

# Análisis no-linear por elementos finitos de un elemento viga-columna de concreto armado

*América Bendito,<sup>(1)</sup> M. L. Romero,<sup>(2)</sup> J. L. Bonet,<sup>(3)</sup> P. F. Miguel,<sup>(4)</sup> M. A. Fernández<sup>(5)</sup>*

Trabalho recebido em 11/7/2008 e aprovado para publicação em 4/9/2008.

---

## Resumen

En la construcción de estructuras de concreto el Concreto de Alta Resistencia presenta enormes ventajas, sobre todo en elementos sometidos a axiales de compresión importantes, como ocurre en el caso de columnas de edificación o de pilas de puente. Los modelos teóricos que actualmente se utilizan para el diseño de las estructuras de concreto no habrían sido posibles sin la labor investigadora de carácter experimental llevada a cabo desde su invención.

El inconveniente de realizar ensayos experimentales es que son muy costosos, por lo tanto, frecuentemente no se realizan el número de ensayos necesarios para poder predecir el comportamiento de las estructuras reales o para desarrollar modelos simplificados de análisis.

Para lograr desarrollar modelos simplificados de análisis es necesario validar un modelo numérico que sea capaz de reproducir los más fielmente posible el comportamiento de columnas reales ensayadas experimentalmente.

En éste artículo se describe el procedimiento de calibración de un modelo numérico 2D utilizando el programa ATENA, Cervenka (1998) con 44 ensayos experimentales propios, el estudio detallado de los parámetros influyentes en dicho modelo y de un análisis estadístico detallado que sirve para que se concluya que la herramienta numérica se ha calibrado y es capaz de utilizarse para modelar estructuras de concreto armado con comportamiento similar y poder desarrollar modelos simplificados de análisis.

*Palabras clave:* Concreto armado. Análisis experimental. Elementos finitos. Elemento viga-columna. Concreto de alta resistencia.

---

<sup>(1)</sup> Prof. Dra. Departamento de Ingeniería, Núcleo Universitario Rafael Rangel, Universidad de Los Andes, Venezuela. Email: americab@ula.ve

<sup>(2)</sup> Prof. Dr. Universidad Politécnica de Valencia, España. Email: mromero@mes.upv.es

<sup>(3)</sup> Prof. Dr. Depto. Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, España. Email: jlbonet@cst.upv.es

<sup>(4)</sup> Prof. Dr. Depto. Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, España. Email: pmiguel@cst.upv.es

<sup>(5)</sup> Profesor Dr. Depto. Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, España. Email: mafernan@cst.upv.es.

# 1 Introducción

El Concreto de Alta Resistencia en la construcción de estructuras de concreto presenta enormes ventajas, sobre todo en elementos sometidos a axiales de compresión importantes, como ocurre en el caso de columnas de edificación o de pilas de puente.

La disponibilidad de resultados experimentales sobre el comportamiento de las estructuras construidas con materiales como el concreto armado y pretensado (concreto estructural), y cuyas propiedades mecánicas son complejas, es imprescindible para avanzar en el conocimiento de la respuesta de este tipo de estructuras frente a las tensiones que se le aplican.

Los modelos teóricos que actualmente se utilizan para el diseño de las estructuras de concreto no habrían sido posibles sin la labor investigadora de carácter experimental llevada a cabo desde su invención.

El inconveniente de realizar ensayos experimentales es que son muy costosos; por lo tanto, frecuentemente no se realizan el número de ensayos necesarios para poder predecir el comportamiento de las estructuras reales o para desarrollar modelos simplificados de análisis.

Para lograr desarrollar modelos simplificados de análisis es necesario validar un modelo numérico que sea capaz de reproducir los más fielmente posible el comportamiento de columnas reales ensayadas experimentalmente, en donde se pueda tomar en cuenta la no linealidad de la columna y la posibilidad de formación de rótulas plásticas tanto en concreto normal como de alta resistencia..

En éste artículo se describe el procedimiento de calibración de un modelo numérico 2D, utilizando el programa ATENA, Cervenka (1998) con 44 ensayos experimentales propios.

Para ello, primero se explican los ensayos experimentales realizados por el grupo de investigación, Barrera et al. (2006), luego se comenta la influencia de cada parámetro en el comportamiento del concreto y finalmente se realiza un análisis estadístico del error entre la carga máxima experimental y numérica y poder concluir si la herramienta numérica es capaz de utilizarse para modelar estructuras de concreto armado con comportamiento similar y poder, por lo tanto, desarrollar modelos simplificados de análisis.

## 2 Metodología y ensayo experimental

### 2.1 Descripción del ensayo experimental

La tipología del ensayo experimental se indica en la Figura 1, donde la columna se dispone horizontalmente por comodidad y representa a un elemento viga-columna como el de la Figura 2.

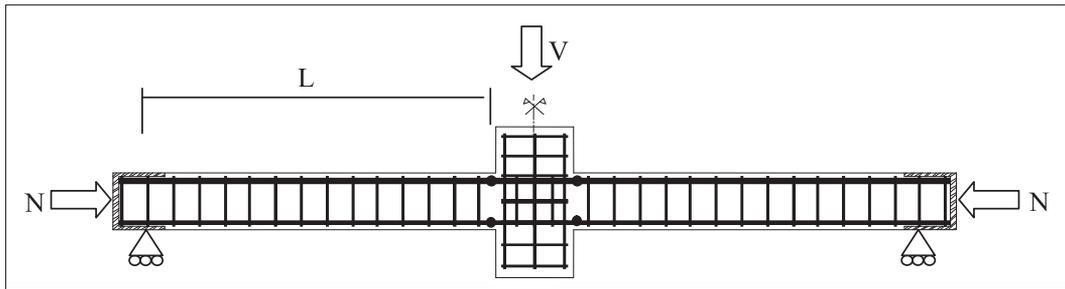


Figura 1: Columna a ensayar experimentalmente

El elemento rigidizador central denominado en la bibliografía consultada “stub” representa la unión de la columna con el forjado.

La carga axial  $N$  y la vertical  $V$  aplicadas consiguen representar en el ensayo experimental un diagrama de axiales y momentos similar al de la realidad.

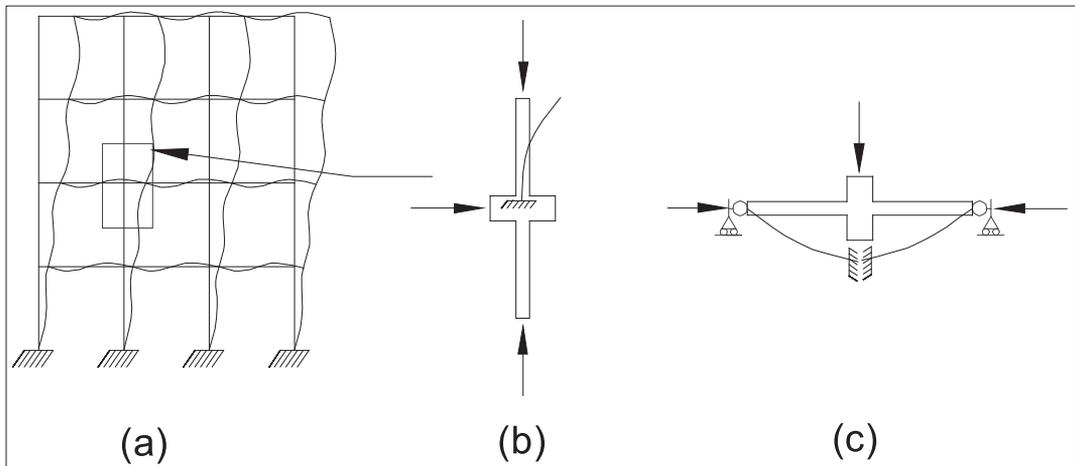


Figura 2: Modelo del ensayo: (a) pórtico estructural, (b) soporte aislado, (c) modelo del ensayo

En las Figura 3 se muestra un esquema general del diseño del ensayo y un detalle del sistema formado por las placas de carga, las barras, los apoyos, bulones, actuador, etc.

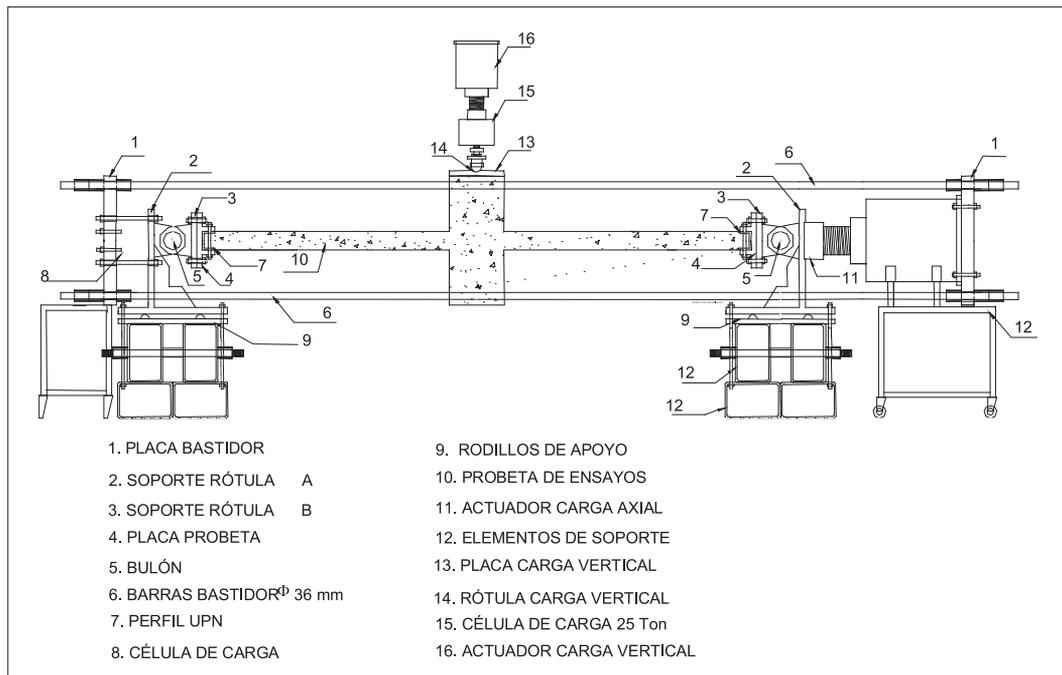


Figura 3: Descripción del pórtico de ensayo. Las dimensiones de las probetas a ensayar están presentadas en la Figura 4 en centímetros

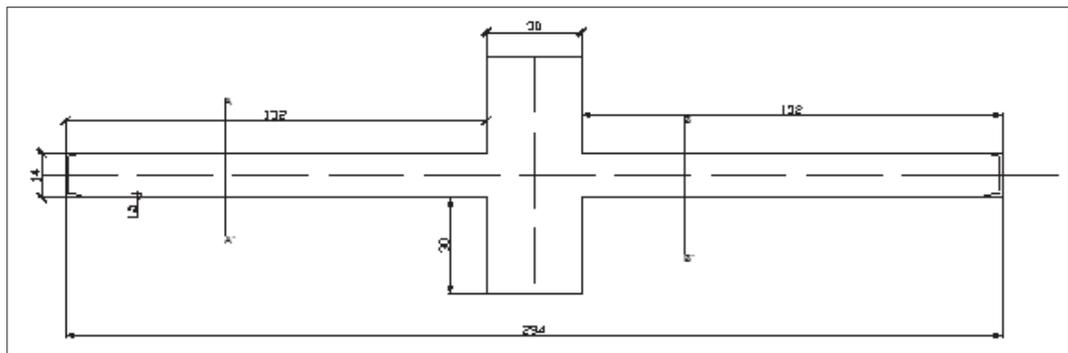


Figura 4: Geometría de la probeta en centímetros

## 2.2 Definición de las variables intervinientes

Una vez identificados los parámetros que influyen en un comportamiento simplificado, podrá caracterizarse con mayor conocimiento el mismo problema con un comportamiento más complejo, por lo tanto se comprueba en primer lugar el comportamiento de la columna bajo carga monotónica y en flexión recta.

La definición de los parámetros influyentes y la delimitación de los rangos de estudio se realiza a partir de los conceptos fundamentales de la deformabilidad de columnas sometidas a flexo-compresión, en base a los vacíos existentes en la bibliografía, así como también, a partir de los criterios y recomendaciones de las normas existentes respecto a rangos de cuantía geométrica convencionalmente utilizada en elementos de concreto y rangos de esbeltez geométrica con escasa comprobación numérica en los que es preciso considerar los efectos de segundo orden.

Los factores que se tuvieron en cuenta en el estudio se encuentran resumidos en la Tabla 1:

Tabla 1: Rangos y parámetros de estudio

Parámetros de estudio	Rango
Resistencia del concreto, $f' c$	30, 60 y 90 (MPa)
Cuantía longitudinal, $\rho g$	1%, 2%, 3%
Esbeltez geométrica ( $\lambda = l/h$ )	15, 21, 30
Nivel de carga axial	0 al 60%

## 2.3 Armadura

Tanto para la armadura longitudinal como transversal se utiliza Acero B 500 S, en la armadura longitudinal barras corrugadas con diámetros nominales de 8 mm, 10 mm y 12 mm, y para la armadura transversal diámetros nominales de 6mm. El tipo de armado es el que se muestra en la Figura 5.

## 2.4 Datos experimentales

La ficha técnica de los ensayos experimentales realizados se presenta en la Tabla 2.

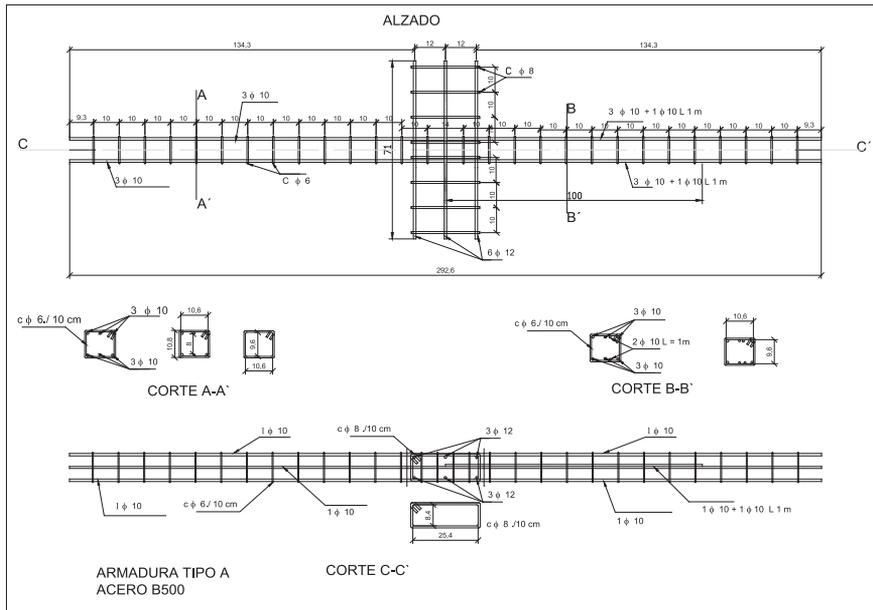


Figura 5: Esquema de la armadura de refuerzo

Tabla 2: Datos de los ensayos experimentales

Nº	REFERENCIA	Resistencia Probetas cilíndricas (fc en Mpa)	Nivel de carga (N/NI)	Cuántia longitudinal	Nivel de confinamiento	Esbeltéz Geométrica	D (m)	h (m)	Armado	Cuántia real	Área de acero (m²)	Nuc (KN)	Axil aplicado (kN)	
1	N3-21-C0-2-00	36.60	0	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	957.10	0
2	N3-21-C0-2-15	31.75	0.14	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	855.25	123
3	N3-21-C0-2-30	31.60	0.30	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	852.10	255
4	N3-21-C0-2-45	34.50	0.42	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	913.00	381
5	N3-15-C0-2-30	30.1	0.30	2%	1%	15	0.15	0.2	6	12	2.26%	0.00067859	1174.43	350
6	N3-15-C0-2-45	33	0.42	2%	1%	15	0.15	0.2	6	12	2.26%	0.00067859	1261.43	533
7	N3-30-C0-2-30	32.70	0.29	2%	1.3%	30	0.15	0.10	6	8	2.01%	0.00030159	611.14	180
8	N3-30-C0-2-45	32.90	0.43	2%	1.3%	30	0.15	0.10	6	8	2.01%	0.00030159	614.14	265
9	N3-21-C0-1-30	42.20	0.23	1%	1%	21.42	0.15	0.14	6	8	1.44%	0.00030159	1006.84	228
10	N3-21-C0-1-60	35.20	0.51	1%	1%	21.42	0.15	0.14	6	8	1.44%	0.00030159	859.84	440
11	N3-21-C0-3-15	33.00	0.15	3%	1%	21.42	0.15	0.14	6	12	3.23%	0.00067859	964.43	142
12	N3-21-C0-3-30	29.50	0.31	3%	1%	21.42	0.15	0.14	6	12	3.23%	0.00067859	890.93	280
13	H60-21-C0-2-00	55.80	0.00	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	1388.57	0
14	H60-21-C0-2-15	54.10	0.15	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	1352.87	208
15	H60-21-C0-2-30	60.45	0.29	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	1486.22	432
16	H60-21-C0-2-45	63.90	0.43	2%	1%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	1558.67	676
17	H60-15-C0-2-30	63.00	0.29	2%	1%	15	0.15	0.2	6	12	2.26%	0.00067859	2202.15	637
18	H60-15-C0-2-45	67.65	0.40	2%	1%	15	0.15	0.2	6	12	2.26%	0.00067859	2341.65	947
19	H60-30-C0-2-30	58.20	0.30	2%	1.3%	30	0.15	0.1	6	8	2.01%	0.00030159	1011.73	300
20	H60-30-C0-2-45	58.65	0.46	2%	1.3%	30	0.15	0.1	6	8	2.01%	0.00030159	1018.48	465
21	H60-21-C0-1-15	57.83	0.16	1%	1%	21.42	0.15	0.14	6	8	1.44%	0.00030159	1353.16	220
22	H60-21-C0-1-30	58.50	0.30	1%	1%	21.42	0.15	0.14	6	8	1.44%	0.00030159	1367.23	412
23	H60-21-C0-3-15	58.30	0.15	3%	1%	21.42	0.15	0.14	6	12	3.23%	0.00067859	1536.45	238
24	H60-21-C0-3-30	61.60	0.29	3%	1%	21.42	0.15	0.14	6	12	3.23%	0.00067859	1605.75	470
25	H90-21-C0-2-00	91.35	0.00	2%	0%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	2163.39	0
26	H90-21-C0-2-15	90.50	0.15	2%	0%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	2145.54	329
27	H90-21-C0-2-30	90.10	0.30	2%	0%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	2137.14	636
28	H90-21-C0-2-45	93.20	0.44	2%	0%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	2202.24	972
29	H90-15-C0-2-30	100.35	0.27	2%	0%	15	0.15	0.2	6	12	2.26%	0.00067859	3363.36	914
30	H90-15-C0-2-45	94.00	0.41	2%	0%	15	0.15	0.2	6	12	2.26%	0.00067859	3172.86	1316
31	H90-21-C0-1-15	90.25	0.15	1%	0%	21.42	0.15	0.14	6	8	1.44%	0.00030159	2052.08	314
32	H90-21-C0-1-30	96.20	0.29	1%	0%	21.42	0.15	0.14	6	8	1.44%	0.00030159	2177.03	624
33	H90-21-C0-3-15	89.60	0.15	3%	0%	21.42	0.15	0.14	6	12	3.23%	0.00067859	2234.46	335
34	H90-21-C0-3-30	94.35	0.30	3%	0%	21.42	0.15	0.14	6	12	3.23%	0.00067859	2334.21	700
35	N30-21-C3-2-30	41	0.30	2%	3%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	1077.77	323
36	N30-21-C3-2-45	34.2	0.45	2%	3%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	934.97	421
37	N30-15-C3-2-30	35.75	0.30	2%	3%	15	0.15	0.20	6	12	2.26%	0.00067859	1384.65	415
38	N30-15-C3-2-45	35	0.45	2%	3%	15	0.15	0.20	6	12	2.26%	0.00067859	1362.15	613
39	H90-21-C3-2-30	93.45	0.30	2%	3%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	2179.22	654
40	H90-21-C3-2-45	91.95	0.45	2%	3%	21.42	0.15	0.14	6	10	2.24%	0.00047124	2147.72	966
41	H90-15-C3-2-30	86.35	0.30	2%	3%	15	0.15	0.20	6	12	2.26%	0.00067859	2902.65	871
42	H90-15-C3-2-45	78.23	0.45	2%	3%	15	0.15	0.20	6	12	2.26%	0.00067859	2659.05	1197
43	H90-15-C2-2-30	95.7	0.30	2%	2%	15	0.15	0.20	6	12	2.26%	0.00067859	3183.15	955
44	H90-15-C2-2-45	89.2	0.45	2%	2%	15	0.15	0.20	6	12	2.26%	0.00067859	2988.15	1345

## 3 Metodología y ensayo numérico

### 3.1 Planteamiento del problema numérico

Para poder predecir lo más fielmente posible el comportamiento de las columnas esbeltas de concreto con resistencia convencional y alta ensayadas experimentalmente la viga-columna biapoyada se idealiza con un nodo rigidizador en el centro y en ambos lados con elementos no lineales bidimensionales. El sistema de carga vertical aplicada en el “stub” y la carga horizontal en el lado izquierdo de la probeta. Figura 6 (a) y (b)

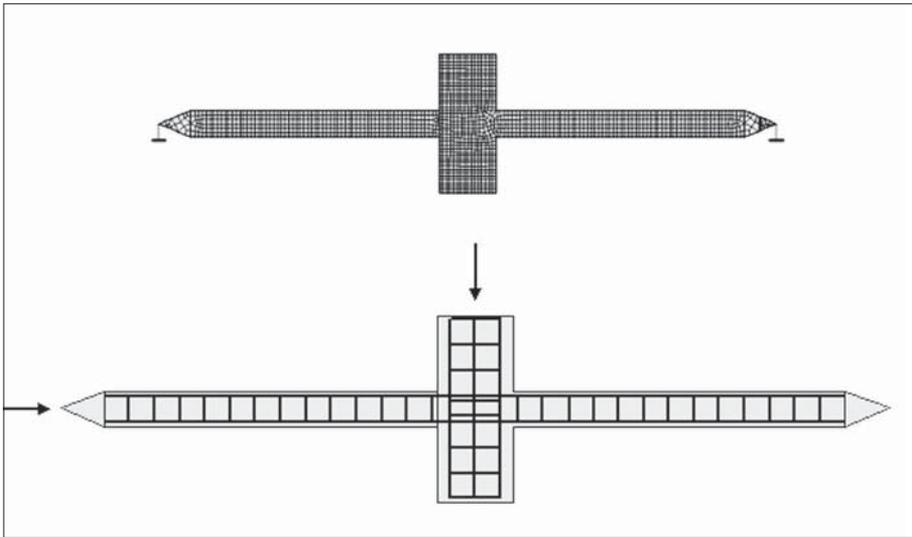


Figura 6 (a) y (b): Geometría, sistema de carga y armaduras del modelo biapoyado

### 3.2 Propiedades del concreto

#### a) Modelo constitutivo del concreto

El modelo incluye los siguientes efectos del comportamiento del concreto ATENA, Cervanka (1998).

- Comportamiento no lineal en compresión incluyendo endurecimiento y ablandamiento,
- Fractura del concreto en tensión basado en la no-linealidad del mecanismo de fractura,
- Tensión biaxial en el criterio de fractura,
- Reducción de la tensión a compresión después de la fisuración,
- Efecto de tensión stiffening,
- Reducción de la rigidez a cortante después de las fisuras,

- Como modelo de fisuración se utiliza el modelo de rotación en la dirección de las fisuras.

b) Relación tensión-deformación del concreto

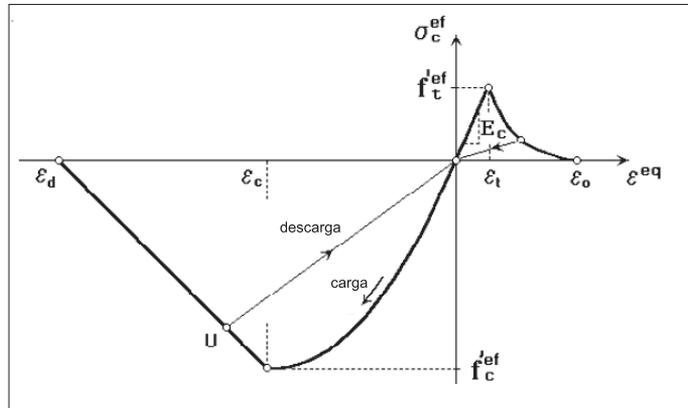


Figura 7: Ley de tensión-deformación para el concreto

Los detalles se obtienen del CEB-FIP Model Code 90 (1990).

c) Tensión antes de la fisuración

El comportamiento del concreto en tensión sin fisuras se asume lineal elástico.  $E_c$  es el módulo de elasticidad inicial del hormigón,  $f_t^{'ef}$  es la tensión efectiva derivada de la función fractura biaxial,  $\sigma_c^{er}$  es la tensión a compresión del concreto.

d) Tensión después de la fisuración

Para la apertura de fisuras se utiliza la formulación basada en energía de la fractura,  $G_f$  la cual es muy apropiada para modelar la propagación de fisuras en el concreto. Se utiliza la ley exponencial de apertura de fisuras.

La energía de fractura es uno de los parámetros que se calibra con los ensayos experimentales.

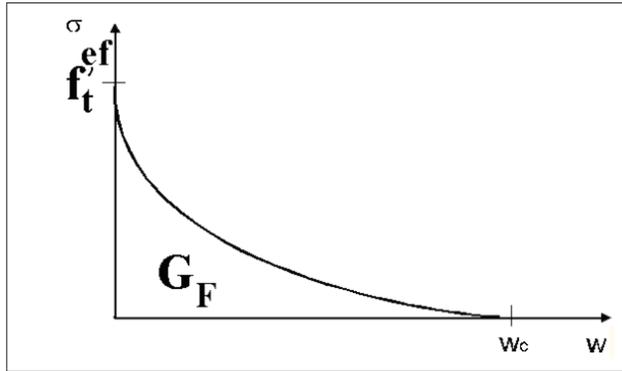


Figura 8: Ley exponencial de apertura de fisuras

e) Compresión después de la tensión pico

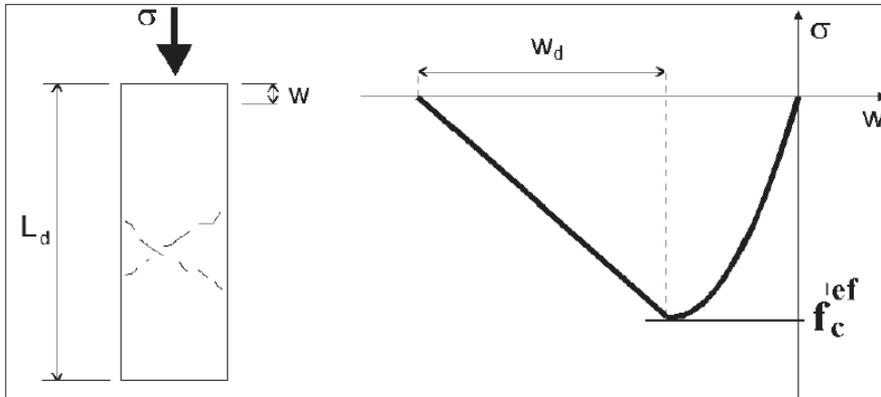


Figura 9: Ley de desplazamiento suavizado a compresión

$w_d$  es el desplazamiento a compresión post.

Una vez ejecutados todos los casos se observa que para valores de  $G_f$  menores que  $10^{-5}$  MN/m dan los mismos resultados tanto para el valor de carga máxima como para desplazamiento máximo. Por lo tanto se decide un valor para la energía de fractura igual  $10^{-10}$  MN/m. (Fig. 10).

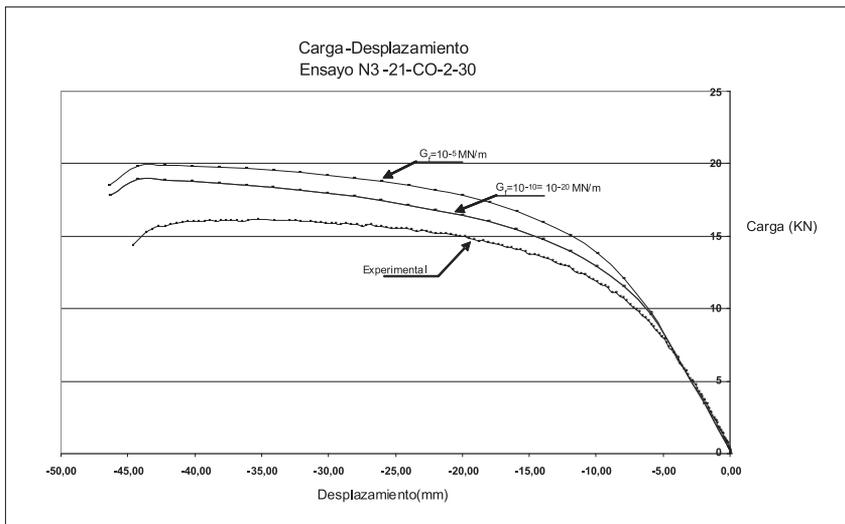


Figura 10: Curva carga-desplazamiento del ensayo N30-21-CO-2-30 con diferentes valores de la energía de fractura  $G_f$

Se varía también el parámetro  $w_d$  observando para todos los ensayos ejecutados que con un valor de  $w_d = 0.5$  mm el desplazamiento experimental máximo es mayor que el desplazamiento numérico máximo. Sin embargo a partir de un valor de  $w_d = 5$  mm los valores del desplazamiento máximo numérico y experimental son bastante similares, errores menores del 6% (Fig. 11).

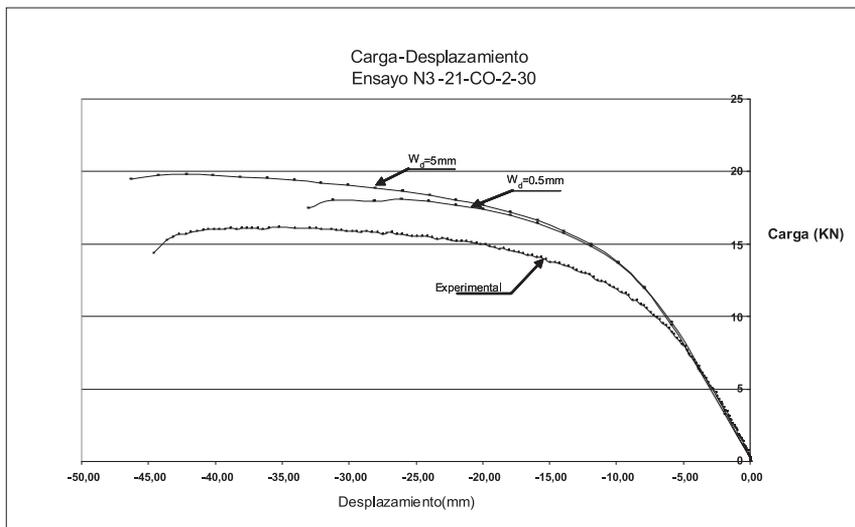


Figura 11: Curva carga-desplazamiento del ensayo N30-21-CO-2-30 con el valor del parámetro  $w_d = 0.5$  mm. y un valor de 5 mm

La reducción de la tensión efectiva a compresión debido a la formación de las fisuras paralelas a los puntales a compresión es medida a partir de la reducción del factor  $\alpha_c$ . En donde  $\alpha_c = c + (1-c)e^{-(0.28\varepsilon_1)^2}$ , siendo  $\varepsilon_1$  la deformación a tensión y  $c$  una constante que también se calibra con los ensayos experimentales.

La constante  $c$  se varía desde cero hasta uno observando que no existe ninguna diferencia entre una curva y otra. Por lo tanto, siguiendo la recomendación Dyngelland (1989) se asume  $c = 0.8$  (Fig. 12).

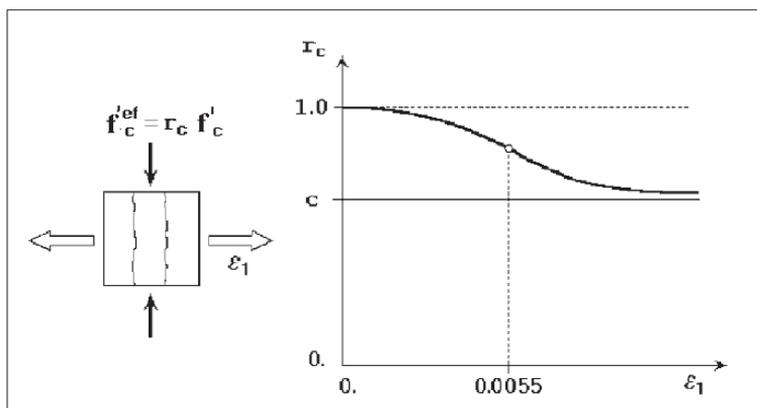


Figura 12: Reducción de la tensión a compresión del hormigón fisurado

### 3.3 Propiedades del acero

#### a) Modelo constitutivo del acero

- Acero para las placas

El modelo constitutivo utilizado para las placas de apoyo es el modelo clásico 2D de Von Mises, elástico total.

- Acero de la armadura

La armadura se modela de forma discreta, existiendo adherencia perfecta con el concreto. El deslizamiento se incluye en el efecto de tensión stiffening.

La armadura se modela en estado de tensión uniaxial y la ley constitutiva con un diagrama de tensión-deformación bilineal cuyos valores de tensión de fluencia y de endurecimiento obtenidos experimentalmente aparecen en la Tabla 3.

Tabla 3: Valores de tensión de fluencia y endurecimiento para la armadura.

Diámetro de la armadura (mm)	Tensión (MPa)	
	Fluencia	Endurecimiento
8	577	687
10	580	673
12	550	657

## 4 Malla de elementos finitos

### 4.1 Tipo de elemento finito

Se escogieron elementos finitos planos isoparamétricos cuadráticos integrados por integración de Gauss con 4 puntos de integración.

### 4.2 Influencia del tamaño y número de elemento finito

La selección del tamaño del elemento finito ha presentado muchos problemas en experiencias pasadas al tomar en cuenta la rama descendente en el análisis por elementos finitos en el rango inelástico. La razón es que el fallo ocurre por el tamaño del elemento finito y no por la longitud de la rótula plástica, es decir, el problema es “malla-dependiente”.

- a) Se comienza por variar el tamaño del elemento finito (N° EF) desde 200 hasta 6000 con tamaño por elemento desde 5 cm. hasta 0.8 cm (Tab. 4).

Tabla 4 Número de elementos finitos en todo el elemento y tamaño de cada elemento finito

N° ED	Tamaño EF (cm)
200	5
340	4
480	3.5
880	2.5
1500	2
2400	1.5
4800	1.2
6040	0.8

Para todos los casos se realizaron gráficas de carga-desplazamiento para observar las variaciones entre una curva y otra en el comportamiento general del elemento. Para no hacer extenso este artículo se presenta un caso en la Figura 13. Para observar los datos de la calibración completa se puede revisar en Bendito (2006).

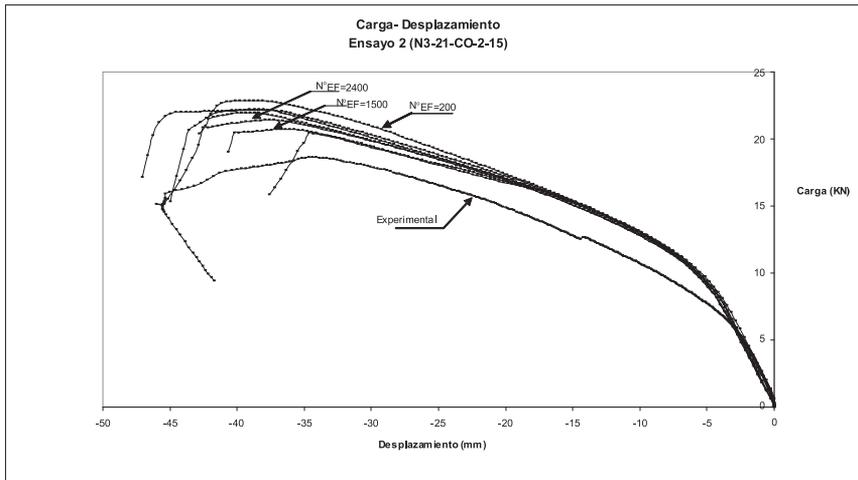


Figura 13: Curva carga-desplazamiento ensayo N30-21-CO-2-15

Las mayores variaciones se presentaron en los valores de carga y desplazamiento máximo. Todos los casos presentaron un comportamiento general “estable”, es decir, todas las curvas tienen la misma forma y existen pocas variaciones en la zona elástica y comienzo de la zona de plastificación.

A menor número de elementos finitos mayor rigidez inicial pero no existe ninguna relación con la carga y el desplazamiento máximo.

Para poder observar con mayor detalle variaciones en la carga y desplazamiento máximo variando el tamaño del elemento finito y comprobar si se estabilizan para algún tamaño se realizaron curvas comparativas del número de elementos finitos-desplazamiento y carga vertical máxima (Fig. 14).

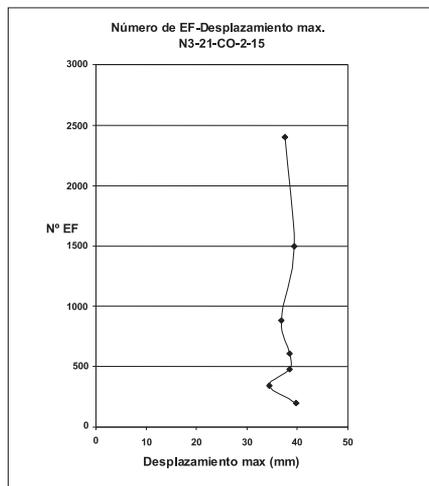


Figura 14: Variación número de elementos finitos-desplazamiento máximo

Se observa que a partir de 1.500 elementos finitos los valores de carga y desplazamiento máximo tienden a estabilizarse.

Sabiendo que a mayor número de elementos finitos es más costoso el tiempo computacional se decide escoger 2.400 como valor mínimo de elementos finitos para mallar todo el elemento.

Baglin y Scott (2000) investigaron la aplicación del análisis no-lineal de elementos finitos para modelar nodos externos viga-columna.

Recomiendan, para evitar una sobrerigidización del modelo mallar con diferentes tamaños de elementos finitos cada área crítica.

- b) Se divide el elemento total en cuatro zonas con comportamiento similar cada una. Un primer macroelemento que representa los apoyos, otro la zona del stub y la parte derecha que tiene una armadura adicional. Ambas con menor deformación en todo el elemento. El tercer macroelemento es la zona de la longitud plástica, con un tamaño de dos veces el canto del soporte y el último macroelemento la longitud que queda del lado izquierdo del soporte (Fig. 15).

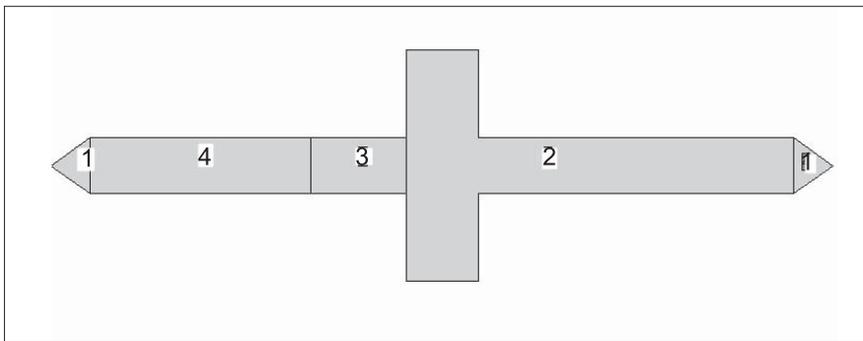


Figura 15: Representación macroelementos utilizados en el modelado numérico

Se observa menos estabilidad entre una curva y otra comparando con las curvas en donde se mallaba con un solo tamaño de elemento finito.

El modelo numérico es más “malla dependiente” variando de una zona a otra el tamaño del elemento finito.

Además no se puede conseguir para todos los casos ejecutados una única manera apropiada de mallar. Para algunos casos existen variaciones en la rigidez inicial, para otros en el desplazamiento máximo y para otros en la carga máxima.

Se propone que es más conveniente tener para todos casos una malla única por lo tanto, se concluyó mallar todo el elemento con un tamaño de 1.5 cm. lo que conlleva a un número de 2.400 elementos finitos.

### 4.3 Aplicación de la carga y método de resolución

Se utiliza una formulación Lagrangiana actualizada (Updated Lagrangian formulation-ULF) en la que el equilibrio se realiza en la posición deformada de la estructura incluyendo además en las ecuaciones geométricas los términos cuadráticos. Esto permite introducir la no linealidad geométrica a través de los distintos pasos de carga.

La carga axial es aplicada en el primer paso del análisis y luego se mantiene constante durante los demás pasos, siguiendo el mismo procedimiento que en el laboratorio, primero el axial en horizontal y después la carga vertical.

En éste paso inicial se utiliza el método de Newton-Raphson para resolver las ecuaciones no lineales del sistema y luego para la aplicación de la carga vertical en incrementos graduales se aplica el método arc-length combinado con el método de line search para resolver las ecuaciones no lineales del sistema. Con el método de arc-length es posible conseguir la rama descendente y aplicando el método de line search el menor número de iteraciones y de error para minimizar el trabajo. En cada paso se especificaron un máximo de 250 iteraciones con errores de 0.001.

## 5 Resultados y análisis

Se comprueban los parámetros finales con los 44 ensayos experimentales y así poder analizar la validez del modelo numérico.

Para cada caso se compararon curvas de carga-desplazamiento para poder observar el comportamiento general de la estructura, en las Figuras 16 y 17 se puede observar los resultados de dos ensayos. Para observar los resultados de todos los ensayos se puede revisar en Bendito (2006).

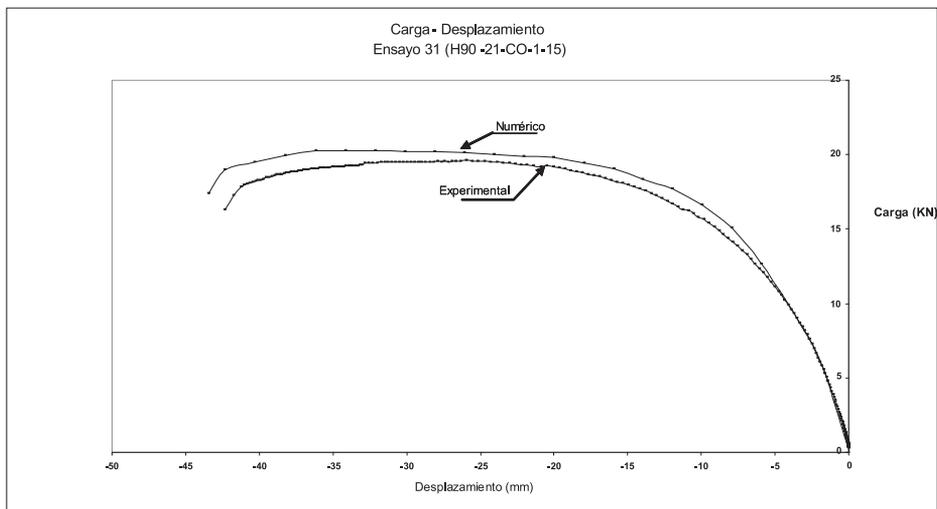


Figura 16: Curva carga-desplazamiento del Ensayo H90-21-CO-1-15

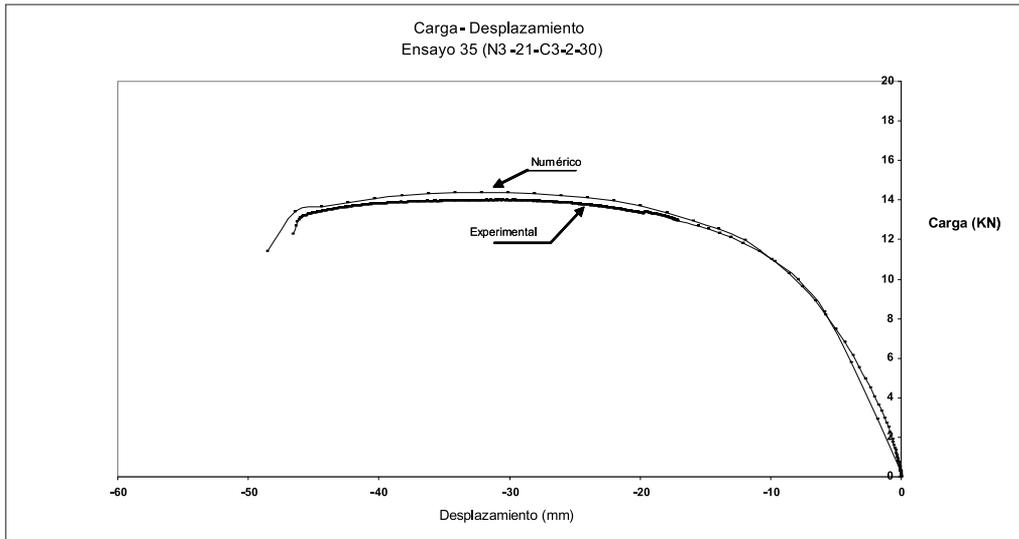


Figura 17: Curva carga-desplazamiento del Ensayo N30-21-C3-2-30

Una vez decidido el número de ensayos válidos tanto experimental como numéricamente se realiza un análisis estadístico para finalizar la validación del modelo numérico (Tab. 5).

Tabla 5: Tabla de errores respecto a la carga máxima entre el modelo numérico y el ensayo experimental

Nº	REFERENCIA	Carga Vertical Máxima Exp. Fexp (KN)	Carga Vertical Máxima Num. Fnum (KN)	Error
2	N3-21-C0-2-15	18,62	19,57	5,10
3	N3-21-C0-2-30	16,30	18,10	11,04
4	N3-21-C0-2-45	16,17	15,50	-4,14
5	N3-15-C0-2-30	55,10	57,00	3,45
6	N3-15-C0-2-45	47,26	48,90	3,47
9	N3-21-C0-1-30	15,60	16,07	3,01
10	N3-21-C0-1-60	14,74	14,90	1,09
13	H60-21-C0-2-00	18,06	18,33	1,50
14	H60-21-C0-2-15	21,38	21,86	2,25
15	H60-21-C0-2-30	18,57	18,28	-1,56
16	H60-21-C0-2-45	20,82	20,97	0,72
17	H60-15-C0-2-30	65,84	68,83	4,54
18	H60-15-C0-2-45	73,37	70,52	-3,88
21	H60-21-C0-1-15	17,02	16,62	-2,35
22	H60-21-C0-1-30	17,23	17,99	4,41
23	H60-21-C0-3-15	24,67	25,84	4,74
24	H60-21-C0-3-30	18,22	18,77	3,02
25	H90-21-C0-2-00	20,09	20,85	3,78
26	H90-21-C0-2-15	22,33	23,10	3,45
27	H90-21-C0-2-30	22,05	21,12	-4,22
28	H90-21-C0-2-45	20,47	20,60	0,64
29	H90-15-C0-2-30	79,10	76,44	-3,36
30	H90-15-C0-2-45	74,76	74,44	-0,43
31	H90-21-C0-1-15	19,60	20,23	3,21
32	H90-21-C0-1-30	24,30	23,81	-2,02
33	H90-21-C0-3-15	27,75	29,10	4,86
34	H90-21-C0-3-30	25,64	25,70	0,23
35	N30-21-C3-2-30	13,99	14,44	3,22
36	N30-21-C3-2-45	13,46	13,59	0,97
37	N30-15-C3-2-30	48,10	54,40	13,10
38	N30-15-C3-2-45	44,80	48,20	7,59
39	H90-21-C3-2-30	24,12	24,38	1,08
40	H90-21-C3-2-45	16,87	17,20	1,96
41	H90-15-C3-2-30	75,79	78,80	3,97
42	H90-15-C3-2-45	61,27	61,00	-0,44
43	H90-15-C2-2-30	72,40	73,00	0,83
44	H90-15-C2-2-45	61,11	61,31	0,33

## 5.1 Análisis estadístico

Se realiza un análisis estadístico minucioso, que para mayor detalle y no extenderse en este trabajo se puede revisar el análisis en Bendito (2006).

Estadísticamente no queda más opción que aceptar que hay un cierto error en el modelo. Sin embargo, dada la relación de valores, éste no puede ser muy elevado.

Así, si se define el error en el modelo como

$$\varepsilon = \frac{\text{Valor Teórico} - \text{Valor Experimental}}{\text{Valor Experimental}} \times 100$$

El error medio es entonces, de 2,03%, lo que indica que el modelo tiende a sobreestimar ligeramente el valor experimental.

Se realizan también líneas de tendencias de los cinco parámetros variados en los ensayos. Ver la tendencia de uno de los parámetros en la Figura 18.

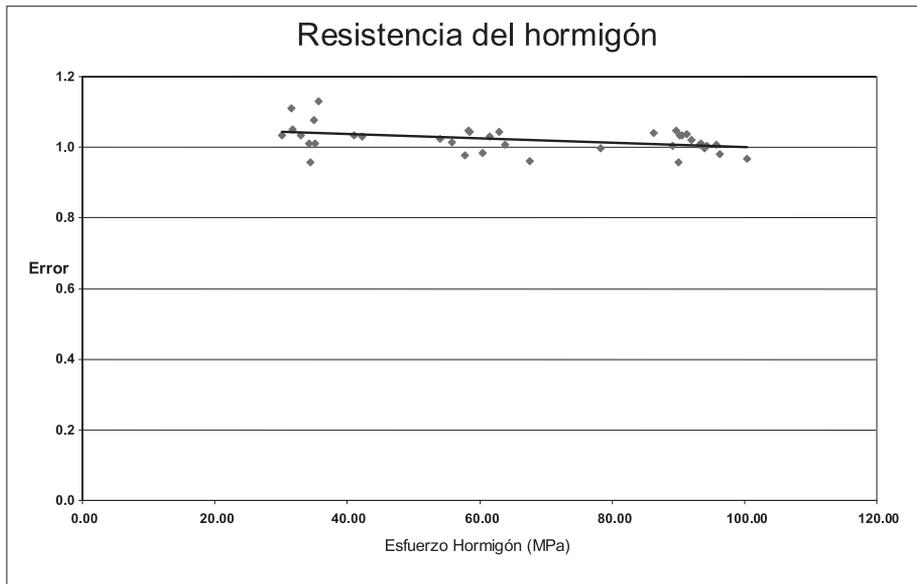


Figura 18: Línea de tendencia respecto al parámetro de la resistencia de la probeta.

Se observa que el error es casi el mismo para todas las variables experimentales: resistencia del concreto, esbeltez, nivel de axial, cuantía longitudinal, confinamiento y no depende en gran medida de ninguna variable en particular.

## 6 Conclusiones

La herramienta numérica se ha calibrado y es capaz de utilizarse para modelar estructuras de concreto armado con comportamiento similar y poder por lo tanto desarrollar modelos simplificados de análisis.

El error es prácticamente el mismo para todas las variables experimentales: resistencia del concreto, esbeltez, nivel de axial, cuantía longitudinal, confinamiento y no depende en gran medida de ninguna variable en particular.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al Ministerio de Fomento Español (13-12-2001) por el financiamiento de este trabajo.

Y a la profesora Isabel Florez por su asesoramiento en el análisis estadístico.

## Referencias

- Barrera, A., Bonet, J. L., Romero, M.L., Fernández, M.A., Miguel, P.F. (2006). "Análisis of Ductility in Normal Strength Concrete (NSC) and High Strength Concrete (HSC) Columns. 2do. Congreso Internacional. Italia.
- Baglin, Paul; Scott, Richard. (2000). "Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Beam-Column Connections". *ACI Structural Journal*, v. 97, n. S90, p. 886-894.
- Bendito, A. (2006). "Estudio numérico de la longitud de pandeo inelástica de soportes de hormigón armado intraslacionales". Tesis doctoral. Universidad Jaume I. España.
- Cervenka, V. (1998). "Applied brittle analysis of concrete structures". *Fracture Mechanics of Concrete Structures (Proc. 5<sup>th</sup> Int. Conf. FraMCoS-5, Gifu, Japan)*, Publ., Freiburg, Germany, v. 4, p. 1107-1116.
- Código modelo CEB-FIP (1990) para hormigón estructural, Estructuras y edificación, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- Dyngeland, T. (1989). "Behavior of Reinforced Concrete Panels". Dissertation, Trondheim University, Norway, BK.

# Non-linear finite element analysis of reinforced concrete beam-column connections

## Abstract

The utilization of high-strength concrete columns in the construction of concrete structures presents enormous advantages, especially in elements subjected to important axial compression, as is the case in large buildings or bridges.

Theoretical models currently used for the design of concrete structures would not have been possible without early systematic experimental research efforts. Nevertheless, the main limitation of conducting experimental tests is their high cost. Therefore, more often than not the necessary number of experimental tests required to generate a predictive capacity of the behavior of real structures or to develop simplified models of analyses is not achieved.

In order to develop simplified models of analysis it is necessary to validate a numerical model that is capable of reproducing as close as possible the behavior of real columns tested experimentally.

This paper describes the calibration procedure of a numerical model using the 2D program ATENA (Cervenka 1998) using 44 experimental test conducted by our research group. A detailed study of the parameters influencing this model is presented, as well as the statistical analysis conducted, to the conclude that calibration procedure was successful and the numerical tool can be used for modeling the behavior of reinforced concrete structures and to develop simplified models of analysis.

*Key words:* Reinforced concrete. Experimental analysis. Finite element. Stub. High strength concrete.

## 1 Introduction

The use of high strength concrete (HSC) in building concrete structures presents great advantages. Specially in the case of elements subjected to important axial compression like columns found in buildings and bridges.

The theoretical models currently used for the design of concrete structures would not have been built without first conducting with experimental tests.

The disadvantage of conducting experimental tests is that they are very expensive, and thus more often than not the necessary tests required to be able to accurately predict the behavior of real structures, or to develop simplified models of analysis, are not executed.

In order to develop simplified models of analysis it is necessary to validate a numerical model that is able to reproduce as faithfully as possible the real behavior of columns experimentally tested. It is important that such models can take into account

the non-linearity of the column and the possibility of forming plastic hinge, both in normal and high-strength concrete.

This paper describes the procedure for calibrating a 2D numerical model, using the program ATENA (Cervenka 1998), with 44 experimental tests conducted by our research group.

In order to do so, first the experimental tests conducted by the research group are described, Barrera et al. (2006). Secondly, the influence of each parameter in the behavior of concrete is discussed. Finally a statistical analysis comparing the experimental and simulated results is conducted to verify the predictive power of the model for high strength concrete structures, and thus the possibility to develop simplified analysis models.

## 2 Conclusions

The numerical tool has been calibrated and it can be used to model reinforced concrete structures with similar behavior and is therefore able to develop simplified analysis models.

For all the experimental variables the error is practically the same: concrete strength, slenderness, the level of axial load, the amount of longitudinal reinforcement and the confinement. In addition, the error term does not depend on any variable in particular.