

A INFLUÊNCIA DA DEFASAGEM EM TÓPICOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA NA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Alice Pereira Stellet de Menezes¹, Lethícia Emily Cardoso Fernandes², Tiago Desteffani Admiral³

Resumo

A defasagem em tópicos básicos em matemática, e suas consequências no ensino superior, sempre foi objeto de estudo na literatura, especialmente agora com os desafios pós pandemia. Este trabalho descreve uma pesquisa realizada com professores da disciplina de cálculo diferencial e integral I, juntamente com o acompanhamento de uma turma de segundo período do curso de matemática nesta mesma disciplina. O trabalho teve como objetivo realizar um levantamento dos tópicos de matemática básica indicados como maiores entraves para o sucesso na disciplina de cálculo. A metodologia da pesquisa utilizada no acompanhamento da turma foi a observação não participante, e em relação à aquisição das opiniões dos professores foi aplicado um questionário semiestruturado, juntamente com entrevistas. Os resultados revelaram quais são os tópicos que os professores indicam como mais difíceis para os alunos e, acompanhando o desempenho dos alunos na disciplina, foi possível identificar até que ponto os tópicos apontados pelos professores realmente coincidiam com os problemas apresentados pelos alunos.

Palavras-chave: Dificuldades conceituais, cálculo I, defasagem escolar.

Recebido em: 04/04/2023; Aceito em: 21/12/2023

<https://doi.org/10.5335/rbecm.v6i2.14558>

ISSN: 2595-7376

¹ Licenciada em matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense – IFF. E-mail: alice.stellet@gmail.com

² Licenciada em matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense – IFF. E-mail: lethiciacardosof@gmail.com

³ Doutor em Ciências Naturais, professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense – IFF. E-mail: tdesteffani@gmail.com

Introdução

A disciplina da Matemática desempenha um papel de suma importância na vida cotidiana, sendo considerada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) como uma ferramenta valiosa na resolução de problemas, com aplicações no mundo do trabalho e capaz de fornecer subsídios para a construção de conhecimentos em diversas áreas curriculares. Ademais, ela é essencial para a formação humana, uma vez que estimula o raciocínio lógico, a organização e o tratamento de informações, além de contribuir para o desenvolvimento da educação financeira, conforme defendido por Costa Neto (2017).

De acordo com os PCN, o ensino de Matemática pode evocar diversas emoções, no entanto, geralmente suscita duas vertentes opostas: para os professores, a disciplina é vista como um conhecimento valioso, enquanto para os alunos, pode haver frustração em relação aos resultados obtidos durante a aprendizagem (BRASIL, 1997).

Com relação à perspectiva dos estudantes, Silva e Martinez (2017) argumentam que a falta de conceitos sólidos trazidos por eles desde o Ensino Fundamental pode ser a causa das frustrações e da desmotivação frente ao aprendizado da Matemática. As autoras entendem que a carência em relação à Matemática Básica está relacionada aos problemas evidenciados desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Segundo Silva e Martinez (2017), Matemática Básica é o mesmo que Matemática Elementar, ou seja, os conteúdos matemáticos ensinados desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio.

De acordo com os resultados divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2020), por meio das avaliações do SAEB realizadas em 2015, 2017 e 2019, observou-se que as médias nacionais de Matemática para as turmas de 9º ano foram de

256, 258 e 263, enquanto para as turmas de 3º ano foram de 267, 270 e 277, respectivamente. É importante ressaltar que o maior valor possível é 500, evidenciando que o nível de aprendizagem dos alunos ainda está muito aquém do desejado.

Esses dados revelam que, de maneira geral, os estudantes apresentam deficiências na Matemática Elementar em todos os níveis de ensino, conforme destacado por Teixeira (2019). Diante desse cenário, Alves (2016) enfatiza a importância dos primeiros anos escolares para a formação educacional dos alunos, já que proporcionam uma base sólida para os anos seguintes. Isso é particularmente relevante em relação à Matemática, uma vez que os conceitos e relações aprendidos serão utilizados ao longo de toda a trajetória escolar.

Essa relação dos alunos, muitas vezes, é extensiva ao ensino superior, há certa apreensão dos alunos em relação à disciplina de Cálculo, por exemplo. Isso ocorre também porque, embora os tópicos abordados sejam relacionados à Matemática Básica e às ideias do Cálculo em si, a disciplina é considerada muito desafiadora para se obter aprovação. Como resultado, um "código" é estabelecido na sala de aula: tanto os professores quanto os alunos agem com naturalidade e encaram as altas taxas de reprovação como algo comum (OLIVEIRA; RAAD, 2012). Diversos trabalhos na literatura (TEIXEIRA, 2019; SOUZA, 2019; COSTA NETO, 2017; ADMIRAL, 2016) se debruçam sobre esse problema em particular, mostrando que o problema com o aprendizado e sucesso nesta disciplina é uma situação complexa de ser resolvida, e ainda não completamente solucionada.

Considerando essas informações, juntamente com a possibilidade de que a falta de conhecimento em tópicos básicos de Matemática possa afetar o desempenho dos alunos no Ensino Superior, surgiu o interesse em realizar uma pesquisa que se concentrasse nos alunos que ingressam

nessa etapa de ensino. O estudo investigou a percepção dos professores de cálculo da instituição acerca das dificuldades apresentadas pelos alunos, bem como acompanhou o desempenho de uma turma na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, com o objetivo de compreender como a defasagem em tópicos de Matemática Elementar, abordados na Educação Básica, afeta seu desempenho nessa disciplina.

Teoria da Aprendizagem Significativa

De acordo com Distler (2015), David Paul Ausubel baseou suas teorias nos aspectos cognitivos, tendo como inspiração os estudos de Jean Piaget. A autora destaca que o objetivo principal de sua teoria é identificar os fatores que tornam a aprendizagem mais efetiva e facilitada. (DISTLER, 2015, p. 195). Como mencionado por Distler (2015), a Teoria de Ausubel visa simplificar a aprendizagem, dando destaque à aprendizagem significativa como parte fundamental do processo de obtenção de conhecimento.

De acordo com Moreira (2017), a Teoria de Ausubel afirma que o fator mais influente no processo de ensino e aprendizagem é o conhecimento prévio do aluno. Portanto, o papel do professor é identificar esses conhecimentos e utilizá-los como base para ensinar novos conceitos. Moreira (2017) explica que, quando conceitos relevantes já estão presentes na estrutura cognitiva, novas informações podem ser retidas com mais facilidade. Dessa forma, esses conceitos fornecem uma base para as novas ideias a serem aprendidas (MOREIRA, 2017).

Em outras palavras, o conhecimento prévio serve como uma ancoragem para os novos conceitos. Ausubel também introduziu o conceito de subsunção. Conforme explica Distler (2015), Ausubel define a estrutura cognitiva como o armazenamento de informações altamente organizado e hierarquizado do cérebro humano.

Nessa perspectiva, Moreira (2017) destaca que a aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação é associada a um aspecto especialmente relevante da organização de conhecimento do indivíduo. Dessa forma, o novo conhecimento interage com uma disposição específica da estrutura cognitiva do indivíduo, denominada por Ausubel de subsunçor ou conceito subsunçor. Portanto:

A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual, na qual elementos mais específicos de conhecimentos são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos. Estrutura cognitiva significa, portanto, uma estrutura hierárquica de conceitos que são representações de experiências sensoriais do indivíduo. (MOREIRA, 2017, p. 161).

Dessa forma, o autor também ressalta que à medida que a aprendizagem se torna significativa, os subsunçores se tornam cada vez mais aptos a ancorar novas informações, que são armazenadas na estrutura cognitiva do indivíduo (MOREIRA, 2017). Tomando como exemplo os conteúdos abordados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, os subsunçores correspondem aos conceitos adquiridos no nível básico de Matemática. No entanto, se os alunos não tiveram uma aprendizagem significativa desses conceitos, isso significa que a compreensão foi meramente mecânica, automática e baseada na memorização, sem qualquer significado ou sentido.

Moreira (2017) também indica que, segundo Ausubel, há condições que devem ser atendidas para que a aprendizagem seja significativa. Uma delas é que o conteúdo a ser aprendido esteja associado à estrutura cognitiva do aprendiz, tornando-o potencialmente significativo. Isso requer não apenas uma organização lógica do material, mas também a presença de conceitos subsunçores adequados na estrutura cognitiva do aluno

(MOREIRA, 2017).

Além disso, o autor destaca outra condição para a aprendizagem significativa de acordo com Ausubel: o aluno deve estar disposto a conectar de forma fundamentada o conteúdo potencialmente significativo à sua estrutura cognitiva. Caso contrário, mesmo que o conteúdo seja potencialmente significativo, o aprendizado será mecânico, baseado apenas em memorização. Por outro lado, se o conteúdo não for potencialmente significativo, o processo de aprendizagem também será prejudicado, independentemente da disposição do aluno (MOREIRA, 2017).

Conforme mencionado por Darroz (2018), a Teoria da Assimilação, proposta também por Ausubel, estabelece que quando uma nova informação é considerada potencialmente significativa, ocorre uma relação de assimilação com um conceito subsunçor já presente na estrutura cognitiva. Assim, é gerado um "subsunçor com modificações", que se subordina aos conceitos subsunçores existentes (DARROZ, 2018), resultando em uma integração interacional da nova informação.

Para que um estudante entenda, por exemplo, o conceito de limite trigonométrico fundamental, que é abordado no CDI I, é preciso que ele já tenha internalizado as fórmulas, definições e relações ensinadas na Trigonometria. Esses conceitos são cruciais nas transformações necessárias para calcular os valores dos limites. Dessa forma, o novo conceito (limite trigonométrico fundamental) será incorporado por meio do conceito mais abrangente (Trigonometria). Como resultado, não só o entendimento do conceito de limite será adquirido de forma significativa pelo aluno, mas também haverá ajustes nas definições tratadas na Trigonometria, tornando-as mais inclusivas.

A aprendizagem em Cálculo I pode ser categorizada como subordinada aos conceitos da Matemática Elementar. Conforme descrito

por Moreira (2017), esse tipo de aprendizagem significativa ocorre quando um conceito potencialmente importante é assimilado a partir de subsunçores existentes na estrutura cognitiva. Assim, pode ocorrer uma reconciliação integrativa ou integradora, em que novas informações são adquiridas e elementos pré-existentes na estrutura cognitiva são reorganizados e adquirem novos significados (Moreira, 2017, p. 168).

Breve histórico do ensino de Cálculo no Brasil

Conforme afirmado por Lima (2012), a disciplina de CDI começou a ser ministrada no Brasil em 1810, na Academia Real Militar do Rio de Janeiro. O estudo era oferecido pelo Curso Mathematico com base na tradução do livro "Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral" (Tratado Elementar de Cálculo Diferencial e Cálculo Integral), de Sylvestre François Lacroix (1765-1843). Esse trabalho foi adotado como principal fonte teórica para o ensino de matemática avançada no país por décadas (LIMA, 2012).

Ao analisar o livro de Lacroix, Lima (2012) notou que não havia preocupação em explicar as noções intuitivas dos conceitos ou significados das notações utilizadas. Além disso, os livros da época apenas resumiam os tópicos matemáticos tratados, sem apresentar qualquer ponto de vista didático, ao contrário dos livros atuais (LIMA, 2012).

Em 1893, a Escola Politécnica de São Paulo foi fundada seguindo os moldes estabelecidos pela École Polytechnique de Paris. O livro principal utilizado para o ensino de Cálculo nesta instituição era "Premiers Éléments du Calcul Infinitesimal" (Primeiros Elementos do Cálculo Infinitesimal), de Hippolyte Sonnet (1802-1879). Esta obra utilizava os conceitos de Leibniz e Newton, enfatizando os infinitésimos e a noção intuitiva de limite. O rigor presente no livro era considerado adequado para o curso naquela época, que era voltado para a formação de engenheiros. Em relação à derivada,

três métodos diferentes eram apresentados, baseados nas concepções de Newton, Leibniz e Lagrange (LIMA, 2012).

Tanto na Academia Real Militar do Rio de Janeiro quanto na Escola Politécnica de São Paulo, o objetivo era formar profissionais da área militar e engenheiros, mas os conteúdos de Cálculo não eram apresentados de forma prática. A ênfase estava nas regras de derivação e integração. Essa abordagem de ensino foi uma das principais características do processo de ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) no Brasil durante o século XIX e início do século XX (LIMA, 2012).

Mais tarde, em 1934, a Universidade de São Paulo (USP) foi criada como a primeira universidade do país e oferecia o primeiro curso de graduação em Matemática do Brasil em sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. A intenção era seguir os modelos das mais renomadas universidades da Europa e, para isso, foram contratados pesquisadores estrangeiros, incluindo o italiano Luigi Fantappiè (LIMA, 2013).

Fantappiè apresentou o modelo seguido pelos cursos de Matemática na Itália e em outros países europeus. Lá, não havia uma disciplina chamada "Cálculo Diferencial e Integral" e os conceitos fundamentais relacionados a essa área eram trabalhados na disciplina de Análise Matemática, que desde o início era ministrada com alto nível de rigor simbólico-formal (LIMA, 2013).

Após a introdução da disciplina de Análise no curso de Matemática da USP, essa nova perspectiva influenciou fortemente outras instituições de ensino no país, que deixaram de oferecer cursos com a nomenclatura de "Cálculo" e também introduziram disciplinas de Análise. Algumas instituições optaram por manter a nomenclatura do curso, mas mudaram a abordagem dada aos conteúdos. Por exemplo, os cursos das escolas militares e politécnicas apresentavam um caráter mais prático, que dava ênfase às definições e deduções que poderiam ser usadas no

desenvolvimento da disciplina. Após essa mudança, o objetivo passou a ser fornecer uma base sólida de conceitos e elementos matemáticos estudados (LIMA, 2013).

Outras instituições foram criadas, como a Escola de Ciências da Universidade do Distrito Federal (1935) e a Faculdade de Filosofia da Universidade do Brasil (1939). A partir daí, surgiram os principais centros brasileiros de pesquisa em Matemática, ocasionando uma mudança no panorama do ensino dessa disciplina no país (OLIVEIRA, 2004).

Na década de 1950, o curso de Matemática da USP era conduzido por cursos magistrais, que combinavam práticas orais e escritas, produção e transmissão do conhecimento. Já naquela época, a reprovação na disciplina de Análise era elevada e havia uma ideia de que um bom curso era aquele que reprovava, o que ainda é muito presente entre os professores hoje em dia (OLIVEIRA; RAAD, 2012). Os conteúdos da disciplina exigiam uma maturidade matemática que os alunos ainda não possuíam. Dessa forma, não conseguiam compreender inteiramente as teorias envolvidas naquela construção. O interesse pela disciplina só era demonstrado quando as ideias de diferenciação e integração eram apresentadas, pois permitia manipulação dos conceitos estudados. Diante disso, um redirecionamento surgiu a respeito da maneira como a disciplina de Análise era trabalhada (LIMA, 2013).

Começou, então, a procura por um ensino mais próximo do Cálculo do que da Análise. A percepção do aluno ganhou mais importância, especialmente a geométrica, pois a abstração foi reduzida. Quanto ao rigor, passou a ser moderado, de acordo com o público-alvo da disciplina (LIMA, 2013).

Em 1960, ainda na USP, o ensino passou por algumas alterações. O curso adotou livros americanos que apresentavam uma abordagem diferente da escola europeia, com ênfase na manipulação algébrica de

limites, derivadas e integrais (OLIVEIRA; RAAD, 2012). Nessa época, também foi introduzida a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no currículo do curso. O modelo americano foi adotado, onde os conceitos de Cálculo eram abordados de maneira mais intuitiva, com moderado nível de rigor e maior ênfase nos significados do que nos fundamentos; posteriormente, esses conteúdos eram revistos em Análise (ou Cálculo Avançado), com uma tendência mais crítica e voltada aos fundamentos (LIMA, 2013).

Essa mudança também afetou o ensino de Cálculo em outras instituições brasileiras. Lima (2013) destaca que as universidades procuraram por níveis de rigor e formalismo mais adequados ao trabalho com alunos iniciantes, abordando os conceitos de forma mais adequada à maturidade matemática dos universitários que estavam iniciando seus estudos.

Essas mudanças geraram novas posturas tanto dos alunos, que se tornaram mais participativos e questionadores, quanto dos professores, que precisaram buscar alternativas didáticas. Foram implantados roteiros de estudos e trabalhos em grupo. Também foi adotado o livro “Cálculo: um curso universitário”, que apresentava uma abordagem em espiral, permitindo um contato repetido com o mesmo conceito, mas com maiores níveis de detalhamento e formalismo (LIMA, 2013).

Apesar das modificações, o desempenho dos alunos na disciplina de Cálculo ainda era abaixo do esperado. Ainda havia dificuldade com a linguagem simbólico-formal usada para apresentar os conceitos estudados. Para alguns professores, o curso tornou-se menos rigoroso do que deveria. Um grupo que defendia essa ideia optou pelo manual de Spivak, com uma abordagem mais analítica dos conteúdos de Cálculo (LIMA, 2013). Embora o livro tivesse uma abordagem mais detalhada e cuidadosa em relação aos conteúdos de Cálculo, a forma como foi utilizado

em sala de aula acabou influenciando no processo de ensino e aprendizagem, pois o alto nível de rigor e formalismo não era algo presente no dia a dia dos estudantes (SILVA; LIMA, 2015).

Esses são alguns dos eventos que podemos destacar que moldaram a disciplina de cálculo diferencial e integral como conhecemos hoje, e a forma como a disciplina é ensinada. Essas informações do passado podem nos ajudar a olhar para os problemas envolvendo essa disciplina atualmente, e como traçar estratégias para resolvê-los.

Metodologia

A análise do desempenho dos estudantes em questão foi conduzida através de observação não participante. Segundo Gerhardt et al. (2009), nesse tipo de observação, o pesquisador não se envolve com o grupo analisado e não participa do evento observado, atuando apenas como ouvinte. Os autores afirmam que essa forma de observação é usada em pesquisas que necessitam de uma discriminação detalhada e específica do fenômeno estudado. De acordo com os autores, para a coleta de dados ocorrer, é necessário que o pesquisador tenha conhecimento das informações essenciais para alcançar os objetivos propostos. Sendo assim, para realizar uma observação sistemática, é necessário primeiro elaborar um plano que oriente sua realização (GERHARDT et al. 2009).

Os instrumentos de coleta de dados utilizados neste estudo foram: I) Questionário de pesquisa aplicado aos professores; II) Questionário de pesquisa aplicado aos alunos; III) Observação acompanhada de diário de campo, que permitiu o registro de informações e reflexões durante o período de observação; IV) Respostas dos alunos às atividades avaliativas da disciplina de CDI I; e V) Entrevistas estruturadas, que possuíam roteiros e perguntas pré-determinadas.

De acordo com Doxsey e De Riz (2003, p. 25), as pesquisas exploratórias "buscam se aproximar do fenômeno, através da coleta de informações que possam levar o pesquisador a conhecê-lo melhor". Nesse sentido, o questionário foi utilizado como um dos meios para a coleta de informações sobre o público-alvo. Segundo Gerhardt et al. (2009), esse instrumento é composto por perguntas estruturadas que devem ser respondidas por escrito pelo público que participa da pesquisa. A linguagem utilizada deve ser simples e objetiva, para que as perguntas sejam compreendidas com clareza.

Em relação ao diário de campo mencionado anteriormente, Gerhardt et al. (2009) enfatizam que é um instrumento no qual as observações dos eventos são registradas, como fenômenos sociais, experiências individuais, reflexões e comentários, além de ajudar a desenvolver o hábito de registrar e observar com mais atenção, descrevendo com mais detalhes e gerando reflexões sobre as experiências vivenciadas.

A entrevista estruturada também foi utilizada como um dos meios para a obtenção de dados. De acordo com Gerhardt et al. (2009), nesse tipo de entrevista, o entrevistador não tem autonomia e deve seguir um roteiro previamente determinado. As autoras indicam que uma das vantagens é que os dados podem ser analisados qualitativamente, além de possibilitarem a obtenção de informações com um alto nível de profundidade. O público-alvo foi composto pelos alunos do segundo período da Licenciatura em Matemática em uma Instituição de Ensino Superior Federal no estado do Rio de Janeiro.

Resultados e discussões

Considerando que a Matemática Elementar abrange uma ampla gama de tópicos, tornou-se essencial escolher conteúdos relevantes para o

propósito deste trabalho. Para tal, duas ações foram adotadas: a análise das ementas dos cursos de nível superior oferecidos pela Instituição que incluem a disciplina CDI I em sua grade curricular, e a aplicação de um questionário aos professores que atualmente ou anteriormente lecionaram a disciplina nos referidos cursos.

Os cursos analisados pelas autoras foram Arquitetura e Urbanismo, Engenharia de Computação, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Elétrica, Engenharia Mecânica, Licenciatura em Ciências da Natureza, Licenciatura em Matemática, Tecnólogo em Manutenção Industrial, Tecnólogo em Sistemas de Informação e Tecnólogo em Telecomunicações. A análise permitiu listar os conteúdos de Matemática Elementar considerados como requisitos para a disciplina de CDI I, com base nos conceitos abordados.

Com o objetivo de verificar a hipótese de que os estudantes chegam ao ensino superior com defasagem em relação aos tópicos selecionados, foi elaborado um questionário de sondagem. Além disso, o questionário teve como finalidade analisar se os professores percebem dificuldades dos alunos durante as aulas e avaliações em assuntos de Matemática Elementar.

O questionário foi elaborado com base em habilidades consideradas necessárias para que os alunos tenham um bom desempenho na disciplina. Essas habilidades foram identificadas por meio de pesquisa na literatura e análise das ementas dos cursos anteriormente mencionados. São elas: I) determinação do domínio de funções; II) divisão de polinômios; III) fatoração de polinômios; IV) propriedades de potenciação e radiciação; V) propriedades de logaritmos; VI) gráficos de funções; VII) operações com frações algébricas; VIII) continuidade e descontinuidade de funções; e IX) relação de identidades trigonométricas.

O público-alvo do questionário foram os professores que atualmente

ou anteriormente lecionaram a disciplina CDI I em qualquer um dos cursos de graduação já mencionados. Eles avaliaram cada habilidade selecionada de acordo com suas percepções sobre o aprendizado dos alunos em uma escala de 1 a 5, legendada da seguinte forma: 1) sem dificuldades; 2) dificuldade pontual; 3) dificuldade moderada; 4) dificuldade alta; e 5) extrema dificuldade. Além disso, eles puderam sugerir conteúdos adicionais para contribuir com a pesquisa.

A escala Likert utilizada no questionário foi desenvolvida pelo professor Rensis Likert e é comumente usada em levantamentos de opinião e avaliações. Os respondentes avaliam um fenômeno em uma escala que geralmente apresenta cinco alternativas. McClelland (1976) também considera que esse método é mais fácil de analisar e descrever, devido ao fato que associa uma escala única a uma afirmação.

Nesse contexto, é relevante salientar que foram contatados vinte e três docentes para responderem ao questionário, dos quais dezessete aceitaram participar. Os resultados obtidos foram organizados no Quadro 1, separados por habilidades e avaliações recebidas, em que cada coluna corresponde a um professor.

Quadro 1: Resposta dos professores em relação as habilidades

Determinar domínio de funções	5	2	3	3	4	4	3	3	2	3	3	4	3	3	1	3	3
Divisão de polinômios	5	4	4	3	3	5	3	3	4	4	5	3	4	3	2	3	3
Fatoração de polinômios	5	4	3	3	3	5	3	3	4	4	5	4	4	4	2	3	4
Propriedades de potenciação e radiciação	5	3	3	4	2	3	2	3	3	4	2	3	3	3	2	3	3
Propriedades de logaritmo	5	4	4	4	3	5	3	5	4	5	4	2	3	3	3	5	3
Gráfico de funções	5	4	4	4	3	5	2	4	3	3	3	5	2	3	3	4	4
Operações com frações algébricas	5	2	4	3	3	4	5	3	4	4	2	5	4	3	3	3	3
Continuidade e descontinuidade de funções	5	4	5	4	4	5	4	3	2	3	4	4	4	-	4	4	4
Relacionar identidades trigonométricas	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	3	5	-	5	3	5

Fonte: Elaboração própria.

Com isso, foi notado que, segundo a percepção dos docentes participantes, os estudantes em formação encontram mais dificuldades nos seguintes temas: estabelecimento de identidades trigonométricas,

propriedades dos logaritmos, representação gráfica de funções e operações com polinômios. Por isso, é importante salientar que os discentes que ingressam em cursos da área de Ciências Exatas no Ensino Superior devem possuir uma base sólida em conhecimentos matemáticos, a fim de se dedicarem a disciplinas como CDI I (BORTOLI, 2011).

Depois de aplicar o questionário de sondagem aos professores, decidiu-se que o público-alvo desta pesquisa seriam os alunos do segundo período do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal.

A turma era composta por quinze alunos e, destes, onze aceitaram participar por meio do preenchimento da autorização de uso de dados no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Diante disso, os licenciandos participantes estão identificados no texto por L1 até L11. O questionário possuía trinta e quatro perguntas que estavam divididas em quatro seções.

A respeito do local em que cursaram o Ensino Fundamental, quatro responderam que foi em uma escola particular e sete em uma escola pública. Já o Ensino Médio foi cursado em escola particular por dois alunos e em escola pública por nove alunos.

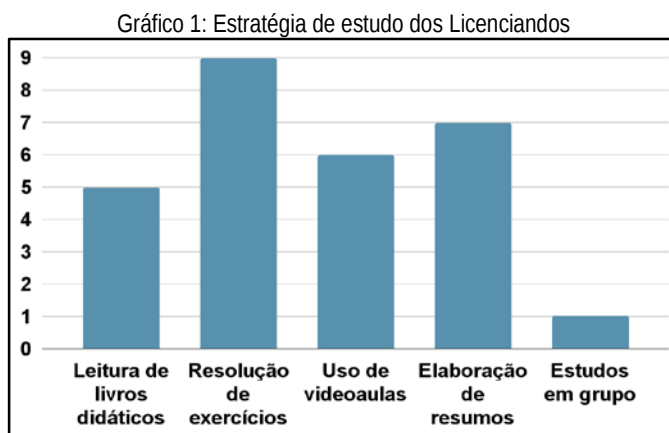
A segunda seção, intitulada “Vida Acadêmica”, possuía perguntas que estavam relacionadas à atual trajetória na graduação escolhida. Apenas uma aluna fez curso preparatório antes de ingressar na graduação.

Cinco estudantes já haviam cursado alguma graduação anteriormente: L4 cursou Bacharel em Administração; L7 cursou Engenharia de Controle e Automação; L8 cursou Engenharia de Produção e também já havia iniciado o curso de Matemática em outra instituição no ano de 2019; L9 cursou 4 períodos de Engenharia de Controle e Automação; e L11 iniciou o curso de Licenciatura em Matemática em outra instituição. Não foi possível identificar se L4, L7 e L8 também cursaram apenas alguns períodos ou concluíram as graduações mencionadas.

Todos os respondentes do questionário informaram gostar da

graduação que estão cursando. Desses, apenas um afirmou ainda não ter escolhido a profissão que deseja exercer. Os que responderam já terem escolhido, quando foi perguntado se essa decisão tem a ver com o presente curso, apenas uma aluna respondeu que não.

Os licenciandos também foram perguntados a respeito de estratégias utilizadas para os estudos. Dez deles afirmaram possuir e indicaram quais são. As respostas foram registradas no Gráfico 1:



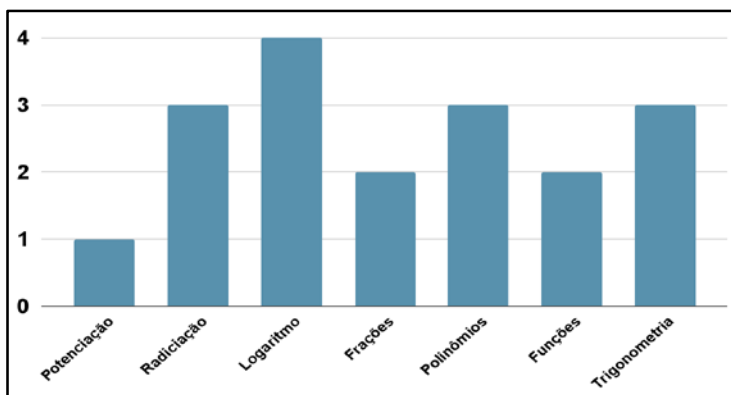
Fonte: Elaboração própria

Em relação a ter experimentado alguma frustração com os resultados obtidos no aprendizado de Matemática, quatro entrevistados responderam afirmativamente, mas apenas três explicaram as razões. L3 mencionou que a decepção estava relacionada à não aprendizagem de alguns conteúdos durante o Ensino Fundamental. L9 afirmou que não houve aprofundamento da maioria dos conceitos apresentados no Ensino Médio. Por fim, L8 observou:

Em todo o meu Ensino Fundamental e Médio, nunca tive o hábito de estudar em casa. Eu sempre fui mais de prestar atenção nas aulas. E isso nunca foi o suficiente. Na época, eu não entendia isso. E com a falta dos estudos extras, eu não conseguia ter notas muito boas, mas também nunca fiquei de recuperação.

Também foi perguntado aos participantes se eles sentiam alguma dificuldade em conteúdos básicos de matemática e, em caso positivo, quais seriam os tópicos de maior dificuldade. O resultado é mostrado no gráfico 2:

Gráfico 2 – Conteúdos da Matemática Básica em que apresentam dificuldades



Fonte: Elaboração própria.

Fazendo uma comparação com os dados apresentados no quadro 1, podemos identificar a presença dos conteúdos apontados pelos professores estão também presentes no gráfico 2. Por exemplo, a habilidade de realizar operações com logaritmos aparece, no quadro 1, como a segunda habilidade que os professores consideram que os alunos possuem maior defasagem, isso pode ser percebido pois essa habilidade é a que recebe o segundo maior número de classificação “5”, atrás apenas da habilidade “relacionar identidades trigonométricas”.

Esse fato aponta no sentido de que os professores, de forma geral, nesse contexto estudado, possuem uma boa consciência dos problemas enfrentados pelos alunos em relação à matemática básica, durante a disciplina de cálculo.

Seis dos entrevistados responderam que estavam fazendo essa disciplina pela primeira vez. Os cinco que disseram já ter tido contato com o assunto foram os mesmos que responderam sobre ter feito outra

graduação anteriormente (L4, L7, L8, L9 e L11). L11 também comentou que já havia feito Cálculo IV na sua instituição anterior e que tem interesse em áreas como Análise e Topologia, que requerem familiaridade com Cálculo Diferencial e Integral.

Após a aplicação e análise dos questionários a coleta de dados da pesquisa se deu por meio do acompanhamento das aulas. Logo na primeira aula a professora começou a explicar as noções básicas de limites, tomando como exemplo alguns limites básicos. Alguns alunos, como L10, por exemplo, tiveram bastante dificuldade e fizeram várias perguntas ao longo da aula.

Em uma outra ocasião, já na terceira aula, a professora indagou aos estudantes sobre o que havia de inconsistente na simplificação da Equação 1:

$$\frac{x^2+x-6}{x-2} = x + 3 \quad (1)$$

O estudante L8 afirmou que não seria viável fatorar o numerador e simplificar com o denominador sem a presença da palavra "limite". Contudo, na realidade, a simplificação não poderia ser realizada antes de assegurar que o binômio $(x-2)$ fosse diferente de zero. A resposta do estudante sugere a falta de conhecimento sobre a restrição imposta pelo denominador da fração.

Na mesma aula, L10 relatou à professora que não havia conseguido resolver o limite apresentado na Equação 2:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2+5x-3}{2x^2-5x+2} \quad (2)$$

Ele disse:

L10: Professora, tentei resolver usando soma e produto e não consegui.

Vale destacar que a determinação de raízes de equações polinomiais de segundo grau por meio da soma e produto é um conteúdo abordado no Ensino Básico e é visto na disciplina de FM I, que é um pré-requisito para CDI I. Contudo, L10 não sabia ou não se recordava de que, para determinar as raízes por soma e produto, é preciso que o coeficiente do termo x^2 seja igual a um, seguindo a equação do tipo: $x^2 - Sx + P = 0$, em que S é a soma e P é o produto das raízes.

Além disso, esse método não é o mais adequado para ser usado quando as funções têm raízes fracionárias, irracionais ou inexistentes (SILVA, 2013). De fato, imaginar dois números que somados ou multiplicados resultem em uma fração não é uma tarefa fácil, especialmente se houver dificuldades com as operações de soma e multiplicação entre frações.

Na quarta aula foi possível perceber que os alunos estavam com dificuldades em calcular limites que envolviam divisão de polinômios e a manipulação de raízes quadradas. Durante as aulas posteriores foram identificadas as mesmas dificuldades. Já na sétima aula observada, a professora de CDI I comentou que alguns alunos haviam escrito: “ $\cos(x) \cdot \cos(x) = \cos(x^2)$ ” em uma das atividades avaliativas da disciplina. Ela salientou que a expressão escrita estava errada e que o correto seria escrever $\cos(x) \cdot \cos(x) = \cos^2(x)$ ou $\cos(x) \cdot \cos(x) = (\cos(x))^2$, pois o termo todo deveria ser elevado ao quadrado, e não apenas o argumento da função.

O erro cometido revela a dificuldade que os alunos têm de fazer manipulações algébricas com identidades trigonométricas, que inclusive foi o tema mais votado pelos professores no questionário de sondagem. Além disso, foi também um dos temas mais votados pelos licenciandos com relação ao nível de dificuldade em tópicos da Matemática Básica, no

questionário aplicado para eles. Ademais, se o aluno não consegue distinguir bem a diferença entre $\cos^2(x)$ e $\cos(x^2)$, é bem provável que ele também apresente dificuldades para expressar uma função composta $f(g(x))$, nos casos em que $f(x)$ é uma função trigonométrica, pois o erro na escrita pode indicar que ele não compreende bem o que é o argumento da função.

Durante a nona aula observada, a professora enfatizou que muitos estudantes estavam cometendo erros ao não utilizar parênteses para separar termos negativos, resultando em sinais incorretos e valores finais incorretos nas questões propostas. Isso gerou mais dúvidas entre os alunos sobre o conteúdo de CDI I. A professora apresentou um exemplo de como encontrar a derivada da função $j(x)=x^{2,4}+e^{2,4}$ durante a aula, e um aluno afirmou que a derivada de $e^{2,4}$ não seria zero. No entanto, ele não percebeu que "e" era uma constante e, portanto, a derivada de uma função constante é igual a zero. Se a função tivesse um valor diferente, como 2^2 ou algo semelhante, ele teria provavelmente reconhecido que a derivada é zero por identificar esse valor como constante.

Durante a mesma aula, a professora também mostrou o gráfico das funções $\sin(x)$, $\sin(x^2)$ e $\sin^2(x)$ para enfatizar que essas funções são diferentes e se comportam de maneiras geométricas distintas. Isso se relacionou com o erro cometido pelos alunos em relação ao valor de $\cos(x)*\cos(x)$. Retomar esse erro, mesmo que por meio de um exemplo semelhante, foi extremamente importante, de acordo com Ramos (2015).

[...] o erro pode indicar tanto para o aluno quanto para o professor que existem falhas em algo que foi ensinado. Se o erro for visto por ambos de forma positiva, o relacionamento entre eles proporcionará diálogo e interação, sendo possível estabelecer uma comunicação por meio da qual o professor orientará e guiará a aprendizagem do aluno de acordo com o desejado. (RAMOS, 2015, p. 137).

De acordo com Dionizio e Brandt (2011), é comum que os alunos tenham dificuldades em Trigonometria devido a problemas com os conceitos básicos dessa disciplina. Essas dificuldades podem estar relacionadas à falta de base que eles deveriam ter adquirido durante o Ensino Básico, mas que por diversos motivos, não conseguiram.

Em relação ao estudo de Polinômios, Portes e Alves (2014) observam que os alunos apresentam dificuldades desde o 8º ano do Ensino Fundamental II, especialmente com as operações que envolvem esse conceito. Portanto, em alguns casos, os alunos podem nunca ter tido contato com os conceitos fundamentais da Matemática antes de iniciar o curso de Cálculo I. Ou, se tiveram algum contato, pode ter sido superficial e insuficiente para consolidar esses conceitos importantes para a Aprendizagem Significativa de CDI I.

Além do acompanhamento das aulas a professora da disciplina também concedeu acesso às avaliações dos alunos, de forma que foram analisadas as duas principais avaliações do curso. As respostas dos estudantes foram analisadas sob a perspectiva da teoria dos erros. Essa análise se fez necessária para confrontar a dificuldade real dos alunos durante a prova, com as dificuldades mencionadas por eles anteriormente.

Uma das questões analisadas tinha o enunciado dado pela Figura 1:

Figura 1: Enunciado de uma das questões de prova analisada

5. (Uespi) Qual o valor do limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{\sqrt{x+16}-4}$?

Fonte: Elaboração própria.

Ao realizar a substituição direta, é possível perceber que o resultado gera uma indeterminação. Desse modo, era esperado que o aluno fizesse a multiplicação, tanto do numerador quanto do denominador, por $\sqrt{(x+25)+5}$ e por $\sqrt{(x+16)+4}$, que são os números “conjugados” de $\sqrt{(x+25)-5}$, e de

$\sqrt{x+16}-4$ respectivamente. Consequentemente, seriam gerados produtos da soma pela diferença entre dois números, tanto no numerador quanto no denominador. Após algumas simplificações, restaria, ao final, a fração $(\sqrt{x+16}+4)/(\sqrt{x+25}+5)$, que não possui restrições quanto a $x \rightarrow 0$. Novamente, com a substituição direta, a fração $4/5$ seria encontrada como solução.

De todas as respostas obtidas, foi analisada, a seguir, a solução de L2 (Figura 2), por ter sido considerada relevante, tendo em vista o objetivo desta pesquisa.

Figura 2: Solução da aluna L2 na quinta questão da atividade A1

$$\begin{aligned}
 S &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{\sqrt{x+16}-4} \cdot \frac{\sqrt{x+16}+4}{\sqrt{x+16}+4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+25}-5)(\sqrt{x+16}+4)}{(x+16)-4\sqrt{x+16}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+25}-5)(\sqrt{x+16}+4)}{x+16-4\sqrt{x+16}} = 0//
 \end{aligned}$$

Fonte: elaboração própria.

Com o intuito de resolver o problema da indeterminação, L2 multiplicou o numerador e o denominador da fração por $\sqrt{x+16}$, mas essa escolha acabou não alterando o resultado final. É possível perceber que, na penúltima igualdade, a fração presente é a Equação 3:

$$\frac{(\sqrt{x+25}-5)(\sqrt{x+16})}{x+16-4\sqrt{x+16}} \quad (3)$$

Ao fazer a substituição direta do x por 0, a fração que resulta na indeterminação, apesar de L2 ter sinalizado apenas como 0.

A escolha feita por L2 de multiplicar o numerador e o denominador

por um mesmo número não foi incorreta. Entretanto, o que atrapalhou a sua resolução foi a escolha do termo a ser multiplicado. Ainda que ele tenha feito as multiplicações de forma correta, ao final, continuou apresentando uma indeterminação, não conseguindo solucionar o problema proposto. Nesse caso, o equívoco cometido pelo licenciando não está associado a um ou mais erros de cálculos matemáticos feitos por ele, mas sim à ausência da percepção do que seria necessário a ser feito a fim de eliminar a indeterminação inicial, o que o impediu que ele alcançasse a resposta correta da questão.

Esse é apenas um dos exemplos do material que foi analisado. Após análise completa das aulas, pôde-se perceber que os alunos enfrentaram dificuldades em diversos tópicos de Matemática Elementar. Destacam-se: simplificação e divisão de polinômios, soma e produto das raízes de funções polinomiais de segundo grau, manipulação algébrica envolvendo raízes quadradas e funções trigonométricas, interpretação do argumento de funções trigonométricas, utilização da "regra de sinais" e distinção entre constante e variável.

Considerações Finais

Após a coleta e análise de todos os dados, apresentados parcialmente no artigo, foi possível confirmar que as dificuldades já identificadas na literatura também se aplicam no contexto analisado. Além disso, ficou claro que a representação que os professores possuem acerca das dificuldades dos alunos reflete, em boa medida, o que é observado na prática da sala de aula.

A pesquisa também permitiu concluir que, assim como afirma a literatura, os conhecimentos subsunçores, que formam a base do nosso aprendizado, estão diretamente relacionados com a facilidade ou dificuldade do nosso aprendizado em relação a novos conceitos. Isso ficou

evidenciado ao comparar as dificuldades dos alunos com o seu desempenho nas avaliações, por meio da análise dos erros.

Dessa forma acreditamos que foi possível, para o caso estudado, identificar que a defasagem em tópicos básicos de matemática possui uma influência negativa muito significativa no desempenho dos alunos na disciplina de cálculo diferencial e integral I, como ficou evidenciado ao longo da análise.

The influence of the gap in basic topics in mathematics in the discipline of differential and integral calculus.

Abstract

The gap in basic topics in mathematics, and its consequences in higher education, has always been the subject of study in literature, especially now with the post-pandemic challenges. This paper describes a research conducted with teachers of the discipline of differential and integral calculus I, along with the monitoring of a second semester class in the mathematics course in the same discipline. The aim of the study was to survey the basic mathematics topics indicated as major obstacles for success in calculus. The research methodology used in monitoring the class was non-participant observation, and for acquiring the teachers' opinions, a semi-structured questionnaire was applied along with interviews. The results revealed which topics the teachers indicate as the most difficult for students and, by monitoring the students' performance in the discipline, it was possible to identify to what extent the topics pointed out by the teachers actually coincided with the problems presented by the students.

Keywords: Conceptual difficulties, calculus I, academic lag.

Referências

ADMIRAL, T. D. Dificuldades conceituais e matemáticas apresentadas por alunos de física dos períodos finais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. 38(2)e2502, 2016.

ALVES, L. L. **A importância da Matemática nos anos iniciais. In: Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul XXII**, Curitiba, p. 1-10, jul. 2016. Disponível em: <http://bit.ly/2LdFzxR>. Acesso em: 2 dez. 2019.

BORTOLI, M. F. **Análise de erros em Matemática: um estudo com**

alunos de Ensino Superior. 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2011. Disponível em: <http://bit.ly/2uITc2O>. Acesso em: 29 jan. 2020.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2021.

COSTA NETO, A. D. **O ensino e a aprendizagem de Cálculo 1 na universidade: entender e intervir.** 2017. 141 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/2DEtwsV>. Acesso em: 2 jun. 2020.

DARROZ, L. M. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** Revista Espaço Pedagógico, Passo Fundo, v. 25, n. 2, p. 577-580, maio/ago. 2018. Disponível em: <http://bit.ly/2viQQYP>. Acesso em: 23 jan. 2020.

DIONIZIO, F. Q.; BRANDT, C. F. Análises das dificuldades apresentadas pelos alunos no Ensino Médio em trigonometria. In: **Congresso Nacional de Educação X, Curitiba**, 2011, p. 4408-4421. Disponível em: <https://bit.ly/3itHUGH>. Acesso em: 8 jun. 2021.

DISTLER, R. R. Contribuições de David Ausubel para a intervenção psicopedagógica. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, p. 191-199, 2015. Disponível em: <http://bit.ly/39m9QnZ>. Acesso em: 29 jan. 2020.

DOXSEY, J. R.; DE RIZ, J. **Metodologia da pesquisa científica.** ESAB - Escola Superior Aberta do Brasil, 2002-2003. Disponível em: <http://bit.ly/39kywgs>. Acesso em: 29 jan. 2020.

GERHARDT, T. E. **Estrutura do projeto de pesquisa.** In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (Org.). Métodos de pesquisa. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. cap. 2, p. 65-87. Disponível em: <http://bit.ly/2qYqiKL>. Acesso em: 28 out. 2019.

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório SAEB** [Recurso eletrônico]. Brasília, 2020. Disponível em:

https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2019/presskit/PressKit_Saeb_2019.pdf. Acesso em: 20 mai. 2021.

LIMA, G. L. **A disciplina de cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994.** 2012. 631 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <https://bit.ly/2zLee3W>. Acesso em: 1 jun. 2020.

LIMA, G. L. **O ensino do Cálculo no Brasil: breve retrospectiva e perspectivas atuais.** In: **Encontro Nacional de Educação Matemática XI**, 2013, Curitiba. Anais [...]. Curitiba, 2013, p. 1-15. Disponível em: <https://bit.ly/2XMGqvM>. Acesso em: 7 jun. 2020.

McCLELLAND, J. A. G. Técnica de questionário para pesquisa. **Revista Brasileira de Física**, São Paulo. In: III Simpósio Nacional de Ensino de Física, 1973, São Paulo. Atas do [...], n. 1, jul. 1976. Disponível em: <http://bit.ly/38AtlsB>. Acesso em: 15 jan. 2020.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: E.P.U., 2017.

OLIVEIRA, A. S. V. **O ensino do cálculo diferencial e integral na Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904: uma análise documental.** 2004. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004. Disponível em: <https://bit.ly/2zUvALB>. Acesso em: 2 jun. 2020.

OLIVEIRA, M. C. A.; RAAD, M. R. A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. **Boletim GEPEM**, n. 61, p. 125-137, jul./dez. 2012. Disponível em: <https://bit.ly/2DTD2bl>. Acesso em: 7 jun. 2020.

PORTES, D. S.; ALVES, G. M. O estudo das operações de polinômios com material concreto. In: Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. **[Recurso eletrônico]**. Paraná, v. 1, 2014. Disponível em: <https://bit.ly/34Z1QsK>. Acesso em: 8 jun. 2021.

RAMOS, M. L. P. D. A importância da análise didática dos erros matemáticos como estratégia de revelação das dificuldades dos alunos. **Revemat**, Florianópolis, v.10, n. 1, p. 132-149, 2015. Disponível em: <https://bit.ly/3zGeBqf>. Acesso em 20 jun. 2021.

SILVA, B. A.; LIMA, G. L. Os cursos de Cálculo difundidos pela USP e as preocupações didáticas presentes em livros adotados e em práticas docentes. Unión: **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 43, p. 88-111, 2015. Disponível em: <https://bit.ly/3ytagpt>. Acesso em: 5 ago. 2021.

SILVA, R. A. **Funções Quadráticas e suas Aplicações no Ensino Médio.** IMPA - Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/ramon_abreu.pdf. Acesso em: 5 ago. 2021.

SILVA, R. S.; MARTINEZ, M. L. S. Dificuldades na Matemática Básica: o processo de ensino-aprendizagem para a vida. In: **Congresso Nacional de Educação XIII**, p. 11839-11850. 2017. Disponível em:

<http://bit.ly/39n76qs>. Acesso em: 10 fev. 2020.

SOUZA, J. P. de. **Análise de erros em Cálculo: metodologia de investigação aplicada com alunos da UFOPA**. 2019. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019. Disponível em: <https://bit.ly/31F3zBu>. Acesso em: 5 jun. 2020.

TEIXEIRA, S. C. **Possibilidades para melhorar o desempenho dos acadêmicos na disciplina de Cálculo**. 2019. 87 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2019. Disponível em: <http://bit.ly/2OGPw9i>. Acesso em: 2 dez. 2019.

