

Conceitualização do Conteúdo de Matemática de Funções: entendimentos de licenciandos

Conceptualization of Function Mathematics Content: understandings of undergraduates

Conceptualización del Contenido Matemático de Funciones: comprensiones de estudiantes de pregrado

Ramone Tramontini ¹

Cátia Maria Nehring ²

Resumo

Neste artigo, será apresentada a importância da percepção de rupturas, filiações e de crenças conceituais na conceitualização do conhecimento específico pelo futuro professor de matemática, por meio das compreensões, de um grupo de licenciandos, acerca das implicações desse processo, compreendendo a seguinte questão: Como licenciandos podem progredir no processo de desenvolvimento da conceitualização durante a formação inicial? Para tanto, foi organizada a categoria de análise *estudo do conhecimento específico* sob a luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e da Teoria dos Campos Conceituais. As conclusões apontam que a conceitualização do conteúdo específico é imprescindível ao exercício do futuro professor, fazendo-se necessário, nesse processo, a identificação e enfrentamento de elementos como rupturas conceituais, filiações e possíveis crenças sobre os conceitos, que podem ser obtidos a partir de situações de aprendizagem. **Palavras-chave:** situações de aprendizagem; rupturas e crenças conceituais; filiações conceituais.

Abstract

In this article, the importance of the perception of ruptures, affiliations and conceptual beliefs in the conceptualization of specific knowledge by the future mathematics teacher will be presented, through the understandings, of a group of undergraduates, about the implications of this process, comprising the following question: How can undergraduates progress in the conceptualization development process during initial training? To this end, the category of analysis study of specific knowledge was organized in the light of the Theory of Semiotic Representation Registers and the Theory of Conceptual Fields. The conclusions indicate that the conceptualization of the specific content is essential for the future teacher, making it necessary, in this process, to identify and face elements such as conceptual ruptures, affiliations and possible beliefs about the concepts, which can be obtained from learning situations. **Keywords:** learning situations; conceptual ruptures and beliefs; conceptual affiliations.

Resumen

En este artículo, se presentará la importancia de la percepción de rupturas, afiliaciones y creencias conceptuales en la conceptualización del conocimiento específico por parte del futuro profesor de matemáticas, a través de los entendimientos, de un grupo de estudiantes de pregrado, sobre las implicaciones de este proceso, que comprende la siguiente interrogante: ¿Cómo pueden los estudiantes de grado avanzar en el proceso de desarrollo de la conceptualización durante la formación inicial? Para ello, se organizó la categoría de estudio de análisis del conocimiento específico a la luz de la Teoría de los Registros Semióticos de Representación y la Teoría de los Campos Conceptuales. Las conclusiones

¹ IFRS, Ibirubá/RS – Brasil. E-mail: ramone.tramontini@ibiruba.ifrs.edu.br. ORCID: [0000-0001-5372-4107](https://orcid.org/0000-0001-5372-4107).

² UNIJUÍ, Ijuí/RS – Brasil. E-mail: catia@unijui.edu.br. ORCID: [0009-0005-9570-4856](https://orcid.org/0009-0005-9570-4856).

indican que la conceptualización del contenido específico es fundamental para el futuro docente, siendo necesario, en este proceso, identificar y enfrentar elementos como rupturas conceptuales, afiliaciones y posibles creencias sobre los conceptos, que se pueden obtener a partir de situaciones de aprendizaje.

Palabras clave: situaciones de aprendizaje; rupturas conceptuales y creencias; afiliaciones conceptuales.

Introdução

Neste artigo, serão apresentadas as compreensões, de um grupo de licenciandos, acerca das implicações do processo de conceitualização do conteúdo específico de um curso de Licenciatura em Matemática, recorte da pesquisa de doutoramento da primeira autora, com orientação da segunda, vinculada à linha Currículo e Formação de Professores.

A atenção dedicada à conceitualização do conteúdo específico deriva da necessidade de o professor saber o que irá ensinar. Nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação), Brasil (2019), consta que o licenciando deve *dominar a sua área do conhecimento e saber ensiná-la*. O documento estabelece ainda que os futuros professores sejam capazes das mesmas habilidades e competências, descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para os estudantes da Educação Básica. A BNCC, Brasil (2018), designa, de modo geral, que o estudante saiba interpretar e utilizar mais de um registro de representação, sempre que possível, aplicando a matemática em vários contextos.

De acordo com Duval (2013), o desenvolvimento dos registros de representação semiótica contribuiu para a apreensão do pensamento matemático. O que está relacionado às contribuições de Vergnaud (2018), pois um conceito não aparece isolado, mas relacionado a um campo conceitual e, tão importante quanto o processo de simbolização é o de conceitualização. Simbolização e Conceitualização são processos distintos, mas complementares. Nesse sentido, o domínio das relações que envolvem os registros de representação semiótica e a conceitualização do conhecimento específico em matemática é imprescindível ao exercício de ser professor, devendo ser enfatizado nos cursos de formação de professores dessa área.

Outras pesquisas relacionadas ao tema, elaboradas a partir de investigações com licenciandos em matemática, referentes ao conceito de funções, mostram, em geral, que compreender o conceito é fundamental, cabendo aos cursos de formação inicial a promoção de atividades para esse fim. Para Balieiro Filho e Oliveira (2022, p. 23), “[...] é fundamental promover ambientes propícios para o debate, encorajar os alunos a desenvolverem estratégias que possibilitem analisar pressupostos adjacentes à construção de um conceito ou teoria matemática [...]”. Esses autores explicam que erros e equívocos matemáticos também são motivos para discussões no processo de ensino e aprendizagem, pois a construção de um conceito não é imediata, nem linear.

Denardi e Bisognin (2019) acreditam que o diálogo em grupo, a exploração dos registros de representação semiótica, a socialização dos procedimentos adotados na resolução de questões e as discussões após cada atividade, contribuíram para uma nova concepção de função. Essas autoras afirmam que “[...] os alunos passaram a olhar para as funções como uma transformação, como uma relação de dependência entre grandezas, como o resultado de um movimento, e não apenas como uma expressão algébrica, ou seja,

os alunos passaram a conceber função de uma forma dinâmica.” (DENARDI; BISOGNIN, 2019, p. 157 - 158).

Schreiber e Battisti (2017) agregaram o uso de software matemático ao estudo de Função de 1º grau e afirmam que “O professor precisa buscar meios de propor uma aprendizagem significativa [...]” (p. 142), dominando o conceito a ser ensinado e utilizando uma adequada metodologia. Para Marco e Moura (2010), vivências, na formação inicial, a partir de situações problema, a fim de (re)significar conceitos matemáticos, onde há a mediação e interação no coletivo, oportunizam ao futuro professor desenvolver os conhecimentos matemáticos de forma mais completa, complexa e significativa, possibilitando significar a futura prática pedagógica.

A partir desses entendimentos iniciais, tem-se como intencionalidade, neste artigo, o enfrentamento ao seguinte questionamento: Como licenciandos podem progredir no processo de desenvolvimento da conceitualização durante a formação inicial? Para isso, é organizada a seguinte categoria de análise: **estudo do conhecimento específico**.

Este artigo está estruturado com: Explicitação do procedimento metodológico adotado na investigação; Aporte teórico embasado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) de Raymond Duval e na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud; Problemática de atividades desenvolvidas pelo grupo de licenciandos, bem como, suas manifestações e necessidades formativas em torno da conceitualização do conteúdo de matemática, por meio da Análise Textual Discursiva (ATD), proposta por Moraes e Galiuzzi.

Procedimento Metodológico

As compreensões socializadas são resultantes da pesquisa de Doutorado, com projeto previamente aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa. Todos os participantes foram orientados quanto a sua participação, assinando, previamente, o Registro de Consentimento Livre e Esclarecido, segundo as orientações de Brasil (2016).

A classificação desta pesquisa, conforme Gil (2002), enquanto finalidade é dita aplicada. No que se refere aos procedimentos caracteriza-se como um estudo de caso, ao considerar um grupo de licenciandos específico, como grupo principal da pesquisa. No que concerne aos objetivos, é descritiva e interpretativa, pois produziram-se dados a partir da proposição de uma vivência, compreendendo-os segundo as teorias que sustentam a pesquisa. Quanto à abordagem dos dados é qualitativa, sendo utilizada a ATD.

Participaram da pesquisa, por vontade própria, nove licenciandos de um Curso de Licenciatura em Matemática, no qual a primeira autora, responsável por desenvolver a pesquisa, é professora. Esses licenciandos constituíram o grupo de estudos, tendo como condição para participação: alguma experiência na docência, ou conclusão de Estágio Curricular do Curso, ou participação em Projetos de Ensino (propostos pela instituição formadora).

Para a produção dos dados, o grupo, subdividido em três Grupos, X, Y e Z, foi desafiado a vivenciar uma proposta formativa, em turno inverso ao das aulas, envolvendo o conceito de função. Foram realizados dez encontros, gravados em áudio com, aproximadamente, duas horas de duração. Neste artigo, serão apresentadas as análises

sobre fragmentos de diálogos em cada um dos Grupos X, Y e Z, bem como discussões coletivas, referentes à resolução das questões três, do primeiro e quarto encontros. E, discussão coletiva a partir da questão um, do quinto encontro.

A dinâmica das atividades permitiu a discussão, interação e o fortalecimento de conceitos específicos e didáticos pedagógicos entre os licenciandos, além de compreensões e análises, pela pesquisadora. Para o planejamento dos encontros houveram estudos prévios quanto à organização e definição das atividades.

A produção dos dados foi concretizada com a transcrição dos áudios, realizando-se, a partir disso, a ATD, que segundo Moraes e Galiazzi (2006, 2016), é uma metodologia de produção e tratamento de dados que percorre entre *análise de conteúdo* e *análise de discursos*, duas formas clássicas de análise na pesquisa qualitativa. Dessa forma, a ATD

[...] é descrita como um processo que se inicia com uma unitarização em que os textos são separados em unidades de significado [...]. Depois da realização desta unitarização [...] passa-se a fazer a articulação de significados semelhantes em um processo denominado de categorização. Neste processo reúnem-se as unidades de significado semelhantes, podendo gerar vários níveis de categorias de análise. (MORAES; GALIAZZI, 2006, p. 118).

As Unidades de Significado são identificadas no processo de unitarização dos fragmentos textuais, destacados inicialmente, a partir do corpus textual da pesquisa e que, posteriormente, ao dialogarem com as categorias a priori, gerarão os Metatextos ou Proposições. As proposições, são partes constitutivas da resposta ao problema de investigação instituído.

Dessa forma, seguindo os pressupostos metodológicos da ATD, foi possível relacionar ao corpus textual da pesquisa as Unidades de Significado e Proposições referentes à categoria **Estudo do Conhecimento Específico**, conforme o quadro 1.

Quadro 1 - Relação entre Unidades de Significado, Categoria e Proposições

Unidades de Significado	Categoria	Proposições
Rupturas conceituais em matemática e ou dificuldades na compreensão da linguagem descritiva e ou crenças sobre os conceitos	Estudo do Conhecimento Específico	A percepção de filiações, rupturas e de crenças sobre os conceitos são elementos essenciais para o desenvolvimento de ser futuro professor; A conceitualização do conteúdo específico é necessária à formação de ser professor, considerando interações e a pesquisa teórica a partir de situações de aprendizagem;
Filiações e ou apropriação de conceitos de função		
Diferentes registros de representação semiótica		

Fonte: Própria das autoras (2022).

A categoria Estudo do Conhecimento Específico também está relacionada à função principal do professor que é ensinar, pois para isso precisa dominar, entre outras questões, o objeto de estudo, conforme preveem os pressupostos legais da Legislação Brasileira,

Brasil (2018, 2019). Para além disso, sustentou-se a organização da categoria, a partir da análise dos dados, possibilitando a identificação das Unidades de Significado. A relação entre Unidades de Significado e Categoria foi essencial na construção das Proposições, considerando o problema proposto nesta produção. Essa sistematização será apresentada no item análise e discussão dos resultados.

Para melhor apresentação do texto, os diálogos estão dispostos em quadros, sendo que as explicações e entendimentos da pesquisadora estão em *itálico* e entre colchetes, quando os mesmos fizerem parte do diálogo propriamente dito. As escritas em *itálico* e entre aspas referem-se às compreensões dos licenciandos expressas no formato de citação, a fim de diferenciá-las das citações de referências. Recorrências a quadros (quad.), figuras (fig.) e linhas (l.), entre parêntesis, estão abreviadas. Quanto ao sigilo e anonimato dos licenciandos, atribuiu-se a seguinte identificação: Lic A, Lic B, Lic C, Lic D, Lic E, Lic F, Lic G, Lic H e Lic I.

A formação do Conhecimento do Professor a partir do Conhecimento Específico a ser ensinado

De acordo com as diretrizes definidas na BNC-Formação, Brasil (2019, p. 2), “Com base nos mesmos princípios das competências gerais estabelecidas pela BNCC, é requerido do licenciando o desenvolvimento das correspondentes competências gerais docentes.”. A BNCC, por sua vez, é um documento normativo que defende um conjunto de aprendizagens tomadas como essenciais para a Educação Básica, logicamente, essas aprendizagens precisam se fazer presentes no domínio do conhecimento do professor.

A BNCC elenca várias competências e habilidades que o educando precisa desenvolver na área de matemática. Entre elas está “Compreender e utilizar com flexibilidade e precisão diferentes registros de representação matemáticos (algébricos, geométricos, estatísticos, computacionais, etc.) na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.” (BRASIL, 2018, p. 538). Ainda na BNCC, “[...] para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível.” (BRASIL, 2018, p. 538). O que precisa ser considerado nos cursos de formação inicial para melhor contribuir com o desenvolvimento profissional do futuro professor.

Quanto à formação inicial de professores de matemática podemos considerar, também, o que é exposto abaixo, para os cursos de química,

Essa formação pode ser bem conduzida, crítica, com bons fundamentos pedagógicos, em contato com as escolas, na forma de pesquisa, tentando superar, nesse processo, o modelo pedagógico que os estudantes mais vivenciaram - transmissão/recepção. Isto, no entanto, não é suficiente, pois na prática profissional, nas salas de aula do ensino médio ou superior, os licenciandos continuarão a desenvolver o ensino de química do jeito que o vivenciaram e acreditam ter aprendido química. Este é, aliás, o argumento usado por muitos docentes universitários: eu aprendi assim, por que haveria de ser diferente com o meu aluno?

Não se trata de negar essa possibilidade de aprender o conteúdo específico de química, o fazer químico, a capacidade técnica de fazer a ciência química avançar. Porém,

aprender química é muito mais do que isto. É compreender a química como ciência que recria a natureza, modifica-a e, com isso, o próprio homem. Como atividade criativa humana, está inserida em um meio social, atende a determinados interesses de grupos sociais e se insere nas relações de poder que perpassam a sociedade. Saber química é, também, saber posicionar-se criticamente frente a essas situações. (MALDANER, 1999, p. 290).

Essa perspectiva reforça o entendimento de que é necessário problematizar o conhecimento específico, pois, o ensino baseado na transmissão, recepção e reafirmação do que o professor expressa pode contribuir para a manutenção de lacunas conceituais, além de ser possível que, esse círculo perpetue-se quando o licenciando assumir a docência efetivamente.

Quanto à constituição do conhecimento do docente de matemática é preciso considerar ainda que, entre “As competências específicas da dimensão conhecimento profissional [...]” a serem desenvolvidas ao longo do curso de formação inicial de professores, está “I - dominar os objetos de conhecimento e saber ensiná-los;”, (BRASIL, 2019, p. 2). Posto isso, entende-se que, dominar os objetos do conhecimento na área de matemática significa saber transitar entre os diferentes registros de representação semiótica, elaborando a conceitualização do conhecimento específico.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A Teoria dos RRS oferece importantes contribuições para a Educação Matemática. “É suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.” (DUVAL, 2013, p. 13), principalmente no que se refere à compreensão do processo de ensino e aprendizagem com vistas à apropriação de um conceito.

O conceito função expressa uma correspondência entre variáveis de dois conjuntos. Cada elemento do conjunto chamado domínio (variável x ou abscissa) será relacionado a um único elemento do conjunto chamado imagem (variável y ou ordenada) e, dessa forma, podemos dizer que y depende de x ou que y está em função de x . A natureza dos conjuntos domínio e imagem dependerá da natureza da situação problema em que estiverem relacionados.

Machado (2013, p. 8), explica, “Na perspectiva de Duval, uma análise do conhecimento matemático é, essencialmente, uma análise do sistema de produção das representações semióticas referentes a esse conhecimento.”, “[...] toda comunicação em matemática se estabelece com base nessas representações.”. Além da comunicação, a compreensão da matemática depende da coordenação e da transformação entre os registros que, para o caso de função, poderão ser através da construção de diagramas, tabelas, gráficos, representações algébricas e da língua materna, por exemplo.

Duval (2013, p. 15) explica que “Existem dois tipos de transformações de representações semióticas que são radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões.”. O tratamento se refere ao desenvolvimento, por meio de propriedades e

conceitos matemáticos, dentro de um mesmo tipo de representação. Já a conversão se refere a uma mudança de registro conservando a referência aos mesmos objetos.

Sobre a conversão deve-se ter clareza que,

Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não congruência. Isso se traduz pelo fato de os alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes. A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os fatores de não congruência mudam conforme os tipos de registro entre os quais a conversão é, ou deve ser, efetuada. (DUVAL, 2013, p. 15).

Sobre a congruência nas representações, o autor explica que,

Geralmente, a passagem de uma representação a uma outra se faz espontaneamente quando elas são congruentes, quer dizer, quando as três condições seguintes são preenchidas: correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem, mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações, e conversão de uma unidade significante da representação de partida em uma só unidade significante da representação de chegada. Mas, quando um desses três critérios não é verificado, as representações não são mais congruentes entre elas, e a passagem de uma à outra não tem mais nada de imediato. (DUVAL, 2009, p. 18 - 19).

Duval (2013) ressalta que, do ponto de vista pedagógico, há uma tendência em dar mais atenção aos tratamentos sobre determinados conteúdos, não se explorando tanto as atividades de conversão, utilizadas, muitas vezes, apenas como um apoio a um tratamento já realizado. “Mas, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão.” (DUVAL, 2013, p. 16).

O autor explica que, matematicamente, não se tem a necessidade de utilizar mais de um tipo de representação na resolução de uma situação problema quando apenas um é o suficiente. Mas, para Duval (2013, p.14), “A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.”. A escolha da forma de representação dependerá do conteúdo conceitual que se deseja expressar, explorar ou visualizar.

Através das contribuições de Duval, observa-se que quanto mais registros de representações forem mobilizados para uma mesma situação pelo aluno, maiores serão as suas possibilidades de expressão e de conversão entre um e outro registro, o que está intimamente ligado à sua capacidade cognitiva, ou seja, sua aprendizagem.

Teoria dos Campos Conceituais

A TCC é uma teoria designada por Gérard Vergnaud sob as contribuições de Piaget e de Vygotski. Ela trata as estruturas psicológicas e cognitivas do pensamento como essenciais no processo de conceitualização e de como se aprende considerando o sujeito em ação no mundo real e os conteúdos conceituais da atividade.

A conceitualização de função, conteúdo abordado nesta pesquisa, é formada não por um conceito, mas por um campo conceitual onde a apropriação de outros conceitos é fundamental como: compreensão do problema, natureza do tipo de conjuntos numéricos envolvidos, correspondência entre esses conjuntos, relação entre domínio e imagem e entre variável dependente e independente, operações, proporcionalidade, entre outros. Em cada conceito é preciso reconhecer suas particularidades, como explica o autor:

[...] quando percorremos a relação entre os dois conjuntos no sentido da univocidade, podemos estar certos de que: “a um elemento do primeiro conjunto corresponde um elemento e um só do segundo conjunto”. Dizemos, então, que há uma “aplicação do primeiro conjunto no segundo”. Essa noção de aplicação é uma das noções mais importantes da matemática dita moderna; ela generaliza a noção de função a casos não numéricos [...]. (VERGNAUD, 2009, p. 75 - 76, grifos do autor).

O estabelecimento e apropriação da relação entre esses conceitos resultará no conhecimento do campo conceitual de funções. Dessa forma, na TCC, a apropriação de determinado conhecimento está apoiada no domínio progressivo de seu campo conceitual.

Plaisance e Vergnaud (2003, p. 75) afirmam que a TCC “É um quadro teórico que torna possível a integração [...]”, entre:

- a relação entre os processos a curto prazo, de aprendizado em situação, e os processos a longo prazo, do desenvolvimento cognitivo;
- a dialética entre uma visão do cognitivo em termos de competências e de esquemas, de um lado, e em termos de conhecimentos e de concepções expressas, de outro lado;
- o papel de mediações linguísticas e outras formas de mediação. (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 75).

Para esses autores, diante de uma situação ou de uma diversidade de situações, a organização das informações é expressa no formato de esquemas que revelam compreensões conceituais. Dessa forma, “O conceito de esquema é essencial porque ele designa formas de organização da atividade para classes de situações bem identificadas e circunscritas.” (VERGNAUD, 2011, p. 26). De acordo com Moreira (2002, p. 10), “[...] Vergnaud destaca que é preciso dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações nas quais os aprendizes desenvolvem seus esquemas na escola ou na vida real”.

A definição de conceito implica:

[...] um conjunto de situações que constituem o referente e um conjunto de esquemas postos em ação pelos sujeitos nessas situações. Daí, o tripleto (S, R, I) onde, em termos psicológicos, S é a realidade e (I, R) a representação que pode ser considerada como dois aspectos interagentes do pensamento, o significado (I) e o significante (R). (MOREIRA, 2002, p. 10).

Dessa forma, um conceito pode estar relacionado a várias situações e manifesta-se, pelo sujeito, por meio de esquemas que, podem ser validados, reformulados ou descartados. Em Moreira (2002, p. 12), “[...] esquema é a organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações”. De acordo com o autor,

Aquilo que Vergnaud chama de ingredientes dos esquemas [...] fornece tais especificações:

1. metas e antecipações (um esquema se dirige sempre a uma classe de situações nas quais o sujeito pode descobrir uma possível finalidade de sua atividade e, eventualmente, submetas; pode também esperar certos efeitos ou certos eventos);
2. regras de ação do tipo "se ... então" que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema, aquela que permite a geração e a continuidade da sequência de ações do sujeito; são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação;
3. invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas;
4. possibilidades de inferência (ou raciocínios) que permitem "calcular", "aqui e agora", as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, ou seja, toda a atividade implicada nos três outros ingredientes requer cálculos "aqui e imediatamente" em situação. (MOREIRA, 2002, p. 12 – 13, grifos do autor).

Dessa forma, o desenvolvimento cognitivo está associado ao desenvolvimento e organização dos vários esquemas produzidos pelos sujeitos.

Para Vergnaud (2018) “Dentro de um campo conceitual há, com certeza, um conjunto de situações, um conjunto de conceitos e um conjunto de representações simbólicas.” (p. 7). Ele explica que, *Conceitualização* e *Simbolização* são processos distintos, mas complementares, pois a contribuição entre os dois é recíproca no processo de constituição do conhecimento.

Para o autor, “Pensar consiste não apenas em passar de uma situação real à representação, mas em passar de uma representação à outra e a ela retornar.” (VERGNAUD, 2009, p. 301). As representações são valiosos objetos de análise uma vez que expressam entendimentos e organizações mentais sobre determinado aprendizado,

[...] a noção de representação não se reduz à noção de símbolo ou de signo, uma vez que ela cobre também a noção de conceito [...]. Trata-se de uma ideia universal, da qual os educadores devem absolutamente tomar consciência; quer dizer, a ideia de que representação não se reduz a um sistema simbólico que remete diretamente ao mundo material, os significantes (símbolos ou signos) representam os significados que são eles próprios de ordem cognitiva e psicológica. O conhecimento consiste ao mesmo tempo de significados e significantes [...]. (VERGNAUD, 2009, p. 19, grifos do autor).

A interlocução entre essas representações pode revelar tanto entendimentos quanto dificuldades sobre determinado conceito, o que deve ser observado uma vez que o avançar do desenvolvimento cognitivo sobre determinado conceito depende do esclarecimento dos pontos ainda em aberto. Para Vergnaud (2011), a constituição de uma competência está relacionada a um processo onde observam-se etapas, filiações e rupturas: “- filiações porque as competências novas apoiam-se, em parte, nas competências adquiridas antes; - rupturas porque, às vezes, a tomada de consciência necessária à formação de uma nova competência exige que a criança deixe de lado ideias e formas de agir anteriores.” (p. 16). Neste sentido, a TCC considera, a existência de um certo prazo para que a aprendizagem aconteça, que pode variar de acordo com as necessidades de cada indivíduo.

Análise e discussão dos resultados

A análise dos dados revela, na sua generalidade, que os licenciandos acreditavam, ter desenvolvido o conhecimento necessário, relativo ao estudo de funções, após concluírem, com aproveitamento, especialmente a disciplina de Fundamentos da Matemática III, cujo objeto principal de estudo são funções. Isso pode ser observado através das expressões dispostas no quadro 2:

Quadro 2: Expressões dos licenciandos

- (1) **Lic H:** Pelo tempo que a gente não praticava, que a gente não fazia mais exercícios assim, acabou que, pelo menos eu, não lembrava mais como fazia. No tempo que a gente estudou, esses conteúdos, eu tinha facilidade, mas, pegar hoje para fazer... *[Não completa a frase]*.
- (2) **Lic D:** Meu Deus! Eu estudei isso! E não foi só uma vez!
- (3) **Lic I:** Essas coisinhas, a gente estuda e depois nunca mais vê... Por exemplo, outro dia, umas coisinhas do 8º ano, eu disse “eu não sei mais fazer”. A gente passa a estudar tanto em cálculo, integral e derivada... *[Não completa a frase]*.

Fonte: Dados da pesquisa, 05/02/2022.

Essas falas (1, 2 e 3), obtidas no primeiro encontro do grupo de estudos, indicam que os licenciandos acreditavam ter se apropriado, do conceito relativo a funções. Mas, decorrido um certo tempo e, pela própria ênfase no curso, de disciplinas, que acabam não fazendo recorrência a estes conceitos, ou a situações novas, constataram que não lembravam de determinados conceitos, necessários às situações propostas, apresentando fragilidades na estruturação de seus esquemas. Porém, esse “esquecimento”, atribuído pelos licenciandos, também pode ser um indicativo de lacunas conceituais, o que será analisado no decorrer deste item.

Compreensões sobre falas como essas também revelam que os cursos de graduação precisam organizar movimentos que favoreçam a construção conceitual do conhecimento específico e didático pedagógico, em diferentes tempos e espaços ao longo do desenvolvimento do curso, a fim de possibilitar aos futuros professores maior segurança quando iniciarem suas funções em sala de aula. E, propiciar momentos que possam desenvolver a conscientização da importância do domínio e da conceitualização do conteúdo específico para o exercício de ser professor, favorecendo, as interações e reflexões sobre como ensinar e aprender, o que é fundamental à futura atuação profissional. Esses entendimentos, serão melhores explicitados, a partir da análise dos diálogos e das atividades desenvolvidas pelo grupo de estudos.

Processo de conversão da linguagem materna para a linguagem matemática

De acordo com Duval (2013, p. 15), as representações semióticas podem ser definidas como tratamentos e conversões. Esses dois tipos de transformação são diferentes pois enquanto o primeiro se refere ao desenvolvimento de um registro realizado, o segundo designa a mudança de registro sob a conservação da referência aos objetos.

O processo de conversão da linguagem materna para a linguagem matemática mediante os diálogos nos Grupos X (quad. 4), Y (quad. 5) e Z (quad. 6), é relativo à questão três, expressa no quadro 3.

Quadro 3: Questão três do primeiro encontro

3 - (UEPA - 2008 - adaptada). Um incêndio numa Reserva Florestal iniciou no momento em que um fazendeiro vizinho à Reserva ateou fogo em seu pasto e o mesmo se alastrou até a reserva. Os prejuízos para o meio ambiente foram alarmantes, pois a área destruída foi crescendo diariamente até que, no 10º dia, tempo máximo de duração do incêndio, foi registrado um total de 16000 ha de área dizimada. O comportamento dos dados pode ser representado por um arco de parábola.

a) Nessas condições, como podemos representar em linguagem matemática a área dizimada em relação ao tempo de duração do fogo?

Fonte: Dados da Pesquisa, 05/02/2022.

No quadro 4, é compartilhado parte do diálogo registrado no Grupo X, no qual pode ser observado que, para que haja a conversão da linguagem materna para a linguagem matemática, é preciso compreender a relação entre os dados expressos no enunciado da questão.

Quadro 4: Diálogo entre o Grupo X e Pesquisadora

(1) **Lic A:** Se menciona parábola, poderia ser função quadrática. Mas a gente não está conseguindo encaixar os dados na função quadrática.

(2) **Pesq:** *[Percebendo a dificuldade do grupo, se aproxima].* Conseguem imaginar essa situação? *[Se referindo ao enunciado da questão e o grupo concorda].* E conseguem esboçar essa situação de uma forma diferente?

(3) **Lic A:** Antes estávamos conseguindo desenhar mas agora está mais difícil.

(4) **Pesq:** O desenho pode esclarecer informações. Como poderiam traçar um gráfico que representasse a situação?

(5) **Lic B:** Pode se imaginar que teve dias que pegou mais fogo.

(6) **Lic A:** Não sei.

(7) **Pesq:** Vamos ler. *[Inicia a leitura da questão para o grupo].*

(8) **Lic A:** Foi crescendo diariamente, então a cada dia queimou um pouco mais *[Interrompe a leitura da Pesquisadora, complementando com a frase].*

(9) **Pesq:** Isso!

(10) **Lic A:** Mas a gente não sabe exatamente quanto.

(11) **Lic B:** Mas não pede a quantidade, pede só para representar em linguagem matemática.

(12) **Lic A:** Sim. Não estamos conseguindo encaixar o fogo na fórmula, só os dias. *[Parece querer encontrar, primeiramente, a lei de formação da função para então construir o gráfico].*

(13) **Pesq:** Conseguem simular um gráfico com o que concluíram?

(14) **Lic B:** *[Inicia o esboço do gráfico].*

(15) **Pesq:** Está no caminho Lic B. *[Diz isso como incentivo, pois, Lic B iniciou o esboço do gráfico corretamente, mas não substitui as informações].*
Depois de um tempo...

(16) **Lic B:** Fogo ao quadrado? Mas... *[Insiste na construção da função, agora de forma dedutiva].*

(17) **Pesq:** A partir da leitura do problema, que dados temos?

(18) **Lic A:** Os dias e a área.

(19) **Pesq:** *[Concorda].* São duas variáveis, certo? *[O grupo concorda].*

(20) **Lic B:** Uma depende da outra.

(21) **Pesq:** E quem depende de quem?

(22) **Lic B:** O fogo depende dos dias.
[Os licenciandos continuam discutindo entre si].

(23) **Pesq:** Se conseguissem ilustrar isso no gráfico poderia clarear a questão para vocês. Vou deixar vocês

pensarem um pouco mais. *[E, se afasta].*

(24) Lic A: Complicado.

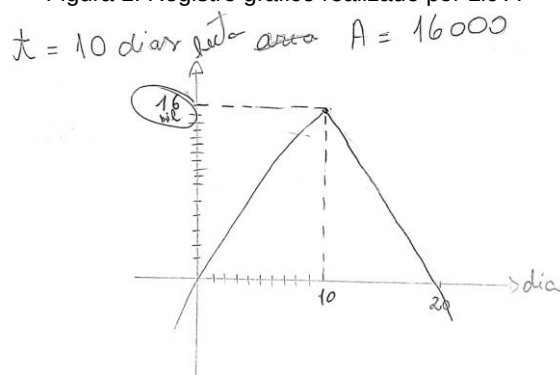
Depois de um tempo...

(25) Lic A: Aqui são ha e aqui são dias. Aqui é o 10º dia. E os hectares (ha) são 16000?

(26) Lic B: Sim.

(27) Lic A: Então no 10º dia tem 16000, que é o ponto mais alto da parábola. Se ela começa no (0,0), aqui é simétrico. *[Se referindo à curva da parábola em relação ao vértice].*

Figura 1: Registro gráfico realizado por Lic A



Fonte: Dados da pesquisa, Lic A, 05/02/2022.

Fonte: Dados da Pesquisa, Grupo X, 05/02/2022.

No diálogo acima, é possível perceber que não estava claro, inicialmente, para os licenciandos, como acontecia o comportamento dos dados (l. 5 e 10) para que fosse possível a conversão da linguagem materna para a linguagem matemática na forma de representação gráfica (fig. 1). Analisando o esquema utilizado pelo grupo, o mesmo experimentou encontrar a lei de formação, através da substituição dos dados na equação genérica da função quadrática, o que apresentou restrições (l. 12), caracterizando a dificuldade na atividade de tratamento, no registro algébrico. De acordo com Moreira (2002), na TCC, os invariantes operatórios presentes nos esquemas representam conhecimento conceitual, ou seja, a estrutura lógica atribuída pelo sujeito em ação sobre determinada situação. Dessa forma, a análise dos invariantes operatórios, presentes nos esquemas é essencial à identificação de fragilidades e de possíveis rupturas.

Verifica-se o tratamento desenvolvido por Lic A (fig. 1), que se preocupa com o conceito de simetria em relação ao ponto de vértice na construção da parábola, porém, nem todas as informações geradas a partir disso, bem como propriedades matemáticas implícitas no registro gráfico, foram percebidas para uma conversão do registro gráfico em algébrico com o devido tratamento (o que será visto mais adiante).

A pesquisadora insistiu no processo de conversão da representação da língua materna para a linguagem matemática na forma de registro de representação gráfica (l. 4, 13 e 23) diante das dificuldades observadas, tentando levar os licenciandos à percepção das relações conceituais e representacionais existentes no registro gráfico.

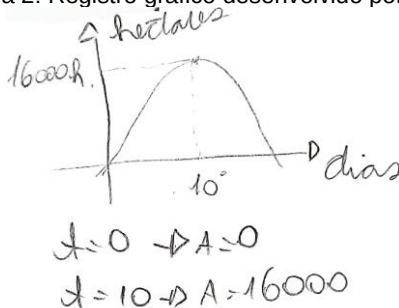
Curiosamente, a mesma dificuldade de conversão da linguagem materna para a linguagem matemática, foi observada nos outros dois Grupos Y (quad. 5) e Z (quad. 6). De forma análoga ao diálogo do quadro 4, após a intervenção da pesquisadora, todos os

grupos perceberam que poderiam representar o enunciado do problema na forma gráfica, porém, persistiram as dúvidas em relacionar as informações do problema a um arco de parábola, ou seja, em realizar o tratamento no registro gráfico (quad. 4, 5 e 6, fig. 1, 2 e 3, respectivamente).

Quadro 5: Diálogo entre o Grupo Y e Pesquisadora

- (1) **Pesq:** Estão conseguindo? *[Se aproxima do Grupo Y].*
 (2) **Lic E:** Mais ou menos.
 (3) **Lic D:** Tivemos uma falha na interpretação da questão 3.
 (4) **Pesq:** Ok! Vocês já leram. O que entenderam da questão?
 (5) **Lic D:** Tem uma área total da reserva florestal e uma parte dessa área pegou fogo, então, no décimo dia, o total dessa perda é 16000 ha.
 (6) **Pesq:** E o comportamento dessa situação?
 (7) **Lic D:** Um arco de parábola.
 (8) **Pesq:** Conseguem representar esses dados? *[Diante do silêncio, segue]* Tem como explicar essa situação matematicamente? *[Persiste o silêncio].* O comportamento dos dados é representado por um arco de parábola, isso sabemos o que é *[O grupo concorda com a cabeça]*. Então, como é que poderíamos representar isso? Posso fazer um gráfico?
 (9) **Lic D:** Só com esses dois dados?
 (10) **Pesq:** Na verdade tem três informações. Têm o comportamento dos dados que é um arco de parábola.
 (11) **Lic D:** Então se eu pensar assim... *[Não completa a frase, demonstrando não saber o que fazer].*
 (12) **Pesq:** Como poderíamos iniciar um esboço gráfico para melhor compreensão do problema?
 (13) **Lic D:** Eu não consigo visualizar...
 (14) **Pesq:** O fogo teve um início, certo? Com o passar dos dias foi crescendo até chegar no tempo máximo que foi o 10º dia, dizimando 16000 ha.
 (15) **Lic E:** *[Que ouvia atentamente o diálogo, constrói o gráfico].*

Figura 2: Registro gráfico desenvolvido por Lic E



Fonte: Dados da Pesquisa, Lic E, 05/02/2022.

- (16) **Pesq:** E agora? Com a representação de Lic E, fica mais fácil representar a lei da função?
 (17) **Lic E:** Fica mais fácil mas eu ainda não consigo montar...
 (18) **Pesq:** Você conseguiu transformar a linguagem escrita em linguagem matemática, que é o gráfico *[Lic E concorda]*. Analisando o gráfico, que dados conseguem relacionar? *[Lic D e Lic E ficam em silêncio]*. Agora vou deixar vocês discutirem novamente. *[E, se afasta]*.

Fonte: Dados da Pesquisa, Grupo Y, 05/02/2022.

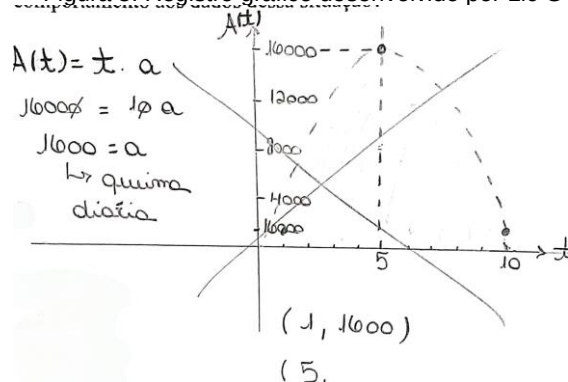
A explicação dada (l. 5 e 7), ao questionamento da pesquisadora (l. 4), demonstra compreensão do problema, porém a conversão da linguagem materna para a representação gráfica só acontece (fig. 2) com a intervenção da pesquisadora (l. 8, 10, 12 e 14). O esquema apresentado por Lic E explicita a organização das informações.

Os diálogos mostram que, mesmo representando graficamente, os licenciandos procuraram representar algebricamente, o que é positivo pois, de acordo com Duval (2013), é a atividade de conversão e o transitar entre diferentes registros de representação, que trazem características parciais do conceito trabalhado e que demonstram indícios de aprendizagem conceitual.

Quadro 6: Diálogo no Grupo Z

- (1) Lic H: O vértice é o valor máximo.
 (2) Lic G: Se é uma parábola, é no 5º dia que ele chegou no pico. *[Traça toda a curva da parábola acima do eixo x para o tempo de 10 dias, sugerindo que o vértice estivesse aos 5 dias].*
 (3) Lic H: E no 10º... *[Não completa a frase denotando dúvidas].*
 (4) Lic G: Diminuiu. *[Completa a frase de Lic H].*
 (5) Lic H: Só que olha, no 10º dia... Eu pensei que os 16000 seriam o todo.
 (6) Lic G: O pico é no 5º dia e no 10º termina.
 (7) Lic H: Só que não necessariamente deve ser na metade né? *[Se referindo a um suposto dia em que poderia ter queimado mais].*
 (8) Lic G: Também pensei. Mas, a parábola deve ser simétrica. Então, se começou zerada aqui, deve terminar zerada. *[Se referindo aos valores do eixo x em $y = 0$].*
 (9) Lic I: A área no 10º dia não acabou zerada, ela acabou com 16000 ha que foi o total.
 (10) Lic G: Eu entendi de um outro jeito. Vou desenhar aqui para mostrar.

Figura 3: Registro gráfico desenvolvido por Lic G



Fonte: Dados da Pesquisa, Lic G, 05/02/2022.

- (11) Lic H: Não é que ela terminou lá no 16, o total foi 16.
 (12) Lic G: Isso! Começa zerada e isso aqui que está aqui dentro representa os 16000 *[Se referindo à área sob a curva].*
 (13) Lic H: À medida que cresceu com o passar dos dias, também diminuiu na mesma quantidade.
[A fig. 3 aparece como descartada mas só foi tratada desta forma na continuidade deste diálogo, após a l. 13, onde, com as intervenções da Pesquisadora, o grupo refez o registro gráfico, passando a concordar com Lic I (l. 9)].

Fonte: Dados da Pesquisa, Grupo Z, 05/02/2022.

No quadro 6, percebe-se que a fragilidade na atividade de conversão da língua materna para o registro gráfico, está associada ao não relacionamento entre os dados (l. 2, 5, 7, e 12) e compreensão do tratamento, tanto do registro da língua materna como o correspondente ao registro gráfico. Para que a atividade de conversão possa acontecer é necessário que, anterior a isso, exista o entendimento da situação, a identificação de informações, discriminação de variáveis e mobilização de propriedades, ou seja, o domínio

do tratamento necessário ao registro utilizado (l. 9). Lic G descarta o esquema utilizado (fig. 3), após perceber que o mesmo não condiz com a situação proposta, passando a estruturar novo esquema.

Moreira (2002) cita que, para Vergnaud,

[...] os esquemas se referem necessariamente a situações, ou classes de situações, onde ele ([Vergnaud] 1993, p. 2) distingue entre:

1. classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
2. classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso. (MOREIRA, 2002, p. 13).

Nos quadros 4, 5 e 6, há indícios da segunda classe de situações, pois aparecem a utilização de vários esquemas, tanto de registros de representação como de discurso que, necessitaram de maior reflexão e reorganização. O que será visto adiante, na continuidade do processo de resolução para a questão 3 (quad. 3).

Mesmo apresentando indícios corretos de compreensão (l. 9), Lic I não realiza a conversão para a linguagem matemática, pois, de acordo com Duval (2013), o processo de conversão enfrenta não congruências, o que pode fazer com que os estudantes não percebam o mesmo objeto nas diferentes representações.

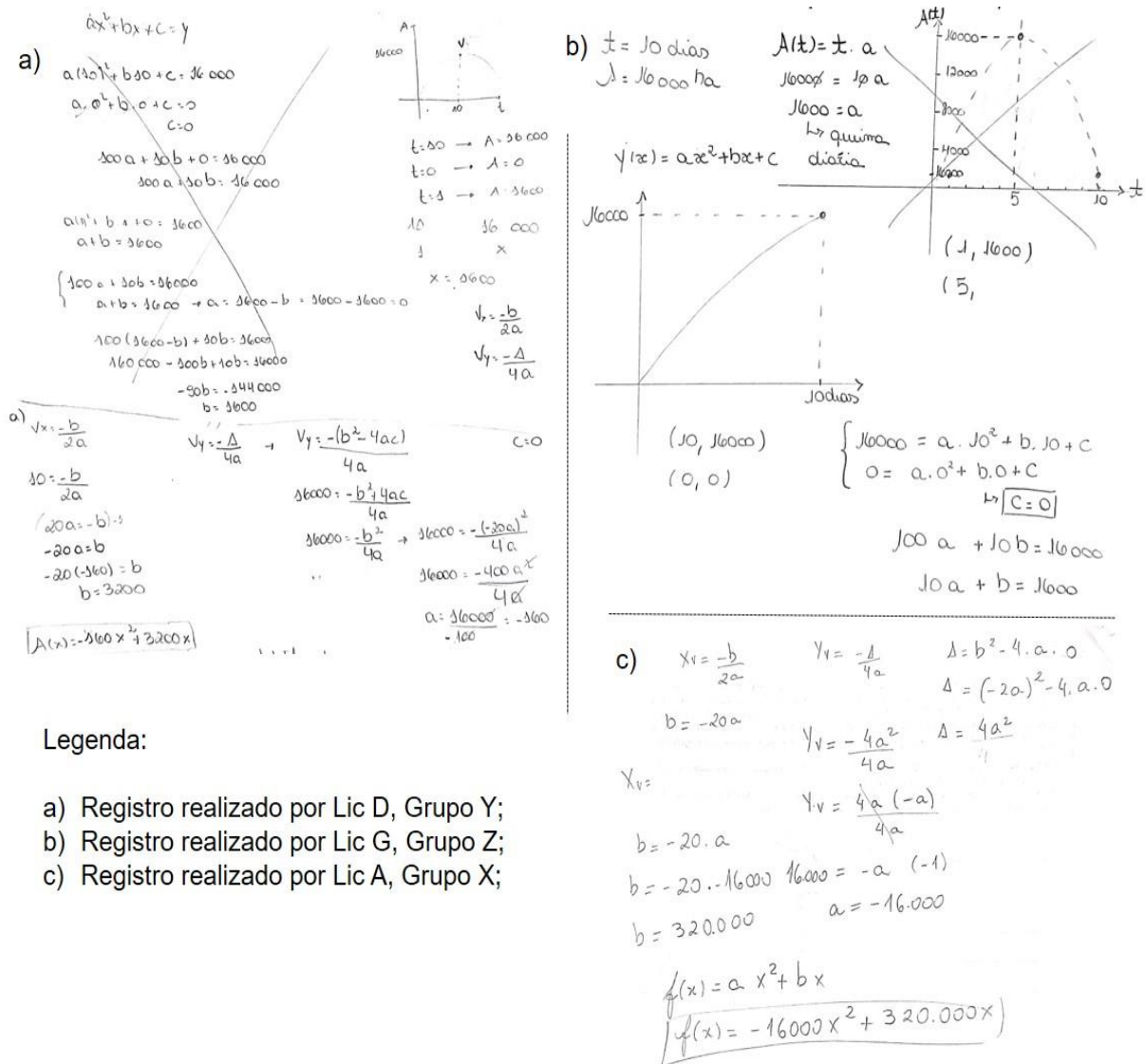
A partir das observações e análises, realizadas até o momento, sob a luz do referencial teórico, entende-se que, em meio ao processo de domínio do conhecimento específico, está a percepção de *rupturas* (quad. 4, l. 12; quad. 5, l. 3 e 17) e, ou de possíveis *crenças conceituais* (quad. 6, l. 2 e 6), como o primeiro passo, para a conscientização da necessidade de domínio e apropriação conceitual. Essa percepção, certamente, não deixará o futuro professor confortável à situação, desencadeando o buscar para saber mais. Relacionado a isso, também está a identificação de *filiações*, (quad. 4, l. 20, 22 e 27), que mantém relação estreita com o processo de *conceitualização do conteúdo específico*. Dessa forma, generaliza-se que *a percepção de filiações, rupturas e de crenças sobre os conceitos são elementos essenciais para o desenvolvimento de ser futuro professor*.

Na sequência, será discutido como os conceitos matemáticos foram tratados a partir do registro gráfico.

Processo de compreensão do registro gráfico

Na figura 4, parte a, assim como em b, observa-se que os Grupos Y e Z propuseram uma resolução, para a questão três (quad. 3), a partir do registro de representação algébrica, com tratamento de um sistema de equações lineares.

Figura 4: Registros das resoluções da questão três expressas pelos Grupo X, Y e Z



Fonte: Dados da Pesquisa, Grupos X, Y e Z, 05/02/2022.

Porém, é preciso considerar as propriedades dos sistemas lineares, ou seja, o tratamento necessário a esse registro de representação. De acordo com Dante (2005, p. 267), “Dizemos que $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n)$ é solução de um sistema linear quando $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n)$ é a solução de cada uma das equações do sistema.” Para a resolução de um sistema de equações com três variáveis são necessárias três equações.

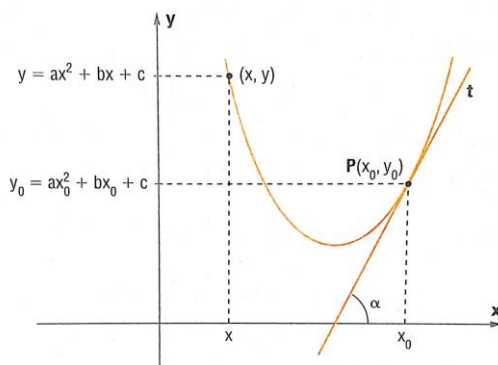
Na tentativa de definir um terceiro par de coordenadas para então construir uma terceira equação que completasse o sistema linear, o Grupo Y (fig. 4, parte a) se apoiou no conceito de regra de três simples (fig. 4, parte a, à direita).

A regra de três é um conceito muito lembrado pelos licenciandos, podendo ser utilizada sempre que houver uma proporção constante entre as grandezas envolvidas,

Quando temos uma proporcionalidade $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ para quaisquer x_1, x_2 com $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$, obtemos $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = a$. A igualdade $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ chama-se proporção. Ao procedimento que permite, conhecendo três dos números x_1, y_1, x_2, y_2 , determinar o quarto número damos o nome de regra de três. (DANTE, 2005, p. 68 - 69).

É preciso considerar, no entanto, que a taxa de variação de uma função quadrática não é constante como na função afim, por esse motivo, a mobilização da regra de três entre pontos de uma parábola não é válida, como aconteceu na fig. 4, parte a. Observemos a fig. 5, abaixo:

Figura 5: Taxa de variação na função quadrática



Fonte: Dante (2005, p. 93).

De acordo com Dante (2005, p. 93), a taxa de variação numa função quadrática varia conforme o ponto **P** da parábola, sendo conhecida como taxa de variação no ponto **P**. Dessa forma, a taxa de variação de uma função quadrática é, geometricamente, a inclinação da reta tangente no ponto $P(x_0, y_0)$.

Diante dos procedimentos realizados a partir do registro gráfico, a pesquisadora interveio em cada grupo. A continuação do diálogo entre a pesquisadora e o Grupo Y pode ser observada no quadro 7.

Quadro 7: Continuação do diálogo entre o Grupo Y e Pesquisadora

[Continuação do quad. 5].

(20) Pesq: O que temos de informação aqui? [Aponta para a questão]. Vocês representaram o gráfico para a situação proposta. Qual é a variável dependente e a independente? [A Pesquisadora começa a trazer elementos que sustentam a representação gráfica].

(21) Lic D: A independente seria o tempo e a dependente, os hectares.

(22) Pesq: Isso! Os hectares dependem do número de dias, chegando num pico máximo no 10º dia, totalizando 16000 ha, certo? [O grupo concorda mas não faz menção de realizar procedimentos para resolver a questão, diante disso, a Pesquisadora segue]. Se tivesse apenas o gráfico para analisar, que informações teríamos? [diz isso apontando para o gráfico].

(23) Lic D: O vértice.

(24) Pesq: O vértice é o ponto máximo da parábola e é conhecido. Matematicamente, quem é o vértice numa parábola?

(25) Lic E: O vértice numa parábola é... [Não conclui a frase].

(26) Pesq: [Diante do silêncio, modifica a pergunta]. Se conhecessem a função de 2º grau e precisassem identificar o vértice, como fariam?

(27) **Lic E:** Tem o x do vértice e o y do vértice mas eu não lembro da fórmula.
 (28) **Pesq:** Vou ajudar a lembrar das equações referentes ao x e y do vértice, $V_x = \frac{-b}{2a}$ e $V_y = \frac{-\Delta}{4a}$. [A Pesquisadora lembrou as equações porque neste dia, o grupo não utilizava fontes de informação].
 (29) **Lic E:** Esse aqui seria o “ y ” do vértice, que posso substituir para descobrir o valor do “ a ” e, depois, o valor de “ b ”. [Após concordar com a cabeça e diante da empolgação de Lic E em desenvolver o procedimento pensado, a Pesquisadora se afasta do grupo, deixando-os trabalhar].

Fonte: Dados da Pesquisa, Grupo X, 05/02/2022.

De modo análogo, ao diálogo do quadro 7, as intervenções (l. 20, 22, 24 e 26) aconteceram nos demais Grupos X e Z, pois houveram dúvidas semelhantes quanto ao tratamento no registro gráfico. A partir do diálogo (quad. 7), o Grupo Y conseguiu estabelecer a lei de formação (registro algébrico) para a situação proposta (fig. 4, item a), por meio da compreensão da relação entre as equações do ponto de vértice no gráfico e equação genérica da função quadrática, realizando o tratamento corretamente. O mesmo não aconteceu com o Grupo X (fig. 4, item c) que, ao substituir o valor b em $\Delta = b^2 - 4ac$, sendo $b = -20a$ e $c = 0$, o fez como $\Delta = (-2a)^2 - 4ac$, não resultando na mesma lei de formação do Grupo Y.

É preciso lembrar que a conceitualização de função vai muito além do simples estabelecimento da equação correspondente. “Vergnaud considera o campo conceitual como uma unidade de estudo para dar sentido às dificuldades observadas na conceitualização do real [...]” (MOREIRA, 2002, p. 10).

A mobilização das informações contidas na figura 1 está relacionada à compreensão do conceito função, e vice e versa, pois, envolve a correspondência existente entre as variáveis x e y (neste caso, dias e ha), bem como dependência e variação.

Para traçar o gráfico da figura 1, o Grupo X utilizou os conceitos de simetria em relação ao vértice de uma parábola e poderia ter realizado o processo de conversão do registro gráfico para o registro algébrico, através de tratamento de um sistema linear (com três equações e três incógnitas) mas, para isso, era preciso mobilizar as informações contidas no registro gráfico.

Para realizar uma atividade de conversão, que significa transformação de um registro de representação em outro, faz-se necessário compreender as propriedades envolvidas nos devidos registros, estabelecendo relações entre os conceitos. Relativo ao ponto de inflexão (vértice), explícito no registro gráfico de função quadrática, há a correspondência entre as variáveis (abscissa e ordenada) e o próprio conceito de vértice, que levam à mobilização de esquemas na resolução da atividade de tratamento.

Diante dos diálogos (quad. 4 ao 7) e dos registros apresentados (fig. 4), pelos Grupos X, Y e Z, a questão três foi retomada no quarto encontro. Na oportunidade, o Grupo X foi desafiado a resolvê-la e explicá-la aos demais a fim de retomar a discussão do primeiro encontro sobre essa questão. O diálogo, referente à discussão, é descrito no quadro 8.

Quadro 8: Explicação pelo Grupo X da resolução da questão três ao coletivo

(1) Lic A: Com as informações, 10 dias de incêndio e área devastada de 16000 ha, traçamos o gráfico. Com a informação do vértice, utilizamos as fórmulas, $V_x = -\frac{b}{2a}$ e $V_y = -\frac{\Delta}{4a}$. Substituímos em V_x o 10 e em V_y o 16000 pois queríamos encontrar os coeficientes. Como temos meia parábola utilizamos a função quadrática. O gráfico intercepta o eixo y em zero, então $c = 0$. *[Faz essas afirmações, mostrando a resolução no quadro branco]*. Encontramos $f(x) = -160x^2 + 3200x$ e utilizamos o mesmo ponto *[se referindo às coordenadas do ponto de vértice]* para substituir na função, verificando a igualdade.

(2) Lic B: Perguntas?

(3) Pesq: *[Diante do silêncio dos demais, a Pesquisadora introduz questões que remetem ao processo de ensino e aprendizagem]*. Por que tivemos dificuldade em realizar esse procedimento? Quantas vezes já fizeram uma questão da forma “Dada a função de 2º grau, $f(x) = -160x^2 + 3200x$, que representa uma área dizimada pelo fogo, calcule a duração máxima em dias (x) e quantos hectares $f(x)$ foram devastados”. Conhecendo a função, o que precisariam definir?

(4) Lic A: O “x” e o “y” do vértice.

(5) Pesq: Por que foi tão difícil fazer o caminho inverso? Conheciam o vértice e precisavam encontrar a função.

(6) Lic A: A gente foi ensinado a fazer o contrário sempre, então, agora para pensar o contrário disso é complicado.

(7) Pesq: Para encontrar o ponto de vértice utilizamos os coeficientes da equação da função “a, b e c” mas, não estava claro que, conhecendo o ponto de vértice poderíamos encontrar esses mesmos coeficientes.

(8) Lic A: Mais um aprendizado para quando tivermos em contato com o aluno em sala de aula. Não agirmos só de um jeito mas dos dois jeitos.

(9) Lic D: É importante trabalhar a interpretação do texto.

[A discussão foi encerrada devido ao tempo que ultrapassou em 30 min o estipulado para o encontro de 2h.]

Fonte: Dados da Pesquisa, Discussão coletiva, 05/03/2022.

O grau de dificuldade da questão três (quad. 3), pode ser relacionado ao que Vergnaud (2009) expressa sobre a noção de transformação que esclarece problemas matemáticos bem como as próprias noções matemáticas, “Podemos assinalar, no entanto, que os elementos em jogo na relação estado-transformação-estado não têm exatamente o mesmo *status*, pois dois termos são os estados e o outro, uma transformação.” (VERGNAUD, 2009, grifos do autor, p. 61 - 62). Quando a pesquisadora pergunta “*Matematicamente, quem é o vértice numa parábola?*” (quad. 7, l. 24), o grupo não consegue responder mas, quando muda a pergunta, considerando outro ponto de partida de registro, que aproxima de situações comumente trabalhadas em sala de aula, “*Se conhecessem a função de 2º grau e precisassem identificar do vértice, como fariam?*” (quad. 7, l. 26), o grupo associa o questionamento às equações matemáticas relativas às coordenadas cartesianas do ponto de vértice (quad. 7, l. 27). Isso remete a uma reflexão de que não seria novidade para os licenciandos, conhecendo uma função quadrática (*estado inicial*) estabelecer a relação da mesma com o ponto de vértice, através das equações relativas às coordenadas do vértice (*transformação*), para então encontrar o ponto de vértice (*estado final*), o que está relacionado, nesse caso, ao tratamento necessário dentro do mesmo registro. O autor explica ainda que, “O modelo estado-transformação-estado permite uma análise mais fina das relações e dos problemas que podem ser propostos.” (VERGNAUD, 2009, p. 62). Diante disso, pode-se dizer que o modelo de transformação, proposto por Vergnaud, além de permitir uma análise dos problemas que podem ser propostos (quad. 8, l. 3 a 6), permite uma reflexão sobre as relações entre ensino e aprendizagem (quad. 8, l. 8).

Para casos simples, envolvendo apenas uma transformação, Vergnaud (2009, p. 62), esquematiza: “Três categorias de problemas podem ser identificadas: 1 - Conhecendo o estado inicial e a transformação, encontrar o estado final. 2 - Conhecendo a transformação e o estado final, encontrar o estado inicial. 3 - Conhecendo o estado inicial e o estado final, encontrar.”.

O grau de dificuldade da situação problema 3 (quad. 3), expresso pelos licenciados, pode ser relacionado à categoria 2, com base nos questionamentos realizados pela pesquisadora (quad. 7, l. 26; quad. 8, l. 3 e 5) e nas expressões dos licenciandos (quad. 7, l. 27; quad. 8, l. 4). O que é reforçado por de Lic A (quad. 8, l. 6). Essas falas trazem indícios da importância da proposição, pelo professor, de *diferentes situações de aprendizagem* (categorias 1, 2 e 3) com diferentes questionamentos sobre o mesmo conceito, como essenciais ao processo de conceitualização matemática (VERGNAUD, 2009, 2018), favorecendo a atividade de tratamento e conversão, explicitados por Duval (2013).

Além disso, Plaisance e Vergnaud (2003, p. 77) explicam que não se pode estudar a formação de um só conceito, esquema, ou representação, pois “[...] o desenvolvimento cognitivo, pelo aprendizado e pela experiência, diz respeito a uma grande variedade de situações, de esquemas, de conceitos, e de formas de representação.” Por exemplo,

Um campo conceitual como o da proporcionalidade simples e múltipla é, assim, um triplete de três conjuntos:

- o conjunto das situações que exigem operações de multiplicação e de divisão;
- o conjunto dos esquemas e dos invariantes operatórios (conceitos-em-ato e teoremas-em-ato) suscetíveis de serem usados para tratar essas situações;
- o conjunto de representações linguísticas, diagramas, quadros, álgebras e grafos suscetíveis de serem utilizados para representar as relações apropriadas e comunicar a respeito delas. (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 76).

O campo conceitual de um conhecimento específico precisa ser considerado no processo de ensino e aprendizagem dos futuros professores nos cursos de formação inicial. Pois, as expressões em negrito (quad. 8, l. 8 e 9) indicam que, ainda na posição de licenciandos, em processo formativo, há a preocupação, como se colocar, enquanto futuros professores, e a percepção da necessidade de fortalecer seus conhecimentos conceituais relativos a funções, ou seja, necessidade de conceitualizar.

A partir do quadro 8 há indícios de filiações, podendo-se inferir que houve a desmistificação de rupturas e crenças conceituais, apresentadas inicialmente (quad. 4, 5 e 6). Nesse sentido, também é preciso compreender que, “Um sucesso matemático não corresponde a um sucesso cognitivo.” (DUVAL, 2013, p. 27), isso por que um estudante pode resolver uma situação proposta (muitas vezes memorizada) em determinado tipo de problema, mas poderá não conseguir mobilizar, o mesmo conceito, em outra situação, no qual o conceito seja necessário.

Com base nos diálogos (quad. 4 a 8), entende-se que para haver a conceitualização é preciso, necessariamente, que os estudantes tenham diferentes vivências em situações de aprendizagem matemática. Para isso, o professor precisa ter domínio do conhecimento específico e de processos de ensino que, poderão ser redirecionados a partir da análise de conversões e tratamentos, realizados pelos estudantes, em tais situações.

O diálogo entre os participantes (quad. 4 a 8), favorecido pelos questionamentos da pesquisadora aos seus procedimentos, sendo esses corretos ou não, apresenta indícios de que os próprios licenciandos perceberam esquecimentos e lacunas conceituais. De acordo com Vergnaud (2011, p. 17), “[...] o conteúdo conceitual específico das situações, dos enunciados e das representações simbólicas permite melhor captar as filiações e as rupturas.” Nesse sentido, para o licenciando, perceber rupturas é fundamental para a constituição do seu conhecimento.

Sistematização do conceito função

No quinto encontro, o Grupo X foi desafiado a expor aos demais, a resolução da questão um (quad. 9), que também fora resolvida, anteriormente, pelos Grupos Y e Z. O enunciado, aparentemente simples, gerou questionamentos e discussão em torno de sua compreensão, das representações e conceitos envolvidos, conforme quadro 10.

Quadro 9: Questão um do quinto encontro

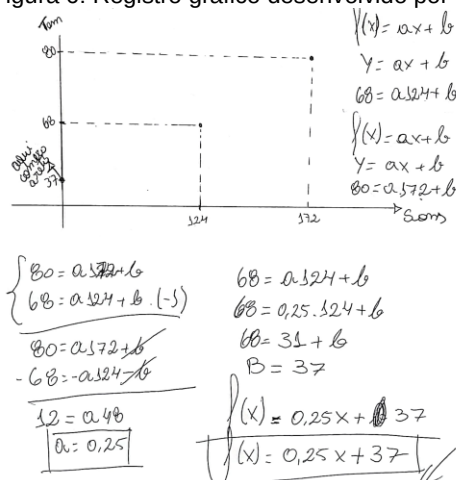
1 - Biólogos descobriram que o número de sons emitidos por minuto por certa espécie de grilos está relacionado com a temperatura. A relação é quase linear. A 68° F, os grilos emitem cerca de 124 sons por minuto. A 80° F, emitem 172 sons por minuto. Encontre a equação que relaciona a temperatura F e o nº de sons.

Fonte: Dados da Pesquisa, 12/03/2022.

Quadro 10: Discussão coletiva sobre a questão um do quinto encontro

- (1) **Lic B:** *[Representa o gráfico no quadro branco desenvolvido pelo Grupo X].*
 (2) **Pesq:** Quem é a variável dependente e a independente?
 (3) **Lic C:** O y é a variável dependente.
 (4) **Lic B:** O som depende da temperatura. Quanto maior a temperatura, maior o som. *[Afirma corretamente, porém, em seu registro, representou no eixo x o som e no y a temperatura].*

Figura 6: Registro gráfico desenvolvido por Lic B



Fonte: Dados da Pesquisa, Lic B, 12/03/2022.

- (5) **Lic C:** Eu falei o contrário?
 (6) **Lic B:** Não, está certo(a).
 (7) **Pesq:** Os valores do eixo x são os dependentes ou independentes?
 (8) **Lic B:** Dependentes da temperatura.
 (9) **Grupos Y e Z:** Nós fizemos ao contrário. *[Se referindo às suas representações em comparação com a representação no quadro branco].*
 (10) **Lic D:** Você deve trocar a nomenclatura. *[Se referindo a Lic B que faz menção de não compreender].*
 (11) **Pesq:** Vamos discutir, o eixo x *[apontando para o eixo horizontal do gráfico]* é o eixo que representa a variável dependente ou independente? *[A Pesquisadora, trabalha com o que estrutura o tratamento do registro gráfico].*
 (12) **Lic D e Lic F:** Independente!
 (13) **Lic A:** A variável dependente é y , conforme varia o x , y varia também.
 (14) **Pesq:** Então, atribuo valores para x e descubro quem é y ?! *[Todos concordam].*

Fonte: Dados da Pesquisa, Discussão coletiva, 12/03/2022.

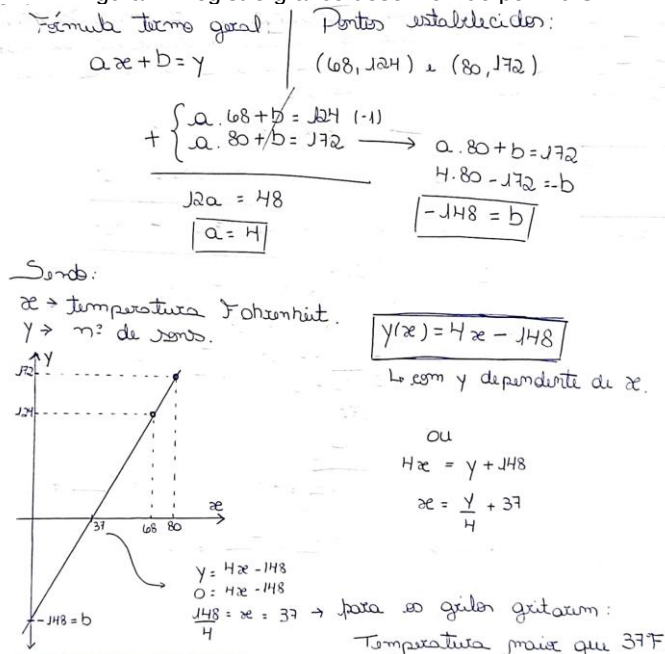
Essa discussão, em torno de qual seria a variável dependente ou independente (quad. 10, l. 2 a 14) foi motivada em função de que os Grupos Y e Z compreenderam o número de sons, $f(t)$, como dependente da temperatura t , obtendo $f(t) = 4t - 148$ ao desenvolver o tratamento necessário ao registro mobilizado. Mas, o Grupo X (que desenvolvia a questão no quadro branco) havia encontrado a equação da reta, anteriormente, descrevendo a temperatura, $f(n)$, em função dos sons n , obtendo, com o tratamento, $f(n) = \frac{n}{4} + 37$. E por esse motivo, ao representar o registro gráfico no quadro branco, Lic B, inicialmente, estabeleceu para o eixo horizontal o número de sons n e para o vertical a temperatura $f(n)$. Para Vergnaud (2009, p.18) “[...] os meios utilizados [...] para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar, são profundamente enraizados na representação [...] da situação.”. A atividade de tratamento ao registro utilizado, está intimamente relacionada à compreensão e representação das variáveis envolvidas na situação problema (quad. 9). O que pode ser observado com a continuidade do diálogo (quad. 11).

Quadro 11: Continuação da discussão coletiva

- [Continuação do quad. 10].*
[Licenciandos e Pesq. relembram conceitos de Geometria Analítica sobre a relação entre ponto e reta].
 (15) **Lic A:** *[Constrói um sistema linear no quadro branco utilizando os dois pontos para encontrar a equação da reta, descrevendo-o oralmente].*
[Os licenciandos continuam conversando a partir do desenvolvimento de Lic A, no quadro branco].
 (16) **Lic B:** Pra mim não ficou claro por que a temperatura ficou no “ x ”.
 (17) **Lic A:** Olha! Se fosse ao contrário, quanto mais os grilos gritassem, a temperatura aumentaria, entende? A temperatura vai mudando e eles é que vão se adaptando à temperatura.
 (18) **Lic D:** *[Vai até o quadro branco para explicar para Lic B, mostrando a relação de dependência de y em relação a x de acordo com suas posições na equação e no tratamento gráfico a partir do tratamento algébrico].*
 (19) **Lic B:** Agora ficou claro.
 (20) **Pesq:** Procurem a resposta no livro do Dante. *[Pede para localizarem a questão discutida, a partir dessa referência, no capítulo 3, p. 71, exercício 83].*
 (21) **Lic B:** Erramos! *[Querida apagar o que estava no quadro e a pesquisadora interveio com gestos].*
 (22) **Pesq:** E agora? O que está certo ou errado? *[Todos ficam espantados com a resposta do livro, $x = y/4 + 37$].*
 (23) **Lic B:** Então eu estava certo(a) desde o início?
 (24) **Lic C:** Não acredito!

- (25) **Pesq:** Calma! Pensem na questão. Imaginem a temperatura e os grilos. *[Lê a questão, pausadamente].* O que podemos concluir? *[Faz uma pausa em meio à leitura].*
- (26) **Lic C:** Os sons aumentam com a temperatura.
- (27) **Pesq:** *[Segue a leitura].* “Encontre a equação que relaciona a temperatura F e o número de sons”. A questão apenas determinou, que se encontrasse uma equação que relacione a temperatura com o número de sons, não determinou as variáveis dependente e independente, certo? Agora pensem vocês, enquanto futuros professores. Quem depende de quem?
- (28) **Lic C:** Os grilos dependem da temperatura.
- (29) **Lic B:** Conforme aumentava a temperatura, os grilos gritavam mais.
- (30) **Pesq:** Eu concordo, porque, não acredito que, conforme os grilos gritam, será alterada a temperatura. *[Todos riem].* Então pessoal, não fiquem refém da resposta que o livro apresentou. Vocês também precisam ser críticos! Estamos convencidos de que conforme vai aumentando a temperatura do dia, os grilinhos vão gritando mais, e aí, imagina construir uma equação que diz o contrário?
- (31) **Lic D:** É uma possibilidade, mas não faz sentido. *[Risos e conversas paralelas].*
[Pesquisadora e licenciandos relembram outras situações matemáticas em que a resposta precisou ser significada/ajustada]
- (32) **Lic G:** A resolução que fizemos está de acordo com a resposta do livro, só que ao invés de $y = 4x - 148$, o que ele fez *[se referindo ao autor do livro]* foi isolar o “ x ”, $x = y/4 + 37$. *[Compara a equação encontrada com a expressa no livro].*

Figura 7: Registro gráfico desenvolvido por Lic G



Fonte: Dados da Pesquisa, Lic G, 12/03/2022

- (33) **Pesq:** *[Descreve no quadro branco o que Lic G expressou].* Essas equações são equivalentes. A questão, agora, para nós, está na interpretação do problema. Qual vocês levariam para a sala de aula? *[Se referindo a todo o tratamento da questão, desde a interpretação até a resolução].*
- (34) **Lic B:** Eu levaria os sons dependendo da temperatura. *[Todos concordam].*

Fonte: Dados da Pesquisa, Discussão coletiva, 12/03/2022.

Por meio da exploração da atividade de tratamento, nos registros algébrico e gráfico, utilizada pelo Grupo X (quad. 10, l. 4 e fig. 6) e da expressão (quad. 11, l. 16), identifica-se a fragilidade ainda apresentada por Lic B, podendo ser considerada como lacuna conceitual, considerando o tratamento necessário a cada um dos registros. Seja ele gráfico

(considerando a função de cada um dos eixos), seja ele em termos de registro algébrico (dependência entre as variáveis).

Fica evidente a importância da mobilização e coordenação de mais de um tipo de registro de representação (quad. 11, l. 18). De acordo com Maggio e Nehring (2014, p. 93), “A coordenação, por sua vez, é condição necessária à conceitualização de função, pois a compreensão global desse conceito implica coordenação de, ao menos, dois registros de representação semiótica, que revelam formas parciais do conceito função”. O significado da equação da lei de função deve corresponder às interpretações gráficas e vice e versa.

A apropriação e exploração das relações existentes nas conversões e tratamentos dos registros semióticos, indo de a para b , e vice e versa, favorecem a conceitualização traduzindo-se em aprendizagem.

Esse diálogo indica a participação efetiva entre os grupos no momento da discussão das atividades propostas e também a preocupação com a apresentação e o desenvolvimento do conhecimento diante dos futuros alunos (quad. 11, l. 31, 34).

A compreensão do enunciado do problema relacionando-o a uma possível situação real desencadeou todo um processo de resolução que foi posto *em cheque* assim que comparado com a resposta apresentada no livro (l. 21 e 23). Não fosse a intervenção da pesquisadora, possivelmente, teriam apagado o esquema construído e simplesmente seguido algum esquema que resultasse na resposta do livro, sem que houvesse qualquer possibilidade de contextualização dos invariantes operatórios envolvidos ou entendimento do que os dois tratamentos (o feito no livro e o feito pelos Grupos Y e Z) estava desencadeando.

O envolvimento com que os licenciandos discutiram essa questão pode revelar possíveis fragilidades da docência, como seguir um livro “à risca” sem a análise prévia do tratamento utilizado nos registros envolvidos (l. 21 e 23). Mas, também a preocupação com as relações existentes entre contexto e o contexto matemático (l. 28, 31 e 34). O que revela, mais uma vez, a importância da conceitualização do conhecimento específico, pois o grupo passa a compreender o que aconteceu quando Lic G mostra a correspondência entre o resultado encontrado com o apresentado pelo livro (l. 32 e fig. 7). De acordo com Vergnaud (2009, p. 23) “O conhecimento consiste, em grande parte, em estabelecer relações e organizá-las em sistemas.”. Essas relações também vão surgir na continuidade do diálogo, apresentado abaixo.

Quadro 12: Continuação da discussão coletiva

[Continuação do quad. 11].

(50) **Pesq:** Se tivéssemos 20°F , quantos sons os grilos emitiriam?

(51) **Lic B:** Com certeza, bem menos.

(52) **Pesq:** Como fazemos, matematicamente, para descobrir?

(53) **Lic A:** Substitui o valor na equação.

(54) **Pesq:** Substitui o quê? No lugar de quê?

(55) **Lic C:** Substitui a temperatura no lugar do “ x ”.

(56) **Lic B:** -68 . [Se referindo ao resultado encontrado].

(57) **Lic D:** Os grilos nem gritam, já estão congelados. [Interpreta o resultado apresentado por Lic B].

(58) **Pesq:** Isso não tem valor real pra nós, né? Não está de acordo com a situação. Então dá para concluir que, diante disso, os grilos não gritam.

(59) Lic B: A partir do "zero" então eles não gritam. *[Se referindo ao valor correspondente ao eixo "y" no gráfico].*
 (60) Pesq: Qual é a temperatura mínima para o grilo emitir som? O que precisa acontecer?
 (61) Lic D: Não é o 37? Que corta ali no eixo? *[Se referindo ao valor no eixo x por onde passa a reta].*
 (62) Pesq: Matematicamente, como fariam para encontrar a temperatura mínima?
 (63) Lic A: Coloca no lugar do "y" o "zero". Daí, é como Lic D estava falando, aqui vai ser o valor mínimo. *[Diz isso apontando para a posição onde o valor será encontrado].*
 (64) Lic D: Maior que 37 o grilo começa a gritar.
 (65) Pesq: Vamos fazer esse cálculo!
 (66) Lic H: Ele pode ser igual a zero, profe? *[Se referindo à substituição de y na equação, por zero].*
[Segue a discussão entre o grupo se escreve a equação igual a zero ou maior que zero.]
 (67) Lic D: Se for maior que zero, o grilo grita. *[Conclui].*
 (68) Lic I: Se for igual a zero também grita? *[Permanece a dúvida].*
 (69) Lic C: Eu acho que não!
 (70) Lic A: Você deve colocar zero no lugar do "y".
 (71) Lic C: Mas daí vai dar 37.
 (72) Lic B: Mas é em 37°, que eles vão começar a gritar. *[Se refere ao valor resultante quando $y = 0$].*
[Depois de um tempo, ao perceber que Lic C permanecia com dúvidas, a Pesquisadora intervém.]
 (73) Pesq: Ficou com dúvida, Lic C? *[Que responde sim].* Olha só! Aqui corresponde ao valor da temperatura e aqui ao som *[mostrando na equação]*, certo? *[Lic C concorda].* Então, o que deve acontecer nessa situação para que os grilos emitam sons? Zero som significa que o grilo não emite som, né? Então deve acontecer alguma coisa aqui para começar a emitir som. *[Se referindo ao sinal de igual da equação mas, diante do silêncio, segue].* Você pode dizer que deve ser maior que zero e vai encontrar que "x" deve ser maior que 37°.
 (74) Lic B: O que aconteceria em 37°?
 (75) Pesq: Que valor correspondente você tem para 37°?
 (76) Lic C: O "zero".
 (77) Pesq: Você poderia utilizar o sinal de "igual" para resolver o cálculo, só que ao final, você precisaria interpretar que para "zero" som tem-se 37°. Então a temperatura deve passar de 37° para que emita som. *[Explica como deveriam proceder caso utilizassem a equação igual a zero, e todos concordam com a cabeça].*
[Sobre esta questão, o diálogo entre licenciandos e Pesquisadora seguiu em torno de conceitos que envolvem o tratamento de cada registro, classificação da função, relação entre gráfico e coeficientes da equação da lei de função, comportamento de funções crescentes e decrescentes, domínio e imagem.]

Fonte: Dados da Pesquisa, Discussão coletiva, 12/03/2022.

Diante do diálogo, em que todos parecem estar cientes de que para o valor zero não há som (l. 59), persiste a dúvida em como tratar a situação matematicamente (de forma numérica) na equação do registro algébrico (l. 66, 68 e 69). Dessa forma, a pesquisadora (l. 75) aproveita o questionamento (l. 74) para tentar desencadear a reflexão (l. 76), ressaltando as relações entre os registros (l. 77).

Ao longo da pesquisa, observou-se a importância do licenciando estar em situação de aprendizagem. Pois, através das manifestações dos licenciandos (quad. 4 a 8 e, 10 a 12) é possível afirmar que se depararam com lacunas e crenças conceituais, relativos ao conteúdo de funções, mas, que as situações de aprendizagem contribuíram para as discussões, favorecendo o estudo, o estabelecimento de filiações e a apropriação de conceitos.

Considerações finais

Esta produção foi orientada pela seguinte questão: Como licenciandos podem progredir no processo de desenvolvimento da conceitualização durante a formação inicial?

O que se verificou é que, a *conceitualização do conteúdo específico* é imprescindível ao exercício do futuro professor, fazendo-se necessário, nesse processo, a identificação e enfrentamento de elementos essenciais como rupturas conceituais, filiações e possíveis crenças sobre o assunto. A partir dessa percepção, os licenciandos podem conscientizar-se da importância da preparação e do domínio conceitual como pré-requisitos para o exercício de ser professor.

Além disso, e diante dos desafios postos pela docência, verificou-se que, durante a pesquisa, é necessário oportunizar, na formação inicial, movimentos que favoreçam a conceitualização do conhecimento específico pelo futuro professor, o que pode ser obtido a partir de *situações de aprendizagem*. Entendendo que sem o confronto, com as situações de aprendizagem, a percepção das necessidades de apropriação e construção conceitual não aconteceria.

Dessa forma, afirma-se que, as diferentes situações de aprendizagem, bem como a problematização conceitual podem contribuir para que licenciandos se apropriem da conceitualização do conhecimento específico, superando rupturas e crenças conceituais durante a graduação. Cabendo à instituição formadora a oportunidade desses movimentos. Do contrário, imagina-se, que os futuros profissionais dar-se-iam conta dessas lacunas apenas no planejamento do exercício de sua profissão, momento em que nem sempre teriam, de forma disponível, outro profissional ou material que pudesse esclarecer determinadas dúvidas.

Referências:

- BALIEIRO FILHO, Inocêncio Fernandes Balieiro; OLIVEIRA, Ernandes Rocha de. Os paradoxos no ensino de Matemática: uma perspectiva histórica. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, São Paulo, v. 19, n. 01, p. 1-24, 2022. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/77/77>. Acesso em: 01 ago. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 maio 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. **Resolução CNE/CP nº 2**. Brasília. 2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=135951-rcp002-19&category_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 29 nov. 2021.
- BRASIL. Ministério da Saúde. **Resolução CNS 510/2016**. Brasília. 2016. Disponível em: <http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/Reso510.pdf>. Acesso em: 17 ago. 2021.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único. Livro do professor. São Paulo: Ática, 2005.

DENARDI, Vânia Bolzan; BISOGNIN, Eleni. Representações Semióticas: contribuições para o estudo do conceito de função. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p.142 - 159, 2019. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2339/1119>. Acesso em: 03 ago. 2023.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In. MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. 8 ed. Campinas: Papirus, 2013. (Coleção Papirus Educação).

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): (fascículo I)/Raymond Duval**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. 8 ed. Campinas: Papirus, 2013. (Coleção Papirus Educação).

MAGGIO, Deise Pedroso; NEHRING, Cátia Maria. Registros de Representação Semiótica e Prática Discursiva no Ensino do Conceito de Função. In. BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu (org.). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática**. Ijuí: Unijuí, 2014.

MALDANER, Otávio Aloísio. A pesquisa como perspectiva de formação continuada do professor de química. **Química Nova**. São Paulo, vol. 22, n. 2, abr. 1999. Disponível em: https://s3.sa-east-1.amazonaws.com/static.sites.sbg.org.br/quimicanova.sbg.org.br/pdf/Vol22No2_289_v22n2_20%2822%29.pdf. Acesso em: 29 jun. 2023.

MARCO, Fabiana Fiorezi de; MOURA, Anna Regina Lanner de. O Conceito Matemático (Re)Significado no Contexto da Atividade de Ensino Na Formação Inicial de Professores. **Contexto & Educação**, Ijuí, v. 25, n. 84, p. 161-186, 2010. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/992>. Acesso em: 02 ago. 2023.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. 3 ed. rev. e ampl. Ijuí: Unijuí, 2016. (Coleção educação em ciências).

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva: Processo Reconstrutivo de Múltiplas Faces. Ciência & Educação**, v. 12, n. 1, p. 117-128, abr. 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v12n1/08.pdf>. Acesso em: 31 out. 2022.

MOREIRA, Marco Antonio. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

PLAISANCE, Éric; VERGNAUD, Gérard. **As Ciências da Educação**. Tradução: Nadyr de Salles Penteado; Odila Aparecida de Queiroz. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

SCHREIBER, Karla Priscila; BATTISTI, Isabel Koltermann. Processos de Compreensão pelo Professor em Formação Inicial ao Ensinar Função de 1º Grau Considerando o Uso de um Software. **Alexandria**, Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 127-145, 2017. Disponível em: <https://biblat.unam.mx/hevila/AlexandriaFlorianopolis/2017/vol10/no2/6.pdf>. Acesso em: 02 ago. 2023.

VERGNAUD, Gérard. A conceitualização e Simbolização. **Anais do III Colóquio Internacional sobre a teoria dos Campos Conceituais**. Publicação anual. GEEMPA. 2 ed. Realizado em: 06 a 09 nov. 2018. Brasília. Disponível em: https://geempa.com.br/wp-content/uploads/2019/03/Anais_do_III_Col%C3%B3quio_Internacional_sobre_a_Teoria_dos_Campos_Conceituais_ISSN_25951335.pdf. Acesso em: 03 maio 2021.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução Maria Lucia Faria Moro; Revisão técnica de Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, Gérard. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em revista**, Curitiba, n. Especial, p. 15-27. 2011.

Como citar este documento:

TRAMONTINI, Ramone; NEHRING, Cátia Maria. Conceitualização do Conteúdo de Matemática de Funções: entendimentos de licenciandos. *Revista Espaço Pedagógico*, Passo Fundo, v. 30, e14866, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.5335/rep.v30i0.14866>.