPAGNOLLO, A. J. Modelagem matemática uma alternativa para o ensino-aprendizagem da matemática no meio rural. **ZETETIKÉ**, Campinas, v.6, n. 10, p. 35-55, jul./dez., 1998.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 26, n. 43, p.1021-1047, 2012.

Apêndice A

Teste para avaliar a compreensão/aprendizagem do conteúdo de funções do 1º grau usando metodologia tradicional de Ensino (N1) (estudante A).

Avaliação da Aprendizagem
Escola Agrícola Viana Camargo 5,0

Nome

① Trabalhamos o conteúdo Funções de 1º grau usando papeis de água e energia elétrica. Como você analisa esse estudo? Houve aprendizagem?
x Aprendi muito C

② Em que situações de nossa vida usamos funções de 1º grau?
x água, energia

③ Uma indústria produz embalagens biodegradáveis. Sua produção é de 600 unidades por hora. Sendo assim:
a) Escreva a função que relaciona o número de embalagens com o tempo em horas.
x
x
x
b) Em 10 horas de trabalho, quantas embalagens biodegradáveis são produzidas?
x
x
c) Para produzir 4800 embalagens biodegradáveis, quantas horas são necessárias?
x
x
x

- d) Podemos afirmar que o número de embalagens biodegradáveis é função do tempo?
Porque?
- Acho que sim. C
- X
- X

Apêndice B

Teste para avaliar a compreensão/aprendizagem do conteúdo de funções do 1º grau usando metodologia Modelagem Matemática (N2) (estudante A)

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

- 1) Trabalhamos o conteúdo Funções de 1º grau usando papéis de água e energia elétrica. Como você analisa esse estudo? Houve aprendizagem? Explique.

Umaí Calcular os Volts Para saber se a energia da sua casa está alta baixa. Imediatamente vemos os volts da água e vê se este é alto ou não medida em Se for papel de fio Kwh = meu Kwh é 0,70 x 30 dias que eu uso = 21,00

- 2) Em que situações de nossa vida usamos funções de 1º grau?

Quando estamos - Comprando algo tipo frango quando vamos comprar algo na loja tipo 30 kilo de Batata e outros tipos de frutas

- 3) Uma indústria produz embalagens biodegradáveis. Sua produção é de 600 unidades por hora. Sendo assim:

- a) Escreva a função que relaciona o número de embalagens com tempo em horas.

$$F(x) = 600x + 600$$

- b) Em 10 horas de trabalho, quantas embalagens biodegradáveis são produzidas?

$$\begin{array}{r} 600 \\ \times 10 \\ \hline 6000 \end{array}$$

- c) Para produzir 4800 embalagens biodegradáveis, quantas horas são necessárias?

$$\begin{array}{r} 1200 \\ \times 40 \\ \hline 4800 \end{array}$$

- d) Podemos afirmar que o número de embalagens biodegradáveis é função do tempo? Porquê?

Quanto + Rápida for + Embalagens será reproduzidas