

FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL DE PISOS MISTOS DE AÇO E CONCRETO: PROCESSOS ANALÍTICOS E NUMÉRICO

Mateus Madureira de Almeida (1), Alex Sander Clemente de Souza (2).

Resumo

Os pisos mistos de aço e concreto vêm continuamente ganhando espaço nas edificações modernas pelo fato de viabilizarem a concepção de projetos de planta livre, que em muito colaboram na viabilidade de empreendimentos imobiliários graças a flexibilidade arquitetônica gerada pelos grandes vãos que os pisos mistos são capazes de vencer. Juntamente com a popularização da tipologia construtiva, é crescente a preocupação quanto ao seu comportamento dinâmico, uma vez que os elementos esbeltos com seções de dimensões reduzidas, frequentes nos pisos mistos, os deixam mais sensíveis aos efeitos vibratórios. Apesar de relevantes manuais internacionais de projeto também pautarem o atendimento dos estados limites das vibrações na aceleração do pavimento, as normativas nacionais trazem recomendações baseadas somente no controle da frequência fundamental das estruturas e na deflexão de seus elementos. Todavia, a frequência fundamental é a propriedade modal mais importante para a manutenção das vibrações, uma vez que é indispensável para determinar a aceleração de uma estrutura dentre outras propriedades modais. Dentro desse contexto, esse trabalho apresenta e compara procedimentos analíticos e numéricos para determinação da frequência fundamental de pisos mistos de aço e concreto.

Palavras Chaves: Frequência fundamental. Processo analítico. Piso misto de aço e concreto. Análise dinâmica.

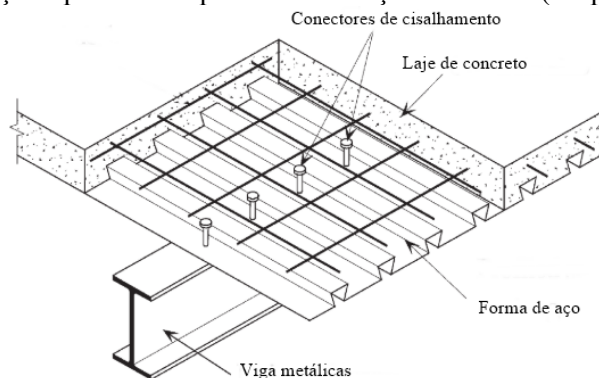
- (1) Mestrando em Engenharia de Estruturas. eng.mateusalmeida96@gmail.com.
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)/ Departamento de Engenharia Civil (DECiv)/ Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil (PPGECiv).
Rod. Washington Luiz, km 235, SP-310, São Carlos/SP
- (2) Professor Associado da Universidade Federal de São Carlos. alex@ufscar.br.
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)/ Departamento de Engenharia Civil (DECiv)/ Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil (PPGECiv).
Rod. Washington Luiz, km 235, SP-310, São Carlos/SP

1 Introdução

O comportamento conjunto entre dois ou mais elementos (constituídos de materiais diferentes) em um único elemento estrutural capaz de resistir à esforços é denominado elemento misto (DE NARDIN; SOUZA, 2008). As lajes mistas com forma de aço incorporada originam-se do depósito de concreto sobre formas de aço que possuem grande variabilidade de formatos, cujas variações objetivam realizar a ligação mecânica entre o aço e o concreto. As vigas mistas de aço e concreto são obtidas a partir da ligação mecânica, realizada por conectores de cisalhamento, de perfis metálicos com lajes de concreto (maciças, mistas, entre outras). Uma estrutura pode ser denominada mista quando apresenta em sua composição elementos mistos.

Um exemplo comum são os edifícios de múltiplos pavimentos estruturados com lajes e vigas mistas, denominados pisos mistos de aço e concreto como ilustra a Figura 1.

Figura 1 - Composição típica de um piso misto de aço e concreto (adaptada de Bailey, 2003)



Os pisos mistos de aço e concreto são munidos da capacidade de vencer grandes vãos com dimensões reduzidas em relação à outras tipologias construtivas, e por necessitarem de menor tempo de execução, fazem com que os pavimentos mistos se consolidem cada vez mais nas construções modernas, por viabilizarem a concepção de projetos de planta livre (promovendo a flexibilidade arquitetônica) e por reduzirem o tempo de retorno do capital.

A viabilidade de empreendimentos imobiliários é fortemente influenciada pelo aumento da versatilidade de utilização dos imóveis e pela redução do tempo de retorno do capital, características essas que são alcançadas, respectivamente, promovendo a flexibilidade arquitetônica e reduzindo o tempo de construção. Entretanto, a capacidade de vencer grandes vãos em conjunto com os avanços da Engenharia de Materiais e Estruturas, estimulam a concepção de elementos esbeltos, que apesar de atenderem as necessidades atuais do mercado, fazem com que os pisos mistos fiquem mais sensíveis aos efeitos vibratórios.

A sensibilidade aos efeitos vibratórios nas edificações com pisos misto, em linhas gerais, é decorrente dos baixos níveis de amortecimento e de frequência fundamental. Dentre as diversas fontes de excitações capazes de comprometer a integridade estrutural e o conforto dos usuários, as induzidas por atividade humana são as mais comuns e investigadas (DEVIN; FANNING, 2017; VARELA; BATTISTA, 2011).

Vibrações excessivas são capazes de prejudicar a funcionalidade das edificações, não só por gerarem desconforto nos usuários, mas também, por serem capazes de comprometer o desenvolvimento de atividades especiais, como em salas de cirurgia e na precisão de equipamentos. Apesar de ser possível amenizar os efeitos vibratórios em estruturas prontas, a manutenção efetiva dos seus efeitos somente é alcançada com grandes intervenções em seus sistemas de massa e rigidez, que além de demandarem elevados custos, correm risco de serem insuficientes. Portanto, determinar as propriedades modais das estruturas mistas passa a ser essencial já nas primeiras etapas do dimensionamento estrutural (GLUHOVIĆ *et al.*, 2016).

As normativas nacionais (como a NBR 6118:2014 e NBR 8800:2008), em relação à manutenção das vibrações, trazem prescrições baseadas unicamente no controle da frequência fundamental das estruturas e na deflexão de seus elementos. Porém, nas mais recentes literaturas técnicas internacionais de grande relevância da área, a garantia do conforto dos

usuários também está pautada no controle da aceleração dos pavimentos. Exemplos de bibliografias renomadas para o controle das vibrações em pisos mistos de aço e concreto são: “*Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity*” (MURRAY *et al.*, 2016) e “*Design of Floors for Vibration: A New Approach*” (SMITH; HICKS; DEVINE, 2009).

Todavia, a frequência fundamental das estruturas não deixa de ser a propriedade modal mais importante para a manutenção das vibrações. Uma vez que o aumento da rigidez associada ou não com a redução do peso das edificações para elevar os níveis de frequência natural e amortecimento das edificações, em muito norteiam a previsão do comportamento dinâmico das estruturas para garantia dos estados limites de serviço e utilização (DEVIN *et al.*, 2013).

A frequência fundamental de uma estrutura pode ser calculada via processos analíticos ou utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Apesar dos avanços da informática facilitarem o acesso aos *softwares* de modelagens numérica continuamente, os processos analíticos para determinação da frequência fundamental dos pisos mistos não deixam de ser úteis. Uma vez que consistem em ferramentas eficientes para prever o comportamento dinâmico das estruturas de forma rápida e com precisão satisfatória.

Diante das informações apresentadas anteriormente, esse trabalho possui o objetivo de comparar as frequências fundamentais de pavimentos mistos determinadas via modelagem numérica, utilizando o *software* SAP2000 V21, com as encontradas seguindo os processos analíticos das últimas versões dos manuais de projeto publicados pelo “*American Institute of Steel Construction (AISC)*” e pelo “*The Steel Construction Institute (SCI)*”.

2 Conceitos básicos sobre vibrações

Vibração pode ser entendida como o movimento essencialmente repetitivo desenvolvido por um corpo ou conjunto de corpos ao redor de um ponto de equilíbrio. De forma geral, existem dois tipos de vibrações que se distinguem pela fonte de excitação do movimento.

As vibrações livres acontecem quando o sistema é deslocado e solto rapidamente (uma única perturbação) e as vibrações forçadas são decorrentes de perturbações contínuas no sistema, como a vibração de máquinas e o caminhar humano. Além de livres e forçadas, as vibrações também podem ser amortecidas ou não. As vibrações não amortecidas, por desprezarem o atrito, desenvolvem-se continuamente e as vibrações amortecidas, por considerarem as forças de atrito internas e externas, fazem com que a energia do sistema seja dissipada gradativamente, ocasionando no decaimento da amplitude da vibração.

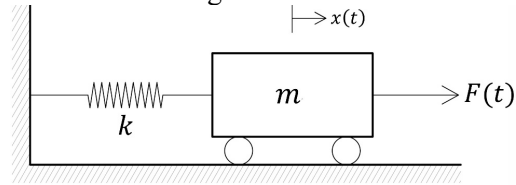
Os problemas de vibrações podem ser solucionados através de sistemas contínuos (onde as massas que compõe o sistema estão ligadas diretamente umas às outras e são formulados costumeiramente com a integração de funções contínuas) e por sistemas discretos (onde as massas não estão ligadas umas às outras e podem ser resolvidos com o uso de matrizes). Um exemplo de sistema contínuo é o caso de uma viga fletida, e de um sistema discreto, um edifício de vários pavimentos (admitindo as colunas como molas e os pisos como massas). Devido à complexidade de solução dos sistemas contínuos, é comum o uso de técnicas que os transformam em sistemas discretos, e a mais comum dessas técnicas é o método dos elementos finitos (MEF) (SMITH; HICKS; DEVINE, 2009).

Os sistemas discretos podem possuir vários graus de liberdade ou apenas um. Na maioria das vezes são modelados utilizando três componentes: massas individuais, amortecedores e molas. Nesses sistemas, as forças são aplicadas às massas por meio de outros componentes e após determinadas e resolvidas as equações matriciais que ligam o deslocamento, velocidade e aceleração às forças externas, esses sistemas são solucionados.

A frequência natural do primeiro modo de vibração de uma estrutura é denominada frequência fundamental, e é a mais relevante para à análise dinâmica das estruturas, uma vez que representa o limite que o sistema estabelece para as ações dinâmicas (SMITH; HICKS;

DEVINE, 2009). A Figura 2 ilustra um sistema discreto com um grau de liberdade sem amortecimento, onde “ k ” é a rigidez, “ m ” a massa do sistema, “ $x(t)$ ” o deslocamento do sistema em função do tempo e “ $F(t)$ ” a força externa aplicada ao sistema em função do tempo.

Figura 2 – Sistema com um grau de liberdade sem amortecimento



A equação do movimento da Figura 2 é representada pela Equação 1. Ao se admitir que a vibração do sistema é livre deve-se considerar $F(t) = 0$, e dessa forma, a equação do movimento passa a ser representada pela Equação 2. Com as condições admitidas na Equação 2, pode-se definir as fórmulas para o cálculo da frequência natural circular não-amortecida “ ω_n ” em rad/s (Equação 3) e da frequência natural cíclica não amortecida “ f_n ” em H_z (Equação 4) (BACHMANN *et al.*, 1995).

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = F(t) \quad (1)$$

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = 0 \quad (2)$$

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \quad (3)$$

$$f_n = \omega_n/2\pi \quad (4)$$

As frequências naturais de elementos contínuos, como vigas e lajes, podem ser determinadas admitindo um sistema com um grau de liberdade. Outro fato importante é que, a continuidade entre os vãos das lajes e vigas (elementos unidirecionais) não exerce grande influência na frequência natural, uma vez que o primeiro modo de vibração das vigas contínuas é bastante semelhante aos das vigas bi-rotuladas (AALAMI, 2014).

Para vibração elástica livre de uma viga de seção uniforme, a frequência natural no enésimo (n) modo de vibração f_n (H_z) é calculada com a Equação 5. Onde E é o módulo de

elasticidade (N/m^2), I o momento de inércia da seção plena (m^4), L o vão (m), m o peso próprio (kg/m) e k_n uma constante relativa às vinculações e grau do modo de vibração (para o primeiro modo de vibração de vigas bi-rotuladas $k_n = \pi^2$).

$$f_n = \frac{k_n}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (5)$$

É possível calcular a frequência fundamental de um elemento com base na sua máxima deflexão causada pelas cargas permanentes. Com algumas adaptações na Equação 5 e admitindo o coeficiente $k_n = \pi^2$ (relativo ao primeiro modo de vibração de vigas biapoiadas), pode-se determinar a frequência fundamental de um elemento unidirecional (f_1) com diferentes condições de apoio com a Equação 6, em que " δ " em milímetro (mm) é a deflexão do elemento causada pelas cargas permanentes.

Os processos analíticos para o cálculo da frequência fundamental de pisos mistos de aço e concreto fazem uso do Método de *Dunkerley*, que determina a frequência natural de uma estrutura (f_1) com base nas frequências individuais de cada elemento que a constitui. Fazendo uso do Método de *Dunkerley*, com a Equação 7 é possível determinar a frequência fundamental de um pavimento misto, admitindo f_L , f_s e f_p como, respectivamente, as frequências naturais das lajes, vigas secundárias e vigas principais.

$$f_1 = 17,8/\sqrt{\delta} \cong 18/\sqrt{\delta} \quad (6)$$

$$\frac{1}{f_1^2} = \frac{1}{f_L^2} + \frac{1}{f_s^2} + \frac{1}{f_p^2} \quad (7)$$

3 Procedimentos Analíticos

Não é recente a necessidade dos projetistas em prever ainda nas fases iniciais de projeto o comportamento dinâmico dos pavimentos, uma vez que existem procedimentos analíticos em

literaturas técnicas internacionais desde a segunda metade do século passado, entretanto, ainda não há referências consolidadas para o controle das vibrações de origem brasileira. Os processos analíticos para determinação da frequência fundamental que serão apresentados nesse trabalho fazem uso do Método de *Dunkerley*, admitem que os pisos mistos são compostos por lajes sustentadas por vigas secundárias apoiadas sobre as vigas primárias e possuem aplicabilidade direta para pavimentos com espaçamento constante entre as vigas secundárias e primárias.

1.1 *Design of Floors for Vibration – SCI/2009*

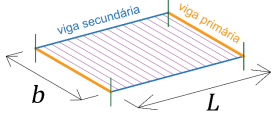
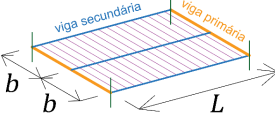
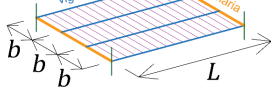
O processo analítico apresentado no “*Design of Floors for Vibration: A New Approach*” (SMITH; HICKS; DEVINE, 2009) para o cálculo da frequência fundamental de pavimentos mistos de aço e concreto leva em consideração a influência na resposta dinâmica da estrutura em decorrência das vinculações e de demais condições de contorno no comportamento dos elementos individuais. O manual recomenda adotar para o módulo de elasticidade dinâmico do concreto $E_{cd} = 38GPa$ e massa específica do concreto de peso normal e leve, respectivamente, $2.350 kg/m^3$ e $1.800 kg/m^3$. Uma característica bastante particular do “*The Steel Construction Institute (SCI)*” é prever dois modos de vibrações para o pavimento, governado pelas vigas secundárias ou pelas vigas primárias, em que o modo dominante é o que apresentar maior deflexão.

O modo de vibração governado pelas vigas secundárias admite que as lajes unidirecionais contínuas, sustentadas pelas vigas secundárias bi-rotuladas, vibram sobre as vigas primárias que oferecem condições de apoio com deflexão nula. Já o modo de vibração governado pelas vigas primárias, considera que as lajes unidirecionais contínuas, sustentadas pelas vigas secundárias contínuas, apoiadas sobre as vigas primárias bi-rotuladas vibram sobre os pilares que oferecem condições de apoio com deflexão nula.

A frequência fundamental do piso misto (f_0) é a menor dentre os dois modos de vibrações previstos. Logo, o que apresentar a maior deflexão total do pavimento " δ_t ", expressa em milímetros (mm), na Equação 8. Os valores relativos às deflexões totais dos pavimentos, para cada um dos dois modos de vibrações citados, podem ser calculados diretamente com as Equações da Tabela 1 para diferentes arranjos estruturais.

$$f_0 = 18/\sqrt{\delta_t} \quad (8)$$

Tabela 1 – Cálculo de δ_t para diferentes arranjos (adaptada de Smith, Hicks e Devine, 2009)

Arranjo da estrutura	Governado pelas vigas secundárias	Governado pelas vigas primárias
Arranjo sem baías 	$\delta_t = \frac{m_f g b}{384 E_s} \left(\frac{5L^4}{I_s} + \frac{b^3}{I_L} \right)$	Não se aplica
Arranjo com duas baías 	Mesmo que o acima	$\delta_t = \frac{m_f g b}{384 E_s} \left(\frac{64b^3 L}{I_p} + \frac{L^4}{I_s} + \frac{b^3}{I_L} \right)$
Arranjo com três baías 	Mesmo que o acima	$\delta_t = \frac{m_f g b}{384 E_s} \left(\frac{368b^3 L}{I_p} + \frac{L^4}{I_s} + \frac{b^3}{I_L} \right)$

Para o cálculo de " δ_t " em metros (m) utilizando a Tabela 1 deve-se admitir a aceleração da gravidade $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, " E_s " e " E_{cd} " como, respectivamente, módulo de elasticidade do aço e módulo de elasticidade dinâmico do concreto, expressos em " N/m^2 ". Todos os momentos de inércia e unidades de comprimento devem estar, respectivamente, em " m^4 " e " m ". Para demais parâmetros das Equações, é necessário definir a razão modular $\alpha = E_s/E_{cd}$.

Admitindo que " L " e " L_p " são, respectivamente, o vão das vigas mistas secundárias e primárias e que " b " é o espaçamento entre as vigas secundárias (como mostram as Figuras da Tabela 1). Para o cálculo dos momentos de inércia das vigas mistas secundárias (I_s) e primárias (I_p), deve-se admitir como altura da mesa colaborantes de concreto a espessura da capa de concreto (t_c) acima da altura total das formas de aço das lajes mistas (h_f) ou a altura total das

lajes maciças (h_L) e como largura efetiva da mesa, " b_{ef} ", os valores encontrados utilizando as Equações 9 e 10, respectivamente, para as vigas secundárias e primárias.

Para o cálculo do momento de inércia das lajes do pavimento (I_L), deve-se dividir a largura unitárias de $1,0m$ por " α " e sua altura deve seguir as mesmas recomendações apresentadas para as mesas colaborantes das vigas mistas. Todavia, é razoável para as lajes mistas considerar a participação do aço das formas. Por fim, a carga distribuída do piso " m_f " em " kg/m^2 " pode ser calculada utilizando a Equação 11, admitindo " p_L " como a carga distribuída permanente das lajes (peso próprio da laje somado com a carga do revestimento e 10% da carga acidental), m_s e m_p , respectivamente, como peso próprio dos perfis metálicos das vigas secundárias e primárias.

$$b_{ef,s} < \{b/\alpha; L/4\alpha\} \quad (9)$$

$$b_{ef,p} < \{L/\alpha; L_p/4\alpha\} \quad (10)$$

$$m_f = p_L + (m_s/b) + (m_p/L) \quad (11)$$

2.1 AISC 2016

Dentre os manuais publicados pelo "*American Institute of Steel Construction (AISC)*", o processo analítico para calcular a frequência fundamental de pavimentos mistos presente no "*Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity*" (MURRAY *et al.*, 2016), que é uma atualização do "*Floor Vibrations Due to Human Activity*" (MURRAY; ALLEN; UNGAR, 2003), em nada diferem e apresentam recomendações semelhantes às encontradas no "*Design of Floors for Vibration - SCI P354/2009*", relativas ao cálculo da frequência fundamental dos pavimentos e também fazem uso do Método de *Dunkerley*.

O processo analítico que será descrito possui aplicabilidade para pavimentos onde os vãos das vigas secundárias são maiores ou iguais a metade dos das vigas primárias e o

espaçamento entre elas é constante. Também deve-se considerar que " E_s " e " E_c " são, respectivamente, o módulo de elasticidade do aço e do concreto (ambos em "MPa"). Para aplicar o processo analítico do manual do *AISC*, inicialmente deve-se admitir que " L_j ", " S " e " L_g " são, respectivamente, o vão das vigas secundárias, o espaçamento das vigas secundárias e o vão das vigas principais (expressos em milímetros "mm").

Para o cálculo dos momentos de inércia das vigas mistas secundárias (I_j) e principais (I_g) (ambos em " mm^4 ") deve-se admitir como altura da mesa colaborantes de concreto a espessura da capa de concreto (t_c) acima da altura total das formas de aço das lajes mistas (h_f) para as vigas secundárias e para as principais o valor de " d_e " (espessura da capa de concreto " t_c " somada à metade da altura da forma de aço " h_f "). Quando forem maciças para ambas (secundárias e principais) a altura total das lajes (h_L). Quanto a largura efetiva das mesas colaborantes de concreto, " b_{ef} ", adotar os valores encontrados utilizando as Equações 12 e 13, respectivamente, para as vigas secundárias e primárias, admitindo a razão modular $n = E_s/1,35E_c$.

$$b_{ef,j} < \{L_g/n; 0,4 L_j/n\} \quad (12)$$

$$b_{ef,g} < \{L_j/n; 0,4 L_g/n\} \quad (13)$$

É necessário admitir que " p_g " (expresso em kN/m^2) é a carga permanente distribuída sobre as lajes (peso próprio, revestimento e 10% da carga acidental), para então, determinar as cargas permanentes que solicitam as vigas secundárias " w_j " e principais " w_g " (ambas em kN/m), utilizando, respectivamente, as Equações 14 e 15 (admitindo que " m_j " é o peso próprio dos perfis metálicos das vigas secundárias e " m_g " das principais e ambos expressos em " kN/m "). Para a aplicação do Método de *Dunkerley* é preciso calcular a deflexão das vigas

secundárias (Δ_j) e das principais (Δ_g) em milímetros utilizando, respectivamente, as Equações 16 e 17.

$$w_j = S p_g + m_j \quad (14)$$

$$w_g = (L_j/S)w_j + m_g \quad (15)$$

$$\Delta_j = (5w_j L_j^4)/(384E_s I_j) \quad (16)$$

$$\Delta_g = (5w_g L_g^4)/(384E_s I_g) \quad (17)$$

Para o cálculo da frequência fundamental do modo combinado da vibração dos pavimentos, é necessário determinar outras propriedades geométricas do piso, cujas definições e Equações são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Definições e Equações de propriedades geométricas e modais dos pavimentos (AISC/2016) (adaptada de Murray *et al.*, 2016)

D_s : momento de inércia das lajes transformada por unidade de comprimento, expresso em “ mm^3 ”.	$D_s = (d_e)^3/(12n) \quad (18)$
D_j : momento de inércia das vigas secundárias por unidade de comprimento, expresso em “ mm^3/m ”.	$D_j = I_j/S \quad (19)$
B_j : largura efetiva da parcela do piso na direção das vigas secundárias que participa da vibração, expressa em “ mm ”.	$B_j = C_j * [(D_s/D_j)^{1/4}] L_j \quad (20)$
* $C_j = 2,0$ para vigas secundárias dos painéis internos e $C_j = 1,0$ quando contidas nos painéis da extremidade. O valor de B_j deve ser inferior ou igual à 2/3 do comprimento total do piso na direção das vigas secundárias.	

Caso $L_g < B_j$ o modo combinado da vibração do painel é enrijecido, uma vez que a vibração é restringida. Tal enrijecimento pode ser estimado reduzindo a deflexão das vigas principais (Δ_g) através da Equação 21 onde a seguinte relação deve ser atendida: $0,50 \leq L_g/B_j \leq 1,00$. Por fim, a frequência fundamental do pavimento utilizando as recomendações do “*Design Guide 11 (AISC/2016)*”, é calculada com a Equação 22 se $L_g \geq B_j$ e com a Equação 23 se $L_g < B_j$.

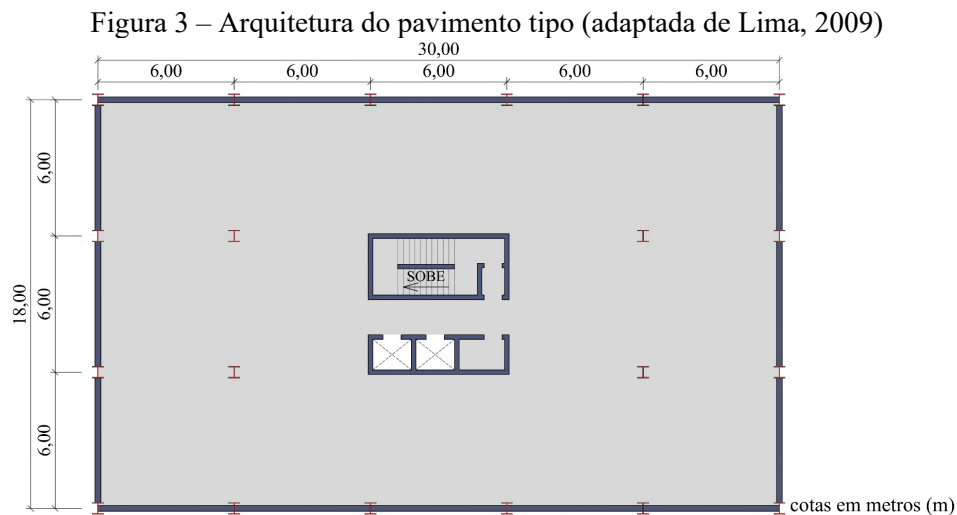
$$\Delta'_g = (L_g/B_j)\Delta_g \quad (21)$$

$$f_o = 0,18 \sqrt{9.806/(\Delta_j + \Delta_g)} \quad (22)$$

$$f_o = 0,18 \sqrt{9.806/(\Delta_j + \Delta'_g)} \quad (23)$$

4 Metodologia

Com o propósito de comparar as diferentes metodologias apresentadas para determinar a frequência fundamental de pisos mistos de aço e concreto, foram concebidas 36 estruturas compatíveis com a arquitetura do pavimento tipo da Figura 3, admitindo distância de nível a nível de 3,00m. O projeto do pavimento também foi utilizado por Lima (2009).

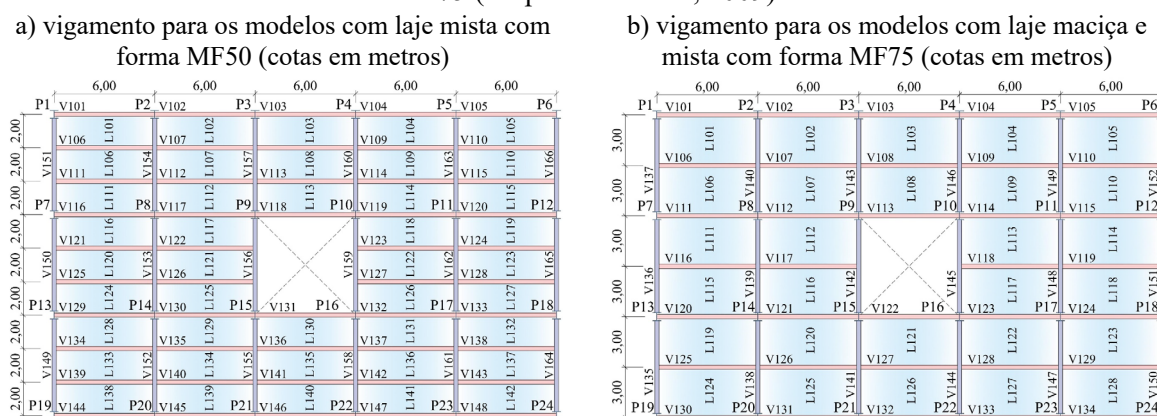


Das 36 estruturas concebidas, 12 possuem laje maciça, 12 apresentam lajes mistas de aço e concreto com forma de aço incorporada MF50 ($h_f = 5cm$) e 12 com forma MF75 ($h_f = 7,5cm$), ambas da METFORM e com espessura de 0,80mm. As demais diferenças entre os modelos estão nos perfis dos vigamentos e na altura das lajes.

Nos modelos com laje mista com forma MF50 o espaçamento entre as vigas secundárias é de 2,00m e das vigas primárias é de 6,00m, e nos modelos com laje maciça e mista com forma MF75, o espaçamento entre as vigas secundárias é de 3,00m e das vigas primárias é de

6,00m. Em todos os vigamentos os pilares são dispostos a cada 6,00m. A Figura 4 mostra os vigamentos para as três tipologias de lajes descritas. Os processos analíticos apresentados (SCI/2009 e AISC/2016) para o cálculo da frequência fundamental foram aplicados às 36 estruturas, que também foram modeladas numericamente no *software* SAP2000 V21.

Figura 4 – Vigamento dos modelos a) laje mista com forma MF50 b) laje maciça e mista com forma MF75 (adaptada de Lima, 2009)



Na modelagem numérica, nas vigas e nos pilares foram utilizados elementos “*straight frame*”. Todas as vigas tiveram suas extremidades rotulados e foram inseridas a partir das extremidades das mesas superiores dos perfis, e os pilares com meia altura (1,50m acima e 1,50m abaixo do piso) com ambas as extremidades engastadas. Para representar as lajes, foram utilizados elementos “*shell*” (apenas com a espessura da capa de concreto “ t_c ” ou altura total da laje maciça “ h_L ”) e deslocadas das mesas superiores dos perfis das vigas para que ficassem na posição de concepção do projeto. Todos os modelos foram processados utilizando módulo de elasticidade do aço e do concreto com valores, respectivamente, de $E_a = 200.000 \text{ MPa}$ e $E_{cd} = 30.428 \text{ MPa}$, e em relação ao peso próprio das lajes mistas e demais informações foram utilizados os valores fornecidos pelo fabricante das formas.

Quanto as cargas permanentes, juntamente com o peso próprio das lajes foram acrescidos $0,50 \text{ kN/m}^2$ (referentes à 10% da carga acidental de utilização de $5,00 \text{ kN/m}^2$) e

1,50 kN/m^2 (relativo ao acabamento das lajes), e para que tais valores fossem contabilizados nos modelos numéricos o peso específico do concreto foi ajustando.

5 Resultados obtidos

Para cada uma das 36 estruturas foram determinados três valores de frequência fundamental. Dois utilizando os métodos analíticos (SCI/2009 e AISC/2016) e outro com a modelagem numérica. Os resultados estão organizados em Tabelas, onde são indicados os perfis das vigas e pilares, espessura da capa de concreto ou altura total das lajes, valores das frequências fundamentais e variação da frequência em relação ao valor encontrado numericamente. Na Tabela 3 estão as informações dos 12 modelos com laje maciça, na Tabela 4 dos 12 modelos com forma de aço MF50 e na Tabela 5 dos 12 pisos com forma de aço MF75.

Tabela 3 – Detalhes e frequências fundamentais dos modelos com laje maciça

Modelo	h_L	Perfil das vigas		Perfil dos Pilares	Frequência fundamental (Hz)			Variação em relação ao numérico(%)	
	(cm)	Secundárias	Primárias		SCI	AISC	Numérico	SCI	AISC
MH8VS250	8,0	VS250X21	VS250X29	CS250X43	4,64	3,89	6,03	23,08	35,45
MH10VS250	10,0				4,79	4,14	6,61	27,59	37,43
MH12VS250	12,0				4,96	4,40	7,17	30,86	38,65
MH14VS250	14,0				5,16	4,69	7,48	31,01	37,34
MH8SV350	8,0	VS350X26	VS350X30	CS250X52	6,08	5,05	7,30	16,65	30,78
MH10VS350	10,0				6,19	5,28	7,79	20,58	32,23
MH12VS350	12,0			CS250X63	6,29	5,51	8,41	25,18	34,47
MH14VS350	14,0				6,42	5,76	8,94	28,23	35,63
MH8VS450	8,0	VS450X51	VS450X60	CS350X112	9,42	8,11	10,32	8,69	21,37
MH10VS450	10,0				9,74	8,03	10,93	10,84	26,56
MH12VS450	12,0				9,90	8,24	11,48	13,83	28,26
MH14VS450	14,0				9,99	8,46	12,03	16,96	29,71

Nos modelos com laje maciça, a variação média das frequências fundamentais determinadas analiticamente, em relação às determinadas numericamente, seguindo as prescrições do SCI (2009) foi de 21,12% e seguindo as recomendações do AISC (2016) foi de

32,32%, sendo todos os valores inferiores aos determinados numericamente com variação média total de 26,72% (processos analíticos em relação a modelagem numérica). O gráfico da Figura 5 mostra os resultados que são apresentados na Tabela 3.

Figura 5 – Frequências fundamentais dos modelos com laje maciça e variação dos resultados obtidos analiticamente em relação aos obtidos numericamente

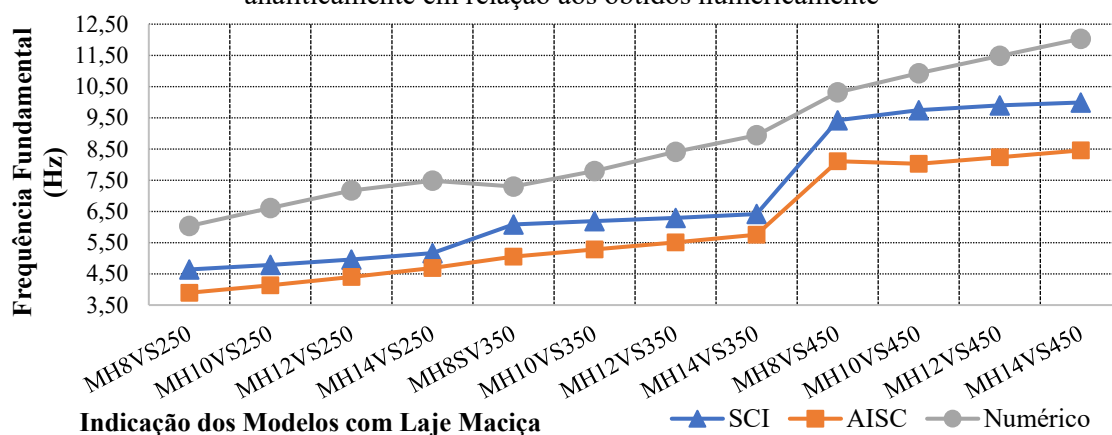


Tabela 4 – Detalhes e frequências fundamentais dos modelos com forma de aço MF50

Modelo	t_c (cm)	Perfil das vigas		Perfil dos Pilares	Frequência fundamental (Hz)			Variação em relação ao numérico(%)	
		Secundárias	Primárias		SCI	AISC	Numérico	SCI	AISC
MF50H6W150	6,0	W150X13	W310X21	CS250X43	4,55	3,76	4,98	8,55	24,59
MF50H8W150	8,0				4,75	4,03	5,57	14,67	27,64
MF50H10W150	10,0				4,87	4,35	6,09	19,98	28,59
MF50H12W150	12,0				5,03	4,72	6,63	24,17	28,83
MF50H6W250	6,0	W250X17,9	W360X51	CS250X52	6,98	5,70	7,18	2,72	20,65
MF50H8W250	8,0				7,16	5,91	7,71	7,11	23,30
MF50H10W250	10,0			CS250X63	7,38	6,15	8,23	10,38	25,28
MF50H12W250	12,0				7,65	6,43	8,68	11,80	25,92
MF50H6W360	6,0	W360X32,9	W460X82	CS350X112	10,79	8,55	10,45	3,25	18,24
MF50H8W360	8,0				10,99	8,69	11,03	0,35	21,21
MF50H10W360	10,0				11,10	8,91	11,58	4,20	23,07
MF50H12W360	12,0				11,17	9,13	12,15	8,02	24,83

Quanto aos modelos com forma de aço MF50 (Tabela 4), a variação média das frequências determinadas analiticamente seguindo o SCI (2009) foi de 9,60%, com apenas um resultado superior ao numérico (modelo MFH6W360), e seguindo o AISC (2016) a variação média foi de 24,35% com todos os valores inferiores aos resultados numéricos. A variação

média total dos resultados obtidos analiticamente em relação aos numéricos foi 16,97%. O gráfico da Figura 6 apresenta os resultados dos modelos descritos anteriormente.

Figura 6 – Frequências fundamentais dos modelos com forma de aço incorporada MF50 e variação dos resultados obtidos via processos analíticos em relação os obtidos via modelagem numérica

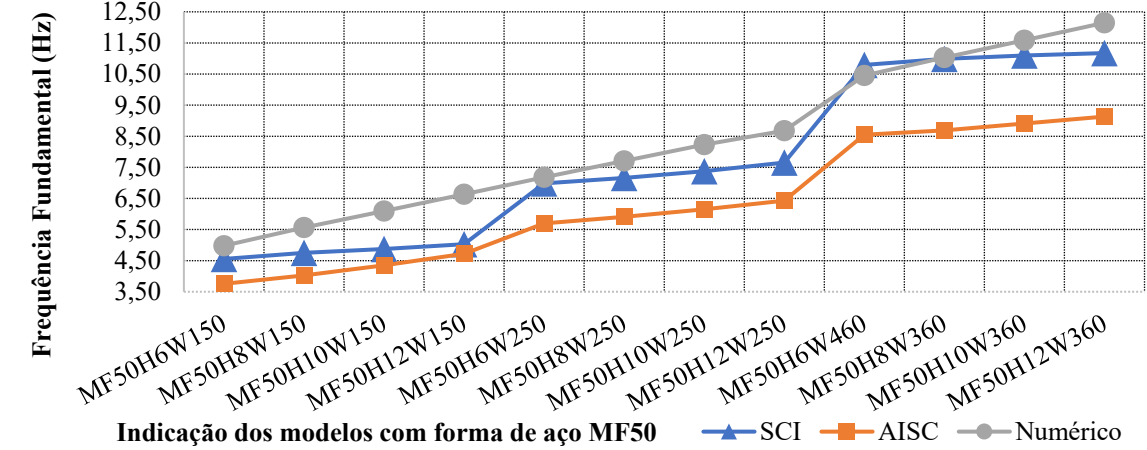


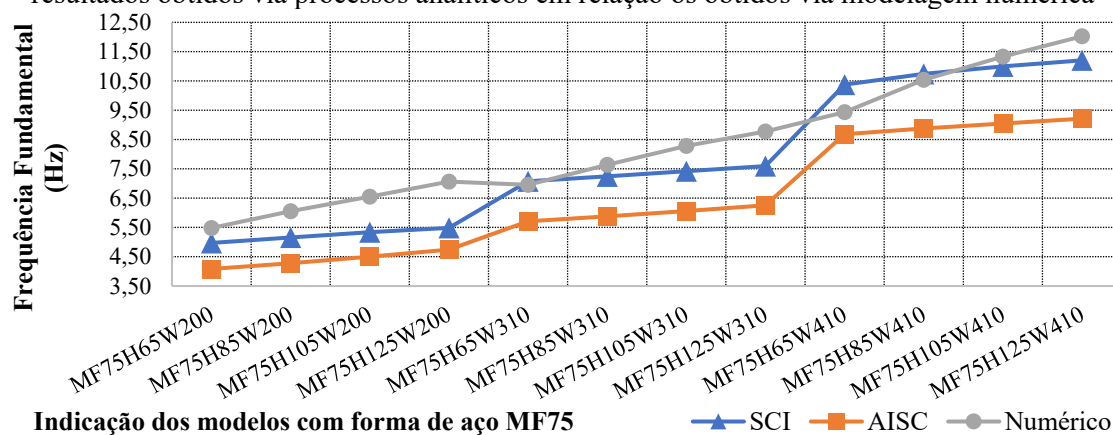
Tabela 5 - Detalhes e frequências fundamentais dos modelos com forma de aço MF75

Modelo	t_c	Perfil das vigas		Perfil dos Pilares	Frequência fundamental (Hz)			Variação em relação ao numérico(%)	
	(cm)	Secundárias	Primárias		SCI	AISC	Numérico	SCI	AISC
MF75H65W200	6,5	W200X15	W310X21	CS250X43	4,97	4,08	5,48	9,31	25,50
MF75H85W200	8,5				5,16	4,28	6,05	14,80	29,34
MF75H105W200	10,5				5,34	4,50	6,55	18,57	31,33
MF75H125W200	12,5				5,49	4,74	7,06	22,31	32,83
MF75H65W310	6,5	W310X21	W360X39	CS250X52	7,08	5,71	6,96	1,73	17,94
MF75H85W310	8,5				7,25	5,88	7,64	5,10	22,99
MF75H105W310	10,5			CS250X63	7,42	6,06	8,28	10,43	26,82
MF75H125W310	12,5				7,59	6,26	8,77	13,47	28,69
MF75H65W410	6,5	W410X38,8	W460X82	CS350X112	10,37	8,68	9,44	9,95	8,02
MF75H85W410	8,5				10,74	8,88	10,54	1,89	15,77
MF75H105W410	10,5				11,00	9,05	11,33	2,95	20,14
MF75H125W410	12,5				11,20	9,21	12,02	6,83	23,38

A menor variação média dos resultados obtidos analiticamente segundo o AISC (2016), de 23,56%, ocorreu nos modelos com forma de aço MF75 (Tabela 5), cuja variação média dos resultados seguindo as prescrições do SCI (2009) foi de 9,78% com três valores superiores aos numéricos (modelos MF75H65W310, MF75H65W410 e MF75H85W410). O gráfico da Figura

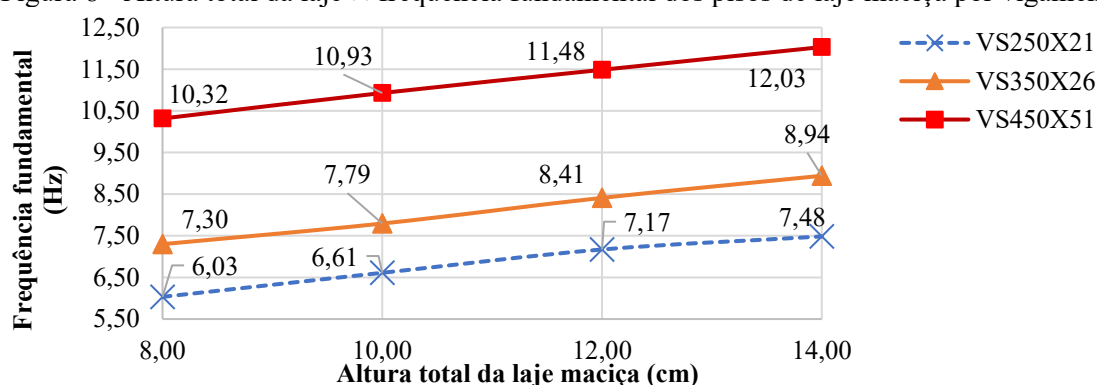
7 apresenta os resultados dos pisos com forma de aço MF75 com variação média total de 16,67% (menor valor dentre as três tipologias de laje).

Figura 7 - Frequências fundamentais dos modelos com forma de aço incorporada MF75 e variação dos resultados obtidos via processos analíticos em relação os obtidos via modelagem numérica



Com o objetivo de avaliar a influência dos perfis metálicos e da espessura das lajes na frequência fundamental, tomando como referência somente as frequência obtidas a partir da modelagem numérica, no gráfico da Figura 8 é apresentada variação da frequência fundamental dos modelos com laje maciça de acordo com perfil das vigas secundárias e altura total das lajes, em que cada centímetro de concreto aumentou em média 3,29% a frequência fundamental dos pisos.

Figura 8 - Altura total da laje × frequência fundamental dos pisos de laje maciça por vigamento



Os gráficos da Figura 9 e Figura 10, são semelhantes ao da Figura 8, com a diferença que retratam os pisos com forma de aço, respectivamente, MF50 e MF75. Em que cada centímetro de concreto acarretou um aumento médio de 3,62% e de 4,22% na frequência fundamental, respectivamente, dos pavimentos com forma MF50 e MF75.

Figura 9 - Altura total da laje × frequência fundamental dos pisos de laje mista com forma MF50 por viga

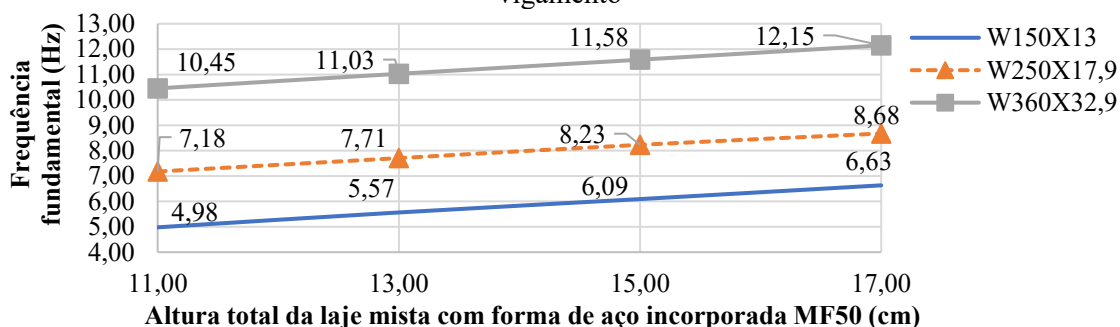
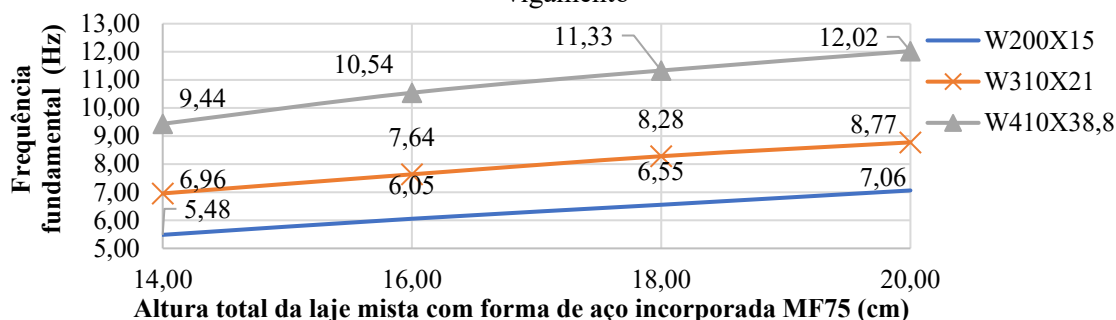


Figura 10 - Altura total da laje × frequência fundamental dos pisos de laje mista com forma MF75 por viga



6 Conclusões

A partir dos resultados obtidos, ficou claro que os processos analíticos para determinação da frequência fundamental dos pavimentos apresentaram valores próximos aos encontrados numericamente, uma vez que a variação média das frequências determinadas analiticamente em relação os resultados numéricos seguindo as diretrizes do SCI foi de 13,50% e seguindo as diretrizes do AISC a variação média foi de 26,74%.

Percebeu-se que as seções dos perfis metálicos das vigas exercem maior influência na frequência fundamental dos pavimentos em relação à espessura das lajes, por oferecem grandes

incrementos de rigidez com acréscimos quase insignificantes ao peso próprio da estrutura. Em relação a proximidade das frequências calculadas analiticamente com as determinadas numericamente, também se observou que à medida que se eleva a contribuição dos perfis metálicos das vigas na rigidez do pavimento, se aumenta a proximidade dos resultados (via processos analíticos com os numéricos), e a medida que se aumenta a quantidade de concreto, tal proximidade diminui. Apesar de que os avanços da informática propiciam e facilitam o acesso aos *softwares* de modelagem numérica, os processos analíticos ainda são ferramentas úteis e seguras nas fases iniciais da análise estrutural.

7 Referências

- AALAMI, B. O. Vibration design of concrete floors. Redwood. ADAPT Corporation, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- BACHMANN, H. *et al.* Vibration problems in structures: practical guidelines. Basel: Birkhauser, 1995.
- BAILEY, C. G. Efficient arrangement of reinforcement for membrane behaviour of composite floor slabs in fire conditions. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 59, p. 931–949, 2003.
- DE NARDIN, S.; SOUZA, A. S. C. de. Sistemas de vigas mistas contínuas e semicontínuas para edifícios. XXXIII jornadas sudamericanas de ingenieria estructural, Santiago/Chile, maio 2008.
- DEVIN, A. *et al.* Structural Dynamic Parameter Identification and the Effect of Test Techniques. *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, v. 39, n. 4, 2013.
- DEVIN, A.; FANNING, P. J. Comparison of state-of-the-art methods of estimating & controlling floor vibrations. EVACES2017 – Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures, San Diego/Estados Unidos, 12-14 julho 2017.
- GLUHOVIĆ, N. *et al.* Vibrations of composite steel-concrete floors induced by human activities. *Building Materials And Structures*, v. 59, n. 4, p. 17–29, 2016.
- LIMA, Y. D. da C. Alternativa de sistemas de lajes para edifício em aço: um estudo comparativo. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) - Programa de Pós-Graduação em Construção Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.
- METFORM. Catálogo de Telha-Forma (steel deck). Disponível em: <<http://www.metform.com.br/wordpress/?project=telha-forma>>. Acesso em: 4 fev. 2021.
- MURRAY, T. M. *et al.* Vibrations of Steel- Framed Structural Systems Due to Human Activity, *Steel Design Guide Series 11*, American Institute of Steel Construction, 2016.

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E. E.; Floor Vibration Due to Human Activity, Steel Design Guide Series 11, American Institute of Steel Construction, Chicago, 2003.

SMITH A. L.; HICKS, S. J.; DEVINE, P. J. Design of Floors for Vibration: A New Approach, SCI P354, The Steel Construction Institute, Silwood Park, Ascot, Berkshire, England, 2009.

VARELA, W. D.; BATTISTA, R. C. Control of vibrations induced by people walking on large span composite floor decks. Engineering Structures, v. 33, p. 2485–2494, 2011.

Abstract Extended

The composite systems floors of steel and concrete are continually gaining space in the modern constructions due to fact that afford the design of free-plan projects, helping in the boosting of building ventures in virtue to the architectural flexibility generated by the large spans that composite systems floors are capable of win. Together with the popularization of the constructive typology, is growing preoccupation about its dynamic behavior, since the slenderness elements with reduced dimensions of cross sections, frequents in the composite systems floors of steel and concrete, make them more sensitive to vibratory effects. Although international design guides about vibrations present recommendations about the limit states of vibrations too based in the accelerating of floors, the nation's standards offer recommendations only based with fundamental frequency of the structure and deflection their elements. However, the fundamental frequency yet the most important modal property for control of vibrations, since it is indispensable for determining the acceleration of a structure. Within this context, this work presents and compares analytical and numerical process for determining the fundamental frequency of composite systems floors of steel and concrete. With objective to compare the analytical methods with MEF for determining the fundamental frequency of composite systems floors of steel and concrete, was formed 36 structures compatibles with one design type-floor (12 with massive slab and 24 with composite slab diversify twice steel shapes).

Keywords: *Fundamental frequency. Analytical process. Composite systems floors of steel and concrete. Dynamic analysis.*

Conclusion

After determining three fundamental frequency values for each structure (two using analytical processes and other using MEF), was clear that values computed using analytical processes

was near values obtained using numerical process. The average variation of the frequencies values determined using the analytical process by SCI was 13.50% and using the process of AISC was 26.74% in comparison to the numerical modeling. It was observed that as the contribution the steel profiles of beams increases at stiffness floors, the proximity of analytical results with the numerical ones increased, and as the amount of concrete increases, such proximity decreases.

It was also noted that the steel profiles of beams have a greater influence at fundamental frequency of floors in relation to the thickness of concrete slabs, because offer large increments of stiffness with without that significant additions to structure's weight. Although advances computers segment stimulate and facilitate access to numerical tools, the analytical processes yet are useful and safes tools in the early stages of structural analysis.