Representações gráficas de funções de 1º e 2º graus na 8ª série do ensino fundamental: potencialidades e fragilidades

Neiva Ignês Grando[*]
Sandra Mara Marasini[**]

Resumo

Com a finalidade de buscar subsídios para elaborar propostas pedagógicas, desenvolvemos uma pesquisa que trata da educação matemática, com foco no ensino, na aprendizagem e no desenvolvimento do pensamento. Uma das etapas constituiu-se na busca de informações em escolas públicas para responder a uma questão que diz respeito à educação algébrica: como estudantes finalistas do ensino fundamental de oito anos lidam com a representação gráfica de funções de 1º e 2º graus? Estudantes de duas turmas de 8ª série de duas escolas, uma da rede municipal e outra da rede estadual de ensino de Passo Fundo/RS, responderam a um instrumento contendo questões de elaboração de gráficos. O estudo revelou potencialidades e fragilidades do processo de ensino-aprendizagem, denotando dificuldades conceituais e a necessidade de definir princípios que possam contribuir para o desenvolvimento de propostas pedagógicas para a educação matemática que proporcionem a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento.

Palavras-chave: Ensino fundamental. Funções de 1º e 2º graus. Representações gráficas.

Introdução

Atualmente, para muitos estudantes da educação básica, a matemática reveste-se de uma imagem de disciplina complexa, ao mesmo tempo em que compõe um conjunto de conhecimentos essenciais para o ser humano. Esforços em diferentes níveis e segmentos do sistema educacional têm buscado formas de superar problemas de aprendizagem e modificar o quadro de aceitabilidade da matemática escolar pelos estudantes da educação básica. No entanto, a aversão persiste, e os resultados de diferentes avaliações externas revelam números expressivos de estu-

Recebido em 15 de outubro de 2012. Aprovado em 25 de janeiro de 2013.
http://dx.doi.org/10.5335/rep.2013.3510

[*] Professora doutora do Instituto de Ciências Exatas e Geociências e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo. E-mail: neiva@upf.br
[**] Mestra em Educação, professora do Instituto de Ciências Exatas e Geociências da Faculdade de Educação da Universidade de Passo Fundo. E-mail: marasini@upf.br

dantes que apresentam dificuldades de aprendizagem e de capacidade para lidar com o conhecimento matemático em diversas situações. Significa dizer que outras decisões políticas deverão ser tomadas e outras formas e em diferentes instâncias deverão ser elaboradas, para que o panorama da educação brasileira seja qualitativamente modificado.

Manifestações da sociedade brasileira, principalmente em reportagens apresentadas na mídia, clamam por uma educação de qualidade, que garanta aprendizagens essenciais para a formação de um aluno crítico, persistente e capaz de atuar com competência e responsabilidade junto à sua comunidade. No sentido de agregar contribuições para essa mudança, desenvolvemos uma pesquisa que objetivou verificar como os estudantes se sentem em relação à matemática e que tipos de procedimentos utilizam para resolver questões de cunho algébrico. O resultado do estudo tem fornecido elementos que permitem a reflexão e a busca por propostas pedagógicas que potencializam a aprendizagem e ampliam as potencialidades de desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes da educação básica.

Sobre o processo de pesquisa

A pesquisa, de abordagem qualitativa, que, segundo Minayo, "se aprofunda no mundo dos significados" (2010, p. 22), envolveu estudantes do ensino fundamental de uma escola da rede municipal e estudantes dos ensinos fundamental e médio de uma escola da rede estadual do município de Passo Fundo/RS. As informações foram obtidas por meio da aplicação de um instrumento contendo questões relativas à percepção do estudante sobre si mesmo em relação à matemática e a conteúdos algébricos.

As questões relacionadas à identificação de objetos algébricos – expressão algébrica e equação – e à solução de equações de 1º e 2º graus já foram analisadas, e seus resultados, sistematizados, foram apresentados em evento científico (GRANDO; MARASINI, 2011) e publicados em periódico (GRANDO; MARASINI, 2012). Para complementar, neste artigo, serão apresentados estudos concernentes à determinação de raízes e construção de gráficos cartesianos de funções de 1º e 2º graus, de duas turmas de 8ª série do ensino fundamental[1], uma da escola municipal (Escola 1) e outra da escola estadual (Escola 2), ambas compostas de 26 estudantes. A questão foi proposta da seguinte forma:

Determine as raízes das funções e trace o gráfico de cada uma delas:

a) $y = 2x + 2$ b) $y = x^2 + 5x + 6$

Cabe salientar que os estudantes já haviam estudado funções naquela mesma série. Além disso, as questões foram validadas pelos professores titulares, tanto em relação ao conteúdo como à forma de apresentação.

Os sujeitos foram identificados pela letra inicial da palavra estudante, maiúscula, seguida de três algarismos, o primeiro indicando a escola (1 para a escola da rede municipal e 2 para a escola da rede estadual), e os dois seguintes, o aluno, classificado por ordem alfabética em sua respectiva turma. Por exemplo, E_{104} identifica o estudante da Escola 1 e quarto da lista de sua turma; E_{215} identifica o estudante da Escola 2 e décimo quinto nome de sua turma.

Na análise, destacaremos potencialidades e fragilidades dos procedimentos e dos gráficos elaborados pelos estudantes, buscando refletir sobre a qualificação do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Sobre as representações dos estudantes

Apesar de os dois itens (a e b) da questão exigirem somente a determinação das raízes e a representação gráfica das funções de 1º e 2º graus, percebemos que estudantes das duas oitavas séries demonstram dificuldades em relação a esse conteúdo. Isso fica evidente, por exemplo, quando constatamos que nenhum dos 52 estudantes desenvolveu corretamente os dois itens da questão. Outra indicação de dificuldade pode ser verificada quando os dados mostram que treze dos 26 estudantes da 8ª série da Escola 2 e três dos 26 da 8ª série da Escola 1 deixam a questão sem resolver.

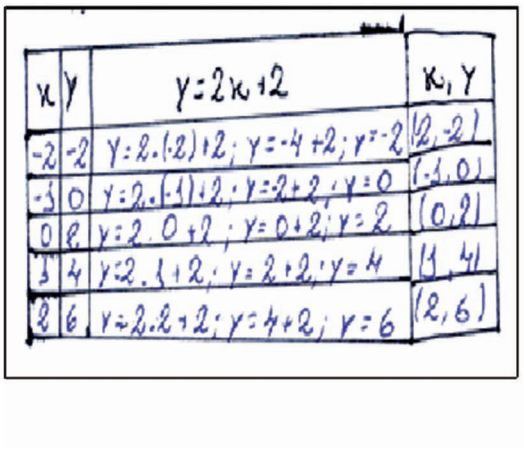
Quanto à determinação de raízes, nenhum estudante destacou a raiz da função de 1º grau e apenas um estudante indicou, separadamente, as raízes da função de 2º grau. Destacamos, aqui, a importância da identificação das raízes como um dos elementos de análise da equação-função que potencializa e possibilita a representação de um esboço mental de gráfico. Significa dizer que esse processo é essencial para determinar o plano de ação necessário para resolver uma dada questão (VYGOTSKY, 1998).

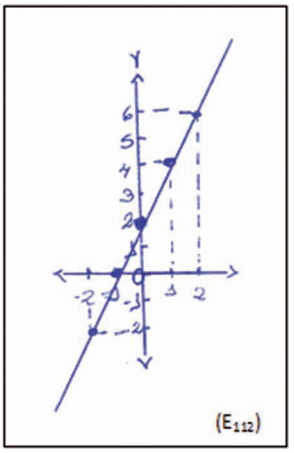
Em seus registros, quatro estudantes da escola municipal conseguiram construir os dois gráficos de forma correta. Porém, um deles (E_{112}) errou na representação de um ponto, o de interceptação do eixo das ordenadas, por não ter definido f(0). Na sequência, apresentamos exemplos de procedimentos desenvolvidos para a elaboração de gráficos, destacando-se potencialidades e fragilidades conceituais.

Função de 1º grau

Dentre os estudantes da 8ª série da Escola 1 que tentaram resolver a equação proposta, apenas oito representaram graficamente a função de forma correta, número que, na Escola 2, reduziu-se a três.

Potencialidades

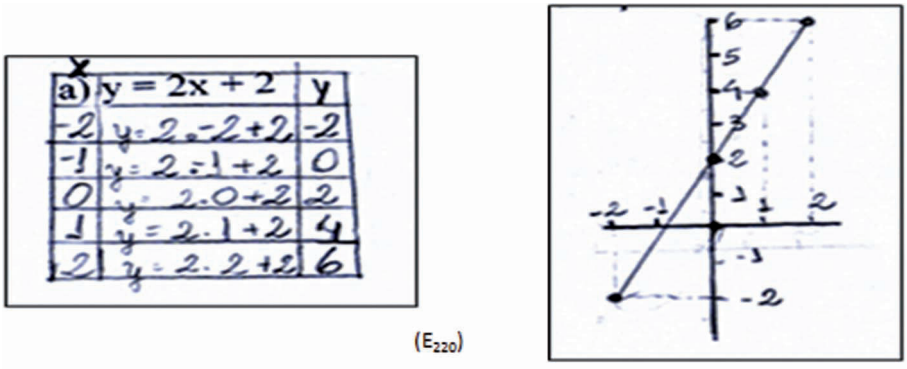




Observamos que, ao atribuir determinados valores à variável independente, o estudante determinou alguns pontos que permitem visualizar a localização da reta que representa a função afim no plano cartesiano.

Constatamos que, no geral, os estudantes da Escola 1 utilizaram o mesmo método na identificação dos pares ordenados como base para a construção do gráfico, qual seja, montar uma tabela a exemplo do estudante E_{112}. Alguns estudantes, mesmo sem fazer os cálculos, montaram a referida tabela, contendo quatro elementos, o que revela uma ideia comum, compartilhada na turma, uma sequência de ações, da tabela ao gráfico. Na tabela, os quatro elementos ficam bem demarcados, variável independente, variável dependente, lei de formação e par ordenado.

Na Escola 2, também verificamos esse fato. No entanto, a tabela contém apenas três elementos, variável independente, lei de formação e variável dependente, conforme o exemplo a seguir.

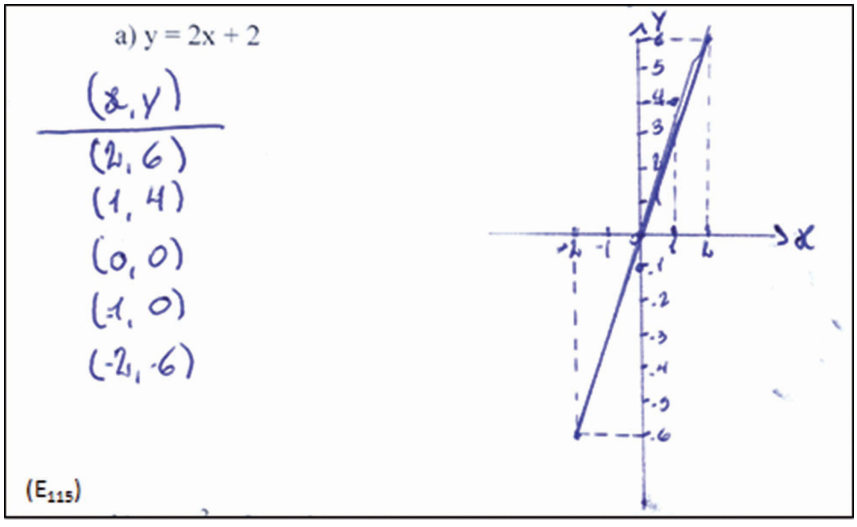


Fragilidades

Um dos maiores obstáculos à elaboração de gráficos foi a dificuldade relacionada com operações fundamentais com números inteiros. Não menos importante foi a falta de elementos conceituais de análise da equação-função, como, por exemplo, o tipo de função, a identificação e o papel de cada um dos seus termos. Nesse sentido, reportamo-nos à relevância do desenvolvimento de capacidades individuais para lidar com determinada situação, principalmente as de análise, abstração e síntese (VYGOTSKY, 1998).

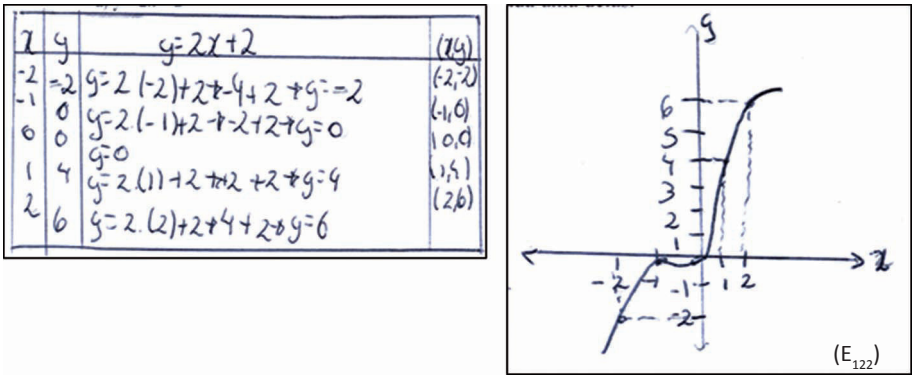
A análise criteriosa da situação, a abstração dos elementos necessários, a elaboração de um plano de ação, a execução e a verificação são etapas vitais para a solução de situações com as quais o estudante se depara (e com as quais nós educadores nos deparamos).

1º exemplo:



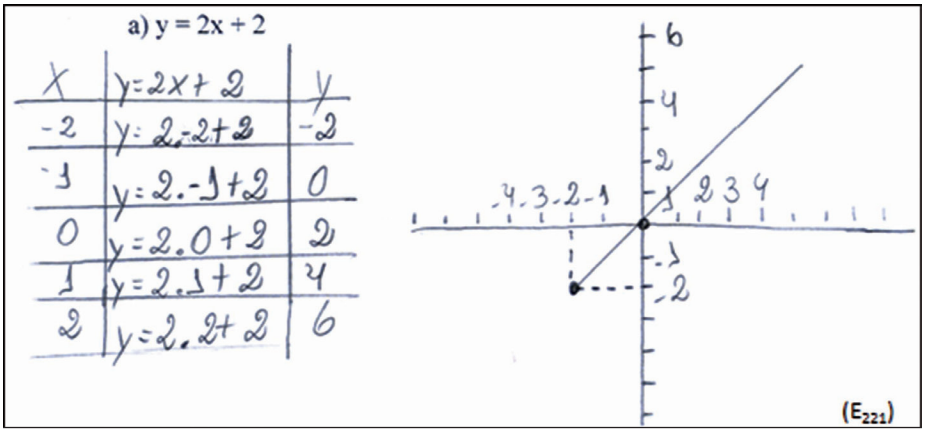
Como podemos observar, os dois primeiros pares ordenados estão corretos, e, nos outros, a ordenada está incorreta. Além disso, para que o gráfico resultasse numa reta, houve um ajeitamento de pontos, sem contar que, para passar pela origem do sistema de eixos ortogonais, o estudante deixou de lado o ponto (- 1, 0) de sua tabela. Nesse sentido, desconheceu o fato de que a reta não poderia passar pela origem, ou por falta desse conhecimento, ou por não ter feito a verificação de seus cálculos. Observe-se que um mesmo valor foi definido como imagem para dois valores de x, o que denota, também, a falta de conhecimento na relação entre domínio e imagem numa função de 1º grau.

2º exemplo:



Nesse caso específico, o erro de cálculo foi apenas na f(0), no entanto, isso implicou a elaboração de um gráfico totalmente inadequado para esse tipo de função. Esse estudante também desconheceu o fato de que o gráfico deveria representar uma reta, a qual não poderia interceptar o ponto (0,0).

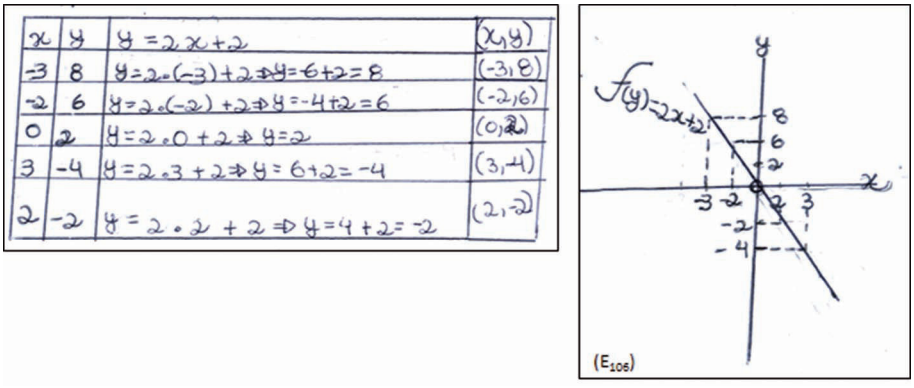
3º exemplo:



Esse gráfico é peculiar, pois o estudante, tendo marcado o primeiro ponto (- 2, -2) de sua tabela e o ponto (0, 0), que não faz parte de seus cálculos, traçou um esboço de gráfico, uma vez que os outros pontos por ele determinados não poderiam dar continuidade à reta. A princípio, ele poderia ter clareza do tipo de gráfico, mas também deixou de considerar outros elementos já citados, em razão de ser uma função afim.

4º exemplo:

O exemplo a seguir acrescenta outra particularidade: o estudante não percebe que o coeficiente angular é positivo, traçando um gráfico de função decrescente.



Note-se que, nesse último exemplo, na tabela organizada pelo estudante, o único par ordenado correto é (0, 2), não sendo considerado para construir o gráfico. Observe-se, igualmente, que as distâncias entre os números indicados nos dois eixos não mantêm uma proporcionalidade, dando a impressão de uma adaptação de valores para situar os pontos na reta que intercepta a origem (0,0).

Verificamos que, desses quatro exemplos, três estudantes mostram clareza em relação ao tipo de gráfico adequado a uma função de 1º grau. Todavia, esses alunos não atentaram para o fato de que numa função afim o ponto (0,0) não pertence à solução, ou seja, não perceberam que f(x) deve ser diferente de zero. Há que se destacar, dessa forma, que, com a internalização de conceitos que delimitassem a diferença entre os tipos de funções de 1º grau, principalmente entre a afim e a linear, e com a revisão em seus cálculos, os estudantes poderiam rever sua solução.

Função de 2º grau

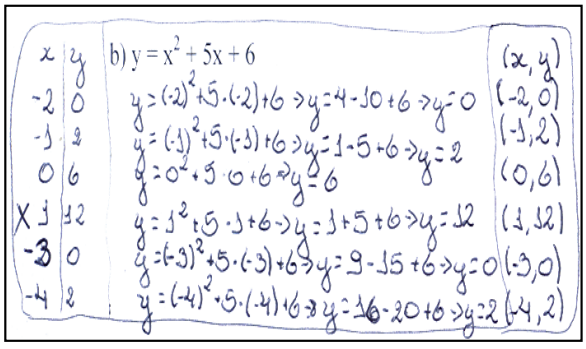
As dificuldades manifestam-se com maior intensidade em relação à função de 2º grau, representada pela equação $y = x^2 + 5x + 6$. Essa constatação se deve a duas

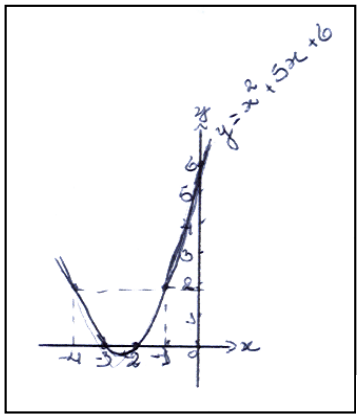
evidências. A primeira é a de que a metade dos estudantes da Escola 1 e aproximadamente 73% dos estudantes da Escola 2 não resolveram esse item da questão. A segunda diz respeito à identificação das dificuldades conceituais subjacentes à solução.

Nesse sentido, entre os 52 estudantes de 8ª série que participaram da pesquisa, somente quatro representaram graficamente a função de 2º grau de forma correta, todos da Escola 1 (E_{102}, E_{108}, E_{111}, E_{112}).

Potencialidades

Um aspecto peculiar a ser destacado é que todos os estudantes da Escola 2 e a maioria dos estudantes da Escola 1, que elaboraram as tabelas para determinação dos pares ordenados para a representação gráfica da função, utilizaram para a variável independente os mesmos valores, a saber: -2, -1, 0, 1 e 2. No entanto, dois estudantes percebem que esses valores não são suficientes para a formação dos pares ordenados necessários para visualizar a parábola, recorrendo a outros valores para complementar o gráfico.

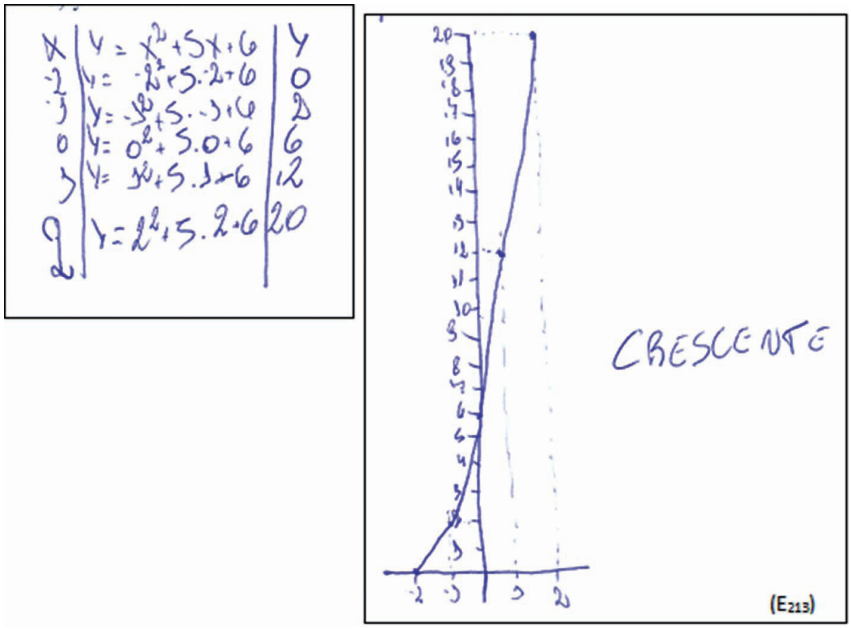




(E_{108})

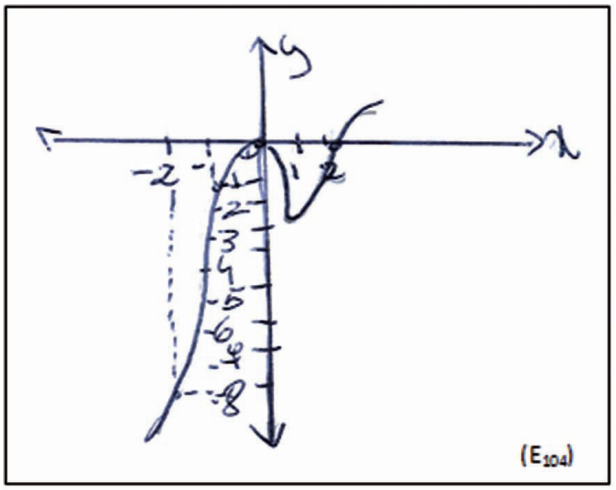
Fragilidades

Da Escola 2, somente um estudante tentou construir o gráfico, mas, como podemos visualizar na sequência, o fez de forma incompleta, deixando transparecer que não possui clareza quanto ao tipo de gráfico que deveria ser gerado por uma função de 2º grau. Supomos que, para esse estudante, o gráfico estará sempre completo se tomar como domínio os valores inteiros - 2, -1, 0, 1 e 2, da mesma forma como construiu o gráfico da função de 1º grau. Além disso, podemos inferir que esse estudante não tem clareza quanto à existência de raízes nas funções, nesse caso específico, numa função de 2º grau.

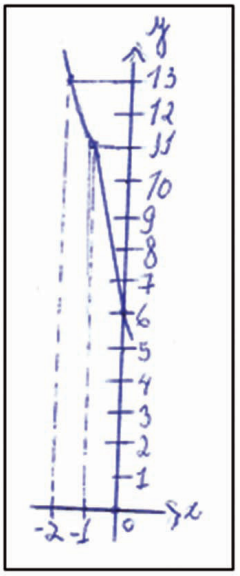


Nesse sentido, percebemos que a definição *a priori* dos valores a serem atribuídos à variável independente, sem uma análise conceitual da equação-função, pode se constituir em obstáculo à sua representação gráfica.

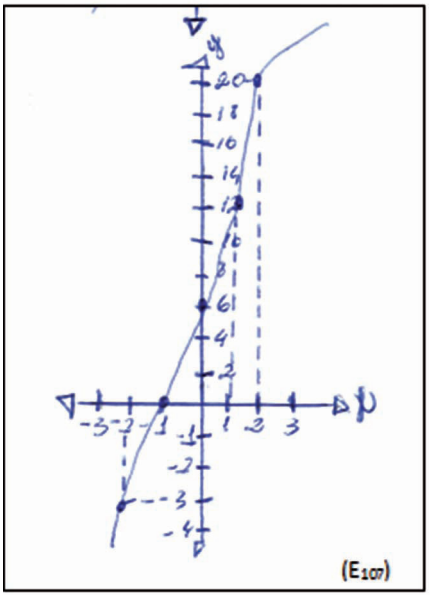
Já na Escola 1, apesar de um maior número de estudantes ter tentado passar da forma algébrica para a gráfica e ainda que se tenha obtido mais acertos nessa representação, identificamos alguns problemas nos procedimentos para determinar pares ordenados e, portanto, nos respectivos gráficos. Vejamos alguns exemplos:



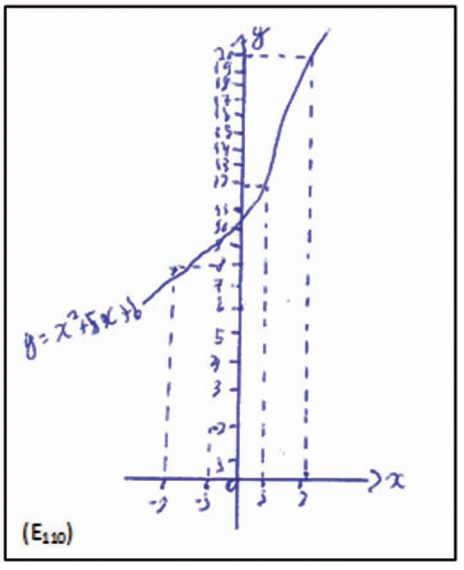
(E104)



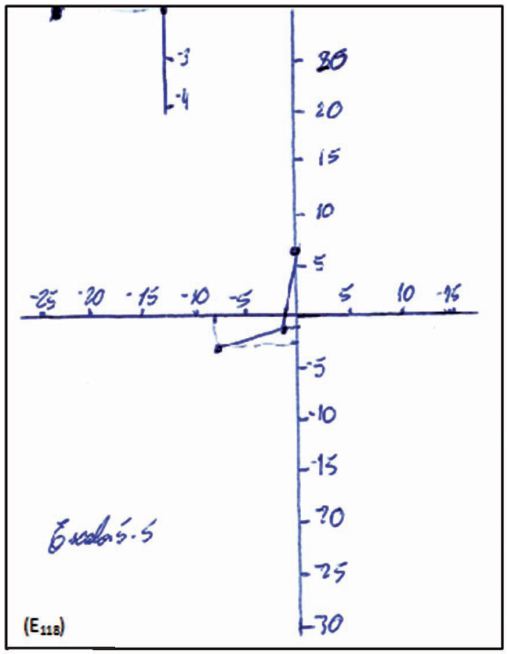
(E124)

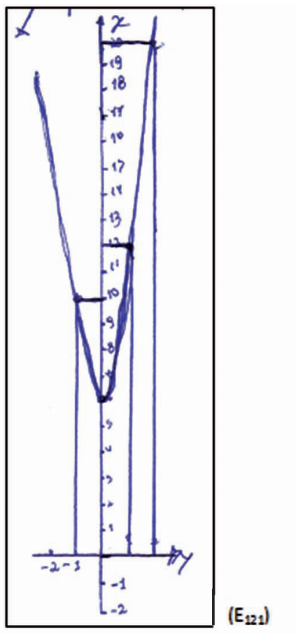


(E107)



(E110)





Esses gráficos denotam diferentes dificuldades conceituais entre esses estudantes no estudo de funções na 8ª série. É bem verdade que no currículo do ensino fundamental de oito anos é nessa série que o conteúdo de função de 1º e de 2º graus é desenvolvido explicitamente pela primeira vez, com ênfase no conceito e em sua representação no gráfico cartesiano. No ensino médio, essas primeiras noções deverão ser seguidas com o estudo e a representação de outros tipos de funções para ampliar o próprio conceito de função matemática.

Sobre essa progressão, Vygotsky destaca que "os conceitos novos e mais elevados, por sua vez, transformam o significado dos conceitos inferiores" (1998, p. 143). No entanto, a fundamentação matemática básica para a elevação do nível de consciência do conceito de função, para muitos desses estudantes, ainda não havia sido formada, com base na sua atividade de estudo, em nível de 8ª série.

Em seus estudos, Duval (2003) faz referência à importância da conversão como um tipo de transformação entre registros de representação semiótica, o que implica mudar de registro com a conservação dos objetos. Esse é o caso da passagem da representação algébrica da função para a sua representação gráfica no plano cartesiano.

A representação de uma função – no caso específico, a conversão de uma equação em gráfico cartesiano (ou vice-versa) – implica a apropriação de significados de uma série de conceitos (domínio dos fundamentos da matemática), tais como diferença entre equação de 1º e 2º graus (forma geral, coeficientes, variáveis), tipo de

gráfico, papel das variáveis, entre outros. Tanto numa como noutra representação, esses conhecimentos implícitos, ao passarem pelo processo de análise, precisam ser abstraídos e generalizados. Em contrapartida, na passagem de um tipo de representação a outra, tais elementos deverão ser reconhecidos e considerados, sob pena de o estudante ter dois registros que não representam o mesmo objeto matemático, como é o caso dos gráficos apresentados nos últimos exemplos.

Considerações finais

Em seus estudos, já na década de 1990, Miguel, Fiorentini e Miorim alertavam para o fato de que "a maioria dos professores trabalha a álgebra de maneira mecânica e automatizada, desprovida de qualquer significação, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões" (1992, p. 40).

Essa conclusão, felizmente, não é generalizável. Há professores com um nível de consciência que os impede de fazer de sua profissão uma atividade que não proporciona a si e a seus alunos a oportunidade de se desenvolverem intelectualmente.

Na concepção de Vygotsky, "o aprendizado é uma das principais fontes de conceitos da criança em idade escolar, e é também uma poderosa força que direciona o seu desenvolvimento, determinando o destino de todo o seu desenvolvimento mental" (1998, p. 107).

Com base na concepção de Davídov e Márkova, a "formação da atividade de estudo" implica, também, a "transformação do aluno em sujeito da atividade de estudo por ele realizada" (1987, p. 325-326). De acordo com esses autores, "o ensino não pode ser reduzido à transmissão de conhecimentos, à elaboração e aperfeiçoamento das ações e operações, senão que é, fundamentalmente, a formação da personalidade do aluno, o desenvolvimento da esfera que determina seu comportamento (valores, motivos, objetivos, etc.)" (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987, p. 333). Por isso, ao discutirem sobre a atividade de estudo, caracterizam-na como atividade de estudo formativa.

Nesse contexto, há que se considerar, igualmente, o motivo que impulsiona cada estudante a participar da atividade de estudo, o que, certamente, implicará no nível de atribuição de sentido aos conceitos científicos escolares.

Tentando compreender os conhecimentos veiculados mentalmente pelos estudantes de 8ª série que fizeram parte dessa pesquisa, identificamos potencialidades e fragilidades que devem ser consideradas de forma positiva em relação aos processos escolares vivenciados. Entre os estudantes que tentaram mostrar o que haviam aprendido em suas escolas, foi se delineando um perfil permeado de acertos e erros.

Subjacentes aos erros ou às incompletudes, foi possível identificar dificuldades conceituais que se constituíram em obstáculos à representação gráfica adequada a cada tipo de função.

Os dados permitem inferir que a maioria dos estudantes ainda não havia generalizado o conceito de função, não conseguindo estabelecer diferenças entre a função de 1º e de 2º grau, principalmente em relação ao traçado do gráfico. Dito de outra forma, apesar de parte dos estudantes das duas turmas de 8ª série do ensino fundamental ter representado a função de 1º grau graficamente correta, não é possível afirmar que os significados que compõem o conceito de função foram apropriados em todos os seus aspectos e em toda a sua complexidade.

Diante das constatações advindas dessa pesquisa, sugerimos um estudo para definir princípios que possam ser considerados no ensino-aprendizagem da matemática, definindo, também, os papéis dos participantes desse processo. Significa dizer que tanto o professor como os estudantes têm responsabilidades diante do outro e, portanto, devem gerir a sala de aula de forma conjunta.

Cabe salientar que o objetivo da pesquisa não foi comparar o desempenho dos alunos entre as duas escolas. Ainda assim, a análise revelou que os estudantes da escola municipal foram os que mais tentaram resolver os dois itens da questão e os que mais tiveram sucesso em suas representações. As duas redes de ensino são públicas, mas, talvez em razão de sua abrangência, a gestão do sistema municipal esteja mais próxima das escolas, o que permite acompanhar e dialogar de maneira mais efetiva sobre as potencialidades e as dificuldades/fragilidades do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Porém, independentemente do tipo de gestão de cada escola, não podemos desconsiderar a necessidade de buscar um ensino de maior qualidade. No caso específico do conteúdo envolvido nessa pesquisa, o documento dos Parâmetros Curriculares Nacionais destaca que "o estudo da álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas" (BRASIL, 1998, p. 115).

Para finalizar, enfatizamos um dos princípios definidos por Grando e Marasini (2008), o qual aponta que a aprendizagem deverá sempre ser pensada com vistas ao desenvolvimento intelectual dos participantes do processo educativo.

Graphical representations of functions of 1st and 2nd grades in 8th grade of elementary school: potentialities and fragilities

Abstract

In order to get subsidies to develop pedagogical proposals, we developed a survey that deals with mathematics education, focusing on teaching, learning and the development of thought. One of the steps consisted in finding information on public schools to respond a question concerning to algebraic education: how graduate students of eight years elementary school deal with the graphical representation of functions of 1st and 2nd degree? Students from two classes of 8th grade from two

different schools of Passo Fundo / RS, a county one and a state one, answered a questionnaire containing questions involving graphics elaboration. The study revealed potentialities and fragilities of the teaching-learning process, showing conceptual difficulties and the need to define principles that can contribute to the development of pedagogical proposals for mathematics education that provide learning and development of thought.

Keywords: Elementary school. Functions of 1st and 2nd degrees. Graphical representations.

Nota

[1] Ensino fundamental de oito anos.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. La concepcion de la actividad de estúdio de los escolares. In: DAVÍDOV, V; SHUARE, M. (Org.). *La psicologia evolutiva y pedagógica em la URSS* (antologia).URSS: Editorial Progreso, 1987. p. 316-337.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática*: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.

GRANDO, N. I.; MARASINI, S. M. *Educação matemática*: a sala de aula como espaço de pesquisa. Passo Fundo, RS: Universidade de Passo Fundo, 2008.

_____; _____. Percepções e procedimentos algébricos de estudantes da educação básica. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMATICA, 13, 2012, Recife. *Anais...* Recife: UFPE, 2011.

_____. _____. Análise de percepções e procedimentos algébricos de estudantes da educação básica. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 397-420, jul./dez. 2012.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? *Pro-Posições*, Campinas, SP, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

MINAYO, M. C. de S. O desafio da pesquisa social. In: _____. (Org.). *Pesquisa social*: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010. p. 9-30.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.