

# Influência do Modo de Solicitação na Resistência Última de Lajes Lisas de Concreto Armado com Pilares Retangulares e Armadura Inclinada de Punção

*Bernardo Nunes de Moraes Neto<sup>1</sup>; Dênio Ramam Carvalho de Oliveira<sup>2</sup>;  
Alcebíades Negrão Macêdo<sup>3</sup>*

## RESUMO

Para verificar a influência do comprimento do pilar, ou área carregada, e a eficiência da distribuição da armadura de punção na resistência última à punção, foram ensaiadas 8 lajes lisas de concreto armado. A área carregada apresentava seção retangular com  $C_{min}$  igual a 85 mm e a dimensão de  $C_{max}$  variando em 1, 3 e 5 vezes o valor de  $C_{min}$ . A armadura de punção foi constituída por estribos abertos e inclinados de 60° com o plano da laje, e a distribuição desta armadura na região de funcionamento foi em cruz, paralela e duplo "T". Foi constatada uma influência significativa do maior lado da área carregada e da utilização de armadura de punção na resistência última das lajes proporcionando, inclusive, alteração no modo de ruína. Avaliando as prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2007), percebeu-se uma tendência da norma de superestimar a resistência última à punção nas lajes com a relação entre os lados do pilar elevada (índice de retangularidade), tendência que se acentua quando a laje apresenta armadura de punção.

*Palavras-chave:* Laje lisa, Punção, Pilar retangular, Armadura de cisalhamento, Estribo.

<sup>1</sup> Mestre em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará bnmn@hotmail.com

<sup>2</sup> Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará. Email: denio@ufpa.br. Rua Augusto Corrêa, Número 01. Guamá-Belém-Pará. 66075-970

<sup>3</sup> Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará. Email: anmacedo@ufpa.br. Rua Augusto Corrêa, Número 01. Guamá-Belém-Pará. 66075-970.

# 1 Introdução

A NBR 6118 (ABNT, 2007) define laje lisa como a laje apoiada diretamente sobre pilares, sem a utilização de capitéis e, de acordo com Macgregor (1992), estas lajes podem apresentar dois mecanismos de ruptura por cisalhamento, por viga chata ou por punção em torno do pilar. Neste caso, a forma da seção transversal do pilar influencia significativamente a distribuições das tensões de cisalhamento. De acordo com Vanderbilt (1972), quanto maior a seção transversal de um pilar quadrado, maior será a concentração de tensões cisalhantes nas proximidades de seus cantos. Comportamento semelhante foi observado por Hawkins *et al.* (1971) e Leong e Teng (2000) em experimentos envolvendo pilares com seção transversal retangular onde a relação entre o maior e menor lado foi a principal variável. Posteriormente, Al-Yousif e Regan (2003) e Oliveira *et al.* (2004) ressaltaram a importância das condições de carregamento na resistência das lajes lisas apoiadas em pilares alongados, destacando o nocivo efeito da polarização das tensões cisalhantes que tendem a levar as lajes à ruptura precoce por punção com a superfície de ruptura se localizando apenas em torno das extremidades da seção transversal destes pilares, e de que a consideração de um perímetro de controle contínuo pode conduzir a resultados contra a segurança. Estes trabalhos contribuíram para o aprimoramento do dimensionamento das lajes lisas sem armadura de cisalhamento, pois pesquisas envolvendo pilares alongados são escassas na literatura.

Existem diversos tipos de armaduras de cisalhamento para combater o puncionamento, sendo que no trabalho de Regan e Samadiah (2001) são apresentadas as vantagens e desvantagens de alguns tipos. Apesar das mais utilizadas serem aquelas que empregam pinos (studs) pré-fixados em guias para garantir o posicionamento na laje, estudos como de Oliveira *et al.* (2000) e Song *et al.* (2012) destacam a leveza e alto desempenho das armaduras constituídas por estribos. Quando inclinados, os estribos tendem a combater com mais eficiência as tensões de tração perpendiculares às bielas, e isso possibilita que elementos inclinados possam ser utilizados em situações de reforço estrutural de lajes existentes (Koppitz *et al.*, 2013). De acordo com Carvalho (2006), a praticidade dos estribos inclinados é satisfatória, uma vez o posicionamento da armadura é realizado após a montagem da armadura principal de flexão, melhorando, inclusive, a ductilidade das lajes, que é uma das principais finalidades das armaduras de cisalhamento (Polak, 2005). Assim, este artigo apresenta resultados experimentais para lajes lisas bidirecionais apoiadas em pilares retangulares ou alongados com estribos inclinados distribuídos em fileiras e com diferentes arranjos para estas fileiras em torno dos pilares. O principal objetivo do trabalho foi combater o puncionamento imprimindo maior ductilidade às lajes visando alterar o modo de ruptura de punção para flexo-punção ou flexão. Os resultados foram ainda comparados com os resultados de Carvalho (2006) para verificação da influência do modo de solicitação, unidirecional ou bidirecional, na resistência última das lajes e no desempenho das armaduras de cisalhamento.

## 2 Programa experimental

### 2.1 Características das Lajes

Foram analisadas 8 lajes lisas de concreto armado quadradas com dimensões de 1.800 mm de lado e 110 mm de altura, visando investigar a influência do índice de polarização, o qual representa a relação entre o maior e o menor lado da área carregada ou pilar ( $C_{\max}/C_{\min}$ ), e dos arranjos de estribos inclinados na ruína de lajes lisas bidirecionais submetidas a punção simétrica. A resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) ficou em torno de 40 MPa e tanto as lajes quanto os pilares apresentaram dimensões correspondentes a aproximadamente 70% das dimensões recomendadas pela NBR 6118 (ABNT, 2007) para se adequarem às dimensões da laje de reação do laboratório. A relação entre os lados dos pilares,  $C_{\max}/C_{\min}$ , variou em 1, 3 e 5, buscando-se evidenciar a polarização das tensões de cisalhamento, ou seja, a concentração de estas tensões nas extremidades da área carregada (em torno de  $C_{\min}$ ), levando a laje a uma distribuição não uniforme de tensões. Este comportamento é de grande importância no resultado da resistência última e no mecanismo de ruína das mesmas.

A armadura principal das lajes foi composta por 16 barras de 12,5 mm de diâmetro, igualmente espaçadas nas direções  $x$  e  $y$ , de acordo com a Figura 1. Foram utilizadas também 10 barras de 6,3 mm de diâmetro, espaçadas uniformemente nas direções  $x$  e  $y$  como armaduras auxiliares posicionadas na face inferior. Para melhorar a ancoragem foram utilizados ganchos em forma de “U” compostos por barras de 6,3 mm de diâmetro acompanhando o espaçamento da armadura principal. As tensões de escoamento experimentais para as barras de 12,5 mm e 6,3 mm de diâmetro foram 602 MPa e 585 MPa com deformações de 2,5‰ e 4,4‰, respectivamente. Com exceção das lajes de referência, L1, L2 e L3, as demais apresentaram armaduras de punção constituídas por estribos abertos e inclinados de 60° em relação ao plano da laje (Figura 2), com diâmetro das barras de 6,3 mm e distribuídos em fileiras com três estribos de acordo com as configurações mostradas na Figura 3. A inclinação dos estribos resultou da hipótese de uma superfície de ruptura inclinada de 30° em relação ao plano da laje e de que a maior contribuição dos estribos seria quando esses formassem um ângulo reto com esta superfície. As configurações adotadas nas lajes L6 (cruz) e L8 (duplo T) objetivaram combater os efeitos da polarização das tensões cisalhantes e a adição de mais duas fileiras de estribos na laje L8 foi uma medida preventiva para evitar uma provável ruptura iniciada entre as fileiras de estribos da laje L7. Já a configuração das fileiras de estribos na laje L6 foi para evidenciar os efeitos da polarização das tensões cisalhantes e avaliar a eficácia das fileiras de estribos posicionadas nas extremidades do pilar da laje L8. A Tabela 1 apresenta as principais características das lajes.

Figura 1: Armaduras longitudinais das lajes

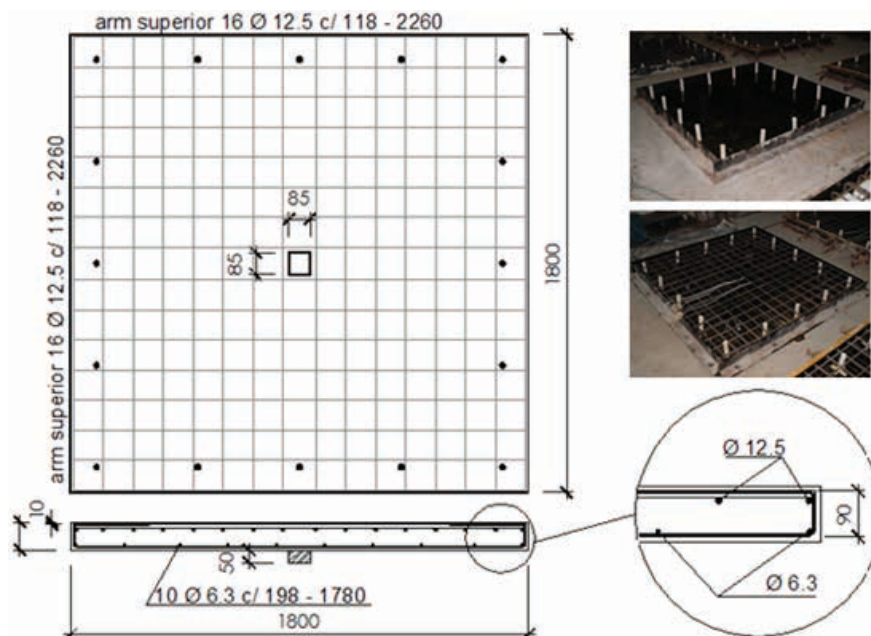


Figura 2: Estribos inclinados e simulação dos arranjos

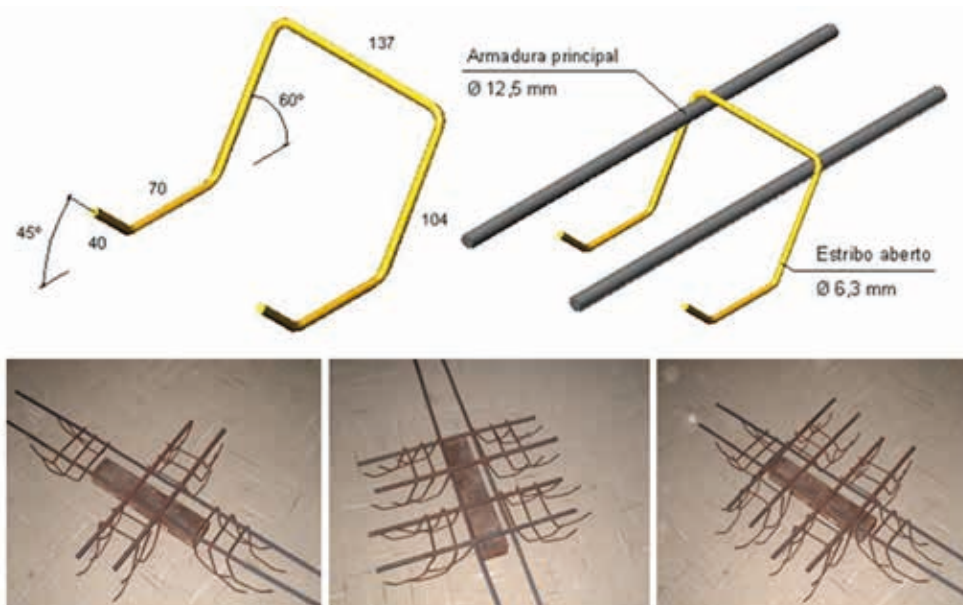


Figura 3 - Detalhe esquemático das lajes L5 a L8 (região central das lajes)

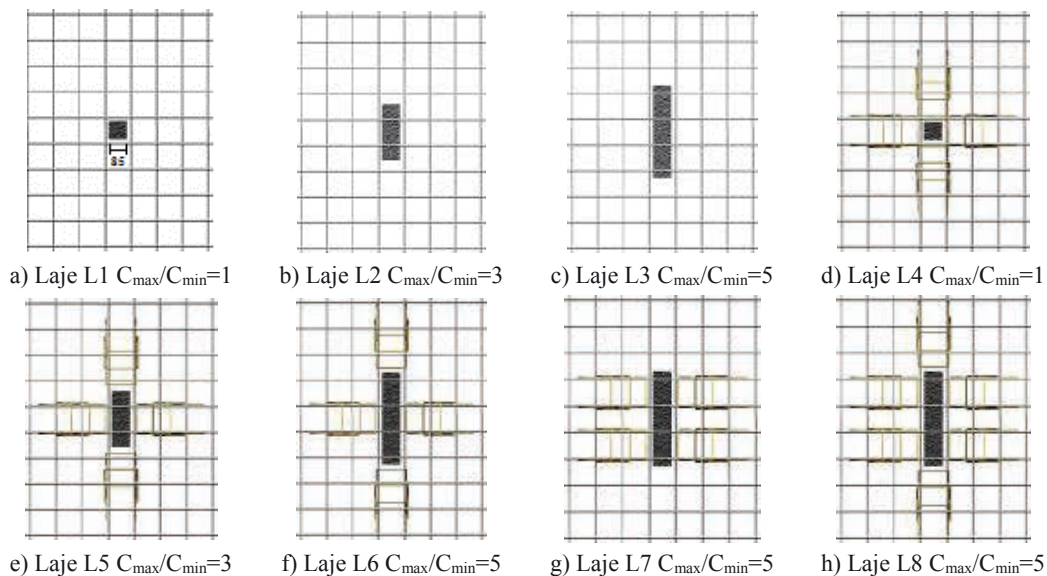


Tabela 1: Característica das lajes

|    | $C_{\min}$<br>(mm) | $C_{\max}$<br>(mm) | d<br>(mm) | $\rho$ | Armadura<br>de punção | $A_{sv}/\text{Camada}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | Nº |
|----|--------------------|--------------------|-----------|--------|-----------------------|----------------------------------------------|----|
| L1 | 85                 | 85                 | 87,0      | 0,014  | -                     | -                                            | -  |
| L2 | 85                 | 255                | 87,5      | 0,012  | -                     | -                                            | -  |
| L3 | 85                 | 425                | 86,5      | 0,013  | -                     | -                                            | -  |
| L4 | 85                 | 85                 | 87,0      | 0,014  | Cruz                  | 249,4                                        | 3  |
| L5 | 85                 | 255                | 87,0      | 0,012  | Cruz                  | 249,4                                        | 3  |
| L6 | 85                 | 425                | 87,0      | 0,013  | Cruz                  | 249,4                                        | 3  |
| L7 | 85                 | 425                | 87,0      | 0,013  | Paralelo              | 249,4                                        | 3  |
| L8 | 85                 | 425                | 88,0      | 0,013  | Duplo-T               | 374,1                                        | 3  |

## 2.2 Sistema de Ensaio

O ensaio visou representar uma laje lisa de concreto armado submetida a carregamento simétrico. Para essa simulação em laboratório, utilizou-se o sistema definido na Figura 4. Primeiramente, foram fixados 16 tirantes (400 MPa de tensão de escoamento) na laje de reação. Em seguida, com função de sustentar a laje para os processos seguintes, foram colocados perfis cilíndricos sobre alguns dos tirantes. Ajustada a laje

sobre os perfis, quatro vigas metálicas de reação foram postas sobre o conjunto com a finalidade de distribuir os esforços o mais uniformemente possível aos tirantes. Finalmente, a laje e as vigas de reações foram presas aos tirantes por meio de porcas duplas sobre uma chapa metálica. Para submeter as lajes a um nível de carregamento que as levasse à ruína, foram utilizados um cilindro hidráulico, uma célula de carga, rótula e uma placa metálica para simular o pilar. O carregamento foi então aplicado de baixo para cima com passos de carga de 10 kN.

Figura 4: Esquema do sistema de ensaio



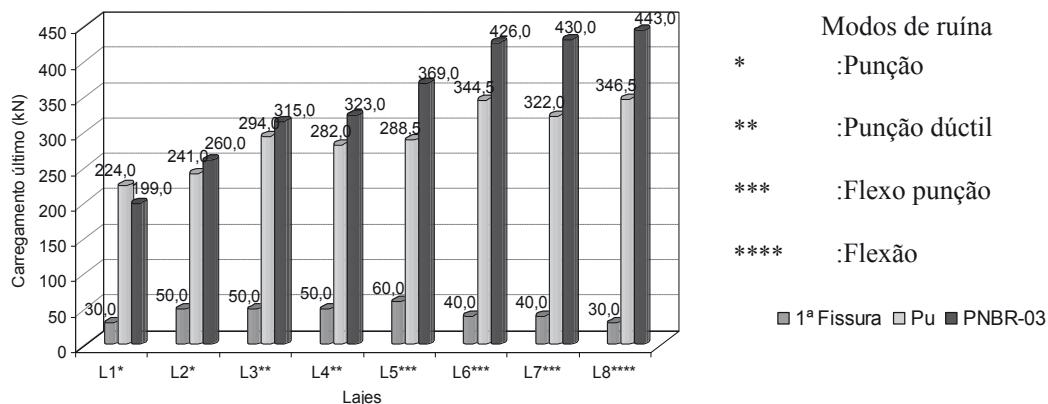
### 3 Resultados

#### 3.1 Cargas e Modos de Ruína

Verificar a eficiência das lajes requer a análise da carga de ruína, das variáveis envolvidas e do modo de ruína das mesmas. A Figura 5 mostra a carga correspondente à primeira fissura, a carga de ruína e a carga última estimada pela NBR 6118 (ABNT, 2007). Junto à identificação das lajes (gráfico) está indicado o modo de ruína. Analisando a Figura 3 verifica-se que o aumento da área carregada proporcionou um acréscimo de resistência de 31% nas lajes sem armadura de punção, alteração no modo de ruína de punção para punção dúctil (L1 e L3) e acréscimo de 23% nas lajes com armadura de punção, mudando o modo de ruína de punção dúctil para flexão (L4 e L8). A verificação da influência da armadura de punção é obtida comparando as lajes com  $C_{\max}/C_{\min} = 1$  (L1 e L4) verificando-se um ganho de resistência de 26%. Nas lajes com  $C_{\max}/C_{\min} = 3$  (L2 e L5) e 5 (L3 e L8) o acréscimo de resistência foi de 20% e 18%, respectivamente. As prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2007) são superestimadas (exceção L1), constatando-se acréscimo de 34% (carga estimada e carga real) na laje L7.



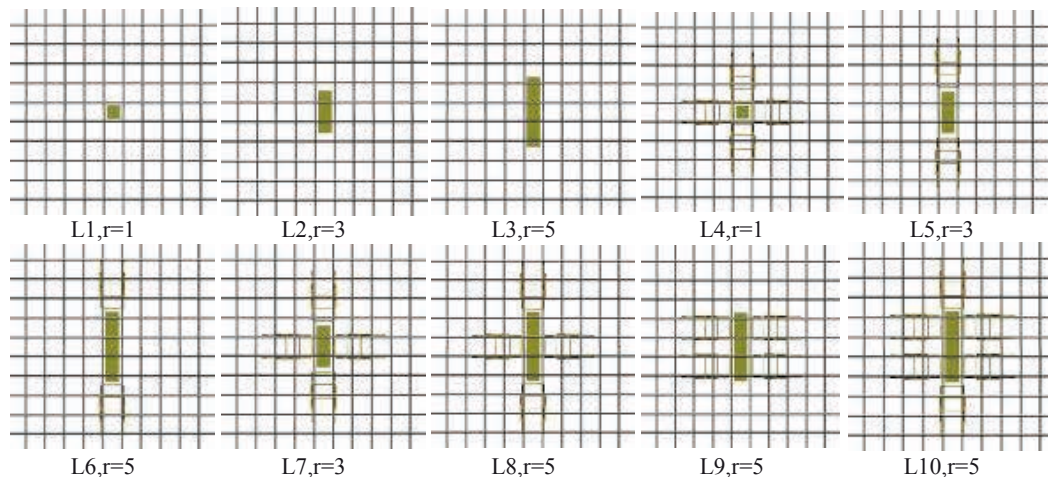
Figura 5: Cargas e modos de ruína das lajes



### 3.2 Influência do Modo de Solicitação

Carvalho (2006) ensaiou 10 lajes unidirecionais de concreto de alta resistência (60 MPa) dosado com metacaulim, submetendo-as a carregamento simétrico. A análise consistiu em verificar a influência da variação do índice de polarização dos pilares e o arranjo das armaduras de cisalhamento na resistência ao punção. As lajes eram quadradas com dimensões de 1.800 mm de lado e 110 mm de altura. A armadura de punção utilizada foi constituída por estribos abertos e inclinado a 60° com o plano da laje. A relação  $r = C_{max}/C_{min}$  dos pilares variou em 1, 3 e 5, onde  $C_{min}$  media 85 mm. Em todos os casos, a armadura principal foi composta por 16 barras de 12,5 mm de diâmetro, posicionadas na face superior da laje e igualmente espaçadas nas direções  $x$  e  $y$ . Os estribos foram formados por barras de 6,3 mm de diâmetro. Nas lajes, as bordas paralelas ao maior lado do pilar ( $C_{max}$ ) foram fixadas ao sistema de ensaio, enquanto as bordas paralelas à menor face ( $C_{min}$ ) permaneceram livres, configurando, desta maneira, uma laje com comportamento unidirecional. As armaduras apresentaram tensões de escoamento para as barras de 12,5 mm e 6,3 mm de diâmetro de 530 MPa e 680 MPa com deformações de 2,82‰ e 3,8‰, respectivamente. Mais detalhes das lajes de Carvalho são mostrados na Figura 6 e na Tabela 2.

Figura 6: Detalhe da região central das lajes de Carvalho (2006)



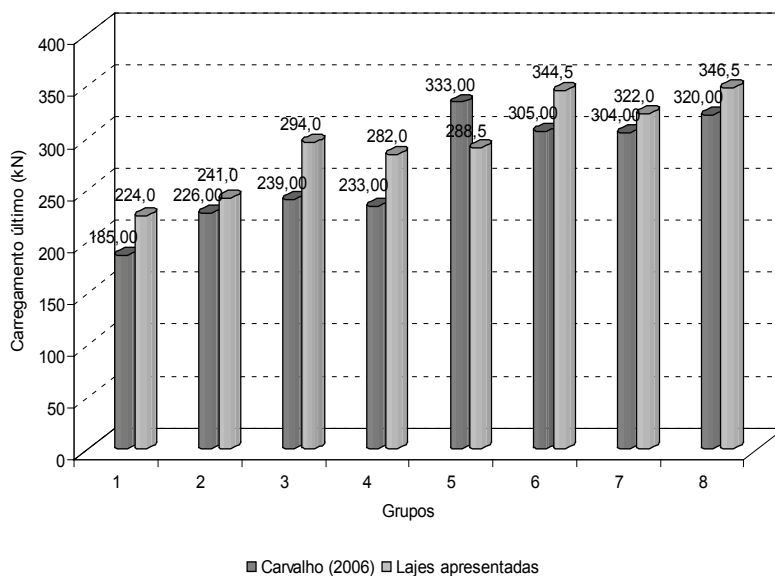
Com o intuito de avaliar a influência das condições de contorno na resistência última das lajes foram comparadas às lajes do trabalho de Carvalho - Laje<sup>a</sup> (predominância dos esforços em uma direção) com as lajes aqui apresentadas - Laje<sup>b</sup> (distribuição dos esforços nas duas direções). Todas as lajes comparadas e suas principais características são apresentadas na Tabela 2, onde  $r = C_{max}/C_{min}$ . Já a Figura 7 mostra uma comparação entre as cargas últimas e deixa claro que as lajes com distribuição nas duas direções apresentam resistência superior às lajes com predominância dos esforços em uma direção, com exceção das lajes do grupo 5. As lajes do grupo 3 apresentaram a maior diferença entre resistências: a laje L1<sup>b</sup> supera em 23% a laje L1<sup>a</sup>. Nas lajes com armadura de punção, verificou-se que as do grupo 4 (L4<sup>b</sup>) e grupo 6 (L6<sup>b</sup>) apresentaram acréscimo na resistência de 21% e 13%, respectivamente. Da comparação constatou-se, ainda, redução na resistência de 13% apenas nas lajes do grupo 5. Deve ser ressaltado, no entanto, que as armaduras e os concretos das lajes apresentaram resistências diferentes, e isso deve ser considerado em comparações mais criteriosas.



Tabela 2: Características das lajes de Carvalho (2006) e das lajes apresentadas

| Grupo | Laje             | $r$ | $d$ (mm) | (%) | $f'_c$ (MPa) | Arranjo estribos | Nº Camadas | Modo de ruína |
|-------|------------------|-----|----------|-----|--------------|------------------|------------|---------------|
| 1     | L1 <sup>a</sup>  | 1   | 85,0     | 1,5 | 52,0         | -                | -          | Punção        |
|       | L1 <sup>b</sup>  | 1   | 87,0     | 1,4 | 39,4         | -                | -          | Punção        |
| 2     | L2 <sup>a</sup>  | 3   | 86,0     | 1,3 | 52,0         | -                | -          | Punção        |
|       | L2 <sup>b</sup>  | 3   | 87,5     | 1,2 | 39,8         | -                | -          | Punção        |
| 3     | L3 <sup>a</sup>  | 5   | 85,0     | 1,3 | 50,0         | -                | -          | Punção        |
|       | L3 <sup>b</sup>  | 5   | 86,5     | 1,3 | 40,9         | -                | -          | Punção Dúctil |
| 4     | L4 <sup>a</sup>  | 1   | 85,0     | 1,5 | 59,0         | Cruz             | 3          | Punção Dúctil |
|       | L4 <sup>b</sup>  | 1   | 87,0     | 1,4 | 39,4         | Cruz             | 3          | Punção Dúctil |
| 5     | L7 <sup>a</sup>  | 3   | 86,0     | 1,3 | 60,0         | Cruz             | 3          | Flexão        |
|       | L5 <sup>b</sup>  | 3   | 87,0     | 1,2 | 42,7         | Cruz             | 3          | Flexo Punção  |
| 6     | L8 <sup>a</sup>  | 5   | 85,0     | 1,3 | 55,0         | Cruz             | 3          | Flexo Punção  |
|       | L6 <sup>b</sup>  | 5   | 87,0     | 1,3 | 42,8         | Cruz             | 3          | Flexo Punção  |
| 7     | L9 <sup>a</sup>  | 5   | 85,5     | 1,3 | 56,0         | Paralelo         | 3          | Flexão        |
|       | L7 <sup>b</sup>  | 5   | 87,0     | 1,3 | 43,9         | Paralelo         | 3          | Flexo Punção  |
| 8     | L10 <sup>a</sup> | 5   | 85,5     | 1,3 | 57,0         | Duplo-T          | 3          | Flexão        |
|       | L8 <sup>b</sup>  | 5   | 88,0     | 1,3 | 46,9         | Duplo-T          | 3          | Flexão        |

Figura 7: Carga de ruína das lajes analisadas



A influência do modo de solicitação no comportamento das lajes é atribuída à maneira com que as tensões (flexão e cisalhamento) se distribuem. Analisando as lajes por linha de ruptura verifica-se que aquelas com predominância de tensões em uma direção apresentam resistência à flexão inferior às lajes bidirecionais. O comportamento real do mecanismo de ruína de lajes submetidas a carregamento concentrado é de difícil compreensão, principalmente por causa do efeito combinado da flexão com as fissuras diagonais de tração causadas por tensões de cisalhamento, e devido à precisão de se estabelecer um critério de ruína tridimensional.

## 4 Conclusões

Do exposto, verificou-se que o índice de polarização tem grande influência no comportamento das lajes lisas. Independente do uso de armadura de punção, índices maiores proporcionam lajes mais resistentes e dúcteis constatando-se, inclusive, alteração no modo de ruína. Nas lajes lisas o fator preponderante é o efeito da punção, impedindo que alcancem seu desempenho pleno, ou seja, ruína por flexão. Um estudo adequado sobre índice de polarização revelaria o índice para o qual as lajes lisas romperiam por flexão.

A armadura de punção conferiu às lajes maior resistência e ductilidade. O ganho de resistência foi garantido devido à armadura “costurar” ou aumentar (ruptura além da armadura de punção) a superfície de ruptura. Para área carregada de seção retangular ficou comprovada a existência de concentrações de tensões próximas à menor dimensão do carregamento. Neste caso, um maior rendimento da armadura de punção é obtido dispondo-a nesta região de elevadas tensões. Com a distribuição da armadura de punção em cruz (L6) e em duplo “T” (L8) foram obtidos os melhores resultados. Um estudo focando a disposição das armaduras de cisalhamento que levasse lajes lisas a romperem por flexão seria de grande interesse.

A NBR 6118 (ABNT, 2007) superestimou todas as prescrições para índices de retangularidade diferentes da unidade. Este fato pode ser atribuído à adoção de um perímetro de controle contínuo para pilares retangulares. Melhores resultados (áreas carregadas retangulares) seriam obtidos se o perímetro de controle fosse limitado à região com concentrações de tensões. A disposição dos pilares em uma laje lisa deve ser feita criteriosamente para reduzir os efeitos de tensões unidirecionais. Analisando a influência do modo de solicitação, verificou-se que as lajes com predominância destas tensões são menos resistentes. Uma mesma laje solicitada de modos diferentes pode apresentar resistência e modos de ruína diferentes.

## 5 Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, ITEGAM, CAPES e FAPESPA pelo apoio financeiro no desenvolvimento desta e de outras pesquisas.

## 6 Referências

- AL-YOUSIF, A. T., REGAN, P. E. *Punching resistances of RC slabs supported by large and/or elongated columns*, The Structural Engineer, 2003, pp. 30-34.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). *NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2007. 221p.
- CARVALHO, A. S. *Análise Experimental de Laje Lisa de Concreto Armado de Alta Resistência com Metacaulim Apoiadas em Pilares Retangulares e Armada à Punção*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, 2006. 188p.
- HAWKINS, N. M., FALSSSEN, H. B., HINOJOSA, R. C. *Influence of column rectangularity on the behavior of flat plate structures*. Detroit, American Concrete Institute, 1971, pp. 127-146.
- OLIVEIRA, D. R. C., REGAN, P. E., MELO, G. S. S. *Punching resistance of RC slabs with rectangular columns*, Magazine of Concrete Research, Vol. 56, No. 3, 2004, pp. 123-138.
- OLIVEIRA, D. R. C., REGAN, P. E., MELO, G. S. S. *Punching Strengths of Flat Plates with Vertical or Inclined Stirrups*, ACI Structural Journal, Vol. 97, No. 3, 2000, pp. 485-491.
- KOPPITZ, R., KENEL, A., KELLER, T. *Punching shear of RC flat slabs – Review of analytical models for new and strengthening of existing slabs*, Engineering Structures, Vol. 52, 2013, pp. 123-130.
- LEONG, K. K., TENG, S. *Punching shear strength of slabs with openings and supported on rectangular columns*. Nanyang Technological University, 2000.
- MACGREGOR, J. G. *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*. New Jersey: Prentice Hall, 1992. 939p.
- POLAK, M. A. *Ductility of reinforced concrete flat slab-column connections*, Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, Vol. 20, No. 3, 2005, pp.184 -193
- REGAN, P. E., SAMADIAN, F. *Shear reinforcement against punching in RC flat slabs*, The Structural Engineer, Vol. 79, No. 10, 2001, pp. 24-31.
- SONG, J., KIM, J., SONG, H. *Effective Punching Shear and Moment Capacity of Flat Plate Column Connection with Shear Reinforcements for Lateral Loading*, International Journal of Concrete Structures and Materials, Vol.6, No.1, 2012, pp. 19-29.
- VANDERBILT, M. D. *Shear strength of continuous plates*. Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers, 1972, pp. 961-973.

# Loading Condition Influence on the Ultimate Resistance of RC Flat Slabs with Rectangular Columns and Inclined Shear Reinforcement

## ABSTRACT

To verify the contribution of the column's length and the efficacy of shear reinforcement disposition in the punching failure load, 8 reinforced concrete flat plates were tested. The loaded zone had rectangular cross section with  $C_{min}$  measuring 85 mm and  $C_{max}$  with some varying from 1, 3 and 5 times  $C_{min}$ . The shear reinforced was composed by opening stirrups inclined  $60^\circ$  towards plane slab. The disposition of shear reinforcement around the loaded zone was cross, parallel and double "T" type. Was verified real contribution of loaded zone's polarization rate and utilization of shear reinforcement in the ultimate resistance of the slabs, also modifying the failure mechanisms. Analyzing the estimated failure loads Brazilian design code, NBR 6118 (ABNT, 2007), was noted tendency in overestimate its results for slabs with high polarization rate, greater results occur in slabs with shear reinforcement.

*Keywords:* Flat plate, Punching, Rectangular column, Shear reinforcement, Stirrup.

## 1 Introduction

NBR 6118 (ABNT, 2007) defines flat slab as the slab directly supported on columns without capitals and these slabs can present two mechanisms of shear failure by wide beam or punching around the column (MacGregor, 1992). In this case, the cross section column's shape significantly influences the distributions of shear stresses. According Vanderbilt (1972) larger square cross sections present greater shear stress concentration near the corners. Similar behavior was observed by Hawkins et al. (1971) and Leong and Teng (2000) in experiments involving columns with rectangular cross-section where the ratio between the largest and smallest side was the main variable. Subsequently, Al- Yousif and Regan (2003) and Oliveira et al. (2004) observed the importance of the loading conditions on the strength of flat slabs supported on elongated columns, evidencing the effect of shear stresses' polarization that tends to lead to premature failure of the slabs by punching with the failure surface located just around the ends of these columns' cross sections, and that the consideration of a continuous control perimeter leads to unsafe results. These works contributed to the improvement of the design of flat slabs without shear reinforcement once researches involving elongated columns are scarce in the literature.

There are many types of punching reinforcement and the work of Regan and Samadiah (2001) presented advantages and disadvantages of some. One of the most used applies studs attached to narrow steel strips to secure positioning in the slab, but studies of Oliveira et al. (2000) and Song et al. (2012) emphasize the lightness and

high performance of shear reinforcements consisting of stirrups. The inclined stirrups tend to fight more efficiently the tensile stresses perpendicular to strut, and this enables inclined elements to be used in situations of structural strengthening of existing slabs (Koppitz et al., 2013). According to Carvalho (2006), the practicality of inclined stirrups is satisfactory since the positioning of the stirrups is held after mounting the main bending reinforcement, even improving the ductility of the slabs, which is one of the main purposes of shear reinforcements (Polak, 2005). Thus, this paper presents experimental results for two-way flat slabs supported on rectangular or elongated columns with inclined stirrups distributed in rows with different arrangements for these rows around the columns. The main objective was to combat punching adding higher ductility to the slabs aiming to change the failure mode from punching to flexural punching or flexure. The results were compared with those of Carvalho (2006) to verify the influence of the loading condition, ultimate strength of the slabs and performance of the punching reinforcements.

## 2 Experimental program

Eight square reinforced concrete flat slabs with dimensions of 1800 mm side and 110 mm high were analyzed to investigate the influence of the polarization index, which represents the ratio of the largest at the lower side of the loaded area or column ( $C_{\max} / C_{\min}$ ), and of the arrangements of inclined stirrups in the failure of flat slabs subjected to two-way symmetrical punching. The relationship between the sides of the columns,  $C_{\max} / C_{\min}$  ranged from 1, 3 and 5, as shown in Figure 1. The polarization index reflects the trend of shear stress concentration at the ends of the loaded area ( $C_{\min}$ ), leading to slab a non uniform distribution of stresses. The way that the shear stresses develop in the slab is of great importance for their ultimate strength and failure mechanism.

## 3 Conclusions

From the discussed, it was found that the polarization index has great influence on the behavior of flat slabs. Regardless of the use of shear reinforcement, higher rates provide more resistant and ductile slabs, including changes in the failure mode. In flat slabs the main factor is the effect of the punching, preventing from reaching their full performance, or failure by flexure. A proper study on the polarization index would reveal the index to which the flat slabs would failure by punching.

The shear reinforcement gave to the flat slabs more resistance and ductility. The gain of resistance was guaranteed due to the fact that reinforcement "sew" or increase (failure surface beyond the shear reinforcement) the failure surface. For a rectangular loaded area was proved the existence of stress concentrations near the lower size of the load. In this case, a higher performance of the shear reinforcement is obtained by arranging it in this region of high stresses. With the cross-type distribution of the she-

ar reinforcement (L6) and type double "T" (L8) were obtained the best results. A study focusing on the provision of shear reinforcement that would lead flat slabs to failure by flexure would be of great value.

NBR 6118 (ABNT, 2007) overestimated all prescriptions for different levels of rectangularity above unit. This fact can be attributed to the adoption of a continuous control perimeter for rectangular columns. Best results (rectangular loaded areas) would be obtained if the perimeter control was limited to the region with stress concentrations. The arrangement of the columns on a flat slab should be done carefully to reduce the effects of unidirectional stress. Analyzing the influence of the loading mode, it was found that the slabs with a predominance of these strains are less resistant. A single slab loaded in different ways may have strength and different failure modes.