

A generalização de padrões matemáticos na educação básica: uma pesquisa bibliográfica

Mylena Simões Campos¹, Jorge Henrique Gualandi²

Resumo

Este texto corresponde a uma Revisão de Literatura que foi construída para o desenvolvimento de uma pesquisa de mestrado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores da Universidade Federal do Espírito Santo, e, com ela, intencionou-se responder: O que se tem pesquisado sobre a generalização de padrões matemáticos no âmbito da educação básica? Realizou-se uma pesquisa bibliográfica por meio de uma busca no catálogo *online* de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), no repositório da Universidade do Minho e da Universidade de Lisboa, ambas de Portugal. A análise das 14 pesquisas localizadas evidenciou que os enfoques dos trabalhos foram, principalmente, estes: o desenvolvimento da generalização de padrões por estudantes (que dificuldades enfrentam e quais estratégias e representações utilizam); o desenvolvimento do pensamento algébrico (as contribuições deste para o aluno) e as contribuições de propostas pedagógicas ou tarefas para o desenvolvimento da generalização de padrões e do pensamento algébrico dos estudantes da educação básica. Destaca-se que nenhuma pesquisa relacionou a generalização de padrões ao desenvolvimento do pensamento matemático avançado, tal como se defendeu no referencial teórico deste artigo, sendo essa relação, portanto, uma possível temática para investigações posteriores.

Palavras-chave: Generalização de padrões. Educação Básica. Pesquisa bibliográfica.

<https://doi.org/10.5335/rbecm.v7i1.15166>

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

ISSN: 2595-7376

1 Introdução

Há quem diga que aprender álgebra é saber manipular símbolos e

¹ Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) campus Vitória. Mestre em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores pela Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) campus Alegre. Professora de matemática da rede de ensino de Guarapari/ES. E-mail: mylenadecampos@gmail.com

² Doutor em Educação matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor do Ifes campus Cachoeiro de Itapemirim. Atua no curso de Pós-graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores da Ufes campus Alegre. E-mail: jhgualandi@gmail.com

resolver equações. Para além disso, implica pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades e padrões, variação e modelação (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

No âmbito do ensino fundamental, o desenvolvimento do pensamento algébrico é considerado o objetivo da álgebra, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): *“Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas [...] em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações”* (BRASIL, 2018, p. 270).

Uma interpretação possível que resulta desse trecho da BNCC é que o reconhecimento de regularidades e padrões³ matemáticos, bem como o estabelecimento de generalizações, constitui caminhos capazes de desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes do ensino fundamental.

Nessa perspectiva, introduzimos nesta discussão a generalização de padrões matemáticos, nosso objeto de pesquisa, que é considerada uma das vias mais privilegiadas para desenvolver o pensamento algébrico (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Aqui, defendemos que generalizar significa continuar o raciocínio para além dos casos particulares, identificar semelhanças e expandir domínios de validade. Em outras palavras, generalizar diz respeito a analisar casos particulares rumo aos casos gerais (KAPUT, 2000; DREYFUS, 2002).

Neste trabalho, também articulamos a generalização de padrões ao desenvolvimento do pensamento matemático avançado, segundo a concepção de Dreyfus (2002). Para esse autor, a interação entre processos mentais promove o desenvolvimento desse pensamento, sendo a

³ Definimos padrão matemático como todo o arranjo de números ou formas em que são detectadas regularidades passíveis de ser continuadas, ou, ainda, como regularidade(s), sequência, motivo, regra e ordem (VALE et al., 2006; BARBOSA, 2009).

sintetização, abstração, visualização, representação e, principalmente, a generalização, alguns desses processos.

Desenvolver a generalização de padrões matemáticos não é uma prática restrita aos conteúdos de álgebra (pelo contrário). De acordo com Vale e Pimentel (2015), o tema padrão é transversal ao currículo matemático e, portanto, permite-nos fazer conexões entre vários tópicos da matemática escolar. Muito próximo a essa ideia, Kaput (2000) nos confirma que a generalização está presente nas salas de aula da educação básica, por meio dos mais diversos conteúdos do currículo matemático.

Nessa perspectiva, inspirados por Kaput (2000) e Vale e Pimentel (2015), entendemos e defendemos neste trabalho que a generalização de padrões matemáticos está presente nos espaços da educação básica e contempla diversos conteúdos do currículo matemático.

À vista disso, entendemos ser pertinente investigar o que se tem pesquisado sobre a generalização de padrões matemáticos no âmbito da educação básica. Por isso, desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica, esta associada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores da Universidade Federal do Espírito Santo e realizada também por meio do Grupo de Pesquisa Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática do Espírito Santo (GPEMES). Com tal investigação, intencionamos responder à questão: O que se tem pesquisado sobre a generalização de padrões matemáticos no âmbito da educação básica?

A busca por respostas direcionou-nos à escrita deste artigo. Na próxima seção, apresentamos as discussões teóricas nas quais nos baseamos, especificamente sobre o desenvolvimento do pensamento matemático avançado e algébrico, além de alguns apontamentos sobre a generalização de padrões matemáticos. Em seguida, discorreremos acerca da metodologia da pesquisa e apresentamos os dados produzidos. Por fim, realizamos alguns apontamentos e destacamos nossas conclusões.

2 Referencial Teórico

Neste referencial teórico, inicialmente definimos e caracterizamos o pensamento algébrico, articulando-o a nosso objeto de estudo – generalização de padrões. Posteriormente, discutimos o pensamento matemático avançado, uma vez que a generalização de padrões é considerada como um dos processos que definem esse pensamento. Em seguida, versamos sobre a generalização de padrões matemáticos, apresentamos algumas definições e apontamentos sobre essa temática, principalmente no âmbito da educação básica.

2.1 O pensamento algébrico

Existem muitas concepções sobre o que venha a ser o pensamento algébrico. Para definirmos e caracterizarmos esse pensamento, recorreremos a Kieran (2004, p. 149, tradução nossa), que define o pensamento algébrico como “[...] o desenvolvimento de modos de pensar através de atividades para as quais o simbolismo da Álgebra pode ser usado como ferramenta, mas que não são exclusivas da Álgebra⁴”. Essas atividades que aparecem na definição se configuram como uma “estrutura” para o pensamento algébrico ser desenvolvido em crianças e ser aprimorado à medida em que elas crescem, segundo Kieran (2004).

Com base nessa definição de pensamento algébrico apresentada, cabem os seguintes questionamentos: como expressar esse pensamento algébrico e como saber se o que expressamos é, de fato, considerado pensamento algébrico? Os autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 85, grifo nosso) nos ajudam a responder a essas perguntas. Eles

⁴ “[...] involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra”.

consideram a linguagem como a expressão (podemos dizer representação) de um pensamento:

A tendência da educação algébrica tem sido acreditar que o pensamento algébrico **só se manifesta e desenvolve através da manipulação sintática da linguagem concisa e específica da álgebra**. Entretanto, essa relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto pedagógico, **a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento**.

Por isso, entendemos que pensar algebricamente e representar esse pensamento não implica, necessariamente, o uso e a manipulação de símbolos e signos (pelo contrário!). É sob essa perspectiva que Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) defendem o uso de mais de uma linguagem para representar o pensamento algébrico, seja por meio da linguagem aritmética, geométrica, materna ou algébrica.

Já que podemos representar o pensamento algébrico utilizando mais de uma linguagem, não só a algébrica, então não há razão para não desenvolvermos esse pensamento nas crianças. O desenvolvimento do pensamento algébrico, portanto, pode ser iniciado nos alunos desde cedo (KIERAN, 2004; FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009), o que nos leva a imaginar a possibilidade de desenvolvimento deste nas turmas dos anos iniciais do ensino fundamental, por exemplo.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) caracterizam o pensamento algébrico, a saber: i) percepção de regularidades, de aspectos invariantes em contraste com outros que variam; ii) tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema; iii) presença do processo de generalização. Uma interpretação possível que surge daí é que, se o sujeito generaliza, então ele desenvolve o pensamento algébrico.

Neste artigo, assumimos o pensamento algébrico como o desenvolvimento de modos de pensar, por meio de tarefas algébricas que

contemplem a generalização de padrões, cujo processo para representar o que pensamos não requer o uso de simbolismos algébricos, obrigatoriamente. Entendemos, portanto, que a definição de Kieran (2004) é a que mais se aproxima do que entendemos ser o pensamento algébrico.

2.2 O pensamento matemático avançado

De acordo com Dreyfus (2002), o pensamento matemático avançado é definido a partir da interação entre processos mentais, sendo eles a sintetização, abstração, classificação, visualização, representação e a generalização. No rol dos processos mentais, a abstração e representação ganham destaque, pois são considerados os principais do pensamento matemático avançado e indissociáveis. Segundo esse autor, esse pensamento pode ser desenvolvido na educação básica e está presente desde a infância.

Começamos definindo a abstração, que é um processo que se refere à “*construção de estruturas mentais a partir de estruturas matemáticas, ou seja, de propriedades de e relações entre objetos matemáticos*”⁵ (DREYFUS, 2002, p. 37, tradução nossa). Isso significa que, para chegar à abstração, é necessário que o sujeito analise conceitos e situações matemáticas para além do que se vê. Por exemplo, ao trabalharmos com os números, devemos concentrar-nos nas relações que há entre eles para compreender o que é conjunto numérico, quais operações podemos realizar com eles, entre outras possibilidades, ou seja, lançar o olhar para situações e relações matemáticas que estão além.

Segundo Dreyfus (2002), os processos de generalização e síntese estão associados à abstração, pois, para o sujeito abstrair, é necessário desenvolver esses dois processos. “*Generalizar é derivar ou induzir de*

⁵ “[...] *the building of mental structures from mathematical structures, i.e., from properties of and relationships between mathematical objects*”.

particulares, identificar semelhanças, expandir domínios de validade [...] sintetizar significa combinar ou compor partes de tal forma que elas formem um todo, uma entidade” (DREYFUS, 2002, p. 35, tradução nossa)⁶.

Agora, nosso foco se dirige para outro processo mental, denominado representação. Para Dreyfus (2002), representar um conceito significa gerar um exemplo, uma imagem ou um modelo dele, e ocorre em registros como escrita, desenho, fala, gestos e outros. Por isso, o processo de representação ocorre a partir de três principais vias: simbólica, mental e visual. Segundo Dreyfus (2002), a representação simbólica envolve relações entre signos e significado e melhora a comunicação daquilo que pensamos, por meio da escrita ou da fala. A função dessa representação, geralmente, é a de facilitar a comunicação do conceito, enquanto a representação mental se refere aos esquemas internos ou imagens de referência que o sujeito usa para interagir com o mundo externo. Já a visualização é o processo pelo qual as representações mentais podem ser construídas por meio de sistemas de representação, isto é, artefatos/objetos externos concretos. Por exemplo, no caso das funções, os gráficos, diagramas de setas, as fórmulas algébricas e tabelas de valores são considerados artefatos.

Inspirados por Dreyfus (2002), entendemos que o sujeito que generaliza padrões também faz uso da visualização e de representações, sejam mentais, visuais e simbólicas, principalmente para externalizar/registrar aquilo que pensamos. O que queremos dizer é que, para generalizar, o sujeito mobiliza outros processos mentais e os põe em interação. Sendo assim, pela definição de Dreyfus (2002), entendemos que, se o sujeito generaliza padrões, então ele possivelmente desenvolve o

⁶ *“To generalize is to derive or induce from particulars, to identify commonalities, to expand domains of validity [...] to synthesize means to combine or compose parts in such a way that they form a whole, an entity. This whole then often amounts to more than the sum of its parts”.*

pensamento matemático avançado.

2.3 A generalização de padrões matemáticos

Conforme discutimos anteriormente, a generalização é considerada um dos processos mentais, os quais, em interação, constituem o pensamento matemático avançado. Generalizar é “[...] derivar ou induzir de particulares, identificar semelhanças, expandir domínios de validade” (DREYFUS, 2002, p. 34). Além dessa definição, trazemos a de Kaput (2000, p. 07, tradução nossa), para quem a generalização significa “[...] continuar o raciocínio para além do caso ou casos considerados, explicitamente identificando e expondo semelhanças entre os casos⁷”. Comparando essas duas definições, uma interpretação possível que surge em relação ao processo de generalização é que ele parte da análise de casos particulares rumo aos casos gerais.

Perceber essa relação de expansão dos casos particulares para os gerais nos fez lançar o olhar para os padrões matemáticos e entender essa relação neles. Como exemplo, trouxemos a sequência dos números naturais pares (0,2,4,6,8,...). Nesse caso, o processo de generalização começa quando percebemos as relações que há entre os termos dessa sequência e o padrão matemático presente ali, ou seja, os termos crescem de dois em dois, iniciando do zero e tendo ele como número par. A partir disso, iniciamos o processo de análise dessas relações, que se pode estender à expansão do caso particular ao caso geral, ou seja, compreender que, sejam lá quais forem os termos representados pelas reticências, a eles sempre será acrescentado o dois, o que podemos algebrizar da seguinte forma $a_n = 2n - 2$, tal que a_n é o termo geral da referida sequência, sendo n a posição do termo e pertencente ao conjunto dos números naturais, ou

⁷ “[...] involves deliberately extending the range of reasoning or communication beyond the case or cases considered, explicitly identifying and exposing commonality across cases”.

seja, $n \in \mathbb{N} - \{0\}$. Por exemplo, se queremos encontrar o termo da 5.^a posição, uma possibilidade para isso seria $a_5 = 2.5 - 2 = 10 - 2 = 8$.

Apresentamos esse exemplo dos números pares naturais na tentativa de ilustrar e realçar que a generalização pode surgir com o reconhecimento de padrões e relações e da análise dessas relações, conforme destacam Vale et al. (2006). Entre as potencialidades da generalização de padrões, ressaltamos a possibilidade de desenvolvimento da abstração da capacidade de comunicação e do raciocínio matemático (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

A linguagem algébrica nem sempre é o principal caminho escolhido para a representação de generalizações. Tanto que, geralmente, as crianças utilizam a argumentação por meio da linguagem materna – seja a fala, seja a escrita – ou dos gestos (KAPUT, 2000) e evoluem para uma representação mais formal à medida que vão construindo outros conceitos matemáticos, para representarem ou expressarem a generalização (KAPUT, 2000). Ponte, Branco e Matos (2009) também compartilham dessa ideia e especificam que os estudantes dos anos iniciais, normalmente, utilizam a linguagem materna e os dos anos finais, algébrica.

3 Metodologia

Considerando a questão de investigação – O que se tem pesquisado sobre a generalização de padrões matemáticos no âmbito da educação básica? –, caracterizamos esta pesquisa como de natureza qualitativa e bibliográfica. Segundo Sousa, Oliveira e Alves (2021, p. 66), a pesquisa bibliográfica é “o levantamento ou revisão de obras publicadas sobre a teoria que irá direcionar o trabalho científico”, cujo objetivo é o de selecionar e analisar materiais já publicados, os quais podem incluir livros, artigos científicos, teses, dissertações, anuários, revistas, leis e outros tipos de

materiais que já foram publicados.

Optamos por selecionar e analisar teses e dissertações. Para tanto, seguimos os parâmetros sugeridos por Lima e Mioto (2007), a saber: i) parâmetro temático: nesse caso, a seleção de teses e dissertações, cuja palavra-chave utilizada na busca foi nosso objeto de pesquisa: “generalização de padrões”; ii) parâmetro linguístico: pesquisas apenas em língua portuguesa; iii) as principais fontes de dados: nesse caso, optamos pelo catálogo *online* de teses e dissertações da Capes e repositório da Universidade do Minho e da Universidade de Lisboa, ambas em Portugal.

Para refinarmos nossa busca, utilizamos dois critérios de seleção, sendo eles a generalização de padrões matemáticos como objeto de estudo e os estudantes da educação básica como sujeitos. Para realizarmos esse refinamento, lemos e analisamos os títulos, palavras-chave e resumos das pesquisas buscadas. Na base da Capes, inicialmente obtivemos 43 pesquisas em nossa busca, mas, após o refinamento, elegemos 10 dissertações. No repositório da Universidade do Minho, encontramos 4 pesquisas e, após refinamento, selecionamos 1 tese, enquanto da Universidade de Lisboa, localizamos 30 e elegemos 3 dissertações. Portanto, analisamos 14 pesquisas.

Segundo Lima e Mioto (2007) e Sousa, Oliveira e Alves (2021), a leitura é considerada a principal estratégia de análise na pesquisa bibliográfica. Nessa perspectiva, Salvador (1986) sugere que isso seja realizado por meio das seguintes técnicas de leitura: i) leitura de identificação do material bibliográfico: identificar o material que pode estar articulado com o tema da pesquisa; ii) leitura exploratória: verificar se as informações do material selecionadas são relevantes para a pesquisa – assim como procedemos no refinamento das buscas; iii) leitura seletiva: selecionar e relacionar o material aos objetivos da pesquisa; iv) leitura crítica: organizar as informações por meio de uma análise crítica do

material: nesse caso, analisamos: 1) os objetivos, natureza e tipo de pesquisa; 2) instrumentos metodológicos utilizados pelos pesquisadores; 3) aproximações e semelhanças entre as pesquisas; 4) principais resultados. De antemão, destacamos que as tarefas (ou, ainda, problemas, protocolos e atividades) foram instrumentos metodológicos para a produção de dados presentes em todas as pesquisas analisadas. Por essa razão, achamos pertinente identificar de onde elas foram retiradas (ou se foram elaboradas pelos próprios pesquisadores).

4 Resultados

Inicialmente destacamos que, das 14 pesquisas selecionadas, 13 são de mestrado e 1 de doutorado. No quadro 1, apresentamos o panorama geral dessas pesquisas, destacando o autor, título, ano de publicação, tipo – mestrado (ME) ou doutorado (DO) – e base de busca, sendo esses dados organizados por ordem cronológica.

Quadro 1: Panorama geral da pesquisa

Autores	Títulos	Ano	Tipo	Base
ARCHILIA, S.	Construção do termo geral da progressão aritmética pela observação e generalização de padrões	2008	ME	CAPES
AQUINO, L. O.	Os alunos de 5ª série/6º ano frente a atividades sobre observação e generalização de padrões	2008	ME	CAPES
FERREIRA, C. R. M.	Os alunos do ensino médio e os padrões: observação, realização e compreensão	2009	ME	CAPES
BARBOSA, A.C.C.	A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico	2009	DO	Universidade do Minho
TREVISANI, F. M.	Estratégias de generalização de padrões matemáticos	2012	ME	CAPES

VELOSO, D. S.	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano	2012	ME	CAPES
MORAIS, A. M. L.	A Exploração de Sequências e Regularidades como Suporte Para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico	2012	ME	Universidade de Lisboa
LIMA, L. S.	O ensino de matemática através da resolução de problemas: investigando estratégias dos alunos do ensino fundamental	2014	ME	CAPES
MAGALHÃES, A. G.	Construção de conceitos algébricos com alunos do 7º ano	2016	ME	CAPES
REGIS, F. C. N.	Introdução ao pensamento algébrico: a generalização de padrões	2017	ME	CAPES
KUCINSKAS, R.	Introdução ao estudo da álgebra para alunos do ensino fundamental	2017	ME	CAPES
SOUSA, R. F.	O pensamento algébrico nos anos iniciais: uma relação com a exploração de sequências	2019	ME	Universidade de Lisboa
CORDEIRO, G. T. S.	Capacidade de generalização em sequências crescentes com estruturas pictóricas em alunos de 4.º ano	2020	ME	Universidade de Lisboa
SILVA, R. M.	Pensamento algébrico em tarefa com padrões: uma investigação nos anos finais do ensino fundamental	2021	ME	CAPES

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Com base nos trabalhos elencados, percebemos que Kucinskas (2017) e Archilia (2008) elegeram conteúdos matemáticos específicos para desenvolverem suas pesquisas. Kucinskas (2017) realizou sua investigação por meio de três sequências didáticas, duas das quais contemplaram conteúdos algébricos, especificamente as equações de 1.º grau e as expressões algébricas. O objetivo desse pesquisador foi desenvolver um trabalho delineado em sequência didática por meio de problemas instigantes que deixassem o raciocínio independente, imprescindível para a efetivação da aprendizagem significativa.

No que se refere à metodologia, Kucinskas (2017) desenvolveu uma pesquisa de natureza qualitativa na perspectiva da engenharia didática. Desenvolveu sequências didáticas que contemplaram tarefas, cujos registros dos participantes – na engenharia didática são chamados de protocolos – produziram parte dos dados da pesquisa. Tais tarefas foram retiradas das avaliações externas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do estado de São Paulo (SARESP).

Kucinskas (2017) chegou à conclusão de que os alunos do 7.º ano têm noções conceituais intuitivas sobre a álgebra e, por isso, apresentam dificuldades para lidar com ela. Além disso, o autor constatou que a resolução de problema é uma metodologia eficaz para que os estudantes se apropriem da álgebra como conhecimento significativo.

Entre os trabalhos apresentados, destacamos que dois foram desenvolvidos no ensino médio. Archilia (2008), além de escolher um conteúdo específico para realizar sua pesquisa, optou pelo 2.º ano do ensino médio para estudar o desempenho dos alunos. O objetivo do autor foi investigar se alunos da 2.ª série do ensino médio, expostos a situações de observação e generalização de padrões de sequências, constroem uma fórmula para o termo genérico de uma progressão aritmética (PA). Já Ferreira (2009) investigou como o aluno que terminou, em 2008, a 1.ª série observa, realiza e compreende as atividades de observação de regularidades e de generalização de padrões.

Em relação à metodologia, Archilia (2008) e Ferreira (2009) desenvolveram uma pesquisa qualitativa na perspectiva da engenharia didática, assim como Kucinskas (2017). Os pesquisadores utilizaram sequências didáticas com tarefas, e a resolução dos estudantes (protocolo) foi utilizada para que produzissem parte dos dados da pesquisa. Além dos protocolos, Archilia (2008) e Ferreira (2009) utilizaram transcrições de gravações e relatos de suas observações durante o desenvolvimento da

pesquisa. Destacamos que as tarefas de Archilia (2008) e Ferreira (2009) foram elaboradas pelos próprios pesquisadores.

Os resultados encontrados por Archilia (2008) e Ferreira (2009) aproximaram-se à medida que esses autores constataram a dificuldade dos estudantes do ensino médio em utilizar a linguagem algébrica. Archilia (2008) destacou que, embora os alunos da 2.^a série do ensino médio tenham utilizado a linguagem materna para expressar a fórmula do termo geral da PA, eles não conseguiram converter tal fórmula utilizando a linguagem algébrica. Assim também Ferreira (2009) enfatizou que os estudantes da 1.^a série investigados se encontram em fase de desenvolvimento, pois necessitam, ainda, de outras experiências para aperfeiçoar a fluência algébrica e manifestar seu pensamento algébrico de maneira mais eficaz.

Barbosa (2009) teve por objetivo compreender o modo como alunos do 6.^o ano de escolaridade resolvem problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais. Para tanto, a autora realizou uma pesquisa de natureza quali-quantitativa, do tipo estudo de caso, cujos sujeitos foram oito alunos de duas diferentes turmas do 6.^o ano de uma escola de ensino básico em Viana do Castelo, Portugal. Assim como em Archilia (2008), Ferreira (2009) e Kucinskas (2017), as tarefas também se constituíram como instrumentos de produção de dados na pesquisa de Barbosa (2009) e foram retiradas e adaptadas de outras pesquisas já realizadas. Em relação aos demais instrumentos de produção de dados, Barbosa (2009) utilizou a observação, entrevista, transcrições de vídeo e áudio e documentos cedidos pela escola.

Barbosa (2009) optou por pesquisar exclusivamente os padrões do tipo visual⁸. Para tanto, a autora discutiu sobre a visualização e como esta

⁸ Os termos são representados sob a forma de figuras, símbolos ou objetos (VALE; BARBOSA, 2019).

é um contributo importante para a aprendizagem matemática. Apesar de a visualização ser considerada como um dos processos do pensamento matemático avançado (DREYFUS, 2002), a autora não trouxe discussões sobre esse pensamento, tampouco o relacionou com a visualização, tal como procedemos no referencial teórico desta pesquisa.

A análise dos dados permitiu a Barbosa (2009) verificar que as tarefas com padrões visuais conduziram os alunos à utilização de uma grande diversidade de estratégias de generalização: contagem, termo unidade, diferença, explícita e tentativa e erro. Em relação às estratégias utilizadas em questões de generalização próxima e distante⁹, Barbosa (2009, p. 387) conclui que, no primeiro caso, os alunos deram preferência à contagem, já na descoberta de valores distantes, a estratégia explícita destacou-se. Nas palavras da autora: *“A contagem conduziu, quase sempre, os alunos à obtenção de respostas correctas. A resolução de questões de generalização distante através da contagem constitui, normalmente, um processo moroso que pode resultar na construção de representações desadequadas ou em contagens erradas”*.

Inclusive, a autora destaca que a falta de organização dos registros pode comprometer a estratégia da contagem. Barbosa (2009) aponta também que, apesar de a literatura trazer a recursividade como predominância das estratégias utilizadas pelos estudantes, sua pesquisa provou o contrário, dando destaque à contagem como a estratégia maioritariamente utilizada.

Muito próximos à pesquisa de Barbosa (2009), Magalhães (2016), Lima (2014) e Veloso (2012), também investigaram os processos de generalização de padrões e as estratégias de estudantes do ensino

⁹ Segundo Stacey (apud BARBOSA, 2009), quando é possível encontrar de forma rápida e eficaz, um termo da sequência recorrendo a desenhos ou ao método recursivo, a generalização caracteriza-se como próxima. Já quando há a compreensão e descoberta de uma regra geral, a generalização configura-se distante.

fundamental, no entanto atribuíram diferentes enfoques.

A pesquisa de Magalhães (2016) teve por objetivo analisar as dificuldades para a construção de conceitos algébricos por alunos do 7.º ano de uma escola de ensino fundamental, localizada no município de Santana, no Amapá. Para alcançar esse objetivo, o autor desenvolveu uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo estudo de caso, cujos instrumentos de produção de dados foram o questionário investigativo, entrevista, gravações e aulas práticas, por meio das quais as tarefas foram contempladas. As tarefas utilizadas nas aulas práticas foram adaptadas de um livro didático de 2005.

Os resultados dessa pesquisa apontaram que a maioria dos estudantes conseguiu identificar e desenhar os elementos que completam uma sequência, empenhando-se nas atividades propostas. No entanto, Magalhães (2016) constatou lacunas em relação à aritmética, a saber: dificuldades para resolver tarefas com padrões geométricos e identificar uma generalização para determinada sequência; problemas na leitura e na interpretação das tarefas; dificuldades no uso da linguagem algébrica, sendo este resultado similar às pesquisas de Archilia (2008) e Ferreira (2009).

Lima (2014) pesquisou as estratégias dos alunos do 9.º ano, mas atribuiu o foco à metodologia de resolução de problemas. Buscou responder à seguinte questão: Que tipos de estratégias orais e escritas transparecem em uma sequência didática em que foi utilizada a metodologia de ensino – aprendizagem de matemática por meio da resolução de problemas, para o estudo de generalização de padrões?

Para produzir os dados da pesquisa, a autora utilizou gravações dos participantes e questionário constituído por tarefas. Não encontramos exatamente o tipo e natureza de pesquisa utilizados pela autora, apenas a metodologia para o desenvolvimento das tarefas com os participantes, que,

nesse caso, foi a metodologia de ensino – aprendizagem de matemática mediante a resolução de problemas.

No intuito de responder à questão-problema e organizar os dados produzidos na pesquisa, Lima (2014) lançou três¹⁰ perguntas norteadoras, entre as quais destacamos: Que estratégias, para resolver um problema, os alunos usam para generalizar? Para responder a essa pergunta, a autora agrupou as estratégias dos estudantes, categorizando-as em utilização de desenhos, justificativa por palavras, exemplos, uso de fórmulas, reconhecimento da fórmula, utilização de tabelas, entre outros.

Outra pergunta norteadora diz respeito à maneira como se evidencia a capacidade de generalização dos alunos. A resposta é pertinente, principalmente para esta pesquisa, que tem a generalização de padrões matemáticos por objeto de estudo:

A partir da análise das atividades, considerando tanto os registros orais como escritos, vemos que a capacidade de generalização do aluno não está limitada a determinar uma expressão que seja válida para ' n ', mas passa por estágios que vão desde identificar a existência de uma regularidade, expressar esta em linguagem natural, até chegar a uma fórmula para o caso geral e, por vezes, testar a fórmula encontrada para alguns casos (LIMA, 2014, p. 116).

Esse resultado sugere-nos que os estudantes podem tanto generalizar um padrão matemático de forma gradual, não chegando, necessariamente, a uma representação algébrica, quanto generalizar utilizando a linguagem natural e/ou linguagem algébrica e revelando estratégias diversas.

Veloso (2012) desenvolveu uma pesquisa do tipo de campo e de natureza qualitativa com estudantes do 6.º ano, em busca por respostas para a seguinte questão-problema: Que contribuições uma proposta de ensino baseada na percepção e generalização de padrões e sequências

¹⁰ As perguntas são as seguintes: que estratégias, para resolver um problema, os alunos usam para generalizar; como se evidencia a capacidade de generalização dos alunos; que dificuldades apresentam nesse processo? (LIMA, 2014).

pode trazer para o desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem algébrica em alunos que se iniciam no estudo da álgebra?

Os instrumentos de produção de dados foram as tarefas elaboradas pela pesquisadora e resolvidas pelos sujeitos da pesquisa, o caderno de campo e as gravações. Os dados foram analisados à luz da Teoria da Objetivação, de Luís Radford. Embora a autora tenha analisado tarefas de estudantes, o foco dessa análise foi o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico.

Os resultados da pesquisa de Veloso (2012) mostraram que os estudantes utilizaram diversos meios para representar as sequências, entre os quais a fala, gestos e registros escritos. Inclusive, muitos participantes iniciaram a resolução das tarefas utilizando apenas a fala e os gestos e, posteriormente, a representação simbólica.

Destacamos, assim, que as pesquisas de Magalhães (2016), Lima (2014), Veloso (2012) e Barbosa (2009) se aproximam devido ao interesse dos autores em pesquisar as estratégias dos estudantes, apesar de eles atribuírem diferentes enfoques, conforme já discutimos.

Em Portugal, Morais (2012) desenvolveu sua pesquisa com estudantes do 2.º ano de escolaridade, do 1.º ciclo (no Brasil, refere-se às turmas dos anos iniciais do ensino fundamental), cujo objetivo foi promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, a partir das capacidades de representação e de generalização. Para tanto, a autora desenvolveu sete tarefas de cunho essencialmente exploratório. Na pesquisa, não consta, de forma explícita, de onde essas tarefas foram retiradas, apenas evidencia que a pesquisadora se baseou nas orientações do Programa de Matemática do Ensino Básico.

Em relação à metodologia, Morais (2012) desenvolveu uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo interpretativo. Os instrumentos de produção de dados incluíram a observação participante na sala de aula,

diário de bordo, transcrição dos registros áudio, vídeo e documentos produzidos pelos alunos (resoluções das tarefas).

Apresentamos, agora, as pesquisas de Aquino (2008), Regis (2017) e Silva (2021) que obtiveram resultados semelhantes entre si e a pesquisa de Veloso (2012). Começamos com Aquino (2008), que investigou se e como alunos de uma 5.^a série/6.^o ano do ensino fundamental são sensibilizados e criam estratégias para resolver situações que envolvem a percepção e generalização de padrões em sequências.

Em relação à metodologia da pesquisa, Aquino (2008) desenvolveu uma investigação de natureza qualitativa e utilizou tarefas por meio de sequências didáticas inspiradas na metodologia da engenharia didática, assim como Archilia (2008), Ferreira (2009) e Kucinskas (2017), conforme já apresentamos. As tarefas foram retiradas e adaptadas de pesquisas desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA).

A autora destacou a variedade de recursos semióticos utilizados pelos alunos, ao generalizarem padrões, para além de aspectos cognitivos, incluindo o discurso, gestos, ações, sinais, que eles demonstraram, ao observarem e generalizarem padrões em sequências. Nesse sentido, ela enfatizou que “[...] a expressão da generalidade não se dá apenas pelo uso da linguagem simbólica algébrica, como também pelas várias maneiras que temos para perceber e expressar o geral [...]” (AQUINO, 2008, p. 129).

Com o objetivo de introduzir o pensamento algébrico em uma turma do 8.^o ano da rede estadual de ensino de Minas Gerais, Regis (2017) realizou uma pesquisa de natureza qualitativa e de campo por meio de intervenções que contemplaram tarefas que foram elaboradas por ele.

Os instrumentos de produção de dados foram as tarefas, gravações e o diário de campo. Destacamos que umas das tarefas diz respeito ao reconhecimento de padrões nas obras (pinturas) de Mauritus C. Escher. Esse reconhecimento de padrões também se estendeu aos mosaicos,

momento em que os participantes puderam visualizar e manipulá-los. Sendo assim, os materiais manipuláveis foram uma ferramenta utilizada nessa pesquisa. As demais tarefas foram propostas por meio de uma lista. Os dados produzidos foram analisados à luz da Teoria da Objetivação, de Luis Radford.

Regis (2017, p. 145) constatou que as tarefas envolvendo padrões de crescimento¹¹ “*que geram fórmulas, passaram a ter menos importância*”, enquanto as tarefas de padrões de repetição¹² e visual permitiram aos participantes o “*fazer matemática*”, dando-lhes condições de utilizar outros tipos de registros, como a fala, gesto e escrita.

As tarefas também foram utilizadas por Silva (2021), que teve por objetivo identificar as formas de pensamento algébrico mobilizadas por estudantes dos anos finais do ensino fundamental, ao responderem a uma tarefa de generalização de padrões. Com essa intenção, a autora desenvolveu uma pesquisa de natureza qualitativa e desenvolveu sete tarefas que contemplaram a generalização de padrões em uma turma mista, formada por alunos do 6.º ao 9.º ano, no Núcleo de Estudos Avançados e Científicos (NEAC)¹³, sendo esse momento gravado.

Inspirada pela Teoria da Objetivação, de Luis Radford, a pesquisadora elaborou as tarefas utilizadas na pesquisa. Destacamos que essa teoria também foi utilizada na análise de dados da referida pesquisa e na de Veloso (2012) e Regis (2017), conforme já discutimos.

Aqui vale destacar que, na Teoria da Objetivação, o pensamento algébrico possui uma natureza multimodal, apresentando sua parte

¹¹ Cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior (VALE; BARBOSA, 2019).

¹² Sequência de números ou formas na qual se reconhece uma unidade (conjunto de elementos da sequência) que se repete ciclicamente (FROBISHER et al., 1999).

¹³ De acordo com Silva (2021), o NEAC é um projeto que reúne professores e estudantes e tem por objetivo aprofundar os conhecimentos dos estudantes e impulsionar sua aprendizagem e humanização por meio de práticas científicas. Essas práticas são realizadas em laboratórios de ciências, matemática e robótica e consistem em observar, pesquisar, experienciar, registrar e difundir.

material (gestos, percepção, fala, escrita, entre outros) e ideacional (imaginação e fala interior). Nesse mesmo sentido, os resultados da pesquisa de Silva (2021) mostraram que os estudantes mobilizaram o pensamento algébrico de diferentes maneiras, por meio da fala, gestos e linguagem algébrica. Nas palavras da autora, *“eles estavam resolvendo uma mesma tarefa de generalização de padrões, mas utilizaram distintas estratégias, [...] materializaram o mesmo saber algébrico, porém de diferentes maneiras”* (SILVA, 2021, p. 120).

Sob a perspectiva da Teoria da Objetivação, os resultados das pesquisas de Veloso (2012), Regis (2017) e Silva (2021) – que tiveram essa teoria como base – e também a de Aquino (2008) aproximam-se à medida que esses autores destacam a variedade de estratégias utilizadas pelos estudantes, ao mobilizarem e expressarem o pensamento algébrico. Mais precisamente, esses sujeitos utilizaram tanto a linguagem algébrica e materna quanto gestos, ações e falas.

Sousa (2019) teve por objetivo promover o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 5.º ano de escolaridade, dando especial atenção às suas estratégias, representações e dificuldades de compreender padrões e regularidades, bem como representar sequências. Apesar de tratar-se de uma pesquisa da Universidade de Lisboa em Portugal, o espaço de investigação abarcou uma turma dos anos iniciais do ensino fundamental de uma unidade escolar na Bahia, no Brasil.

No que se refere à metodologia da pesquisa, Sousa (2019) desenvolveu uma investigação de natureza qualitativa, do tipo exploratório, com oito tarefas, estas retiradas/adaptadas de outras pesquisas científicas. Para produzir os dados, Sousa (2019) utilizou a observação participante na sala de aula, justamente para desenvolver com os participantes as tarefas propostas, sendo esses momentos gravados e, posteriormente, transcritos, tanto o áudio quanto o vídeo. Além desses

instrumentos, Sousa (2019) utilizou as resoluções dos estudantes.

Entre os resultados da pesquisa de Sousa (2019), chamamos a atenção para o fato de que os estudantes optaram, maioritariamente, pela estratégia de contagem e recorreram à linguagem materna (falada e escrita) e à linguagem simbólica para apresentarem suas ideias.

O objetivo da pesquisa de Cordeiro (2020) foi compreender o contributo de uma proposta pedagógica para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos de 4.º ano, que segue uma abordagem de ensino exploratório e envolve a exploração de tarefas com padrões pictóricos crescentes (padrões visuais ou figurativos). Assim como Morais (2012) e Sousa (2019), Cordeiro (2020) também desenvolveu uma pesquisa de natureza qualitativa na perspectiva exploratória.

Os instrumentos metodológicos utilizados para a produção de dados na pesquisa de Cordeiro (2020) são semelhantes às de Morais (2012) e Sousa (2019), sendo eles a observação participante, notas de campo e as resoluções das tarefas dos participantes. Além destes, o pesquisador utilizou as transcrições de áudio e vídeo. Vale destacarmos que as tarefas foram elaboradas pelo pesquisador e propostas para seis alunos de uma turma do 4.º ano de escolaridade de uma escola pública em concelho do Cartaxo, Portugal.

Entre os resultados da pesquisa de Cordeiro (2020), destacamos que os momentos de discussão entre os alunos se configuraram como um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, os participantes optaram por representar as generalizações por meio da linguagem materna e algébrica, maioritariamente.

Trevisani (2012) teve a intenção de investigar as estratégias utilizadas por alunos do 7.º ano do ensino fundamental para generalizar padrões visuais, usando o *software* MiGen¹⁴. Para produzir os dados, o autor optou

¹⁴ Segundo Trevisani (2012), esse software é um ambiente computacional disponibilizado RBECM, Passo Fundo, v. 7, n. 1, p. 226 - 254, 2024.

por uma pesquisa de natureza qualitativa e desenvolveu seis tarefas com oito alunos do 7.º ano do ensino fundamental, as quais contemplaram padrões visuais (ou figurativos).

O autor também utilizou gravações dos alunos e do *software*, os relatos do caderno de campo criado por meio de suas observações e os registros dos participantes da pesquisa. Para a análise, foi utilizada a triangulação de dados. Não identificamos o tipo de pesquisa utilizado na pesquisa. Ao final da investigação, o autor agrupou as estratégias utilizadas pelos participantes, que ele as chamou de contagem, termo unidade com ajuste contextual e explícita. Para ele, o *software* influenciou os estudantes a escolherem essas estratégias para resolverem as tarefas de generalização de padrões figurais que foram propostas.

No intuito de sintetizarmos as pesquisas, destacamos, inicialmente e de forma geral, todas as pesquisas apresentadas neste artigo foram caracterizadas como qualitativas, exceto a de Barbosa (2009), que foi caracterizada como quali-quantitativa, e as de Archilia (2008) e Lima (2014), que não apresentaram, de forma explícita, a natureza de pesquisa. No entanto, após a leitura e análise, entendemos que ambas as pesquisas podem ser consideradas como de natureza qualitativa. Destacamos também que a maioria das pesquisas foram desenvolvidas no espaço do ensino fundamental, exceto as de Archilia (2008) e Ferreira (2009).

Considerando os instrumentos de produção de dados utilizados pelos pesquisadores acima, percebemos que alguns são iguais entre si. A observação participante foi utilizada por Barbosa (2009), Morais (2012), Trevisani (2012) e Veloso (2012), Sousa (2019), Cordeiro (2020) e as gravações também produziram parte dos dados das pesquisas desses autores e de Lima (2014), Magalhães (2016), Regis (2017), Kucinskas

gratuitamente via internet, o qual visa contribuir para a aprendizagem de generalização matemática de alunos entre 11 e 12 anos. Por meio do software, eles podem analisar e generalizar padrões.

(2017) e Silva (2021). Chamamos a atenção para a tarefa, a qual assumiu outras nomenclaturas, como problemas, protocolos e atividades, que foi um instrumento metodológico de produção de dados, utilizado em todas as pesquisas. Destacamos, porém, que apenas Magalhães (2016) retirou e adaptou tarefas de um livro didático, mas não especificou se tal recurso foi utilizado na turma investigada.

5 Considerações Finais

Relembrando a questão que orientou esta pesquisa: O que se tem pesquisado sobre a generalização de padrões matemáticos no âmbito da educação básica? De forma geral, os dados apresentados nos sugerem que os enfoques foram dados, principalmente, ao desenvolvimento da generalização de padrões nos estudantes (que dificuldades enfrentam e quais estratégias e representações utilizam), ao desenvolvimento do pensamento algébrico (as contribuições desse desenvolvimento para o aluno) e às contribuições de propostas pedagógicas ou tarefas para o desenvolvimento da generalização de padrões e do pensamento algébrico dos estudantes da educação básica.

Além de algumas aproximações possíveis entre os resultados das pesquisas apresentadas ao longo deste artigo, destacamos, sobretudo, diferentes tipos de registros utilizados pelos participantes para representarem (externalizarem) a generalização de padrões matemáticos, não apenas a linguagem algébrica e simbólica, mas ainda a materna (fala e escrita) e gestos.

Em relação à metodologia, ressaltamos que as tarefas se constituíram como um instrumento metodológico de produção de dados, utilizado em todas as pesquisas apresentadas. Elas foram criadas pelos próprios pesquisadores, extraídas de avaliações externas e, em apenas uma

pesquisa, adaptadas de um livro didático.

Inspirados em Sousa, Oliveira e Alves (2021), realçamos a importância da pesquisa bibliográfica para a produção de conhecimento no campo científico, uma vez que esta pode repercutir na elaboração de outras pesquisas de diferentes temas e ainda poucos explorados, além de ser uma possibilidade para os pesquisadores pensarem sobre outras perspectivas. Nesse sentido, entendemos que o livro didático é um recurso pouco explorado nas pesquisas desenvolvidas, por isso seria interessante utilizá-lo como fonte de tarefas para o desenvolvimento de outras pesquisas.

Esta pesquisa sugere-nos que, no Brasil, pouco tem sido pesquisado nos cursos de pós-graduação *stricto sensu* – especificamente doutorado – sobre a generalização de padrões matemáticos no âmbito da educação básica, com estudantes como sujeito de pesquisa, tanto que não encontramos teses brasileiras em nossa busca, apenas uma em Portugal.

Neste artigo, articulamos o processo de generalização de padrões ao desenvolvimento do pensamento matemático avançado. Embora os trabalhos apresentados tragam alguns dos processos do pensamento matemático avançado – como representação, generalização e visualização – e tenham sido realizadas na educação básica, observamos que, em nenhuma pesquisa, o conceito de pensamento matemático avançado foi abordado, discutido e aprofundado.

Nessa perspectiva, entendemos que esse campo de pesquisa, a fim de articular a generalização de padrões ao pensamento matemático avançado, é uma via interessante para explorar e desenvolver outras pesquisas, não só nos espaços da educação básica senão em outras etapas e modalidades de ensino.

The generalization of mathematical pattern in basic education: a

bibliographical research

Abstract..

This text corresponds to a Literature Review that was constructed for the development of a master's degree research linked to the Postgraduate Program in Teaching, Basic Education and Teacher Training at the Federal University of Espírito Santo, and, with it, the intention was answer: What has been researched on the generalization of mathematical standards within the scope of basic education? A bibliographical research was carried out through a search in the online catalog of theses and dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (Capes), in the repository of the University of Minho and the University of Lisbon, both in Portugal. The analysis of the 14 studies located showed that the focuses of the work were mainly these: the development of generalization of patterns by students (what difficulties they face and what strategies and representations they use); the development of algebraic thinking (its contributions to the student) and the contributions of pedagogical proposals or tasks for the development of generalization of patterns and algebraic thinking of basic education students. It is noteworthy that no research has related the generalization of patterns to the development of advanced mathematical thinking, as defended in the theoretical framework of this article, this relationship being, therefore, a possible theme for further investigations.

Keywords: Generalization of patterns. Basic education. Bibliographic research.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 14 dez. 2021.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: TALL, D. (Org.). **Advanced mathematical thinking**. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 25-41.

FIorentini, D.; Miorim, M. A.; Miguel, A. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-posições**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FROBISHER, L. et al. **Learning to Teach Number**. Cheltenham: Stanley Thornes, 1999.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra with understanding. **National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science**, Massachusetts, p. 1-34. 2000. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=ED441662>. Acesso em: 27 set. 2022.

KIERAN, C. Algebraic Thinking in the Early Grades: What is it? **Mathematics Educator**, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do

conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Katál**, Florianópolis, v. 10, p. 37-45, 2007.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

SALVADOR, A. D. **Métodos e técnicas de pesquisa bibliográfica**. Porto Alegre: Sulina, 1986.

VALE, A. et al. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In: VALE, T.; PIMENTEL, A.; BARBOSA, L.; FONSECA, L. CANAVARRO, P. (Org.) **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006, p. 193-211.

VALE, I.; BARBOSA, A. Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. **Educação matemática pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 03, p. 398-418, 2019.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões Visuais, Generalização e Raciocínio. In: MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L.; MARANHÃO, M. C. S. A. (Org.). **Teoria elementar dos números: da educação básica à formação dos professores que ensinam matemática**. São Paulo: Iglu, 2015. p. 167-198.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal do currículo. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 85, p. 14-20, 2005. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1430>. Acesso em: 29 jul. 2022.

SOUSA, A. S.; OLIVEIRA, G. S.; ALVES, L. H. A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos. **Cadernos da FUCAMP**, Minas Gérias, v. 20, n. 43, p. 64-83, 2021. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2336>. Acesso em: 29 out. 2023.

Referências das teses e dissertações

AQUINO, L. O. **Os alunos de 5ª série/6º ano frente a atividades sobre observação e generalização de padrões**. 2008. 146 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

ARCHILIA, S. **Construção do termo geral da progressão aritmética pela observação e generalização de padrões**. 2008. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

BARBOSA, A. C. C. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico**. 2009. 484 f. Tese (Doutorado em Estudo da criança) – Programa de Pós-Graduação em Estudos da criança, Universidade do Minho,

Portugal, 2009.

CORDEIRO, G. T. S. **Capacidade de generalização em sequências crescentes com estruturas pictóricas em alunos de 4.º ano.** 2020. 222 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Didática da matemática, Universidade de Lisboa, Portugal, 2020.

FERREIRA, C. R. M. **Os alunos do 1º ano do ensino médio e os padrões:** observação, realização e compreensão. 2009. 152 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

KUCINSKAS, R. **Introdução ao estudo da álgebra para alunos do ensino fundamental.** 2017. 161 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional – PROFMAT) – Programa de Pós-Graduação em Matemática em rede nacional, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.

LIMA, L. S. **O ensino de matemática através da resolução de problemas:** investigando estratégias dos alunos do ensino fundamental. 2014. 126 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

MAGALHÃES, A. G. **Construção de conceitos algébricos com alunos do 7.º ano.** 2016. 143 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social, Lajeado, 2016.

MORAIS, A. M. L. **A exploração de sequências e regularidades como suporte para o desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2012. 235 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Didática da matemática, Universidade de Lisboa, Portugal, 2012.

REGIS, F. C. N. **Introdução ao pensamento algébrico:** a generalização de padrões. 2017. 165 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

SILVA, R. M. **Pensamento algébrico em tarefas com padrões:** uma investigação nos anos finais do ensino fundamental. 2021. 147 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal do Pernambuco, Pernambuco, 2021.

SOUSA, R. F. **O pensamento algébrico nos anos iniciais:** uma relação com a exploração de sequências. 2019. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Didática da matemática, Universidade de

Lisboa, Portugal, 2019.

TREVISANI, F. M. **Estratégias de generalização de padrões matemáticos.** 2012. 113 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2012.

VELOSO, D. S. **O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental:** análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano. 2012. 244 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

