

UM MODELO PARA ESTIMATIVA REALISTA DAS VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS INDUZIDAS POR PESSOAS CAMINHANDO

Wendell Diniz Varela⁽¹⁾, Ronaldo Carvalho Battista⁽²⁾

Resumo

O problema de vibrações indesejáveis em estruturas de lajes de pisos sob ação de pessoas caminhando tem sido bastante discutido em artigos técnicos. Entretanto, dentre os aspectos pouco discutidos encontram-se procedimentos de avaliação e adequação das ferramentas analítico-numéricas para estimar de maneira realista as amplitudes dessas vibrações. Assim, faz-se oportuna e necessária uma discussão mais aprofundada do problema à luz tanto de resultados experimentais obtidos de ensaios em estruturas reais quanto de resultados teóricos obtidos de modelos numéricos que levem em conta uma descrição realista do carregamento humano. Com auxílio da análise e correlação de resultados numéricos e experimentais obtidos de ensaios de uma estrutura protótipo construída em laboratório numa escala geométrica 1:1 foi possível descrever uma nova função matemática das forças dinâmicas produzidas pelo caminhar humano, a qual é apresentada neste trabalho. A importância de certas características do caminhar humano, incorporadas neste modelo de carregamento, e seus efeitos sobre as amplitudes de resposta dinâmica da estrutura são sumariamente discutidos neste artigo.

Palavra-chave: Vibrações. Caminhar de pessoas. Lajes de piso. Ensaios experimentais. Modelagem numérica.

⁽¹⁾ D.Sc., Professor Adjunto, FAU-UFRJ. Av. Pedro Calmon, 550, Prédio da FAU/Reitoria, sala 320, CEP 21941-901, RJ, Brasil. E-mail: wendell@ufrj.br (W.D. Varela).

⁽²⁾ Ph.D, Professor Titular, Instituto COPPE-UFRJ. Caixa Postal 68506, CEP 21945-970, RJ, Brasil. E-mail: battista@coc.ufrj.br.

1 INTRODUÇÃO

No que se segue procura-se sumarizar o estado da arte das diversas pesquisas realizadas para melhor entender e descrever física e matematicamente o caminhar humano e as forças dinâmicas geradas por esta atividade. Essas forças de características aleatórias produzidas por uma ou várias pessoas constituem o carregamento dinâmico sobre a estrutura para a qual se deseja estimar as amplitudes de resposta.

Cavagna, Saibene and Margaria (1963) fizeram uma análise dos movimentos de pessoas ao caminhar através de resultados de ensaios experimentais em que foram usados três acelerômetros fixados ao tronco, próximo ao centro de gravidade do corpo humano na posição vertical. Os voluntários andavam pelo laboratório descalços ou usando tênis. Os gráficos da Fig. 1 mostram as variações no tempo das amplitudes dos movimentos vertical, lateral e frontal do centro de gravidade de uma pessoa.

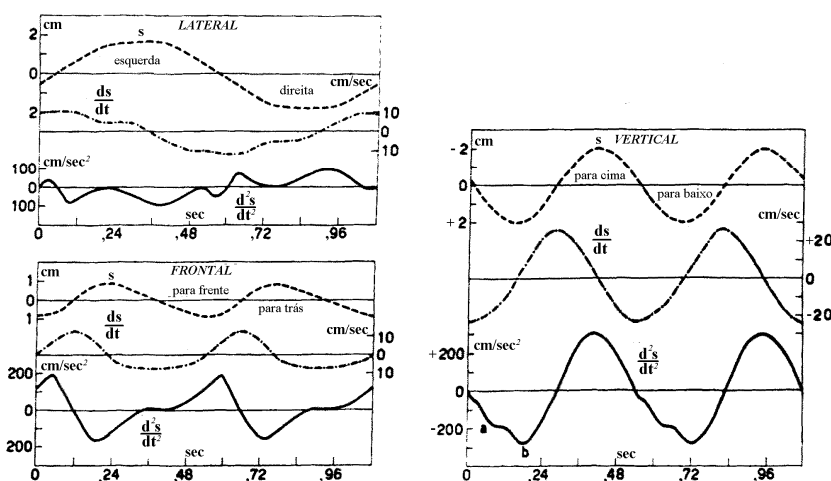


Figura 1: Deslocamentos, velocidades e acelerações temporais do centro de gravidade de uma pessoa nas direções lateral, frontal e vertical (Cavagna, Saibene and Margaria 1963)

O caminhar humano varia de pessoa para pessoa de acordo com idade, tipo físico, cultura, personalidade, etc. Em geral, um jovem, por exemplo, apresenta um balanço vertical mais proeminente, com impactos de calcanhar mais intensos, possivelmente solicitando a estrutura mais severamente. O idoso por sua vez apresenta um caminhar suave, pendular.

Moreland (1905) e Tilden (1913) *apud* Saul and Tuan (1986) já tinham a percepção de que a carga humana interage com a estrutura dinamicamente. Mas, até recentemente, para considerar esse efeito, algumas normas de projeto recomendaram (e algumas outras ainda recomendam [NBR6120 1980]) aplicar cargas estaticamente equivalentes às cargas produzidas pelas atividades humanas, majorando-as de um coeficiente de impacto.

Outra maneira de se descrever uma carga gerada por uma atividade humana é através de uma função matemática que expresse a variação da força produzida por uma pessoa ao longo do tempo. Baseados nos resultados dos ensaios de plataformas instrumentadas (tal como, por exemplo, a da Fig. 2), Ohlsson (1982) *apud* Wyatt (1989), Allen, Rainer and Pernica (1985), e depois Bachmann and Ammann (1987), entre outros, descrevem a função representativa do caminhar humano através de uma série de Fourier.

Segundo Rainer, Pernica and Allen (1988), Harper, Warlow and Clark (1961), Nilsson (1976,1980), Ohlsson (1982) e Tuan and Saul (1985) fizeram simulações do caminhar de pessoas em passarelas empregando a força produzida por um passo e então formando uma seqüência de passos por meio do deslocamento adequado desta força no tempo. Battista, Magluta and Faria (1995), Faria (1996), e Vasconcelos (1998), aplicaram, sobre modelos tridimensionais de lajes enrijecidas, cargas dinâmicas, oriundas de atividades de um certo número de pessoas por metro quadrado, distribuídas numa certa área da laje. As cargas eram também representadas por séries de Fourier, sem, contudo, considerar as pessoas se deslocando sobre esse espaço.

Nota-se nos gráficos da Fig. 1 que o caminhar humano consiste de uma composição de movimentos em várias direções, e considerar que esse caminhar produz apenas uma componente vertical de carga é tão somente uma simplificação, totalmente válida para lajes de piso absolutamente rígidas em seu próprio plano, mas que não pode ser aplicada a passarelas lateralmente flexíveis.



Figura 2: Plataforma rígida construída no Labest/Coppe em 1997 para determinação experimental de cargas humanas (Alves 1997)

Para tentar incluir as propriedades dinâmicas do corpo humano tais como massa, amortecimento e rigidez, Miyamori, Obata, Hayashikawa et al. (2001) apresentaram um modelo (vide Fig. 3) que acopla as equações dinâmicas do corpo humano – dividido em cabeça, partes superior e inferior do corpo – com as equações de movimento da estrutura. O modelo também considera o movimento vertical do corpo humano, o que está de acordo com os gráficos da Fig. 1. Os valores de massa usados nesse modelo foram obtidos de Nigam and

Malik (1987) (ver Fig. 4), mas os valores de rigidez e amortecimento das partes do corpo humano foram gerados através de um algoritmo genético que busca valores que satisfaçam a correlação das respostas do modelo teórico com os resultados experimentais de ensaios em uma passarela, o que levou a valores de rigidez díspares aos obtidos através de ensaios biomecânicos apresentados na literatura para rigidez de uma perna (Greene and McMahon 1979; McMahon and Greene 1979).

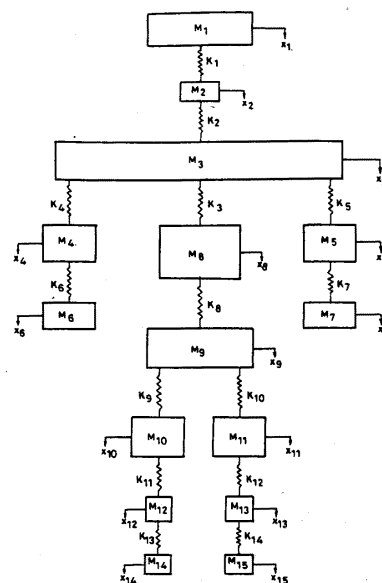
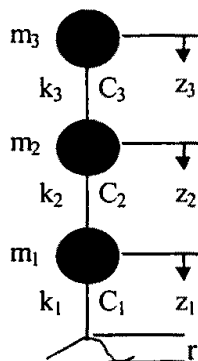


Figura 3: Modelo para caminhar humano (Miyamori, Obata, Hayashikawa et al. 2001)

Figura 4: Modelo dinâmico discreto do corpo humano (Nigam and Malik 1987)

Patton (1993) estudou uma modelagem dinâmica da locomoção humana utilizando dois modelos: um planar, onde o corpo humano é discretizado em 8 graus de liberdade, e um tri-dimensional com 35 graus de liberdade, ambos gerados pelo programa Adams/Android. A Fig. 5 mostra uma representação típica do modelo tri-dimensional e a Fig. 6 mostra uma simulação para determinação das forças de reação do piso com o modelo planar. A Fig. 7 mostra uma comparação entre funções temporais da força de reação do piso resultante da simulação do programa com a modelagem planar e obtida por meio de medição experimental. Um modelo deste tipo acoplado às equações dinâmicas da estrutura resultaria, provavelmente, no sistema teórico-computacional que mais se aproximaria da realidade. Mas o custo computacional seria enorme para o acoplamento de todas essas equações do corpo humano e da estrutura.

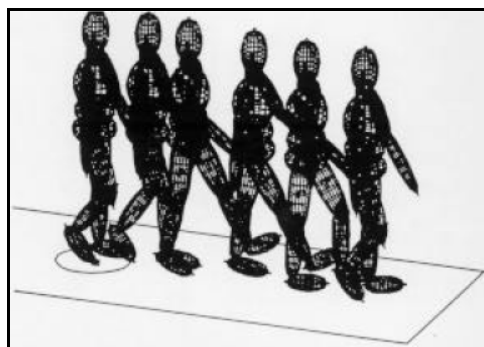
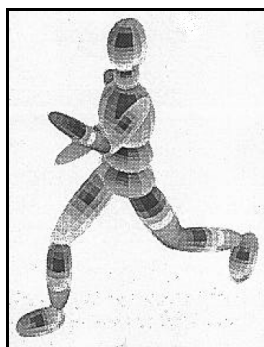


Figura 5: Modelo tri-dimensional ADAMS/Android do corpo humano (Patton, 1993)

Figura 6: Simulação das forças de reação do piso com o modelo planar (Patton, 1993)

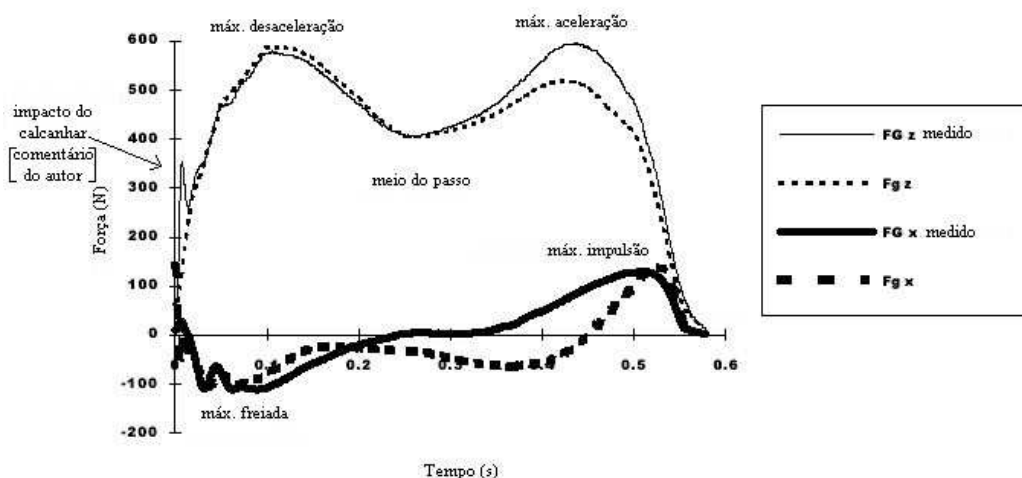


Figura 7: Comparação das forças de reação frontal ($F_g x$) e vertical ($F_g z$) do piso obtidas com o modelo planar e por meio de medidas experimentais (Patton 1993)

Ebrahimpur and Sack (1989) argumentam que as pessoas podem ser modeladas como cargas pontuais variantes no tempo, e que as respostas da estrutura podem ser obtidas simulando-se aleatoriamente essas cargas no tempo e no espaço. Mas alertam que este procedimento seria custoso e iria requerer muito tempo nas simulações dinâmicas. Os autores propõem então que a carga seja distribuída uniformemente na área ocupada. Da mesma forma, Eriksson (1996) afirma que fazer a distribuição espacial das pessoas que produzem cargas dinâmicas na estrutura é um problema muito complicado que não foi pesquisado o bastante. Portanto, também sugere que a carga humana seja considerada estacionária no espaço. Resumindo, até onde os autores têm conhecimento, o único estudo disponível na literatura onde se considera o carregamento humano descrito por pessoas em movimento sobre lajes de piso, variando aleatoriamente no tempo e no espaço é o trabalho de tese de Varela (2004), que é apresentado em parte e resumidamente neste artigo. Nesse trabalho de tese propõe-se a utilização de uma ferramenta computacional para geração da carga humana do caminhar no tempo e no espaço que seja calibrado experimentalmente com resultados obtidos em

estruturas reais. Essa ferramenta de análise estrutural permite considerar o carregamento produzido por pessoas se deslocando segundo trajetórias pré-determinadas ou ainda geradas aleatoriamente.

Por outro lado, as normas e guias de projeto vigentes fazem uso de métodos analíticos para estimativas das respostas dinâmicas da estrutura, utilizando para tanto expressões simplificadas para cálculo da primeira frequência natural da estrutura. As estimativas de acelerações máximas, em alguns desses guias, são obtidas por meio de um sistema simplificado de um grau de liberdade. Esse sistema contém as características dinâmicas do modo dominante de vibração da estrutura que é excitada, em ressonância, por uma componente harmônica da função do caminhar humano.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA DA CARGA DINÂMICA PRODUZIDA PELO CAMINHAR HUMANO

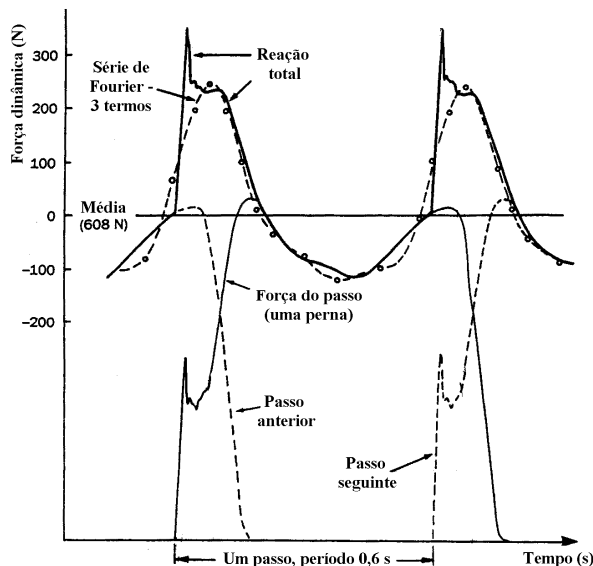
A Fig. 8(a) mostra um registro experimental típico da variação no tempo da força de contato com uma superfície rígida, produzida por um passo, expressa pela correspondente medição da reação resultante do piso (Ohlsson 1982 *apud* Wyatt 1989). Esta figura também contém uma função matemática da reação do piso, aproximada por uma série de Fourier com três termos, definida pela equação (1). Os termos da série de Fourier que compõem a função aproximada da figura 8 (a) estão representados graficamente na Fig. 8(b).

$$F(t) = P + \sum_{i=1}^{nh} P \alpha_i \sin(2\pi i f_c t - \phi_i) \quad (1)$$

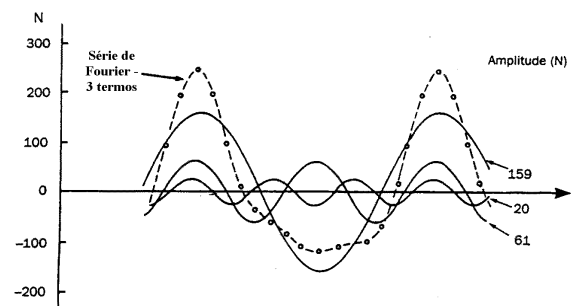
Onde $F(t)$ é a representação matemática aproximada da força de reação do piso ao caminhar; t é o instante de tempo; P é o peso de uma pessoa; i é número do i -ésimo harmônico da frequência fundamental da força; nh é o número de harmônicos considerados para representar a força, ou seja, número de termos da série de Fourier representativa da atividade humana; α_i é o coeficiente dinâmico do i -ésimo harmônico da série de Fourier; $P \cdot \alpha_i$ é a amplitude do i -ésimo harmônico da frequência fundamental da força; f_c é a frequência fundamental do passo do caminhar humano; ϕ_i é a diferença de fase entre o i -ésimo e o primeiro harmônico.

O modelo matemático aqui proposto é também uma aproximação matemática da reação do piso mostrada na Fig. 8(a). Mas a função matemática proposta não se trata simplesmente de uma série de Fourier. Essa função também inclui em sua formulação o pico representativo do impacto do calcanhar no piso. Para tanto alguns parâmetros foram deduzidos das Figs 8(a,b) e algumas hipóteses foram feitas.

Primeiramente a série de Fourier contida na Fig. 8(a) foi reproduzida na Fig. 9 ($P = 608 \text{ N}$; $nh = 3$; $\alpha_1 = 0,262$; $\alpha_2 = 0,100$; $\alpha_3 = 0,033$; $T_p = 0,6 \text{ s}$; $f_c = 1,67 \text{ Hz}$; $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \pi/2$ e $\phi_3 = \pi$), com translação da curva para a esquerda de $0,1 T_p$. O passo seguinte foi criar, tentativamente, uma função que melhor se ajustasse à reação do piso. Assim, foi construída a função contida na equação (2) que está representada na Fig. 10.



(a) Força de contato de um passo e reação do piso.



(b) Componentes da série de Fourier da função representativa da reação do piso.

Figura 8(a,b): Força dinâmica típica do caminhar humano sobre uma superfície rígida (Ohlsson 1982 *apud* Wyatt 1989)

$$F(t) \left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{fmi F_m - P}{0,04 T_p} \right) t + P & \text{se } 0 \leq t < 0,04 T_p \\ fmi F_m \left[\frac{C_1(t-0,04 T_p)}{0,02 T_p} + 1,0 \right] & \text{se } 0,04 T_p \leq t < 0,06 T_p \\ F_m & \text{se } 0,06 T_p \leq t < 0,15 T_p \\ P + \sum_{i=1}^{nh} P \alpha_i \sin[2\pi i f_c(t+0,1 T_p) - \phi_i] & \text{se } 0,15 T_p \leq t < 0,90 T_p \\ 10(P-C_2) \left(\frac{t}{T_p} - 1 \right) + P & \text{se } 0,90 T_p \leq t < T_p \end{array} \right. \quad (2)$$

Onde: F_m é o valor máximo da série de Fourier e é dado pela eq. (3); fmi é o fator de majoração do impacto do calcanhar, ou seja, é a relação entre o valor do pico referente ao impacto do calcanhar e o valor máximo da série de Fourier (F_m); e C_1 e C_2 são coeficientes {eqs (4) e (5)}.

$$F_m = P \left(1 + \sum_{i=1}^{nh} \alpha_i \right) \quad (3)$$

$$C_1 = \left(\frac{1}{fmi} - 1 \right) \quad (4)$$

$$C_2 = \begin{cases} P (1 - \alpha_2) & \text{se } nh = 3 \\ P (1 - \alpha_2 + \alpha_4) & \text{se } nh = 4 \end{cases} \quad (5)$$

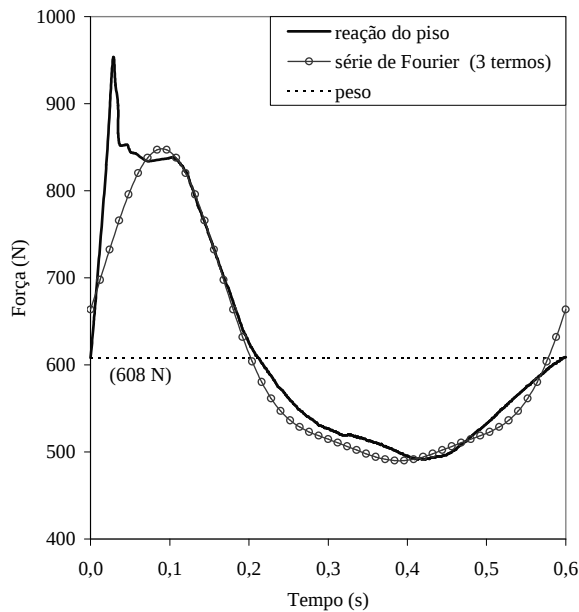


Figura 9: Aproximação em série de Fourier da reação de piso da figura 8(a)

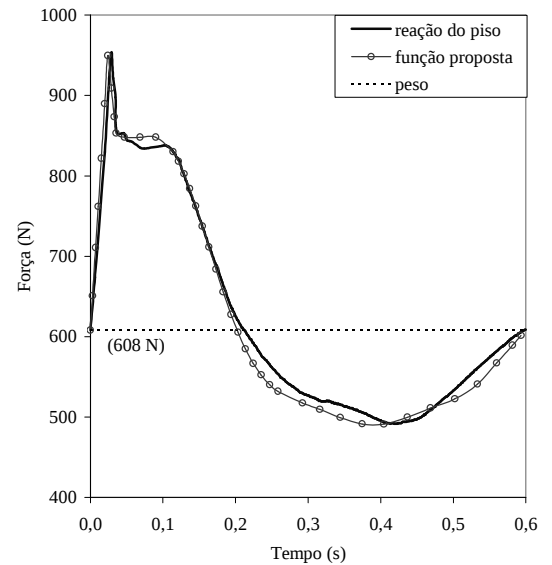


Figura 10: Comparação entre a função proposta para o caminhar e os resultados obtidos por Ohlsson (1982) apud Wyatt (1989)

Neste caso (Fig. 10), o fator de majoração do impacto do calcanhar foi tomado igual a 1,12, mas esse valor pode variar consideravelmente de uma pessoa para outra. Aliás, toda a forma da função representativa do caminhar humano pode variar bastante entre pessoas como sugere a Fig. 11 (Kerr 1998 *apud* Young 2001). Diante disto, algumas considerações serão feitas em relação aos valores a serem adotados para as variáveis contidas na equação (2):

- (a) Apesar de vários autores (Ohlsson 1982; Wyatt 1989; Bachmann et al. 1995; Ebrahimpur and Sack 1996) afirmarem que os três primeiros termos da série de Fourier são suficientes para representar adequadamente as atividades humanas, pode ocorrer, como será demonstrado adiante, que o valor da frequência do quarto harmônico seja próximo o suficiente de uma das frequências fundamentais da estrutura, fazendo com que a resposta da mesma seja amplificada consideravelmente. Assim sendo, são considerados quatro harmônicos na descrição da carga humana;
- (b) Os valores dos coeficientes dinâmicos da série de Fourier são os obtidos através de funções polinomiais utilizadas como aproximações das curvas contidas na Fig. 12;
- (c) Os ângulos de fase são aqueles obtidos para ajustar a série de Fourier mostrada na Fig. 9: $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \pi/2$ e $\phi_3 = \pi$. E, por extrapolação $\phi_4 = 3\pi/2$.

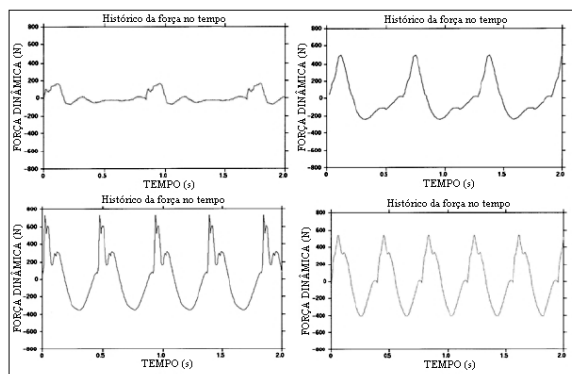


Figura 11: Históricos de força no tempo de quatro pessoas diferentes (Kerr 1998 *apud* Young 2001)

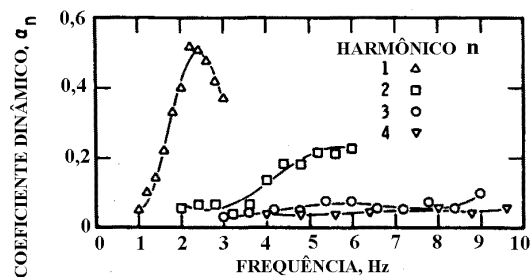


Figura 12: Coeficientes dinâmicos médios obtidos para o caminhar por Rainer, Pernica and Allen (1988); resultado de ensaios com três pessoas

3 MODELAGEM COMPUTACIONAL DO CARREGAMENTO DINÂMICO GERADO PELO CAMINHAR HUMANO

Foi elaborado um programa em linguagem Fortran para construção de arquivos contendo pares de tempo e amplitude da carga correspondente, representativos do caminhar de uma ou mais pessoas, percorrendo, aleatoriamente ou não, uma laje discretizada em elementos retangulares.

Podem ser definidos os seguintes dados gerais do programa: intervalo de tempo, que indica a discretização da carga; número de pessoas (npe); consideração ou não do impacto do calcanhar na função força; fator de majoração do impacto do calcanhar (fmi); forma de entrada de dados para frequência do caminhar das pessoas (f_c): (i) determinadas pelo usuário e constante a cada passo; (ii) constante a cada passo e com valor sorteado aleatoriamente numa faixa de valores definida pelo usuário; (iii) variável a cada passo e com valores sorteados aleatoriamente numa faixa de valores definida pelo usuário; (iv) determinadas pelo usuário através de um arquivo e variável a cada passo; forma de entrada do peso das pessoas: (i) determinados pelo usuário; (ii) aleatório numa faixa de valores definida pelo usuário; número de harmônicos da série de Fourier (nh); forma de entrada dos coeficientes da série de Fourier (α): (i) definido pelo usuário; (ii) obedecendo a funções criadas para ajustar curvas determinadas por Rainer, Pernica and Allen (1988); ângulos de fase (ϕ).

Podem ser definidos os seguintes dados para cada uma das pessoas na simulação: frequência do caminhar da pessoa (f_c), ou frequências mínima e máxima, ou ainda o nome do arquivo contendo as frequências do caminhar passo a passo; forma de entrada do tempo de entrada da pessoa: (i) determinado pelo usuário; (ii) aleatório; tempo de saída da pessoa; forma de entrada da trajetória percorrida pela pessoa na laje: (i) definido pelo usuário através

de arquivo contendo as coordenadas da trajetória do passeio percorrido pela pessoa; (ii) pessoa movendo-se continuamente podendo seguir um sentido; (iii) pessoa movendo-se contínua e aleatoriamente em qualquer direção;

No caso (iii) anterior, a aleatoriedade no caminho percorrido pela pessoa é produzida atribuindo-se probabilidades às faixas de direções da trajetória que a pessoa irá seguir a cada passo em relação ao passo anterior. Estas probabilidades foram então escolhidas arbitrariamente.

Como os arquivos de tempo e força gerados são pares de pontos, estes podem servir de dados de entrada para qualquer programa de elementos finitos que possua um módulo de análise dinâmica no tempo.

O programa acima descrito apresenta várias possibilidades de simulações de caminhos a serem percorridos por várias pessoas em lajes, e também permitem opções variadas com relação à frequência do caminhar, número e peso das pessoas e descrição da função da carga. Assim, este programa se constitui numa ferramenta computacional que permite um número abrangente de análises de estruturas submetidas à carga humana de caminhar. Essa ferramenta proporciona ainda uma maneira racional de se fazer um estudo paramétrico do comportamento dinâmico destas estruturas sob ação deste tipo de carregamento.

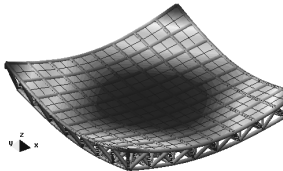
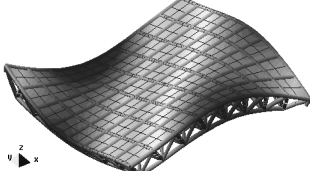
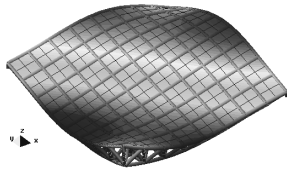
4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Varela (2004) conduziu ensaios experimentais com pessoas caminhando sobre a laje de piso de uma estrutura construída em laboratório como parte de outra tese de doutorado que versou sobre novas concepções de estruturas de grandes vãos (Souza 2002). A estrutura é composta por um painel de laje de 9,2m x 9,2m com 13cm de espessura em concreto armado ligado por pinos em telhas metálicas formando um painel do tipo “steel deck”. Este painel de laje é suportado por um reticulado espacial metálico construído em módulos piramidais de base quadrada com 1,15m x 1,15m.

Os testes de vibrações livres para identificação das características dinâmicas da estruturas foram realizados por meio do teste do impacto do calcanhar. A Tab. 1 apresenta os resultados obtidos com esses testes e sua correlação com os resultados obtidos através de um modelo 3D em elementos finitos da referida estrutura, construído em um programa especialmente desenvolvido para este tipo de problema de vibrações, tal como descrito no item anterior. O programa permite simular pessoas caminhando sobre lajes de pisos, aleatoriamente ou não, usando diferentes funções força x tempo geradas para descrever o

efeito do caminhar humano na estrutura, baseadas em séries de Fourier, considerando ou não o efeito do impacto de calcanhar na estrutura. Este programa também permite simular a efetividade de sistemas de controle de vibrações do tipo massa-mola-amortecedor, também chamados de ADS – Atenuadores Dinâmicos Sincronizados, na redução das amplitudes de vibração induzidas pelo caminhar de pessoas sobre as lajes de piso.

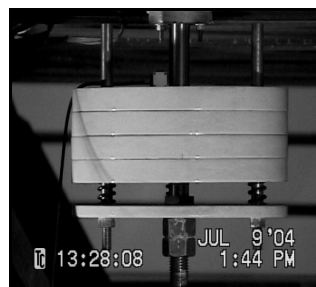
Tabela 1: Características dinâmicas da estrutura de laje de piso estudada

Modo		1º	2º	3º
Freq. f (Hz)	Exp.	7,57 ($\pm 0,03$)	12,21 ($\pm 0,03$)	12,42 ($\pm 0,03$)
	Modelo	7,55	12,69	12,77
Taxa de amortecimento		0,25%	0,64%	0,66%
Forma modal				

Observa-se que as amplitudes de vibração do primeiro modo de vibração da estrutura (7,57 Hz) pode ser bastante amplificado pela ressonância com o quarto harmônico do caminhar humano ($4 \times 1,6 \text{ Hz} = 6,4 \text{ Hz}$ a $4 \times 2,4 \text{ Hz} = 9,6 \text{ Hz}$). Além disso, a baixíssima taxa de amortecimento do primeiro modo de vibração da estrutura (0,25%), obtida por decremento logarítmico e confirmada pela aplicação do método de Ibrahim, certamente contribui para a amplificação das amplitudes de vibração e o conseqüente desconforto dos usuários da estrutura. Por estes motivos, dois ADS sintonizados em $0,97 \times 7,57 \text{ Hz}$, com 94 Kg no total (0,5% da massa modal relativa ao primeiro modo de vibração da estrutura, com massa total de 35 toneladas) e taxa de amortecimento aproximada de 1,5%, foram concebidos, projetados, fabricados e instalados sob a laje e no centro da estrutura (ver Fig. 13) para testes de eficiência. Mas a descrição, discussão e resultados obtidos com esse sistema de controle serão alvo de outro artigo técnico a ser escrito em breve.



(a) Vista do sistema de ADS.



(b) Um ADS em detalhe instrumentado com um acelerômetro.

Figura 13: ADS instalados na estrutura para testes de eficiência (Varela 2004)

Foi realizada uma série de ensaios com uma e seis pessoas caminhando sobre o protótipo da estrutura de laje de piso descrita anteriormente (ver Fig. 14). Na Tab. 2 são apresentados parâmetros estatísticos do caminhar das pessoas nos ensaios obtidos de registros em vídeo. Nas Figs 15 e 16 são mostrados, respectivamente, os rastros das trajetórias percorridas pelas pessoas e os histogramas das frequências do caminhar obtidos nos ensaios.

Tabela 2: Parâmetros estatísticos obtidos nos ensaios (Varela 2004)

Ensaio	Frequência do caminhar (Hz)		Comprimento do passo (m)		Velocidade (m/s)	
	Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão
A	1,81	0,08	0,82	0,07	1,48	0,15
B	1,87	0,07	0,79	0,07	1,48	0,14
C	1,77	0,06	-	-	-	-
D	1,74	0,08	0,72	0,07	1,24	0,14



(a) Ensaios A e B: 01 pessoa caminhando.



(b) Ensaio C: 06 pessoas caminhando lado a lado.



(c) Ensaio D: 06 pessoas caminhando aleatoriamente.

Figura 14: Ensaios de pessoas caminhando sobre uma estrutura protótipo em laboratório (Varela 2004)

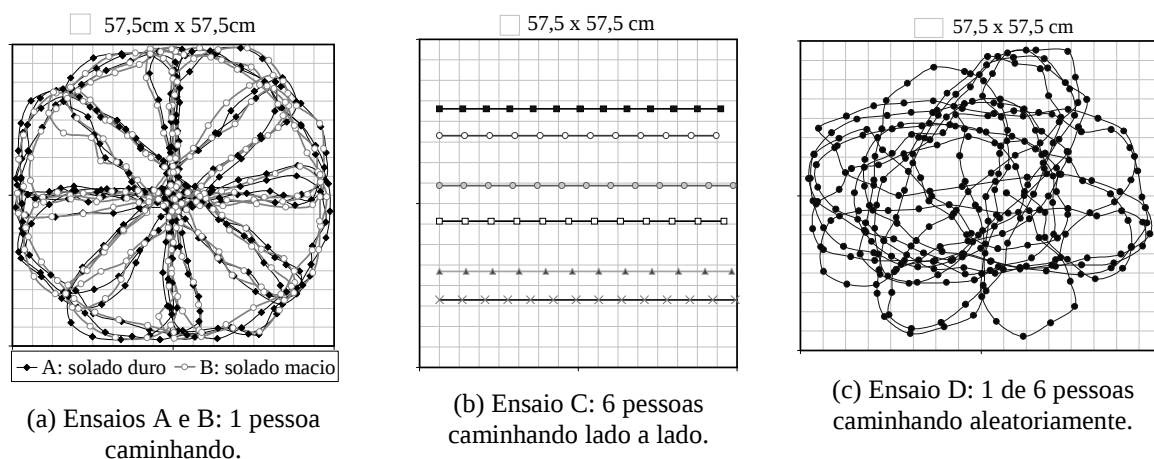


Figura 15: Trajetórias percorridas pelas pessoas caminhando nos ensaios (Varela 2004)

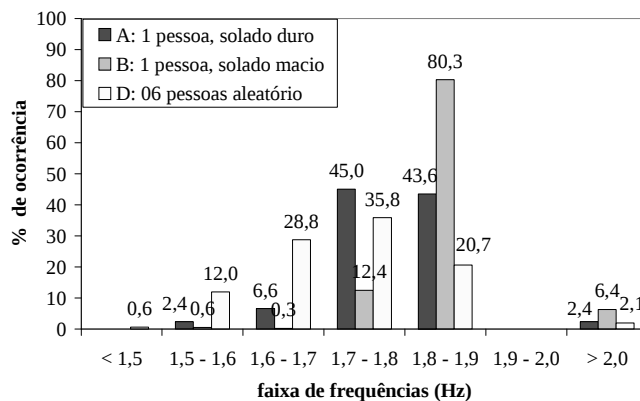


Figura 16: Histogramas das frequências do caminhar nos ensaios A, B e D

As Figs 17 a 20 mostram comparações entre os resultados dos ensaios A e B e dos ensaios C e D em termos de aceleração no centro da laje (ACV01) tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

Nota-se a grande diferença entre os resultados obtidos nos ensaios A e B, de apenas uma pessoa caminhando, com solados de sapato duro e macio, respectivamente. Isto aconteceu porque no ensaio B ocorreu o fenômeno de quase-ressonância entre o 4º harmônico do caminhar ($4 \times 1,87 = 7,48$ Hz) e o 1º modo de vibração da estrutura (7,51 Hz com os ADS presos), como mostrado nas Figs 17 e 19. Pode-se perceber no detalhe da Fig. 19 que os ensaios A e B são semelhantes em termos de frequência do caminhar, pois as respostas em frequência nos três primeiros harmônicos da carga são bem parecidas. Nota-se também que no ensaio A, no qual a pessoa usou sapatos com solado duro, os sinais são caracterizados por impactos sucessivos, e, por outro lado, os sinais do ensaio B, no qual a pessoa usou sapatos de solado macio, a resposta da estrutura é mais suave e com maiores amplitudes, indicando uma

interação mais síncrona entre a pessoa e a estrutura, obviamente devido à ressonância atingida.

Nota-se também pelas Figs 18 e 20 que as amplitudes de vibração no ensaio C, em que seis pessoas andam lado a lado, são maiores que as obtidas no ensaio D, em que seis pessoas andam aleatoriamente, justamente pelo maior sincronismo entre o caminhar das pessoas no ensaio C.

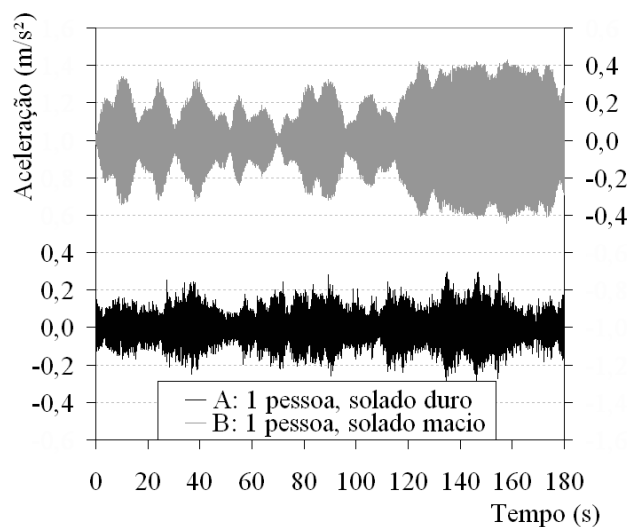


Figura 17: Resposta no tempo dos ensaios A e B (Varela 2004)

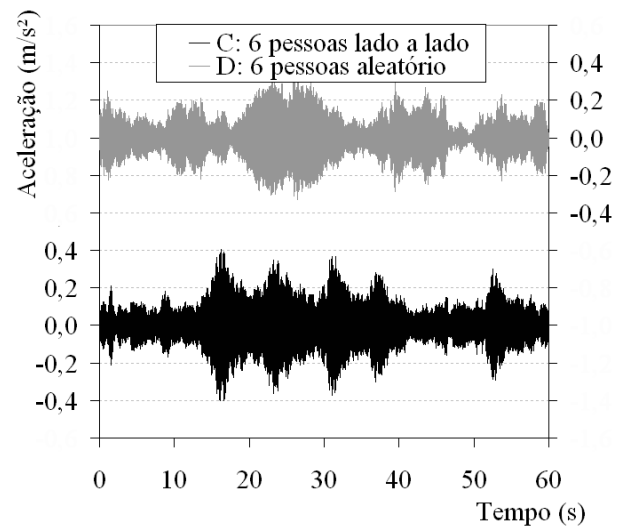


Figura 18: Resposta no tempo dos ensaios C e D (Varela 2004)

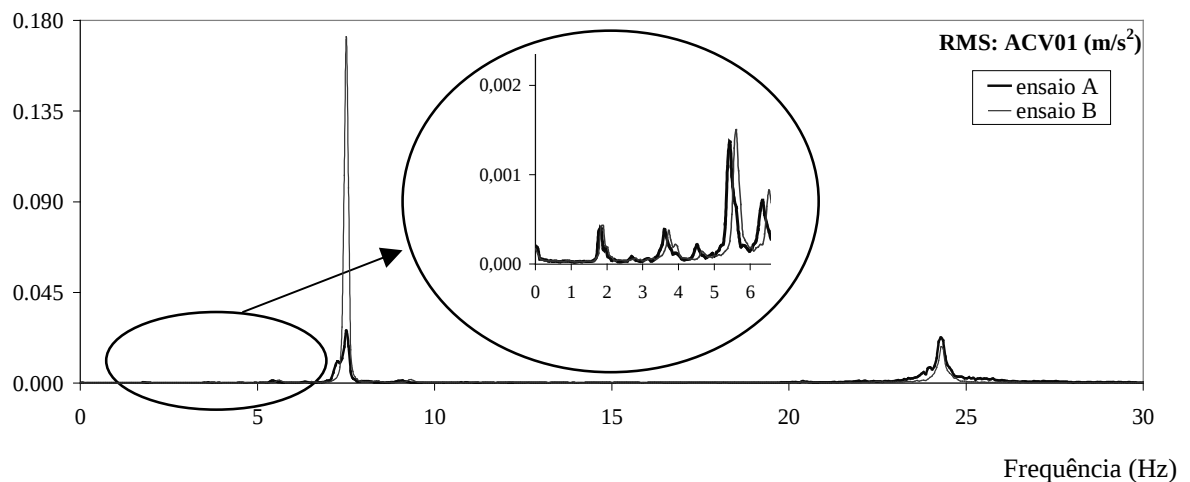


Figura 19: Respostas em frequência para os ensaios A e B

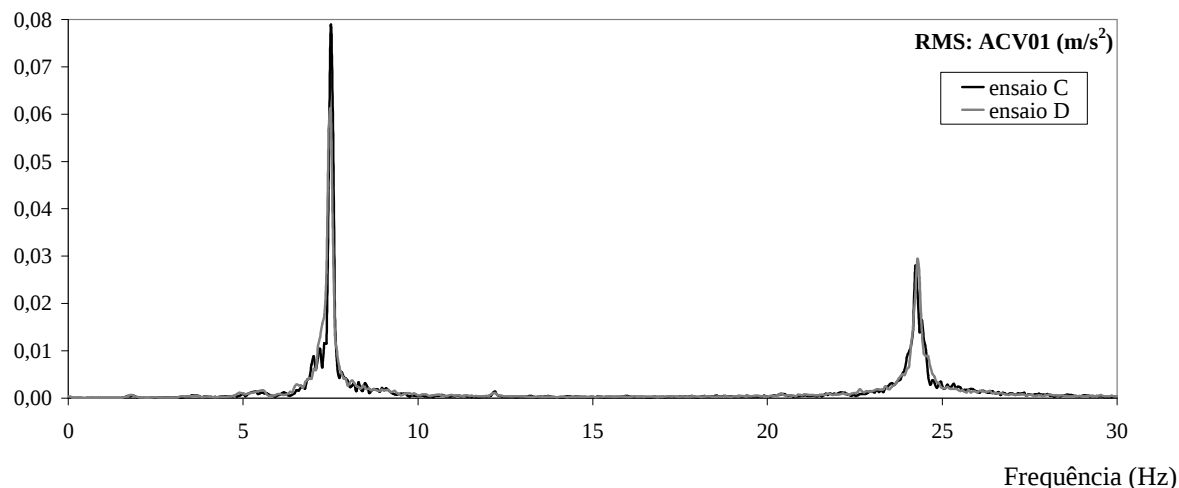


Figura 20: Respostas em frequência para os ensaios C e D

Uma observação interessante é que as amplitudes de vibração de uma pessoa caminhando (ensaio B) alcançam valores pico próximos aos obtidos no ensaio com seis pessoas andando lado a lado (ensaio C), e maiores que os obtidos com seis pessoas andando aleatoriamente (ensaio D). Quando a comparação é feita em valores de aceleração *rms* em frequência para o 1º modo de vibração da estrutura, os valores obtidos no ensaio com uma pessoa caminhando (ensaio B) são bem superiores aos ensaios com seis pessoas caminhando (ensaios C e D).

5 CORRELAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

Tentou-se reproduzir, através de simulações computacionais, os ensaios B e D realizados na estrutura, quais sejam, respectivamente: o ensaio de uma pessoa caminhando na laje percorrendo uma trajetória pré-definida – ensaio no qual foram obtidas as maiores amplitudes de vibração – e o ensaio de seis pessoas caminhando aleatoriamente sobre a laje, que é bem representativo da carga humana de ocupação normal de uma edificação. A Tab. 3 resume os parâmetros utilizados nessas simulações.

Tabela 3: Simulações numéricas realizadas

Simulação	npe	P (kN)	Trajetória	f_c (Hz)	nh	fmi	fma			
							α_1	α_2	α_3	α_4
B1	1	0,73	fig. 14a	1,57-2,00	4	1,45	1,17	1,40	1,40	1,40
B2	1	0,73	fig. 14a	1,57-2,00	3	1,45	1,17	1,40	1,40	0,00
B3	1	0,73	fig. 14a	1,57-2,00	4	-	1,08	1,20	1,20	1,20
B4	1	0,73	fig. 14a	1,57-2,00	3	-	1,08	1,20	1,20	1,20
D1	6	0,92; 0,68; 0,73; 0,87; 0,70; 0,73	fig. 14c	1,30-2,31	4	1,25	1,17	1,40	1,40	1,40
D2	6	sorteado 0,76 (média)	sorteado fig. 21	sorteado 1,60-2,20	4	-	1,00	1,00	1,00	1,00

Nota: npe : número de pessoas; P : peso da(s) pessoa(s); f_c : frequência de caminhar; nh : número de harmônicos da série de Fourier; fmi : fator de majoração do impacto do calcanhar em relação ao valor máximo da série de Fourier; fma : fator de majoração dos coeficientes da série de Fourier.

A parcela da função do caminhar que descreve o impacto do calcanhar pode variar bastante de uma pessoa para outra e com o calçado utilizado (ver Fig. 11). Os parâmetros utilizados para definir esta parcela da função são, portanto, livres e podem assumir valores que melhor aproximam a resposta experimental da estrutura. Espera-se ainda, que os impactos do calcanhar de uma pessoa andando livremente (ensaio B) sejam mais acentuados que de várias pessoas andando restringidos pelos movimentos uns dos outros (ensaio D). Além disso, Young (2001) baseado nas medidas experimentais realizadas por Kerr (1998), concluiu que os coeficientes da série de Fourier apresentam valores com coeficiente de variação da ordem de 17% para o primeiro harmônico da carga e de cerca de 40% para os demais três harmônicos em relação aos coeficientes obtidos em Rainer, Pernica and Allen (1988).

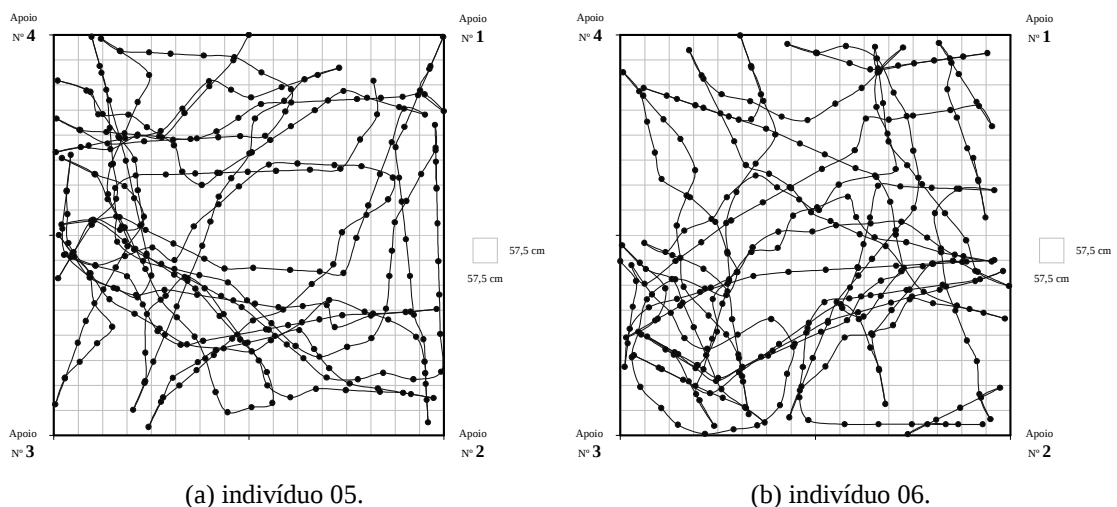


Figura 21: Rastro das trajetórias percorridas por duas das seis pessoas na simulação D2

As Figs 22 a 37 mostram comparações das respostas da estrutura, em termos de aceleração no centro da laje e de uma de suas bordas, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, obtidas por meio dos ensaios B e D e por meio das simulações destes ensaios, conforme dados apresentados na Tab. 3. A tabela 4 resume a correlação teórico-experimental em frequência para os dois primeiros modos de vibração da estrutura.

Nota-se nas Figs 22 e 24 que a simulação B1 (função caminhar com pico representativo do calcanhar e série de Fourier com 4 harmônicos) apresenta boa correlação com os resultados experimentais do ensaio B (uma pessoa caminhando com sapato de solado macio em quase-ressonância com a estrutura). Por outro lado, as amplitudes de resposta obtidas com a simulação B2 (idem B1 com série de Fourier com 3 harmônicos) se mostram maiores que as com a simulação B1, o que não era esperado. Isto acontece porque ao formular a função do caminhar o patamar entre a aplicação do calcanhar no piso e a série de Fourier (vide Fig. 10) acarreta um problema numérico de defasagem em oposição de fase entre o pico do calcanhar, que se traduz em uma série de Fourier de n termos, e o quarto harmônico da série de Fourier da função caminhar; que é amplificado pela ressonância com a estrutura. Dessa forma, encontra-se em fase de revisão uma nova função caminhar sem o referido patamar e baseada em ensaios experimentais realizados pelos autores de pessoas caminhando em plataformas rígidas e que será alvo de outro artigo em breve.

Para compensar o efeito da defasagem (descrito anteriormente) nos resultados, o pico representativo do caminhar foi superestimado de maneira que as amplitudes de resposta em modos superiores resultaram maiores que as obtidas nos ensaios, como mostram as Figs 23 e 25 e a Tab. 4.

Nota-se nas Figs 26 e 28 que a simulação B3 (função caminhar somente descrita por uma série de Fourier com 4 harmônicos) também apresenta boa correlação com os resultados experimentais do ensaio B. Como esperado, as amplitudes de resposta obtidas com a simulação B4 (idem B3 com série de Fourier com 3 harmônicos) se mostram bem menores que as obtidas com a simulação B3. Isto se deve ao fenômeno de quase-ressonância do 4º harmônico do caminhar com o 1º modo de vibração da estrutura observado no ensaio B e confirmado com a comparação dos resultados obtidos nas simulações B3 e B4. Por outro lado, as amplitudes de resposta nos modos de vibração superiores obtidos na simulação B3 resultaram menores que as obtidas nos ensaios, como mostram as Figs 27 e 29 e a Tab. 4; uma vez que a função descrita sem o pico do calcanhar não é suficiente para excitar os modos mais altos.

Pode-se fazer análise semelhante às anteriores observando-se as figs 30 a 37, e, também, a Tab. 4 para comparação das simulações D1 e D2, com relação ao ensaio D, em que seis pessoas andam aleatoriamente sobre a laje. Chama-se atenção para três pontos relevantes: (i) a amplitude do pico do calcanhar utilizado na correlação dos resultados da simulação D1 é menor que aquele utilizado na simulação B1; (ii) os coeficientes da série de Fourier da simulação D2 não foram majorados; (iii) a simulação D2 foi feita utilizando o sorteio das frequências de caminhar, pesos e trajetórias percorridas pelas pessoas sobre a laje. Os dois primeiros pontos se referem às restrições impostas umas as outras pelas pessoas ao caminhar sobre a laje. O terceiro ponto relevante evidencia a eficiência da ferramenta numérico-computacional desenvolvida em representar as aleatoriedades e complexidades envolvidas no caminhar humano e sua interação com a estrutura, e, ainda assim, apresentar resultados próximos o bastante daqueles medidos em uma estrutura real.

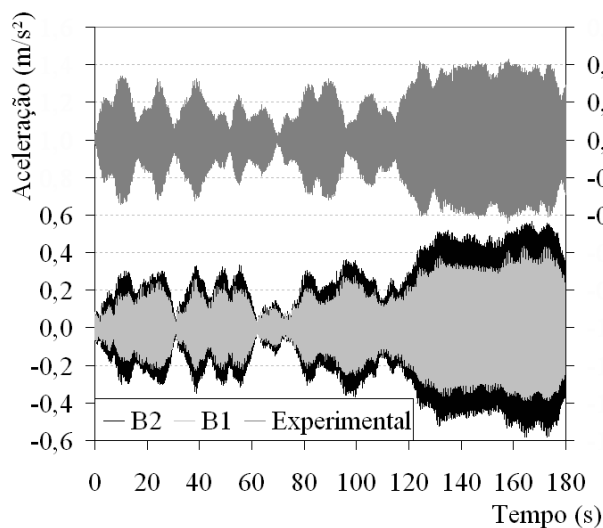


Figura 22: Resposta no tempo: ensaio B x simulações B1 e B2, no centro da laje

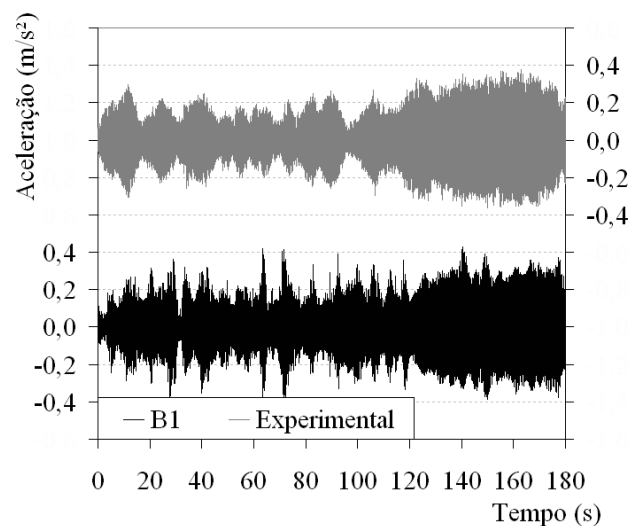


Figura 23: Resposta no tempo: ensaio B x simulação B1, no meio de uma borda da laje

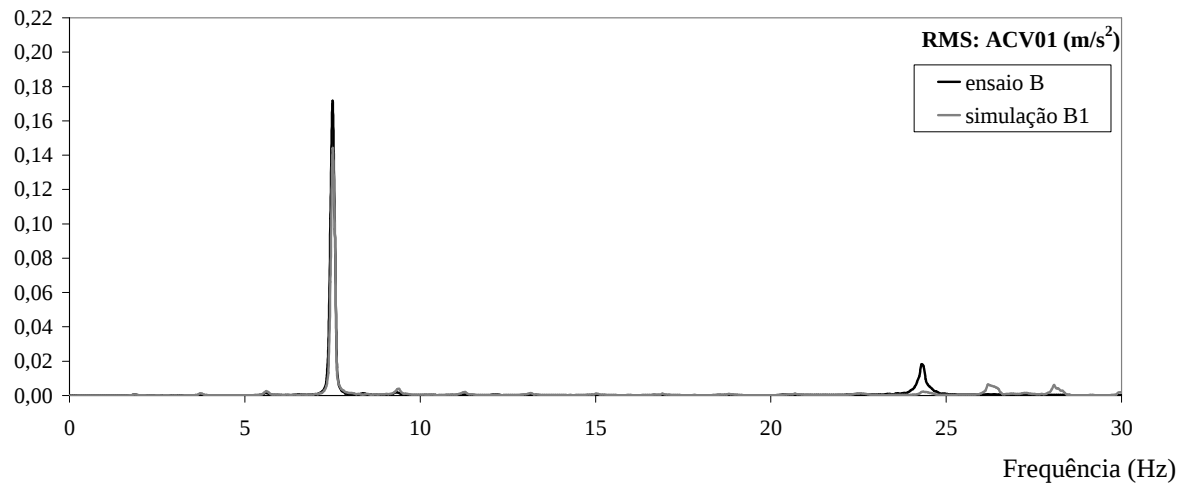


Figura 24: Resposta em frequência: ensaio B x simulação B1, no centro da laje

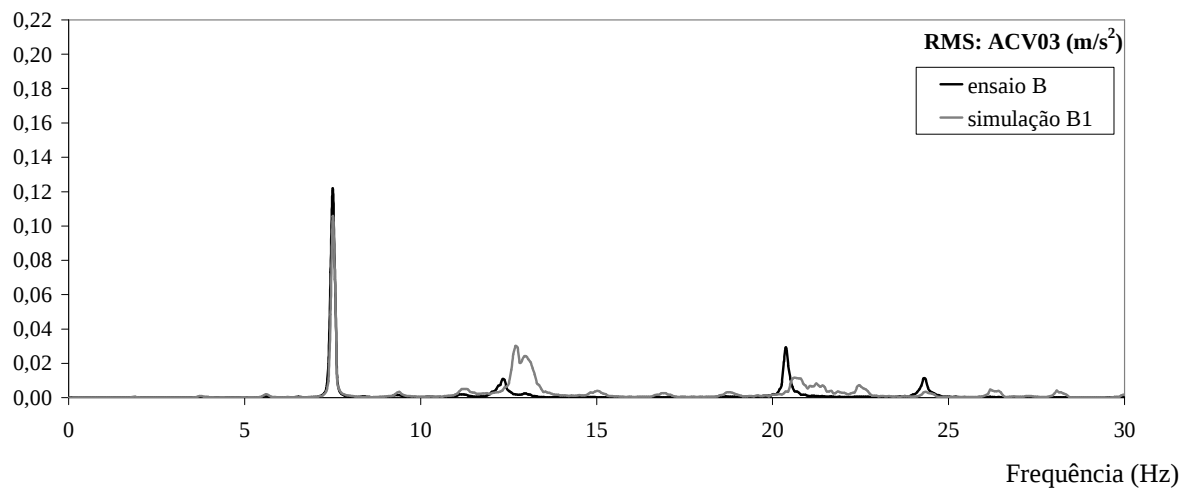


Figura 25: Resposta em frequência: ensaio B x simulação B1, no meio de uma borda da laje

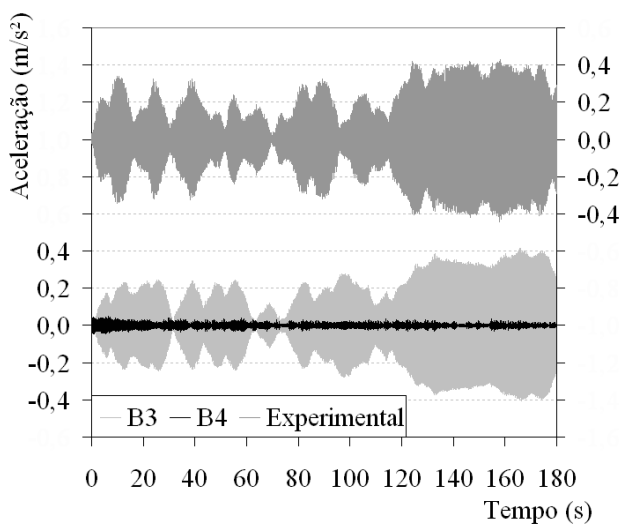


Figura 26: Resposta no tempo: ensaio B x simulações B3 e B4, no centro da laje

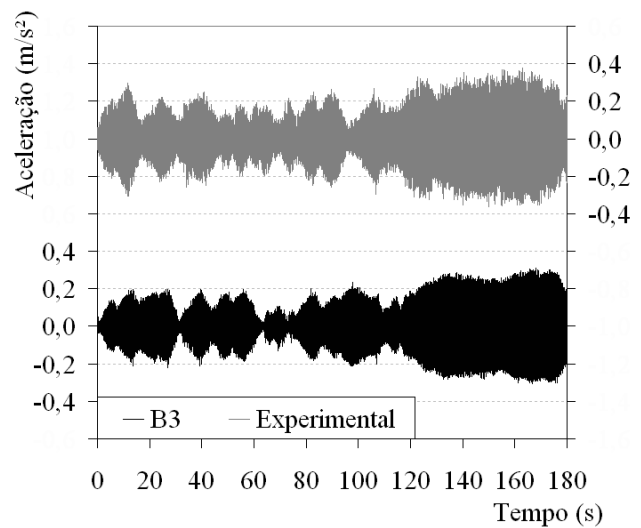


Figura 27: Resposta no tempo: ensaio B x simulação B3, no meio de uma borda da laje

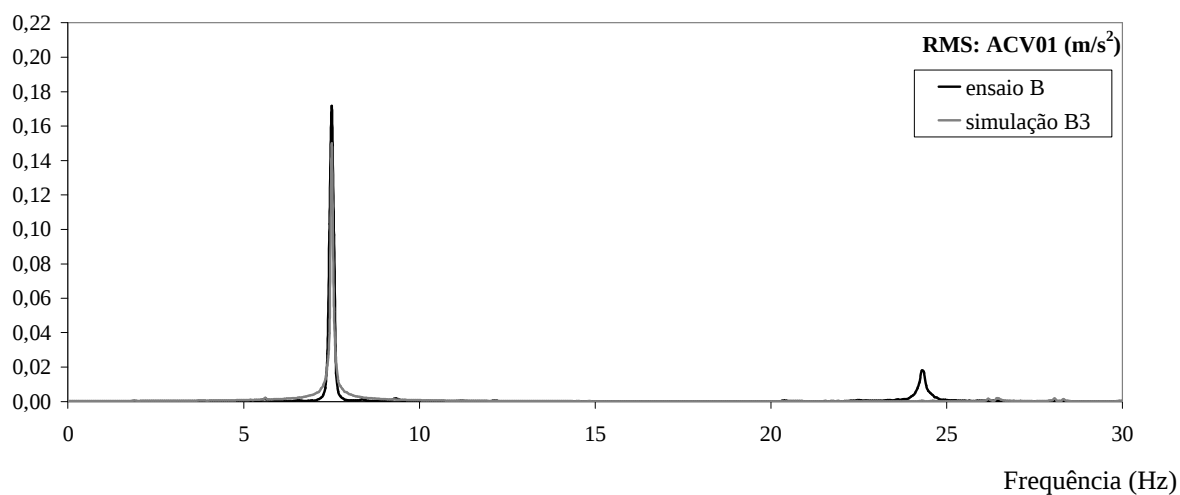


Figura 28: Resposta em frequência: ensaio B x simulação B3, no centro da laje

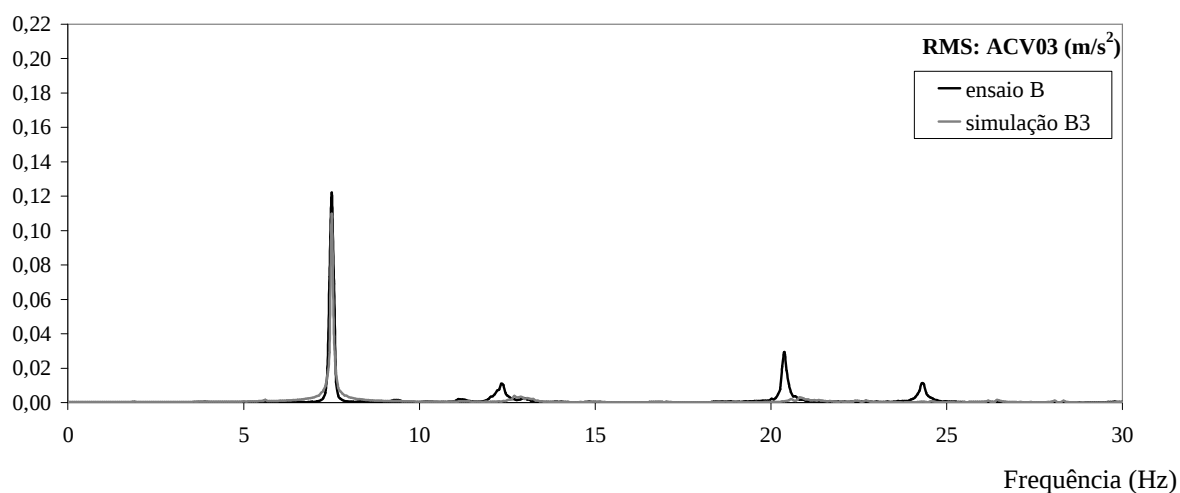


Figura 29: Resposta em frequência: ensaio B x simulação B3, no meio de uma borda da laje

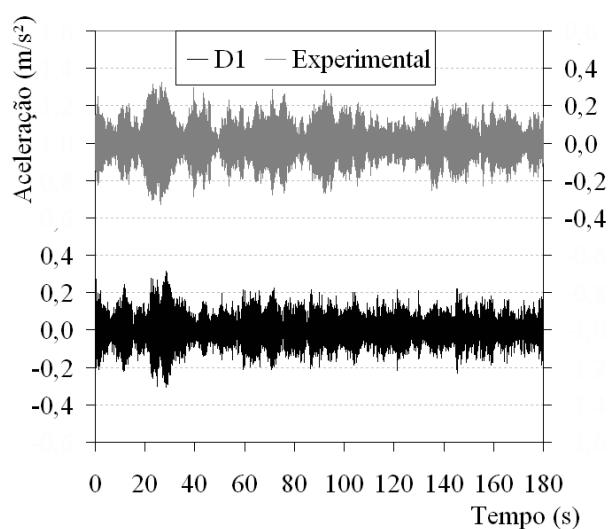


Figura 30: Resposta no tempo: ensaio D x simulação D1, no centro da laje

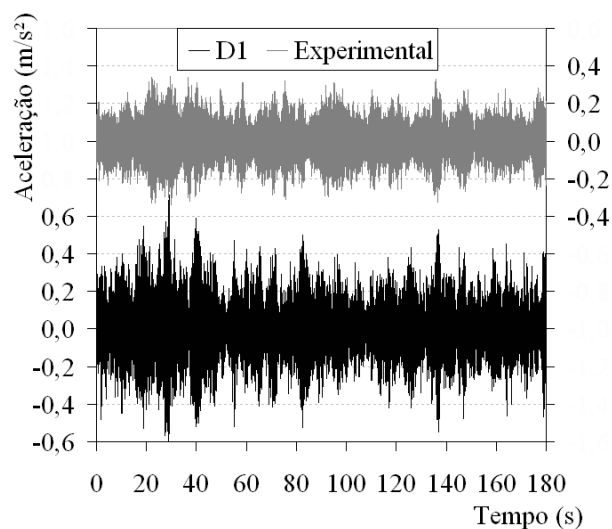


Figura 31: Resposta no tempo: ensaio D x simulação D1, no meio de uma borda da laje

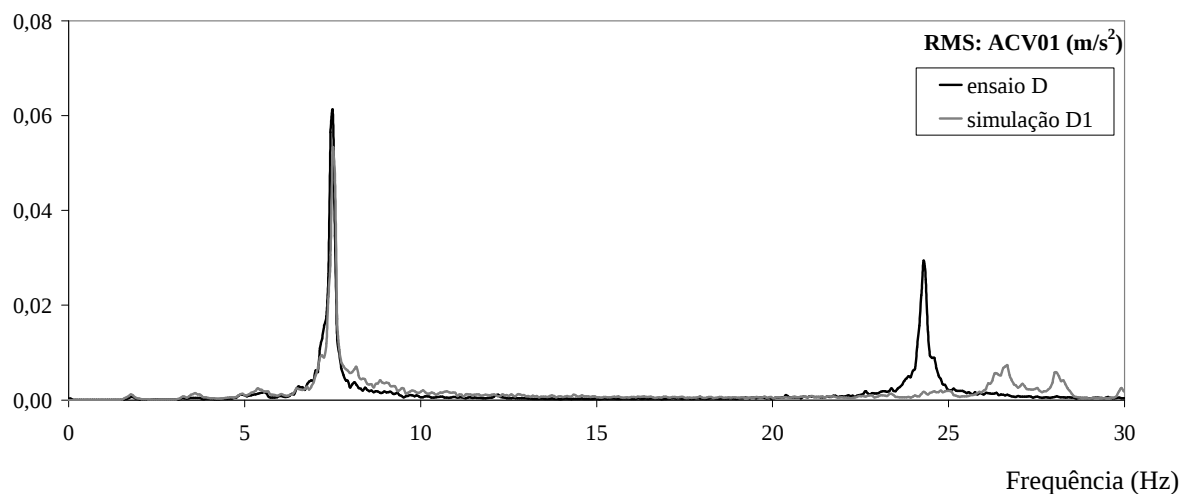


Figura 32: Resposta em frequência: ensaio D x simulação D1, no centro da laje

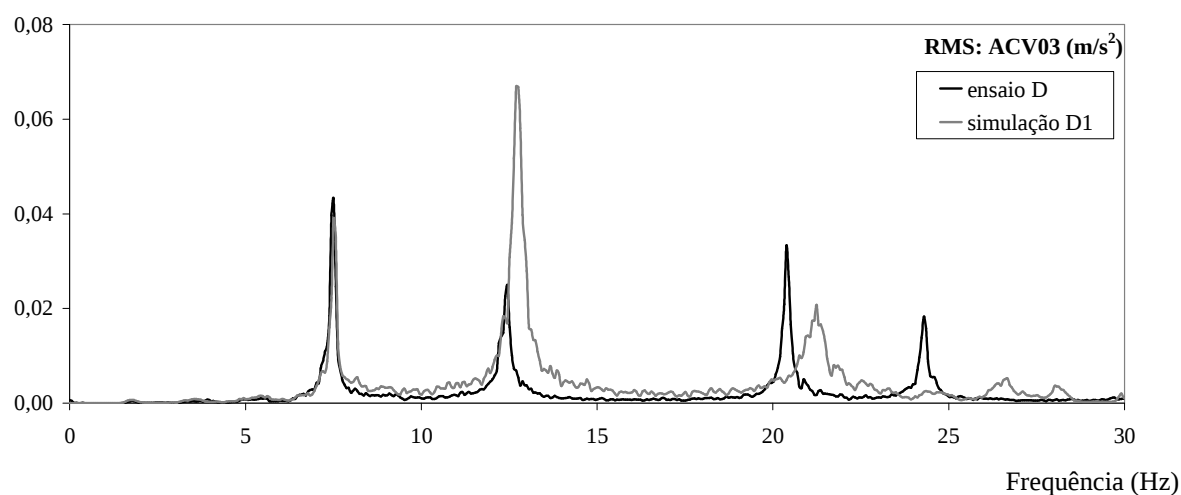


Figura 33: Resposta em frequência: ensaio D x simulação D1, no meio de uma borda da laje

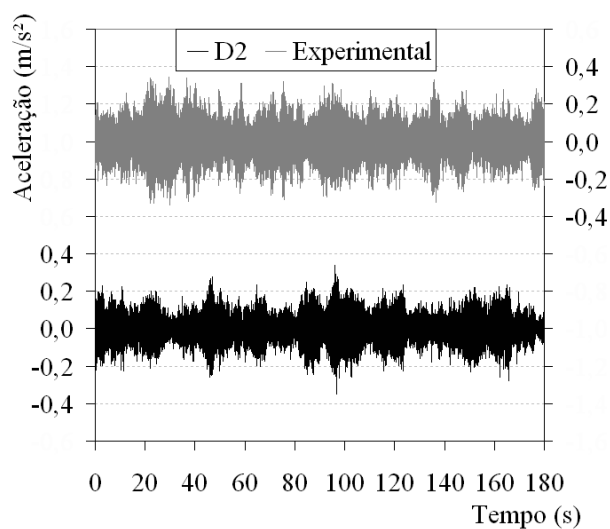
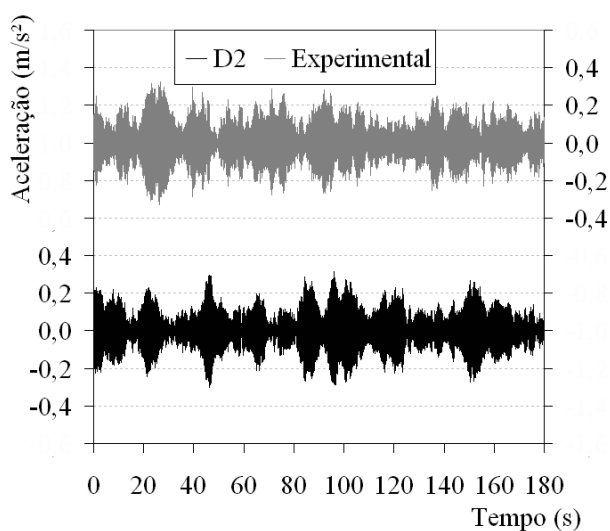


Figura 34: Resposta no tempo: ensaio D x simulação D2, no centro da laje

Figura 35: Resposta no tempo: ensaio D x simulação D2, no meio de uma borda da laje

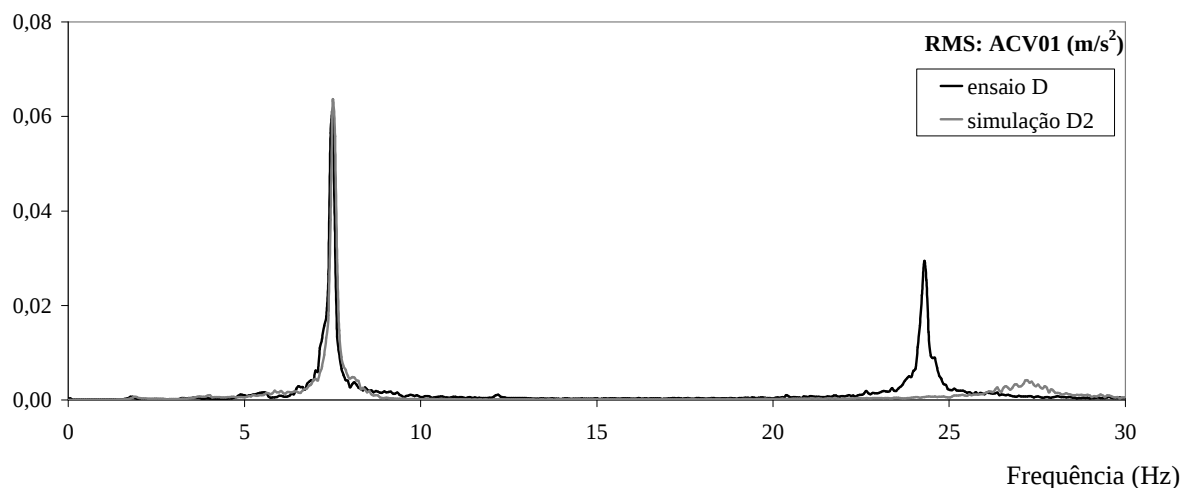


Figura 36: Resposta em frequência: ensaio D x simulação D2, no centro da laje

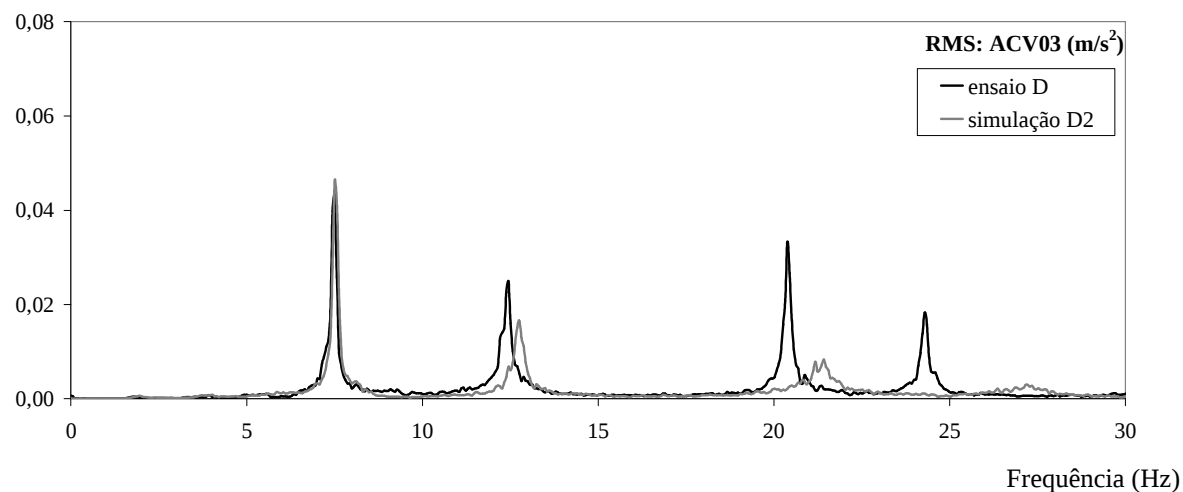


Figura 37: Resposta em frequência: ensaio D x simulação D2, no meio de uma borda da laje

Tabela 4: Diferença percentual das amplitudes de aceleração *rms* para as respostas em frequência obtidas por meio de ensaios e simulações numéricas

Ensaio	Simulação	Diferença (%)	
		1º modo	2º modo
B	B1	-16	+190
	B2	+25	+164
	B3	-13	-62
	B4	-96	-64
D	D1	-13	+168
	D2	+3	-32

6 CONCLUSÕES

Mostra-se neste artigo resultados experimentais relevantes comprovando a possibilidade da ocorrência do fenômeno da ressonância entre o quarto harmônico da frequência do caminhar de uma pessoa e o primeiro modo de vibração da estrutura. Além disso, apresenta-se uma ferramenta computacional capaz de simular de forma realista toda a complexidade da interação de pessoas caminhando com a estrutura de lajes de piso. Apresentam-se ainda correlações teórico-experimentais das respostas da estrutura no tempo, não encontradas na literatura técnica.

Baseado nas correlações teórico-experimentais descritas neste artigo pode-se concluir que a função representativa do caminhar deve possuir um pico simulando a impulsão resultante da batida do calcanhar no piso, e uma série de Fourier resultante do balanço vertical do corpo e transferência de energia entre a pessoa e a estrutura, que pode resultar em amplificação das amplitudes de vibração por ressonância. A função aqui apresentada possui as duas parcelas, separadas por um patamar, acarretando defasagem na sobreposição dos efeitos do calcanhar e da série de Fourier, e, por conseguinte, excitando demasiadamente os modos mais altos.

Por outro lado, a função somente representada pela série de Fourier representa bem o fenômeno da ressonância, mas subestima as amplitudes dos modos mais altos. Como a faixa de frequências de maior interesse em estruturas com relação ao conforto dos usuários está compreendida entre 4 Hz e 8 Hz, a referida função com quatro termos harmônicos é suficiente para uma estimativa realista das amplitudes de vibração em fase de projeto.

7 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos colegas que foram voluntários nos ensaios experimentais e aos técnicos do laboratório que ajudaram a tornar esta pesquisa possível. E a CAPES pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allen, D.E., Rainer, J.H. and Pernica, G. (1985). Vibration criteria for assembly occupancies. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 12, n. 3, p. 617-623.

Alves, N.C. (1997). *Cargas humanas devido a pedestres em movimento*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (1980). *Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações*. NBR 6120. Rio de Janeiro.

Bachmann, H. and Ammann, W. (1987). *Vibration in structures induced by man and machines*. Structural Engineering Document No. 3e, International Association for Bridge and Structural Engineering - IABSE, Zürich, Switzerland.

Bachmann, H. et al. (1995). *Vibration Problems in Structures – Practical Guidelines*. Institut für Baustatik und Konstruktion, Basel.

Battista, R.C., Magluta, C. and Faria, M.T. (1995). Redução de vibrações em grandes estruturas civis. *Proceeding of XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural*, v. 6, p.235-246, Tucumán, Argentina, September.

Cavagna, G.A., Saibene, F.P. and Margaria, R. (1963). External work in walking, *Journal of Applied Physiology*, Vol. 18, Nº 1, pp. 1 – 9, January.

Ebrahimipur, A. and Sack, R.L. (1989). Modeling dynamic occupant loads. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v. 117, n. 11, p. 1476-1495.

Ebrahimipur, A. and Sack, R.L. (1996). Design live loads for crowds in motion. *Proceeding of Structures Congress XIV – Building an International Community of Structural Engineers*, ASCE, v. 1, p. 420-427, Chicago, USA, April.

Eriksson, P.E. (1996). Dynamic service actions for floor systems. *Proceeding of Structures Congress XIV – Building an International Community of Structural Engineers*, ASCE, v. 1, p. 413-419, Chicago, USA, April.

Faria, M.T. (1996). *Redução de vibrações induzidas por pessoas em lajes de grandes vãos*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Greene, P.R. and McMahon, T.A. (1979). Reflex stiffness of man's antigravity muscles during knee bends while carrying extra weights. *Journal of Biomechanics*, v. 12, p. 881-891.

Harper, F.C., Warlow, W.J. and Clark, B.L. (1961). The forces applied to the floor by the foot in walking. National Building Studies Research Paper 32, Building Research Station, London, England.

Kerr, S.C. (1998). *Human induced loading on staircases*. Ph.D. thesis, University of London, London, England.

McMahon, T.A. and Greene, P.R. (1979). The influence of track compliance on running. *Journal of Biomechanics*, v. 12, p. 893-904.

Miyamori, Y., Obata, T., Hayashikawa, T. et al. (2001). Study on identification of human walking model based on dynamic response characteristics of pedestrian bridges. *Proceeding of the Eighth Asia-*

Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, paper N° 1066, Nanyang Technological University, Singapore, December.

Moreland, R.. (1905). The weight of a crowd. *Engineering*, v. 79, p. 551.

Nigam, S.P. and Malik, M. (1987). A study on a vibrational model of a human body. *Journal of Biomechanical Engineering*, transactions of ASME, v. 109, p.148-153.

Nilsson, L. (1976). *Impact loads produced by human motion - Part 1*. Document D13:1976, Swedish Council for Building Research, Stockholm, Sweden.

Nilsson, L. (1980). *Impact loads produced by human motion - Part 2*. Document D20:1980, Swedish Council for Building Research, Stockholm, Sweden.

Ohlsson, S.V. (1982). *Floor vibrations and human discomfort*. Ph.D. Dissertation, Department of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.

Patton, J.L. (1993). *Forward dynamic modeling of human locomotion*. M.Sc. Dissertation, Michigan State University, MI, USA.

Rainer, J.H., Pernica, G. and Allen, D.E. (1988). Dynamic loading and response of footbridges. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 15, n. 1, p. 6-71.

Saul, W.E. and Tuan, C.Y. (1986). Review of live loads due to human movements. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v. 112, n. 5, p. 995-1004.

Souza, J.C. (2002). *Reticulado espacial composto para pisos de grandes vãos*. Tese de doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Tilden, C.J. Kinect effects of crowds. (1913). *Proceeding of American Society of Civil Engineers*, v.34, n. 3, p.325-340, March.

Tuan, C.Y. and Saul, W.E. (1985). Loads due to spectator movements. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v. 111, n. 2, p. 418-434.

Varela, W.D. (2004). *Modelo teórico-experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios*. Ph.D. Dissertation, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Vasconcelos, R.P. (1998). *Atenuação de vibrações em lajes nervuradas de piso em concreto armado*. Tese de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Young, P. (2001). Improved floor vibration prediction methodology. *Proceeding of Engineering for Structural Vibration – Current developments in Research and Practice*, Vibration Seminar, Arup Group Ltd, October.

Wyatt, T.A. (1989). *Design guide on the vibration of floors*. SCI Publication 076, The Steel Construction Institute and Construction Industry Research and Information Association, London.

A REALISTIC MODEL TO ESTIMATE VIBRATIONS INDUCED BY PEOPLE WALKING ON STRUCTURES

Abstract

Undesirable vibrations induced by people walking on floor slab structures became a problem which has been extensively discussed on technical papers. Nevertheless, evaluation procedures and computational tools to estimate in a realistic manner the vibration amplitudes are seldom included in these discussions.

Hence, it is yet necessary to peer into matters germane to this problem. This can be done by examining carefully the experimental results obtained from tests on existing structures and by making correlations to the theoretical results obtained from numerical model simulations which accounts for realistic descriptions of the human walking motion. A novel mathematical function which describes the dynamic forces produced by human walking was written on this basis and it is presented herein. This function has been calibrated with the aid of correlations between numerical and experimental results obtained for a 1:1 scale prototype structure built and tested in laboratory. The relevance of certain human walking characteristics merged with the novel loading model, and their effects on the amplitudes of the structure's dynamic responses are briefly discussed in this paper.

Key words: Vibrations. Human walking. Floor slabs. Experimental tests. Numerical modelling.

1 MATHEMATICAL MODEL OF THE DYNAMIC LOAD PRODUCED BY HUMAN WALKING

A typical experimental record of time variation of the contact force produced by a human step on a rigid surface is shown in Fig. 8a by means of the resultant floor reaction (Ohlsson 1982 *apud* Wyatt 1989). It is also plotted on this figure the force $\times$ time given by a Fourier series function with three terms (eq. 1) representing the walking load. Each one of the three terms of this Fourier series function are shown in Fig. 8b.

In eq. 1, $F(t)$ is the numerical representation of the floor reaction force to human walking; t is the time; P is the weight of a person; i is the i^{th} harmonic of fundamental walking frequency; nh is the number of harmonic terms sufficient to represent accordingly the walking force; α_i is the dynamic coefficient of the i^{th} harmonic of Fourier series; f_c is the walking step frequency; ϕ is the angle phase between the i^{th} and 1^{st} harmonic of the walking force.

The mathematical model proposed in this paper which is an approximation of floor reaction to human walking showed in Fig. 8a includes in its formulation the reaction of the heel impact on the floor. To do so some parameters were inferred from Figs 8a and 8b and some hypothesis were made.

Firstly the Fourier series function of Fig. 8a was reproduced on Fig. 9 ($P = 608 \text{ N}$; $nh = 3$; $\alpha_1 = 0,262$; $\alpha_2 = 0,100$; $\alpha_3 = 0,033$; $f_c = 1,67 \text{ Hz}$; period $T_p = 1/f_c = 0,6 \text{ s}$; $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \pi/2$ and $\phi_3 = \pi$), with a translation of $0,1 T_p$ of the curve to the left. The next step was to create a function that could fit to the experimental reaction floor to human walking showed in Fig. 8a (see eq. 2 and Fig. 10).

In eq. 2, F_m is the Fourier series maximum value (eq. 3); fmi is the impact factor obtained from the ratio between the peak value of heel impact and the maximum value of the Fourier series; C_1 and C_2 are coefficients obtained with eqs. 4 and 5.

In Fig. 10, fmi was considered 1.12, but this value can vary considerably from person to person. Moreover, the overall shape of the floor reaction function to human walking can vary considerably from person to person as can be seen with the experimental results shown in Fig. 11 (Kerr 1998 *apud* Young 2001). Then, some considerations about the values that will be adopted on eq. 2 have to be done:

(a) In spite of previous statements that the first three harmonic terms of Fourier series were sufficient to represent accordingly human walking (Ohlsson 1982; Wyatt 1989; Bachmann et al. 1995; Ebrahimpur and Sack 1996), it can occur, as it will be later demonstrated herein, that the frequency value of the fourth harmonic of walking force could be close enough to one of the fundamental frequencies of a structure, leading to a significant increase in its dynamic response amplitudes. So it will be considered four terms in the Fourier series as part of the proposed walking load function;

(b) The values of the dynamic coefficients of the Fourier series are to be taken from polynomial functions which approximate the curves showed in Fig. 12;

(c) The phase angles are the ones obtained to adjust the Fourier series showed in figure 9: $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \pi/2$, $\phi_3 = \pi$ and $\phi_4 = 3\pi/2$ by extrapolation.

2 COMPUTATIONAL MODEL OF THE DYNAMIC LOAD PRODUCED BY HUMAN WALKING

A computational program written in Fortran language was used to make up files containing pairs of values for load amplitudes and corresponding time instants representative of one or more people walking randomly or not on a slab panel marked with a chessboard like pattern.

General data can be set to this program: time increment; number of persons walking on slab; consideration or not of the heel impact on load function; heel impact factor (f_{mi}); type of input for people step frequency (f_c): (i) constant given by user; (ii) constant at each step but having sorted values within a predefined range by user; (iii) variable at each step having sorted values within a predefined range by user; (iv) defined by user from an external file, varying step by step; type of input for people weight: (i) user defined; (ii) sorted values from a predefined range by user; number of harmonics in Fourier series; type of input for Fourier series coefficients: (i) defined by user; (ii) values taken from polynomial functions which approximate the curves showed in Fig. 12 (Rainer, Pernica and Allen 1988); phase angles.

In this program it can be also set data for simulating each person walking: walking frequency (f_c); or minimum and maximum walking frequencies; or file name containing step by step walking frequencies; type of input for starting time of walking of one person: (i) defined by user; (ii) sorted; stopping time; type of input for walking trajectory: (i) user defined using an external file containing the coordinates of points where the person steps on the slab along the walking trajectory; (ii) person moving along the same direction as specified by the user; (iii) person moving randomly.

In the latter case (iii), the randomness is obtained by setting probabilistic values to ranges of directions for the step ahead to the previous step direction. These probabilistic values were arbitrarily chosen.

As the resultant load files are simple text files with pairs of time x load values, they could serve as input data to any finite element program that contains a structural dynamic analysis module.

3 EXPERIMENTAL TESTS

In order to better investigate vibrations induced by people walking on floor slabs, experimental tests were conducted by Varela (2004) using a structure built at the structures laboratory of COPPE/UFRJ.

The structure used for the experimental tests was a 9.2m x 9.2m composite floor deck consisting of a reinforced concrete slab with a thickness of 13cm connected to a steel space truss composed by pyramidal modules with 1.15m x 1.15m square base. This lightweight (~350kN) and large span floor structure was conceived for shopping centers storeys.

Free vibration investigations were performed by means of heel impact tests on the structure's deck. Table 1 presents the results obtained in these tests.

It can be observed that the amplitudes of vibration in the first mode of the structure ($f_1 = 7.57$ Hz) can be highly amplified by resonance with the fourth harmonic of human walking excitation force (4×1.6 Hz = 6.4 Hz to 4×2.4 Hz = 9.6 Hz). Furthermore, the very low damping ratio of the first mode (0.25%) is a major contribution to the amplification of vibration amplitudes and consequent users' discomfort.

A series of tests were performed on the floor slab prototype model under excitation produced by one and various persons walking (see Figs 14). Statistical parameters (see table 2), walking trajectories prints (Fig. 15) and frequency histograms (Fig. 16) were extracted from video records.

Figs 17 to 20 show comparisons between responses of Tests A and B and between responses of tests C and D in terms of the center span vertical accelerations, both in time and frequency domains.

It can be noted the great difference of vibration's amplitudes found in Test A in comparison to Test B, for only one person walking, using shoes with hard and soft soles, respectively. This can be explained by the quasi-resonance phenomenon that occurred between the fourth harmonic of the walking load ($4 \times 1.88 = 7.52$ Hz) and the first harmonic mode of the structure (7.57 Hz) on Test B, as shown in Figs 17 and 19. In the enhanced detail of Fig. 19 it can be also noted that Tests A and B have similar frequency responses' amplitudes in the first three harmonics of walking force, in a region away from resonance, what confirms that both tests have similar dynamic characteristics of walking excitation. It can be observed that in Test A, for one person using shoes with hard sole, the responses are characterized by successive impacts. On Test B, for one person using shoes with soft soles, the responses are smoother and with vibration amplitudes greater than on Test A, indicating that resonance was achieved by synchronism between the person's step and structure's frequencies.

An interesting fact is that amplitudes of vibrations induced by one person walking in Test B reached values close to those induced by six persons walking side by side in Test C, and greater than those induced by six persons walking randomly in Test D (see Figs 17 to 20). Moreover, when comparison is done in the frequency domain in terms of root mean square (*rms*) acceleration values of the first vibration mode of the structure, the vibrations amplitudes obtained in the test for one person walking (Test B) are much greater than those obtained for six persons walking (Tests C and D).

4 THEORETICAL-EXPERIMENTAL CORRELATIONS

The tests B and D were tentatively reproduced through computational simulations. These tests were respectively that for one person walking on a slab in a predefined trajectory wearing shoes with soft sole (test that presented the greatest vibration amplitudes in the first vibration mode) and that for six persons walking randomly on the slab, which is the most representative of the human load on building floors. Table 3 summarizes the parameters used in these simulations.

The part of the walking function (eqs. 2-5) related to the reaction of the floor to the heel impact varies significantly from person to person and with the type of footwear used (see Fig. 11). Then these somewhat free parameters can be set in order to adjust the walking function that fits better to the experimental results. It is expected, however, that when a person walks alone as occurred in Test B, the heel impacts will be stronger than when people walk is restrained by other people's movements as occurred in Test D. Furthermore, Young (2001) based on experimental tests conducted by Kerr (1998) concluded that the Fourier coefficients of the walking function display values within a 17% deviation for the first harmonic and a 40% deviation for the other three harmonics in relation to those obtained by Rainer, Pernica and Allen (1988).

Figs 22 to 37 show comparisons between experimental and theoretical responses, both in time and frequency domains, in terms of the center span and edges vertical accelerations resulting from Tests B and D and their related numerical simulations (see table 3). Table 4 summarizes the theoretical-experimental correlation in terms of percentage ratios between the *rms* values of acceleration amplitudes related to the experimental and numerical frequency responses for the first two structure's vibration modes.

It can be noted in Figs 22 and 24 that simulation B1 (walking function considering heel impact and Fourier series with four terms) presents a favourable correlation with the experimental results of Test B (one person walking with soft sole shoes at quasi-resonance to the first vibration mode of the structure). The vibration amplitudes obtained with simulation B2 (the same as B1 but with three terms Fourier series) are unexpectedly greater than that of simulation B1. This might happened because of the walking load function formulation that includes a plateau past the heel impact peak (see Fig. 10) which generates numerical problems due to phase lag between the piecewise functions related to the heel impact stretch (which mathematically can be expressed by n terms Fourier series) and the 4th harmonic of the

Fourier series for the walking step. An adjustment of the polynomial expressions are presently under way.

The heel impact peak was then overestimated to compensate the phase lag effect described before and the amplitudes at higher modes resulted greater than experimental results as could be observed in Figs 23 and 25 and Table 4.

It can be noted in Figs 26 and 28 that simulation B3 (walking load function described solely by a four harmonics Fourier series) presents favourable correlation to Test B experimental results. As expected, the vibration amplitudes obtained with simulation B4 (the same as B3 but with only three terms in the Fourier series) are quite lower than that with simulation B3. This is due to the quasi-resonance phenomenon (observed in Test B) between the 4th harmonic of the walking frequency and the structure's first vibration mode; confirmed by numerical results from simulations B3 and B4. On the other hand, higher modes' vibration amplitudes in simulation B3 are lower than in experimental Test B, as can be seen on Figs 27 and 29 and Table 4. This is because the walking force function without the heel impact peak is not sufficient to excite higher modes.

Similar comparative analyses can be done with regard to the results of Test D and simulations D1 and D2 (see Figs 30 to 37 and Table 4). Three points can be highlighted: (i) the heel impact peak amplitudes in the simulation D1 is lower than that used in simulation B1; (ii) the Fourier series coefficients were not increased in simulation D2; (iii) simulation D2 was based on sorted walking frequencies, trajectories and person weights. The first two points are referred to the restrictions imposed on people walk by other people's movements. The third point highlights the computational-numerical tool efficiency in representing the overall complexity and randomness involved on the description of human walking motion and the interaction of humans in motion with the structure. This efficiency is demonstrated by the quite favourable comparison between the numerical and experimental results.

5 CONCLUSIONS

An analytical modelling of the human loading combined with a computational tool is presented and shown to be capable to simulate in a realistic manner all the complexity and randomness of human walking motion and its interaction with floor slab structures. Numerical-experimental correlations for both time and frequency responses are also presented and discussed, which as far as the authors know are not found on technical literature.

Based on these theoretical-experimental correlations it can be concluded that the human walking load function must contain two parts: (i) the first simulating the heel impact on the floor; (ii) the second represented by a Fourier series simulating the smooth human step motion. In this proposed piecewise function the first and the second parts are responsible respectively for exciting the higher and the lower vibration modes of the structure. The second part of this walking load function has a frequency content which, in general, falls within the range of frequencies of the first natural vibration modes of large span floor slab structures. That is why resonant phenomenon is often expected.

Relevant experimental results obtained from carefully performed tests on a prototype structure excited by human loading served to prove the not too rare occurrence of resonance phenomenon between the 4th harmonic of the walking function and the structure's first vibration mode.

As such the proposed overall procedure may well be applied to a rational comfort analysis and design of large span floor slab structures under dynamic loading produced by people walking randomly or not on building floors. To this end a loading function expressed by a Fourier series with four harmonic terms will suffice to properly evaluate induced structural vibration in the most practical range (4 to 8 Hz) of frequencies which is associated to the highest effects of vibrations on humans.