

Roda Numérica: conhecimentos de Aritmética que facilitam a compreensão da Álgebra

Danilene Gullich Donin Berticelli¹, Sabrina Zancan²

Resumo

Neste artigo vamos apresentar a Roda Numérica, uma atividade que tem como objetivo ensinar conhecimentos de Aritmética que favorecem o ensino da Álgebra. Na Roda Numérica são apresentados números, sinais de operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e o estudante deve formar expressões matemáticas validadas por propriedades numéricas utilizando esses números e sinais das operações. Esse tipo de construção favorece a ampliação do campo numérico, desenvolve a criatividade, a flexibilidade com os números e fortalece o senso numérico, habilidades essenciais para o ensino de cálculo mental e, conseqüentemente, de Aritmética. O estudo apresentado é resultado de uma pesquisa-ação desenvolvida durante as treze edições do curso CalMe Pro – Cálculo Mental para professores. O curso propôs uma alternativa para a resolução de um problema de sala: a dificuldade dos estudantes com a matemática elementar e contou com a participação de professores da educação básica. Num primeiro momento, ao apresentarmos a Roda Numérica, tanto para os professores durante o curso, quanto para os estudantes nas salas de aula, percebemos que ambos apresentaram poucas respostas, as mais primitivas e se fez necessário uma intervenção para que variações de respostas fossem construídas. Após essa intervenção, ambos compreenderam o propósito da roda, o que resultou em respostas mais criativas. Em termos de conhecimentos de cálculo mental a Roda Numérica possibilita o ensino dos fatos básicos. A Roda Numérica é um excelente recurso para preparar o estudante para o ensino de Álgebra, pois enfatiza a compreensão ao invés do cálculo, possibilitando um ensino que valoriza a Matemática.

Palavras-chave: Roda Numérica. Aritmética. Álgebra. Conhecimentos

<https://doi.org/10.5335/rbecm.v7i1.15153>

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

ISSN: 2595-7376

¹ Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná. E-mail: danilene@ufpr.br.

² Doutora em Educação em Ciências. Docente do Programa de Pós-Graduação Educação em Ciências da Universidade Federal de Santa Maria. E-mail: sabrina_zancan@yahoo.com.br.

Introdução

Na escola, quando se trabalha com expressões aritméticas, geralmente apresenta-se para os estudantes expressões como $2 + 3 = \underline{\quad}$, ou $5 - 2 = \underline{\quad}$, ou $2 \times 3 = \underline{\quad}$, ou $6 \div 2 = \underline{\quad}$, para as operações. Este é um modelo muito comum e possui uma única resposta correta. No entanto, no momento que as *letras* passam a fazer parte do repertório matemático e começam a aparecer expressões do tipo $x + 2 = 5$, percebe-se que a compreensão começa a ficar mais difícil, pois não existe a analogia com $\underline{\quad} + 2 = 5$ e, quando existe, $\underline{\quad} + 2 = 5$ a expressão não tem sentido. Em consequência, inicia ou cresce a aversão pela Matemática devido a desconexão entre Álgebra e Aritmética.

Entendemos que uma das formas de contornar essa situação de dificuldade com o novo conteúdo, no caso, a introdução das incógnitas (letras), é preparar o estudante para este novo conteúdo, das equações, ainda nas operações numéricas. Com atitudes simples, entretanto, intencionais, é possível preparar um terreno fértil para as equações durante o ensino das operações numéricas.

Para isso, criamos uma atividade denominada Roda Numérica, cujo objetivo é familiarizar os alunos com as diferentes formas de apresentar expressões numéricas. Na Roda Numérica, são oferecidos números e símbolos e estes devem ser agrupados, formando expressões matemáticas validadas por propriedades numéricas. A elaboração destas expressões constrói conhecimentos das quatro operações, do campo numérico, das relações numéricas e, ainda, desenvolve a criatividade, a flexibilidade com os números e o senso numérico.

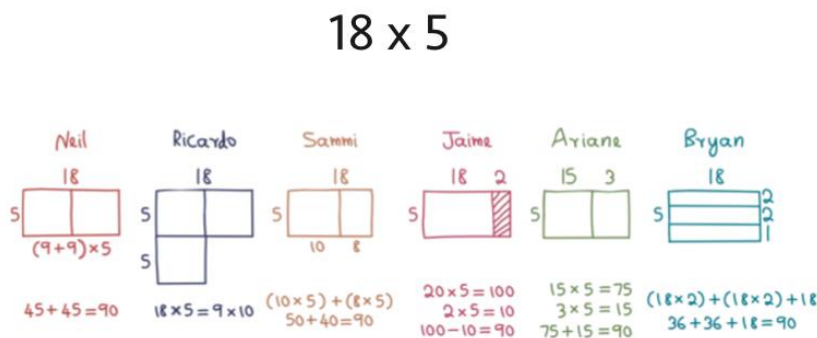
Nosso entendimento sobre campo numérico se caracteriza pelo conhecimento da amplitude dos números que os estudantes possuem e

que mobilizam na elaboração de uma expressão. Quanto maior o campo numérico, maiores as relações que o estudante pode estabelecer entre os números. Por exemplo, se o aluno tem um campo numérico conhecido até o 10, ele vai estabelecer relações envolvendo números até 10, por exemplo: $2 + 8 = 10$. Na medida que o campo numérico expande, ele vai percebendo que, $2 + 18 = 20$, $12 + 8 = 20$, $2 + 28 = 30$, $12 + 18 = 30$ e assim sucessivamente. O senso numérico é outra forma de interagir com os números, que possibilita ao indivíduo lidar com as situações diárias que incluem quantificações e o desenvolvimento de estratégias eficientes (incluindo cálculo mental e estimativa) para lidar com problemas numéricos (CORSO e DORNELES, 2010). Para as autoras

É fundamental que o ensino da matemática dê ênfase maior ao desenvolvimento do senso numérico. Por meio do fortalecimento do senso numérico estaremos favorecendo aos nossos alunos o desenvolvimento de conhecimentos conceituais necessários para a resolução aritmética (experiências de contagem que permitam a descoberta de relações matemáticas). Do mesmo modo, estaremos promovendo a prática de estratégias de contagem mais maduras e eficientes que funcionam como uma espécie de andaime para o desenvolvimento das estratégias baseadas na recuperação imediata da memória. A recuperação de fatos aritméticos da memória, por sua vez, exerce um importante papel no desenvolvimento de processos matemáticos mais complexos (e.g., cálculo de multidígitos, solução de problemas) e, por isso, a importância de se dar mais ênfase ao ensino desta habilidade, principalmente, para os alunos com dificuldades na matemática (CORSO e DORNELES, 2010, p. 307)

A criatividade é fortalecida quando o estudante percebe que uma mesma operação pode ser resolvida de diversas formas distintas, como por exemplo 18×5 (BOALER, 2018, p. 52). A autora apresenta 6 formas visuais para a solução desta operação:

Figura 1: Resolução da operação 18×5



Fonte: BOALER (2018, p. 52).

Segundo a mesma autora “A matemática é uma disciplina que permite o pensamento preciso, mas quando esse pensamento preciso é combinado com criatividade, flexibilidade e multiplicidade de ideias, ela ganha vida para as pessoas” (BOALER, 2018, p. 53).

Ao apresentar essas variações, percebemos que os estudantes possuem um senso numérico apurado e, com isso, conseguem resolver operações, buscando sempre um caminho mais fácil. Por exemplo, na operação $21 - 6$, alunos com senso numérico bem desenvolvido, percebem que é o mesmo que $20 - 5$ e, logo buscam a resposta em memórias (BOALER, 2018).

Campo numérico e senso numérico são habilidades essenciais para o ensino da Aritmética e da Álgebra. Corso e Dorneles (2010) destacam a necessidade de pesquisas e programas que baseiam-se no ensino explícito dos aspectos de senso numérico considerados essenciais para o bom desempenho e proficiência do aluno em Matemática. Segundo as autoras, o ensino nesta área continua a enfatizar o cálculo, ao invés da compreensão matemática, o que acaba por favorecer o desenvolvimento de dificuldades de aprendizagem.

Neste texto vamos apresentar a Roda Numérica, como utilizá-la, os conhecimentos mobilizados e construídos com ela, visando uma melhor aprendizagem da Matemática.

Metodologia

Para este estudo utilizamos como referencial teórico-metodológico a pesquisa ação, por se tratar de uma pesquisa que articulou a prática com a teoria, ou ainda, a teoria com a prática, uma vez que estas pesquisas buscam “[...] *intervir na prática de modo inovador já no decorrer do processo de pesquisa e não apenas como consequência de uma recomendação na etapa final do projeto*” (ENGEL, 2000, p. 182).

A pesquisa-ação é, geralmente, utilizada para resolver situações problemáticas em sala de aula, como por exemplo: a falta de interesse dos estudantes, o baixo desempenho, a passividade dos discentes, dentre outros fatores que atrapalham o processo de ensino e aprendizagem (ENGEL, 2000). Nesta pesquisa, o problema motivador resultou da dificuldade que os alunos têm em compreender o que é e como resolver uma equação, e a proposta é trazer diferentes formas de apresentar uma expressão numérica, envolvendo uma ou mais operações, mobilizando conhecimentos de Aritmética.

O procedimento de elaboração, teste e verificação desta atividade se deu em um processo dinâmico e participativo, durante as 13 edições do curso de Cálculo Mental para Professores – CalMe Pro (BERTICELLI e ZANCAN, 2021). O curso CalMe Pro tem 12 semanas de duração, com 13 encontros síncronos de 90 min cada e é ministrado pelas professoras A e B. Durante os encontros síncronos do curso, as ministrantes construíram os conhecimentos necessários para o cálculo mental e apresentaram algumas atividades práticas com objetivo de potencializar o ensino e a

construção destes conhecimentos com os alunos. Dentre estas atividades destacamos: Método Líquen (ZANCAN, 2017), Sense Líquen (ZANCAN e BERTICELLI, 2023), o Número do Dia (BERTICELLI e ZANCAN, 2023), o Tabuleiro Líquen (CANDIOTO *et al.* 2023) e a Roda Numérica, cuja metodologia apresentamos neste texto.

A pesquisa teve um caráter participativo e colaborativo pois, em todas as edições do curso, os professores puderam explorar a Roda Numérica durante o encontro, reconhecendo os conhecimentos de Aritmética envolvidos. Posteriormente, aplicaram em sala de aula com seus alunos, refletiram e, no encontro seguinte, trouxeram sugestões para sua melhoria, colaborando com o aprimoramento da mesma. Segundo Franco (2005), existe uma grande relevância da reflexão coletiva na pesquisa-ação que é considerada crítica, valorizando a voz dos sujeitos participantes, na organização da metodologia e de toda a investigação.

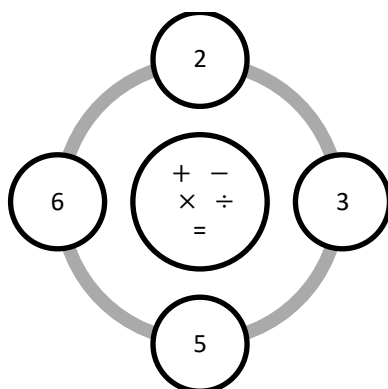
Para Engel (2000) a pesquisa-ação é um processo que possibilita a aprendizagem de todos os participantes, em que não há separação entre sujeito e objeto de pesquisa. Tendo em vista que a pesquisa-ação tem potencial de *“transformar suas próprias salas de aula em objetos de pesquisa”* agindo como um *“instrumento ideal para uma pesquisa relacionada à prática”* (ENGEL 2000, p. 183), esta pesquisa permitiu ao professor, além de participante da atividade, trabalhar a mesma com seus alunos e discutir os resultados com os pesquisadores. Com essa metodologia, todos nos tornamos pesquisadores (ministrantes e participantes do curso), uma vez que agimos de forma conjunta na verificação da eficácia da proposta.

A seguir, apresentamos a Roda Numérica, sua metodologia de aplicação e os resultados observados ao longo das 13 edições do curso CalMe Pro.

Roda Numérica

A Roda Numérica³ consiste em apresentar números e sinais operatórios no formato de uma roda, para os alunos criarem expressões com os dados fornecidos. Na Figura 2 apresentamos um exemplo de Roda Numérica.

Figura 2: Roda Numérica



Fonte: Elaborado pelas autoras

Para utilizar a Roda Numérica⁴, o professor desenha a roda da Figura 2 no quadro e propõe aos estudantes que, utilizando os números, as operações e símbolos oferecidos na roda apenas uma vez, criem expressões numéricas válidas.

Ao apresentar a Roda Numérica, em um primeiro momento, tem-se um estranhamento. Se os alunos⁵ não compreendem precisamos mostrar uma possibilidade e, a partir disso, eles conseguem compreender o objetivo e elaborar as expressões. Na sequência, eles frequentemente oferecem as

³ Neste relato vamos apresentar a atividade como se ela estivesse sendo desenvolvida em uma sala de aula, para ficar mais didática e compreensiva ao leitor.

⁴ A atividade é desenvolvida de forma oral. O professor faz o desenho no quadro, os alunos respondem as expressões que elaboraram e o professor anota no quadro. Não é necessário que eles copiem no caderno, sendo este um aspecto facultativo, no qual o professor pode decidir.

⁵ Neste caso nos direcionamos aos alunos, pois a proposta é que a Roda Numérica seja realizada com alunos do Ensino Fundamental. Nas edições do curso CalMe Pro, os alunos eram os professores da Educação Básica. Foram eles que nos deram elementos para as análises que trataremos no decorrer deste texto.

respostas mais comuns, entendidas como um conhecimento primitivo, que são mostradas no Quadro 1⁶.

Quadro 1: Expressões criadas a partir da Roda Numérica da Figura 2

$2 + 3 = 5$	$2 \times 3 = 6$	$5 - 3 = 2$	$5 - 2 = 3$	$6 \div 3 = 2$	$6 \div 2 = 3$
-------------	------------------	-------------	-------------	----------------	----------------

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Ao analisar este quadro percebe-se que os alunos mobilizam representações de conhecimentos com os quais estão habituados. Eles utilizam apenas representações semelhantes àquelas das atividades de aula. Entretanto, o objetivo da roda é familiarizar os alunos com as diferentes formas de apresentar expressões numéricas, levá-los a pensar em novas possibilidades, distintas daquelas que estão acostumados. Neste momento, o professor tem um papel fundamental. Ele precisa instigá-los a criarem expressões diferentes das que foram apresentadas (aqui, aproveitamos para ressaltar que é essencial que o professor tenha estes conhecimentos para poder incentivar os alunos). Após o estímulo do professor às novas formas de apresentar expressões numéricas, deixa-se os alunos livres para criarem. No Quadro 2 apresentamos as diversas expressões que podem ser construídas com os símbolos e os números presentes na Roda Numérica da Figura 2. Aquelas expressões em destaque são as que foram apresentadas no Quadro 1. Observe que, de um quadro com seis expressões, criamos outro com 20 expressões.

⁶ Este quadro foi elaborado a partir das Rodas Numéricas realizadas ao longo das 13 edições do curso CalMe Pro, com professores da Educação Básica. As respostas oferecidas no primeiro momento eram sempre as mesmas, como as do quadro apresentado.

Quadro 2: Expressões criadas a partir da Roda Numérica

$2 + 3 = 5$ $3 + 2 = 5$ $5 = 2 + 3$ $5 = 3 + 2$	$2 \times 3 = 6$ $3 \times 2 = 6$ $6 = 2 \times 3$ $6 = 3 \times 2$	$5 - 3 = 2$ $5 - 2 = 3$ $3 = 5 - 2$ $2 = 5 - 3$	$6 \div 3 = 2$ $6 \div 2 = 3$ $3 = 6 \div 2$ $2 = 6 \div 3$	$6 - 3 = 5 - 2$ $6 + 2 = 5 + 3$ $6 - 3 + 2 = 5$ $6 = 5 - 2 + 3$
--	--	--	--	--

Fonte: Elaborado pelas autoras

Estas expressões apresentam uma diferença sutil entre elas. Você pode pensar que $2 + 3 = 5$; $3 + 2 = 5$; $5 = 2 + 3$, $5 = 3 + 2$ são todas iguais, mas observando-as com a lente do cálculo mental, elas não são. Estas diferentes apresentações para expressões numéricas (Quadro 2) são consideradas conhecimentos básicos necessários para o cálculo mental e para um melhor entendimento da Matemática.

Estes conhecimentos são: fatos básicos, dobros, decomposição, rede de relações numéricas do dez, categorizados por Berticelli e Zancan (no prelo). As autoras entendem esses conhecimentos da adição como:

Quadro 3: Conhecimentos essenciais para o cálculo mental

Conhecimento	O que é?	Exemplo
Fatos básicos	São as adições que não ultrapassam a dezena	$1+2 = 3$ $3+5 = 8$ $8+1 = 9$ $12+5 = 17$
Decomposição	São as diversas formas que podemos decompor um mesmo número	$6=1+5$ $6=2+4$ $6=3+3$ $6=4+2$ $6=5+1$
Dobros	São as memórias das operações que envolvem números iguais	$2+2 = 4$ $3+3 = 6$ $5+5 = 10$ $6+6 = 12$ $12+12 = 24$
Rede de relações numéricas do dez	São todas as operações que envolvem o 10 (ou	$2+8 = 10$ $10+3 = 13$ $20+4 = 24$

	seus múltiplos) nas parcelas ou no resultado	$16+4 = 20$
--	--	-------------

Fonte: As autoras com base em Berticelli e Zancan (no prelo)

Vamos explicar por meio de quatro exemplos: (i) $17 + 5$; (ii) $18 + 5$; (iii) $12 + 13$; (iv) $13 + 12$ como utilizamos esses conhecimentos e estratégias de cálculo mental:

(i) Para efetuar a adição $17 + 5$ utilizando a estratégia da Ponte pelo 10 (BERTICELLI e ZANCAN, no prelo), que consiste em completar a dezena mais próxima, fazemos:

$$17 + 5 = 17 + 3 + 2 = 20 + 2 = 22.$$

Os conhecimentos necessários para esta estratégia são a Decomposição ($5 = 3 + 2$) e a Rede de Relações Numéricas do 10 ($17 + 3 = 20$).

(ii) Para efetuar a adição $18 + 5$ utilizando, novamente, a estratégia da Ponte pelo 10, fazemos:

$$18 + 5 = 18 + 2 + 3 = 20 + 3 = 23.$$

Os conhecimentos necessários aqui foram a Decomposição ($5 = 2 + 3$) e a Rede de Relações Numéricas do 10 ($18 + 2 = 20$).

(iii) Para efetuar a adição $12 + 13$ utilizando a estratégia de somar dezenas e unidades (BERTICELLI e ZANCAN, no prelo), fazemos:

$$12 + 13 = 10 + 10 + 2 + 3 = 20 + 5 = 25.$$

Os conhecimentos necessários aqui foram a Rede de Relações Numéricas do 10 ($12 = 10 + 2$; $13 = 10 + 3$; $10 + 10 = 20$) e o Fato Básico ($2 + 3 = 5$).

(iv) Para efetuar a adição $13 + 12$ também utilizando a estratégia de somar dezenas e unidades, fazemos:

$$13 + 12 = 10 + 10 + 3 + 2 = 20 + 5 = 25.$$

Os conhecimentos necessários aqui foram a Rede de Relações Numéricas do 10 ($13 = 10 + 3$; $12 = 10 + 2$; $10 + 10 = 20$) e o Fato Básico ($3 + 2 = 5$).

Com estes exemplos simples, mostramos a necessidade de trafegar entre as quatro formas de apresentar as diferentes expressões construídas a partir do resultado $2 + 3 = 5$.

A segunda coluna do Quadro 3 traz as diferentes possibilidades de expressar o conhecimento $2 \times 3 = 6$. Vamos exemplificar porque as outras possibilidades são importantes. Utilizaremos como exemplo a multiplicação 15×6 e a resolveremos por meio da estratégia de decomposição do segundo número. Isso significa que temos duas possibilidades:

$$(v) 15 \times 6 = 15 \times 2 \times 3 = 30 \times 3 = 90$$

$$(vi) 15 \times 6 = 15 \times 3 \times 2 = 45 \times 2 = 90$$

Na possibilidade (v) consideramos $6 = 2 \times 3$, enquanto na possibilidade (vi) consideramos $6 = 3 \times 2$. O fato relevante é que o aluno só consegue observar essas diferentes formas se ele for habituado a trabalhar com as diferentes abordagens.

Não exemplificaremos aqui, mas a necessidade destas diferentes abordagens também aparece nas subtrações e divisões.

Na última coluna do Quadro 3 temos relações não tão óbvias entre

os números 2, 3, 5 e 6. Estas exigem um pouco mais de flexibilidade com números e mais conhecimentos, uma vez que os alunos trouxeram expressões envolvendo mais de uma operação.

Geralmente os alunos têm a concepção de que essas diferentes formas não são permitidas, conforme aponta Boaler (2020) em uma atividade de Conversas Numéricas, em que os alunos poderiam dar diferentes possibilidades de respostas para uma mesma operação. Segundo a autora os alunos admitiam que “Não é que eu não soubesse que era possível fazer isso com os números, mas de certa forma achava que ‘não era permitido’” (BOALER, 2020, p. 120). Além de não acharem permitido, estas representações praticamente não aparecem em exercícios do cotidiano dos alunos. Consideramos que trafegar entre as diferentes representações propostas pela Roda Numérica é extremamente importante para compreender a Matemática.

Saber que um número não primo pode ser representado por meio de uma multiplicação de fatores é um conhecimento essencial para o cálculo mental, considerado um fato básico para estratégias de multiplicação. Desta forma, é fundamental que o professor ofereça atividades para que os estudantes se habituem a decompor uma multiplicação em fatores. No Quadro 4 apresentamos exemplos de decomposições.

Quadro 4: Decomposição de números em fatores

$8 = 4 \times 2$	$12 = 2 \times 6$	$30 = 5 \times 6$
$8 = 2 \times 4$	$12 = 3 \times 4$	$30 = 6 \times 5$
$8 = 2 \times 2 \times 2$	$12 = 4 \times 3$	$30 = 2 \times 10$
	$12 = 6 \times 2$	$30 = 10 \times 2$
	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$30 = 2 \times 3 \times 5$

Fonte: Elaborado pelas autoras

Além de favorecer na elaboração de uma estratégia de cálculo mental,

este tipo de construção prepara o aluno para a Matemática mais avançada, por exemplo, para a Álgebra, momento em que as letras passam a fazer parte das expressões, onde os alunos geralmente apresentam grande dificuldade.

Quando trabalhamos as diferentes expressões $6 = 2 \times 3$; $6 = 3 \times 2$; $2 \times 3 = 6$; $3 \times 2 = 6$, no momento que um dos números for substituído por uma letra, o “ x ” por exemplo, o aluno terá facilidade em encontrar a solução, pois está habituado a este tipo de apresentação e aciona o pensamento correto para resolver. Veja exemplos no Quadro 5.

Quadro 5: Introdução à incógnita

Expressão	Pensamento
$2 \cdot x = 6$	Dois vezes quanto resulta 6? Não usa a operação contrária, pois está acostumado com este tipo de expressão. Encontra o resultado com facilidade.
$x \cdot 3 = 6$	Este modelo causa estranheza e gera dificuldade para o estudante que não está acostumado a resolver neste formato. Se ele estiver habituado a resolver expressões desta forma nas atividades aritméticas, ele não usa a operação contrária e faz o pensamento correto: Que número multiplicado por três resulta seis?
$6 = 2 \cdot x$	Esta é uma expressão que, geralmente, os alunos apresentam mais dificuldade, pois não estão acostumados a este tipo de apresentação. Caso forem habituados, o pensamento seria: “Seis é o produto de 2 por qual número?”. E a resposta é construída facilmente.
$6 = x \cdot 3$	Da mesma forma que o anterior, o aluno irá pensar: “Seis é que número multiplicado por três?” Mas para esse pensamento fluir, é necessário o hábito de resolver expressões em formatos variados, como apresentamos com a Roda Numérica.

Fonte: Elaborado pelas autoras

Para que o aluno apresente este pensamento indicado nos quadros é fundamental que ele tenha contato com as diferentes formas de expressões, conforme indicamos na Quadro 2. Um aluno que está acostumado com o modelo $2 \times 3 = 6$ e acredita que *não era permitido* outra representação, dificilmente terá um pensamento flexível como o apresentado no Quadro 5. Um aluno que está acostumado a resolver as operações *armadas*, utilizando-se apenas do algoritmo, não desenvolverá um pensamento flexível e, desta forma, terá ainda maior dificuldade em relacionar-se bem com a Matemática.

Esse formato de apresentação das expressões aritméticas é sugerido por Thorndike, quando apresenta a construção das habilidades aritmética. Segundo o autor,

A forma da equação com uma quantidade desconhecida a ser determinada, ou um número faltante a ser encontrado, deve ser conectada com seu significado e com a atitude do problema muito antes do aluno começar a álgebra. Ele apresenta as variadas formas de expressões para encontrar um número faltante (THORNDIKE, 1922, p. 77).

No Quadro 6 é possível verificar a afirmação do autor por meio dos exemplos:

Quadro 6: Variações de apresentação da adição

$4 + 8 = \underline{\quad}$
$5 + \underline{\quad} = 14$
$\underline{\quad} + 3 = 11$
$\underline{\quad} = 5 + 2$
$16 = 7 + \underline{\quad}$
$12 = \underline{\quad} + 5$

Fonte: Thorndike (1922, p. 77)

O autor complementa que a Aritmética tem potencial de preparar de forma satisfatória o aluno para a Álgebra e que isso pode economizar tempo no processo de ensino e aprendizagem, pois o aluno compreende o processo e se afasta de regras e algoritmos.

Berticelli e Zancan (no prelo) concordam com o autor e incentivam essas variações na apresentação de uma expressão, de modo a potencializar o ensino de cálculo mental e, conseqüentemente, da Aritmética. O quadro a seguir, sugerido por elas, contempla a adição de dois números de 12 formas distintas:

Quadro 7: Variações na apresentação da adição

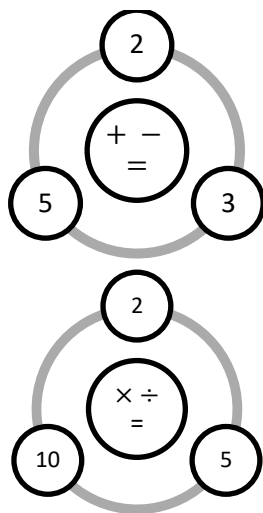
$a + b = \underline{\quad}$	$a + \underline{\quad} = c$	$c = \underline{\quad} + b$
$b + a = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} + a = c$	$c = b + \underline{\quad}$
$\underline{\quad} = a + b$	$b + \underline{\quad} = c$	$c = a + \underline{\quad}$
$\underline{\quad} = b + a$	$\underline{\quad} + b = c$	$c = \underline{\quad} + a$

Fonte: Berticelli e Zancan (no prelo)

Essas diferentes variações representam a contribuição do ensino de Aritmética para a Álgebra. Observando atentamente, essas variações são as mesmas que encontramos na Roda Numérica.

A Roda Numérica, assim como todos os conteúdos matemáticos, deve ser explorada com um grau de dificuldade crescente. Ou seja, não devemos trazer o símbolo de multiplicação e de divisão, sem que este conceito de divisão tenha sido trabalhado em sala. Sugerimos iniciar a atividade com poucos números, números pequenos e apenas duas operações. Veja os exemplos:

Figura 3: Roda Numérica

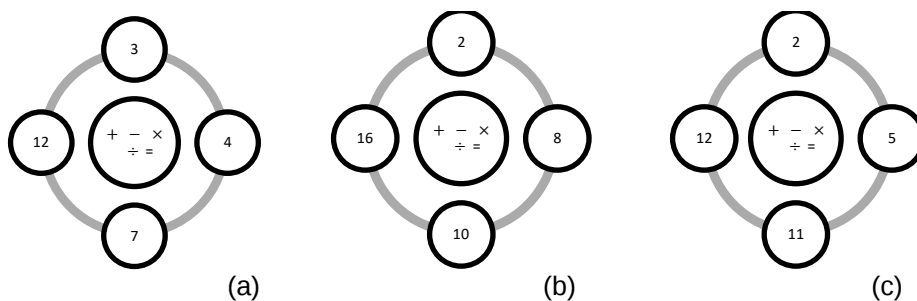


Fonte: Elaborado pelas autoras

Observe que, neste caso iniciamos com, ou adição e subtração, ou multiplicação e divisão, envolvendo apenas três números menores que 10, de modo que fique didático para os alunos pensarem nas respostas. Vencida esta etapa, os números podem aumentar e pode-se trabalhar com números até 20, depois até 30, no limite de números até 100, pois entendemos que o cálculo mental é construído com estratégias envolvendo números até 100. Vencida a graduação dos números, podemos envolver as quatro operações em uma mesma Roda Numérica, como a exemplificada na Figura 2, também de forma gradativa.

Entretanto, é fundamental observar a combinação dos números, pois estes, devem relacionar-se entre si, ou seja, é necessário que um dos números resulte na adição de outros dois e um, no produto de outros dois. Veja os exemplos duas boas Rodas Numéricas (a) e (b) e de uma Roda Numérica sem sentido (c):

Figura 4: Rodas Numéricas



Fonte: Elaborado pelas autoras

Observando a primeira Roda Numérica (a), percebemos que: $3 + 4 = 7$ e $3 \times 4 = 12$, na segunda (b) temos que: $2 + 8 = 10$ e $2 \times 8 = 16$, enquanto, na terceira Roda Numérica (c), os números não permitem expressões numéricas válidas, pois os números apresentados não se relacionam entre si por meio das quatro operações. Esse é um aspecto extremamente relevante que o professor deve observar quando apresentar a atividade para os alunos. Não há razão em apresentar uma Roda Numérica como a da letra (c), pois ela não tem respostas, é uma roda impossível.

Para um nível mais avançado, pode-se utilizar cinco ou seis números, por exemplo, 2, 3, 5, 6, 7, 10 e permitir que as operações sejam repetidas. Desta forma, o número de respostas aumenta juntamente com a criatividade.

Considerações finais

Observa-se que esta pesquisa-ação possibilitou a produção de novos conhecimentos, buscando uma melhor compreensão sobre expressões numéricas, permitindo aos participantes mudança na prática profissional, uma vez que levaram estes novos conhecimentos para a sala de aula,

ampliando o processo de ensino e aprendizagem das diferentes abordagens das quatro operações.

Em um primeiro momento, os professores participantes sentiram um estranhamento diante da atividade porque, assim como os alunos, eles estavam acostumados a poucos modelos de respostas, os mais comuns, não conseguindo elaborar algo diferente. Por exemplo, com os números 2, 3 e 5 e as operações de adição e subtração, as expressões mais comuns apresentadas foram: $2 + 3 = 5$, $5 - 2 = 3$ ou $5 - 3 = 2$. Dificilmente os professores elaboraram respostas diferentes destas. Neste sentido, a atuação das pesquisadoras, ministrantes das 13 edições do curso CalMe Pro, foi essencial para instigar a elaboração de expressões diferentes, necessárias para a compreensão de conteúdos matemáticos mais avançados, como por exemplo, as equações.

A partir das discussões que aconteceram no curso, os professores construíram conhecimentos e puderam levá-los para a sala de aula e, em seguida, relatar a experiência e as mudanças na forma de ensinar expressões a partir do que aprenderam com a atividade.

A atividade permitiu uma investigação que provocou a transformação da realidade, permitindo às autoras assumirem o papel de pesquisadores e participantes. Ou seja, tratou-se de uma pesquisa-ação transformadora e participativa, inserida num processo de formação continuada de professores da educação básica.

A Roda Numérica indicou uma potencialidade no desenvolvimento da flexibilidade na apresentação de expressões numéricas que partem de um conhecimento primitivo e, ao invés de enfatizar o cálculo, enfatiza a compreensão matemática, desenvolvendo um terreno fértil, relacionando a Aritmética com a Álgebra e minimizando as dificuldades em Matemática

que os alunos encontram no decorrer dos anos escolares.

Numeric Wheel: Arithmetic knowledge that facilitates the understanding of Algebra

Abstract

In this article we will present the Numeric Wheel, an activity that aims to teach Arithmetic knowledge that favors the teaching of Algebra. The Numeric Wheel shows numbers, signs of basic operations (addition, subtraction, multiplication, and division) and the student must form mathematical expressions validated by numerical properties using these numbers and signs of operation. This type of construction favors the expansion of the numerical field, develops creativity, flexibility with numbers and strengthens number sense, essential skills for teaching mental calculation and, consequently, Arithmetic. The study presented is the result of an action-researched developed during the thirteen editions of the CalMe Pro – Mental Calculation for Teachers. The course proposed an alternative for solving a problem in the classroom: the students' difficulty with elementary mathematics and had the participation of basic education teachers. At first, when we presented the Numeric Wheel, both for the teachers during the course and for the students in the classrooms, we noticed that both presented few answers, the most primate ones, and an intervention was necessary so that variations of answers were built. After this intervention, both understood the purpose of the wheel, which resulted in more creative responses. In terms of mental calculation knowledge, the Numeric Wheel enables the teaching of basic facts. The Numeric Wheel is an excellent resource to prepare the student for the teaching of Algebra, as it emphasizes understanding instead of calculation, enabling a teaching that values Mathematics.

Keywords: Numeric Wheel. Arithmetic. Algebra. Knowledge.

Referências

BERTICELLI, Danilene Gullich Donin; ZANCAN, Sabrina. CalMe Pro – Cálculo mental para professores. **Revista de Ensino e Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 12, p. 1-21, 2021.

BERTICELLI, Danilene Gullich Donin; ZANCAN, Sabrina. Número do Dia: uma atividade para potencializar o cálculo mental. **International Journal of Latest Research in Engineering and Mangement**, v. 07, p. 01-13, 2023.

BERTICELLI, Danilene Gullich Donin; ZANCAN, Sabrina. Knowledge and activities to enhance mental calculation. In: **Acta Scientiarum Education**, (no prelo).

BOALER, Jô. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática crítica, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, Jô. **Mente sem barreiras**: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem. Porto Alegre: Penso, 2020.

CANDIOTTO, Lucas Sônego; BERTICELLI, Danilene Gullich Donin; ZANCAN, Sabrina; MARCOLINO, Anderson da Silva. **Tabuleiro Método Líquen**. Software. Versão 1. 2023. Disponível em: <https://metodoliquen.com.br/index.php/atividades-didaticas/tabuleiro>

CORSO, Luciana Vellinho; DORNELES, Beatriz Vargas. Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática. **Revista Psicopedagogia**, v. 27, n. 83, p. 298-309, 2010. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoped/v27n83/15.pdf>

ENGEL, Ghido Irineu. **Pesquisa-ação**. In: Educar, Curitiba, n. 16, p. 181-191, 2000.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pedagogia da Pesquisa-ação. In: **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005.

THORNDIKE, Edward Lee. **The Psychology of Arithmetic**. New York: The Macmillan Company, 1922.

ZANCAN, Sabrina. **Método Líquen: uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais**. 2017. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

ZANCAN, Sabrina; BERTICELLI, Danilene Gullich Donin. Sense Líquen: uma proposta para trabalhar números e quantidades. **Educação: Teoria e Prática**, v. 33, p. 1-24, 2023.