

# Estabilidade, pós-flambagem e resistência última distorcional de vigas-coluna de aço formadas a frio com seção rack

Eduardo de M. Batista<sup>(1)</sup>, Pedro Borges Dinis<sup>(2)</sup>, Dinar Camotim<sup>(2)</sup>

Trabalho recebido em 06/11/2006 e aprovado para publicação em 12/12/2006.

## Resumo

Neste trabalho apresentam-se resultados de um estudo sobre a estabilidade, o comportamento de pós-flambagem, a resistência última e o mecanismo de colapso de barras com seção *rack* formadas por perfis de chapa de aço dobrada a frio, submetidas a flexocompressão e muito suscetíveis à ocorrência de modos de flambagem distorcionais. Para isso, utiliza-se o programa comercial Abaqus, adotam-se modelagens através de elementos finitos de casca e efetuam-se análises de pós-flambagem das barras em regime elástico e elastoplástico. A pesquisa centra-se em barras (colunas, vigas e vigas-coluna) (a) em cujas seções extremas as rotações globais de flexão são livres, as rotações locais estão restringidas e o empenamento está impedido, (b) que instabilizam em modos de flambagem distorcionais com uma semi-onda longitudinal, (c) com imperfeições geométricas iniciais na forma do modo crítico de instabilidade e (d) formadas por aços com três valores da tensão de escoamento. Começa-se pela apresentação de resultados numéricos relativos à estabilidade das vigas-coluna, discutindo-se em seguida, com algum detalhe, vários aspectos relacionados com o comportamento de pós-flambagem e o mecanismo de colapso das barras que bifurcam em modos de instabilidade distorcionais. Finalmente, utilizam-se os valores da resistência última obtidos através do programa Abaqus para validar uma metodologia baseada na utilização do “método da resistência direta” (prescrito pela norma do AISI – colunas e vigas), em conjunto com uma equação de interação linear, o qual se destina a estimar a capacidade resistente de vigas-coluna com seção *rack* fletidas em torno dos eixos de menor ou maior inércia. Com base na comparação com os “resultados exatos” (numéricos), torna-se possível concluir que os valores das cargas de colapso das vigas-coluna fornecidos pela metodologia proposta constituem estimativas bastante precisas no caso da flexão em torno do eixo de maior inércia da seção (eixo de simetria), mas que isso não acontece quando a flexão ocorre em torno do eixo de menor inércia (sem simetria). Neste último caso, é indispensável realizar estudos adicionais que permitam melhorar o desempenho da metodologia desenvolvida.

**Palavras-chave:** Flambagem distorcional. Pós-flambagem distorcional. Resistência última. Perfis de aço formados a frio. Vigas-coluna com seção *rack*. Análise por elementos finitos de casca. Método da resistência direta.

1 UFRJ – COPPE, Programa Engenharia Civil e Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, CP 68506 CEP 21945-970 – Rio de Janeiro – Brasil. E-mail: batista@coc.ufrj.br

2 Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura, ICIST/IST, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal. E-mails: dinis@civil.ist.utl.pt, dcamotim@civil.ist.utl.pt

# 1. Introdução

O dimensionamento e a verificação da segurança estrutural de perfis de chapa de aço dobrada a frio dependem fundamentalmente da estabilidade desses elementos estruturais. Por isso, a determinação da resistência última dos perfis tem por base a identificação dos modos críticos de flambagem e o cálculo das respectivas cargas críticas. Durante a década de 1980 foram desenvolvidos e consolidados métodos para o cálculo da resistência última de barras formadas por perfis de chapa dobrada afetados pela flambagem local, pela flambagem global (flexão ou flexo-torção) e ainda por fenômenos de interação entre estes dois tipos de modos de flambagem. Esses métodos foram sendo gradativamente incorporados nas normas técnicas, no entanto, continua em aberto a consolidação de metodologias para estimar a resistência última de barras de paredes finas afetadas pelo modo de flambagem distorcional.

Nesse contexto, as pesquisas desenvolvidas nos últimos anos tiveram por objetivo obter soluções adequadas para esse problema, sendo de toda a justiça destacar (a) a solução proposta por Lau e Hancock (1987), já incorporada no Anexo D da atual norma brasileira NBR14762 (2001), e (b) o método da resistência direta (MRD), proposto originalmente por Schafer e Peköz (1998), posteriormente desenvolvido pelo primeiro destes autores (Schafer 2006) e hoje uma referência universalmente aceita no que respeita ao dimensionamento dos perfis de chapa dobrada mais frequentemente utilizados – o MRD está já incluído, com o estatuto de “método alternativo”, num anexo da mais recente versão da norma americana do AISI (2004). Presentemente, o MRD pode aplicar-se a colunas ou vigas cujo colapso (a) ocorre em modos locais, distorcionais ou globais, ou (b) é provocada por fenômenos de interação local-global. A resistência última de um perfil é calculada com base (a) nos valores das tensões de bifurcação locais, distorcionais e globais (fornecidas por análises de estabilidade, que, no caso geral, são efetuadas computacionalmente), (b) no valor da tensão de escoamento do aço e (c) em curvas de dimensionamento calibradas experimental e/ou numericamente.

Muito embora as fórmulas do MRD incluídas na versão mais recente da norma do AISI tenham conseguido proporcionar aos projetistas de estruturas um método simples e confiável para determinar a resistência última de perfis de aço formados a frio, o qual se baseia sobretudo em resultados fornecidos por análises de estabilidade elástica, subsistem várias situações em que a metodologia existente não pode ser aplicada – é esse o caso das vigas-coluna, *i.e.*, das barras submetidas a flexo-compressão. Como essas barras constituem a situação mais corrente em estruturas aporticadas, é do maior interesse alargar o domínio de aplicação do MRD ao caso das vigas-coluna.

O presente trabalho apresenta os resultados já obtidos no âmbito de uma pesquisa em curso sobre o comportamento de pós-flambagem, o mecanismo de colapso elastoplástico e a resistência última de vigas-coluna (solicitadas por momentos de extremidade iguais, *i.e.*, sob flexão uniforme) que instabilizam em modos de flambagem distorcionais. Neste estudo aborda-se a utilização conjunta (a) das disposições relativas à aplicação do MRD a colunas

e vigas, *i.e.*, barras uniformemente comprimidas e fletidas (flexão reta), e (b) de equações de interação lineares – recorde-se que as referidas disposições do MRD estão incluídas na norma do AISI. Consideram-se vigas-coluna submetidas a flexão em torno dos eixos de maior e menor inércia da seção e o desempenho da metodologia proposta é avaliado pela comparação com valores numéricos da resistência última (elastoplástica) das barras fornecidos por análises efetuadas no programa de elementos finitos Abaqus (HKS 2002).

Analisa-se vigas-coluna (a) com a seção *rack* apresentada na Fig. 1 (dimensões referidas à linha média das paredes), (b) cujas seções extremas têm as rotações globais de flexão livres e o empenamento e as rotações locais de flexão impedidos, (c) submetidas a flexo-compressão provocada pela aplicação de cargas axiais com excentricidades  $e_x$  ou  $e_y$ , cujos valores estão nos intervalos  $-0.05 i_y \leq e_x \leq 2.20 i_y$  e  $-0.10 i_x \leq e_y \leq -4.10 i_x$  ( $i_x$  e  $i_y$  são os raios de giração máximo e mínimo da seção). Para tornar o presente estudo mais completo e abrangente, abordam-se também os casos de vigas submetidas a flexão reta em torno de  $x$  ou  $y$ . O estudo engloba apenas barras (a) que bifurcam em modos de flambagem distorcionais com uma única semi-onda longitudinal, (b) que contêm imperfeições geométricas iniciais com a forma do modo crítico e associadas ao “fechamento” da seção média e (c) constituídas por aços com três valores de tensão de escoamento. Os aspectos investigados incluem a influência do número de semi-ondas do modo de flambagem distorcional e do “sinal” da imperfeição inicial (o comportamento de pós-flambagem distorcional é reconhecidamente distinto quando a seção média da barra “abre” ou “fecha” – *e.g.*, Dinis e Camotim 2004) na reserva de resistência elastoplástica das barras.

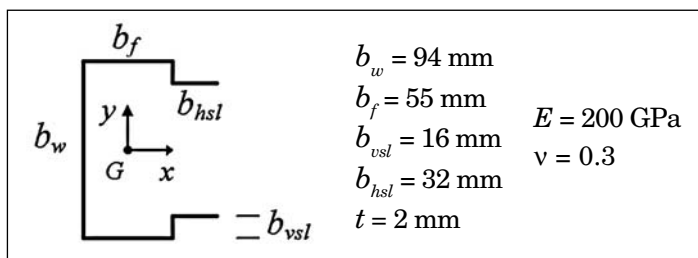


Figura 1: Geometria/dimensões da seção transversal *rack* e constantes elásticas do aço.

## 2. Modelo de elementos finitos

Referem-se aqui os procedimentos mais importantes envolvidos na utilização do programa Abaqus (HKS 2002) para efetuar análises de estabilidade e pós-flambagem através do MEF. Em particular, abordam-se aspectos relativos (a) à discretização dos perfis; (b) à modelagem das condições de apoio e do comportamento material; (c) à introdução das cargas aplicadas; (d) à incorporação das imperfeições geométricas iniciais; (e) às técnicas numéricas adotadas para resolver os problemas de autovalores (análise de estabilidade) e determinar as trajetórias de equilíbrio não lineares (análise de pós-flambagem).

## 2.1 Discretização

Ao utilizar o MEF para simular numericamente os comportamentos de estabilidade e pós-flambagem distorcional de perfis com seção de parede fina, é indispensável modelar esses perfis (i.e., as suas superfícies médias) através de elementos finitos bidimensionais, nomeadamente elementos finitos de casca isoparamétricos com quatro nós (elementos S4, na notação do programa Abaqus). Estudos preliminares mostraram que uma discretização da seção transversal dos perfis em 26 EFs (8 na alma, 4 em cada mesa, 2 em cada enrijecedor vertical e 3 em cada reforço horizontal) permite obter resultados precisos. No que diz respeito à direção longitudinal, o nível de discretização (número de EFs) depende do comprimento do perfil, tendo-se adotado relações comprimento/largura dos elementos com valor entre 1 e 2.

## 2.2 Condições de Apoio

Em primeiro lugar, é conveniente distinguir entre condições de apoio globais e locais das barras. As primeiras dizem respeito aos deslocamentos de corpo rígido das seções extremas da barra, i.e., aos três deslocamentos e às três rotações dos centros de gravidade dessas seções. Por outro lado, as condições locais envolvem os deslocamentos e as rotações dos bordos transversais das paredes que constituem a barra – os deslocamentos axiais são provocados pelo empenamento da seção e as rotações de flexão dependem das condições de apoio das bordas transversais dos elementos de parede (alma, mesas, enrijecedores e reforços).

Neste trabalho analisam-se barras cujas seções extremas exibem as seguintes condições de apoio globais: (a) deslocamentos transversais e rotação de torção impedidos; (b) deslocamento axial livre numa extremidade e impedido na outra; (c) rotações de flexão livres nas duas extremidades. Essas seções extremas têm ainda o empenamento impedido e os elementos de parede estão localmente engastados, i.e., as rotações locais destes elementos são iguais à rotação global da seção extrema.

As condições acima descritas foram modeladas através de placas rígidas (elementos R3D3 na designação do programa Abaqus), ligadas rigidamente a cada seção extrema – ver a Fig. 2(c). Impõem-se ao nó de referência de cada placa (centróide da seção) as condições globais correspondentes à seção extrema.

## 2.3 Carregamento

Neste trabalho analisam-se barras sujeitas à flexão reta composta, sendo as cargas externas aplicadas no centróide das seções extremas (i.e., no nó de referência da placa rígida) da seguinte forma: (a) força de compressão  $P$  aplicada na seção extrema em que o deslocamento axial é livre e (b) momentos  $M_x$  ou  $M_y$  aplicados separadamente (i.e., flexões retas) – estes momentos se exprimem em função das excentricidades  $e_x$  e  $e_y$  ( $M_x = -Pe_y$  e  $M_y = Pe_x$  – ver a Fig. 1), o que faz com que o valor do parâmetro de carga fornecido pelo Abaqus corresponda ao valor da força  $P$ . Note-se que o momento fletor em torno do eixo  $y$  é positivo ( $M_y > 0$ ), i.e., gera compressões nos enrijecedores e reforços (bordos livres) da seção.

## 2.4 Comportamento do aço

Nas análises efetuadas, o aço é modelado como um material homogêneo e isotrópico, cujo comportamento é descrito por duas leis constitutivas: uma elástica (linear) e a outra elástica-perfeitamente plástica (i.e., despreza-se o endurecimento). Enquanto a parcela elástica linear é definida pelos valores do módulo de elasticidade  $E$  e do coeficiente de Poisson  $\nu$ , a parcela plástica exhibe as características usualmente adotadas para modelar o comportamento dos metais: o critério de escoamento de von Mises e a correspondente regra de escoamento plástico associada, i.e., o modelo de Prandtl-Reuss ( $J_2$ -flow theory). As duas leis constitutivas estão disponíveis na biblioteca do programa Abaqus relativa a modelos de comportamento material, envolvendo na sua implementação apenas o fornecimento dos valores das constantes elásticas e da tensão de escoamento do aço  $f_y$ .

## 2.5 Imperfeições geométricas

A incorporação das imperfeições geométricas iniciais nas análises de pós-flambagem pode ser feita de duas formas: “manualmente”, incorporando no perfil uma configuração geométrica inicial arbitrária, ou “automaticamente”, adotando como imperfeição inicial uma combinação linear (arbitrária) dos modos de instabilidade do perfil, determinados por meio de uma prévia análise de estabilidade.

Todas as análises de pós-flambagem distorcional efetuadas neste trabalho incluem imperfeições geométricas iniciais com a forma do modo crítico de instabilidade (distorcional) e amplitude máxima igual a 10% da espessura  $t$  da parede do perfil. O programa Abaqus possui comandos específicos para incluir esta imperfeição de forma automática, procedimento que envolve a execução da análise de estabilidade (prévia) do perfil.

## 2.6 Técnicas de solução numérica

As análises de estabilidade envolvem a resolução de um problema de autovalores definido pelas matrizes de rigidez elástica e geométrica do perfil (discretizado), sendo essa resolução feita no Abaqus pelo método da iteração em subespaços (Bathe 1998).

As trajetórias de pós-flambagem elastoplásticas são determinadas por meio de uma técnica numérica incremental-iterativa baseada no método de Newton-Raphson. Para obter o ponto limite (valor da resistência última) e/ou o ramo descendente da trajetória de equilíbrio de uma barra é necessário recorrer a estratégias de resolução com controle de deslocamentos ou de comprimento de arco. Nesses casos, o programa Abaqus utiliza o método de Riks (controle de comprimento de arco), atribuindo valores preestabelecidos aos incrementos e tolerâncias.

# 3. Estabilidade

Apresentam-se nesta seção os resultados obtidos com o Abaqus relativos ao comportamento de estabilidade (bifurcação), em regime elástico, de vigas-coluna (i.e., barras submetidas à flexo-compressão) constituídas por perfis com seção em *rack*, com as dimen-

sões e propriedades materiais indicadas na Fig. 1 – analisam-se barras cujas seções extremas têm as rotações globais de flexão livres e o empenamento e as rotações locais de flexão impedidos. Os resultados obtidos consistem na variação do valor de bifurcação do parâmetro de carga e da natureza do correspondente modo de instabilidade com o comprimento da barra ( $L$ ) – os valores adotados para a excentricidade ( $e_x$  ou  $e_y$ ) da carga  $P$  foram retirados de um estudo experimental relativo ao comportamento de pós-flambagem distorcional de vigas-coluna efetuado por Pérez (Pérez 2003, Batista et al. 2004). Alguns resultados desse estudo experimental foram comparados com valores obtidos através do programa Abaqus, o que permitiu, validar o modelo de elementos finitos descrito e, ainda, esclarecer alguns aspectos sobre a materialização das condições de apoio no estudo experimental (Dinis *et al.* 2004). Na Fig. 2 ilustra-se a comparação efetuada – os resultados apresentados consistem em (a) trajetórias de pós-flambagem que traduzem a evolução, com o valor da carga  $P$ , dos deslocamentos nas extremidades dos reforços horizontais superior ( $D_1$ ) e inferior ( $D_2$ ) da seção de meio vão (para  $e_x=0$ ); (b) os modos de colapso para as excentricidades  $e_x=0$  e  $e_x=14\text{ mm}$ .

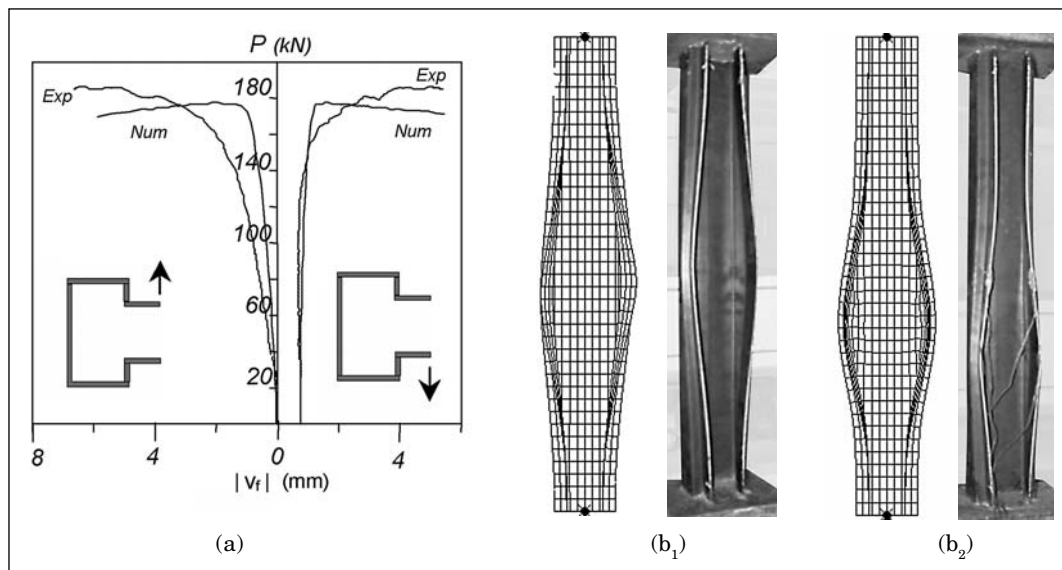


Figura 2: Resultados numéricos e experimentais: (a) trajetórias de pós-flambagem  $P$  vs.  $v_f$  ( $e_x=0$ ) e (b) modos de colapso relativos aos casos (b<sub>1</sub>)  $e_x=0$  e (b<sub>2</sub>)  $e_x=14\text{ mm}$ .

As Fig. 3(a)-(b) mostram curvas que traduzem a variação de  $P_{cr}$  com  $L$  (escala logarítmica) em vigas-coluna submetidas (a) a compressão pura ( $e_x=e_y=0$  – curvas completas), e (b) a compressão excêntrica segundo  $x$  ( $e_y=0 + e_x=-3, 6, 10, 14\text{ mm}$  – curvas incompletas da Fig. 3(a)) e segundo  $y$  ( $e_x=0 + e_y=-6, -10, -14\text{ mm}$  – curvas incompletas da Figura 3(b)). As Fig. 3(c) mostram as configurações dos modos de flambagem (distorcional) de uma barra de comprimento  $L=76\text{ cm}$  e submetida a compressão com excentricidades  $e_x=e_y=0$ ,  $e_x=14\text{ mm} + e_y=0$ , e  $e_x=0 + e_y=-14\text{ mm}$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- (a) a curva referente à compressão simples exhibe quatro zonas, associadas à flambagem em modos ( $a_1$ ) locais de placa (MLP), com 1-6 semi-ondas, ( $a_2$ ) distorcionais (MD), com 1-3 semi-ondas, ( $a_3$ ) globais por flexo-torção (flexão em torno do eixo de maior inércia) ou flexão (em torno do eixo de menor inércia), qualquer deles com 1 semi-onda. Note-se que o modo distorcional é crítico para barras de comprimento  $61 < L < 244$  cm;
- (b) os modos de instabilidade locais de placa e distorcionais não estão associados a um “patamar de carga crítica mínima”, o que se deve ao fato de as bordas transversais dos elementos de parede estarem engastadas (condições locais de flexão);
- (c) para excentricidades  $e_x$  ( $x$  é o eixo de maior inércia) o valor da carga crítica distorcional  $P_{crd}$  aumenta se  $e_x < 0$  ( $P$  aproxima-se da alma) e diminui se  $e_x > 0$  ( $P$  aproxima-se dos bordos livres) – no primeiro caso, o MD é crítico apenas para  $L > 100$  cm;
- (d) para  $e_y$  ( $y$  é o eixo de menor inércia), o valor de  $P_{crd}$  diminui sempre com o aumento da excentricidade. Contudo, note-se que a redução de  $P_{crd}$  associada a um dado valor de  $e_y$  é menor que aquela que corresponde a um valor igual de  $e_x$ ;
- (e) os três modos de flambagem distorcional da barra de comprimento  $L=76$  cm exibem uma única semi-onda longitudinal, conforme mostra a Figura 3(c). Note-se que a configuração desses modos é simétrica para duas excentricidades ( $e_x=e_y=0$  e  $e_x=14$  mm +  $e_y=0$ ) e assimétrica para a terceira ( $e_x=0$  +  $e_y=-14$  mm).

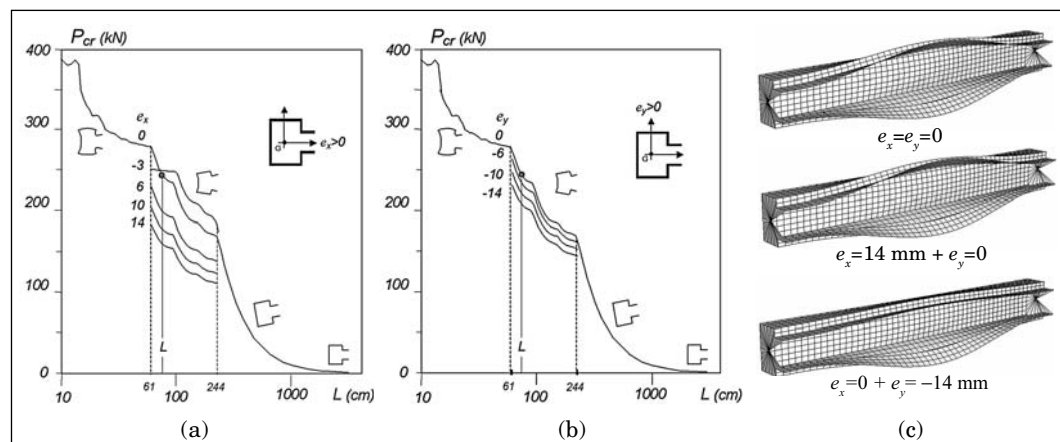


Figura 3: Estabilidade das barras de seção *rack* submetidas a compressão excêntrica: curvas  $P_{cr}(L)$  para (a)  $e_x \neq 0$ ,  $e_y = 0$  e (b)  $e_x = 0$ ,  $e_y \neq 0$  e (c) modos de flambagem distorcional ( $L=76$  cm).

#### 4. Comportamento na pós-flambagem distorcional

O comportamento de pós-flambagem distorcional, em regime elástico e elastoplástico, de vigas-coluna com a seção *rack* indicada na Fig. 1 e comprimento  $L=76$  cm foi objeto de um estudo bastante aprofundado por parte dos autores (Dinis *et al.* 2004) – utilizou-se o modelo de elementos finitos descrito anteriormente para analisar vigas-coluna com várias

imperfeições iniciais, submetidas a cargas com diferentes excentricidades e formadas por aços com diferentes valores de tensão de escoamento  $f_y$ . Os resultados obtidos permitiram adquirir uma melhor compreensão sobre o modo como a geometria e a magnitude das imperfeições iniciais influenciam o comportamento de pós-flambagem das vigas-coluna, estimar as suas reservas de resistência elasto-plástica e, ainda identificar os correspondentes mecanismos de colapso. Apresentam-se nas Fig. 4(a<sub>1</sub>)-(b<sub>2</sub>) trajetórias de pós-flambagem distorcional, elásticas e elasto-plásticas, de vigas-coluna (“abertura” ou “fechamento” das seções) e vigas (só “fechamento”) fletidas em torno de  $x$  e de  $y$  –  $v$  é o deslocamento vertical de um nó mesa-enrijecedor da seção de meio vão e os valores de  $P$ ,  $M_x$  e  $M_y$  estão normalizados em relação aos valores críticos  $P_{crd0}=243.93$  kN (compressão centrada),  $M_{x,crd}=12.15$  kNm e  $M_{y,crd}=6.24$  kNm. Por limitações de espaço, não se abordam aqui muitos aspectos relativos à obtenção e interpretação desses resultados, sugerindo-se ao leitor interessado a consulta do trabalho publicado por Dinis *et al.* (2004). No entanto, uma observação rápida das trajetórias incluídas nas Figuras 4(a<sub>1</sub>)-(b<sub>2</sub>) permite constatar que:

- (a) no caso das vigas-coluna fletidas em torno de  $x$  ( $e_y \neq 0$ ), as trajetórias associadas ao “fechamento” das seções são visivelmente mais flexíveis (ver Fig. 4(a<sub>2</sub>));
- (b) a reserva de resistência elasto-plástica é bastante pequena tanto nas vigas-coluna fletidas em torno de  $x$  ( $e_y \neq 0$ ) como nas fletidas em torno de  $y$  ( $e_x \neq 0$ ). No entanto, esse fenômeno, o qual se traduz por uma separação abrupta entre as trajetórias de pós-flambagem elasto-plásticas e elásticas, é um pouco mais nítido nas barras com menor tensão de escoamento;
- (c) os valores de  $v$  são claramente maiores no caso das vigas e vigas-coluna fletidas em torno de  $x$ , o que se deve ao fato de uma parcela significativa deste deslocamento dizer respeito à flexão da barra (não à distorção da sua seção) – no caso das barras fletidas em torno de  $y$ , a flexão introduz apenas deslocamentos normais a  $v$ , no plano da seção;
- (d) a comparação entre as trajetórias das Fig. 4(b<sub>1</sub>) e 4(b<sub>2</sub>), relativas a vigas fletidas em torno de  $x$  ou  $y$  cujas seções “fecham”, revela a existência de uma reserva de resistência elasto-plástica bastante superior àquela que se observa nas vigas-coluna – note-se que as excentricidades são sempre relativamente pequenas, o que significa que a compressão é preponderante. Torna-se ainda muito claro que essa reserva de resistência elasto-plástica depende da relação entre as tensões de escoamento e crítica distorcional e, sobretudo, é bastante mais acentuada nas vigas fletidas em torno de  $y$  (ver Fig. 4(b<sub>2</sub>)).



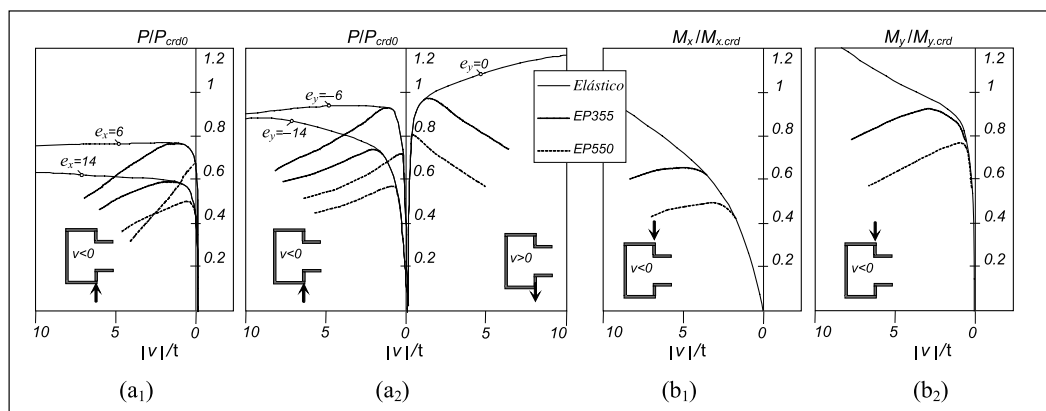


Figura 4: Trajetórias de pós-flambagem elásticas e elastoplásticas de (a) vigas-coluna, para (a1)  $e_x=6$ , 14 mm +  $e_y=0$  e (a2)  $e_x=0$  +  $e_y=0$ , - 6, - 14 mm, e (b) vigas fletidas em torno de (b1) x e (b2) y.

#### 4.1 Mecanismo de colapso elasto-plástico

As Figuras 5(a)-(c) mostram os mecanismos de colapso de barras formadas por perfis com tensão de escoamento  $f_y=355$  MPa e excentricidades da carga  $e_x=0$  e  $e_y=0$  (coluna),  $e_y=-14$  mm (viga-coluna) e  $e_y=+\infty$  (viga), todas com imperfeições geométricas iniciais que têm a forma do modo de flambagem distorcional (“abertura” ou “fechamento” da barra). Observa-se que o colapso dessas barras corresponde sempre à formação de uma rótula plástica bem definida na seção de meio vão.

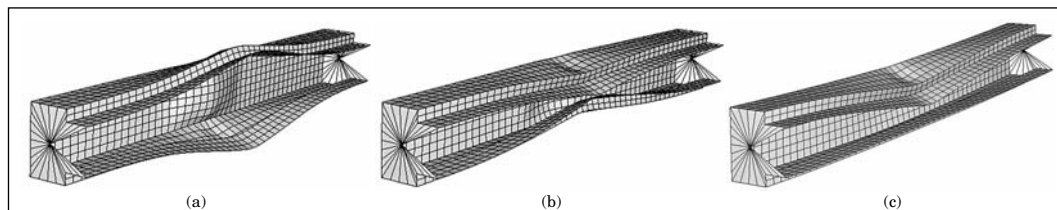


Figura 5: Mecanismos de colapso de (a) coluna, (b) viga-coluna ( $e_x=0$  +  $e_y=-14$  mm) e (c) viga ( $e_x=0$  +  $e_y=+\infty$ ) constituídas por perfis com tensão de escoamento  $f_y=355$  MPa.

A constatação de uma (algo surpreendente) significativa reserva de resistência elasto-plástica nas vigas fletidas em torno de y motivou a realização de um estudo sobre a influência que exercem nessa reserva (a) o sinal da imperfeição geométrica inicial e (b) o número de semi-ondas do modo de flambagem distorcional ( $n_s$ ). Este estudo envolveu sete vigas, dois fletidas em torno de x e cinco em torno de y, analisando-se a evolução da deformação plástica até ao colapso. As vigas (a) têm comprimentos  $L=76$ , 116, 156 cm, aos quais correspondem modos críticos de flambagem com 1, 2 e 3 semi-ondas, (b) são formadas por perfis de aço com  $f_y=355$  MPa e (c) contêm imperfeições iniciais com a forma do modo de flambagem distorcional e amplitude igual a  $0.1 t$ , as quais podem estar associadas à “abertura” (A) ou ao “fechamento” (F) da seção de meio

vão da barra – note-se que esta distinção não faz sentido na viga com  $L=116$  cm, cujo modo de flambagem tem duas semi-ondas. A Fig. 6 mostra, para os níveis de flexão associados a  $M/M_{esc}=1.0$  e  $M/M_u=1.0$  ( $M_{esc}$  e  $M_u$  são o momento de início do escoamento e o momento último da viga), a localização das zonas das vigas que estão já plastificadas. A observação desta figura permite retirar as seguintes conclusões:

- (a) a relativamente reduzida reserva de resistência elasto-plástica exibida pelas vigas fletidas em torno de  $x$  ( $n_s=1$  e A ou F) resulta de o escoamento ( $a_1$ ) ter início na zona da seção de meio vão que corresponde à ligação entre a mesa superior e o enrijecedor (assinalada nas vigas de comprimento  $L=76$  cm) e ( $a_2$ ) se propagar rapidamente a toda a mesa, o que faz precipitar o colapso da viga – note-se que este envolve sempre o “fechamento” da viga;
- (b) nas vigas fletidas em torno de  $y$  ( $n_s=1$  e A ou F), a reserva de resistência elasto-plástica é bastante mais relevante, apesar de se constatar que a sua importância decresce à medida que aumenta o comprimento da viga. Este fato resulta de, tal como sucede nas colunas (Dinis e Camotim 2004), o início do escoamento ocorrer nas bordas livres dos reforços (zonas assinaladas nas vigas de comprimento  $L=76$  cm) e preceder consideravelmente o seu espalhamento a outras zonas, o que faz com que a capacidade resistente do perfil não seja afetada de forma significativa. Uma vez mais, o colapso envolve sempre o “fechamento” da viga e é provocado pela plastificação dos enrijecedores, a qual conduz à formação de charneiras plásticas em zonas das bordas enrijecedor-mesa situadas a meio vão (F) ou junto das seções extremas (A) – neste último caso, é bem notório o efeito da concentração de tensões devida à modelagem dos apoios;
- (c) nas vigas de comprimentos  $L=76$  cm e  $L=156$  cm fletidas em torno do eixo  $y$ , existem pequenas variações (6% e 3%, respectivamente) do valor de  $M_{esc,y}$  com o sinal das imperfeições iniciais (A ou F) – note-se que esta variação não ocorre nas vigas fletidas em torno do eixo  $x$  que foram analisadas ( $L=76$  cm). Como se viu anteriormente, as vigas mais flexíveis são aquelas que contêm imperfeições iniciais F, às quais correspondem valores da relação  $M_{uy}/M_{esc,y}$  iguais a 47% ( $L=76$  cm) e 36% ( $L=156$  cm). Na viga com  $L=116$  cm, na qual não existe qualquer distinção entre imperfeições iniciais A ou F, esta relação apresenta o valor intermédio de 41%.

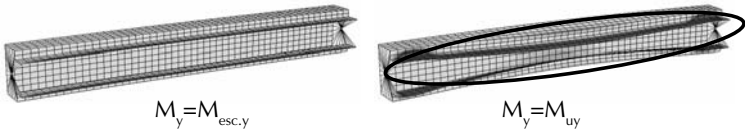
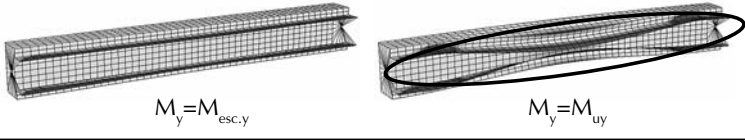
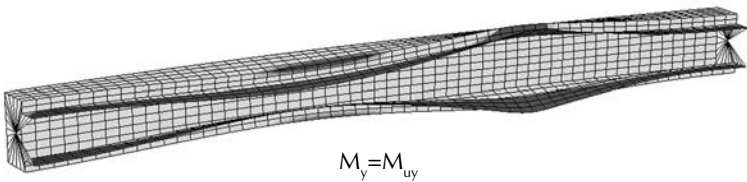
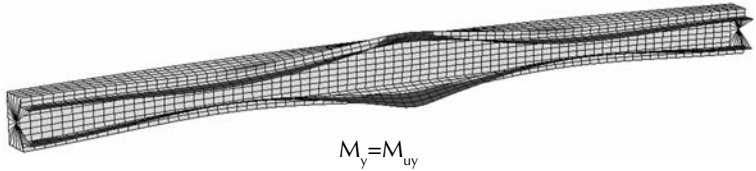
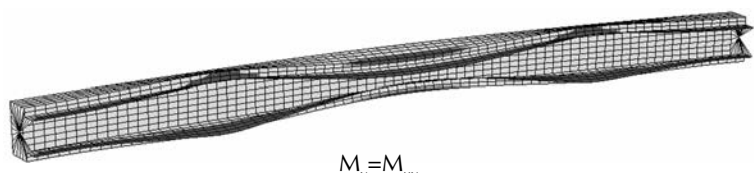
| Evolução das zonas plastificadas com o valor de $M$                                                                   | $L$ (cm)                | Imp. Inicial | $M_u$ (kNm)                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|--------------|-----------------------------------|
| <br>$M_x = M_{esc,x}$ $M_x = M_{ux}$ | 76<br>( $n_s=1$ )       | A            | $M_{ux}=1.10$<br>$M_{esc,x}=6.05$ |
| <br>$M_x = M_{esc,x}$ $M_x = M_{ux}$ |                         | F            | $M_{ux}=1.10$<br>$M_{esc,x}=5.98$ |
| <br>$M_y = M_{esc,y}$ $M_y = M_{uy}$ | 76<br>( $n_s=1$ )       | A            | $M_{uy}=1.53$<br>$M_{esc,y}=5.01$ |
| <br>$M_y = M_{esc,y}$ $M_y = M_{uy}$ |                         | F            | $M_{uy}=1.47$<br>$M_{esc,y}=4.77$ |
| <br>$M_y = M_{uy}$                  | 116<br>( $n_s=2$ )      | —            | $M_{uy}=1.41$<br>$M_{esc,y}=4.41$ |
| <br>$M_y = M_{uy}$                 | 156<br>( $n_s=3$ )<br>D | A            | $M_{uy}=1.39$<br>$M_{esc,y}=4.21$ |
| <br>$M_y = M_{uy}$                 |                         | F            | $M_{uy}=1.36$<br>$M_{esc,y}=4.35$ |

Figura 6: Evolução da deformação plástica, mecanismo de colapso e valores de  $M_u/M_{esc}$  em vigas fletidas em torno de  $x$  e  $y$  com  $L=76$  cm,  $L=116$  cm e  $L=156$  cm, e imperfeições A ou F ( $f_y=355$  MPa).

- (d) os mecanismos de colapso das vigas têm sempre configurações semelhantes às dos respectivos modos de flambagem distorcional (1, 2 ou 3 semi-ondas) e estão associados à plastificação de zonas bem localizadas e situadas junto ( $d_1$ ) da seção de meio vão (vigas curtas fletidas em torno do eixo  $x$ ), ( $d_2$ ) da seção de meio vão e das seções extremas (vigas curtas fletidas em torno de  $y$ ), ou ( $d_3$ ) das seções onde a “abertura” ou o “fechamento” são máximos (vigas intermédias e longas fletidas em torno de  $y$ );
- (e) conforme se viu, o mecanismo de colapso das vigas mais curtas fletidas em torno de  $y$  envolve sempre “fechamento”. O mesmo não sucede no caso das vigas intermédias e longas, pois o colapso é provocado pela plastificação da(s) seção(ões) onde a “abertura” é máxima. Esta aparente discrepância deve-se ao fato de ( $e_1$ ) a curvatura de flexão da alma das vigas curtas conduzir sempre a “fechamento” e de ( $e_2$ ) a dupla ou tripla curvatura da alma das vigas intermédias ou longas levar esta a induzir “aberturas” ou “fechamentos” das seções e, conseqüentemente, fazer com que o colapso seja controlado pela localização da deformação plástica. Note-se que, após a plastificação total dos reforços, as zonas resistentes das vigas passam a exibir uma configuração em “U enrijecido” – para este tipo de configuração, estudos recentes (Dinis e Camotim 2004, Camotim e Silvestre 2004) mostraram que o comportamento de pós-flambagem mais flexível envolve “abertura”.

## 5. Estimativa da resistência última através do MRD

Nesta seção determinam-se os valores da resistência última de barras formadas por perfis de chapa dobrada com seção *rack* e que bifurcam em modos de flambagem distorcional, através de dois procedimentos distintos: (a) utilização do modelo de elementos finitos de casca descrito anteriormente e (b) o método da resistência direta. Em relação à aplicação desta última abordagem, é importante destacar os seguintes aspectos:

- (a) tanto quanto possível, adotam-se as disposições que figuram no *Appendix 1* da norma do AISI (2004).
- (b) em colunas e vigas (compressão/flexão pura), utilizam-se as expressões do tipo Winter

$$P_n = \left( 1 - \frac{0.25}{\lambda_d^{1.2}} \right) \frac{P_y}{\lambda_d^{1.2}} \quad (1)$$

$$M_n = \left( 1 - \frac{0.22}{\lambda_d} \right) \frac{M_{ex}}{\lambda_d} \quad (2)$$

onde ( $b_1$ )  $P_n$  e  $M_n$  são os valores nominais da resistência última à compressão e à flexão em torno do eixo  $x$ , ( $b_2$ )  $P_y$  e  $M_{ex}$  são as resistências elásticas da seção ao esforço axial e à flexão ( $P_y = A f_y$  e  $M_{ex} = W_x f_y$ , onde  $A$  e  $W_x$  são a área e o módulo elástico

de flexão da seção em torno de  $x$ ), e  $(b_3) \lambda_d$  é a esbelteza distorcional normalizada de coluna ( $\lambda_d = (P_y/P_{crd})^{0.5}$ ) ou viga ( $\lambda_d = (M_{ex}/M_{crd})^{0.5}$ ) –  $P_{crd}$  e  $M_{crd}$  são a carga e o momento crítico respectivos;

- (c) apesar de a norma do AISI não incluir uma expressão aplicável a vigas de seção *rack* fletidas em torno do eixo de *menor* inércia (eixo  $y$  na Fig. 1), admitiu-se aqui que a expressão (2), válida para flexão em torno de  $x$ , aplica-se também às vigas fletidas em torno de  $y$  – como é óbvio, utiliza-se  $M_{ey} = W_y f_y$  (módulo de flexão  $W_y$ ) em vez de  $M_{ex}$ ;
- (d) para obter a resistência última das vigas-coluna, adotou-se a equação de interação linear

$$\frac{P}{P_n} + \frac{M}{M_n} = 1 \quad (3)$$

abordagem que se justifica pelo fato de, neste caso particular, a flambagem distorcional ser claramente preponderante em relação à flambagem local e não existir interação entre modos de flambagem distorcionais e globais – ver Fig. 3(a)-(b). Chama-se a atenção para o fato de Rusch e Lindner (2001) terem proposto uma abordagem semelhante, no contexto de vigas-coluna com seção em U não enrijecido – note-se, no entanto, que estes autores designaram, indevidamente, a instabilidade *local* como “distorcional”.

Todas as barras analisadas (a) têm comprimento  $L=76$  cm, (b) exibem uma seção transversal classificada como *pre-qualified*, de acordo com o critério da norma do AISI (baseado nas dimensões da seção), e (c) contêm imperfeições geométricas iniciais na forma do modo crítico de flambagem (MD), com amplitude (deslocamento máximo) igual a 10% da espessura da parede do perfil ( $t$ ) e sempre associadas ao “fechamento” da seção de meio vão (as mais desfavoráveis – Prola, 2001). Consideram-se os 18 carregamentos distintos identificados na Tabela 1, definidos através dos valores das excentricidades da compressão axial  $P$  ( $e_x$  e  $e_y$ ) indicados, os quais são também normalizadas em relação aos raios de giração da seção ( $i_x$  e  $i_y$ ) – os dois últimos correspondem à flexão reta em torno dos eixos  $x$  (caso 17) e  $y$  (caso 18), sendo o momento positivo em ambos os casos. Essa tabela inclui os valores, fornecidos por análises por elementos finitos efetuadas no Abaqus (barras de aço com  $f_y=250, 355, 550$  MPa), (a) das cargas axiais associadas à flambagem distorcional ( $P_{crd}$ ) e ao colapso elastoplástico ( $P_u$ ) das colunas e vigas-coluna (barras comprimidas – casos 1 a 16) e (b) dos momentos fletores que provocam esses mesmos fenômenos nas vigas ( $M_{crd}$  e  $M_u$  – casos 17 e 18).

Tabela 1: Valores de  $P_{crd} + M_{crd}$  (flambagem distorcional) e  $P_u + M_u$  (colapso) fornecidos pelo MEF

| Caso                                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7     | 8     | 9      | 10     | 11     | 12     | 13     | 14     | 15     | 16    | 17        | 18          |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-----------|-------------|
| $e_x/i_y$                            | 0      | 0.10   | 0.20   | 0.40   | 0.80   | 1.00   | 1.40  | 2.20  | -0.05  |        |        |        |        |        |        |       |           |             |
| $e_x$ (mm)                           | 0      | 2.86   | 5.72   | 11.45  | 22.89  | 28.62  | 39.90 | 63.00 | -1.43  | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | $+\infty_y$ |
| $e_y/i_x$                            |        |        |        |        |        |        |       |       |        |        |        |        |        |        |        |       |           |             |
| $e_y$ (mm)                           | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0     | 0     | 0      | -0.10  | -0.20  | -0.40  | -0.80  | -1.00  | -1.25  | -4.10 | $-\infty$ | 0           |
| $P_{crd}$ (kN)<br>ou $M_{crd}$ (kNm) | 243.93 | 220.64 | 201.16 | 170.65 | 130.52 | 116.71 | 96.51 | 71.19 | 257.29 | 239.59 | 229.41 | 205.38 | 165.69 | 150.64 | 135.08 | 61.84 | 12.15     | 6.24        |
| $f_y$ (MPa)                          |        |        |        |        |        |        |       |       |        |        |        |        |        |        |        |       |           |             |
| $P_u$ (kN)<br>ou $M_u$ (kNm)         | 250    | 147    | 130    | 116    | 96.7   | 73.2   | 65.4  | 54.1  | 40.2   | 131    | 118    | 98.7   | 74.4   | 66.3   | 57.7   | 24.8  | 4.54      | 3.60        |
|                                      | 355    | 200    | 172    | 153    | 126    | 83.9   | 69.8  | 51.7  | 202    | 179    | 160    | 131    | 97.8   | 86.9   | 76.2   | 32.2  | 5.96      | 4.77        |
|                                      | 550    | 231    | 200    | 179    | 149    | 101    | 83.9  | 62.4  | 255    | 222    | 203    | 170    | 127    | 113    | 99.3   | 42.2  | 7.93      | 5.80        |

A Tabela 2 mostra as estimativas da resistência última da coluna e das duas vigas fornecidas pelo MRD – valores de  $P_n$  e  $M_n$  obtidos pelas equações (1) e (2), calculando  $\lambda_d$  a partir dos valores de  $P_{crd}$  e  $M_{crd}$  presentes na Tabela 1. Apresentam-se também os valores das relações entre  $P_n$  e  $M_n$  e os resultados do programa Abaqus ( $P_u/P_n$ ,  $M_{ux}/M_{nx}$  e  $M_{uy}/M_{ny}$ ). A análise dos valores apresentados nessa tabela permite retirar as seguintes conclusões:

- (a) nas colunas, os valores de  $P_n$  constituem estimativas conservativas e relativamente precisas da resistência última  $P_u$ : chegou-se a  $P_u/P_n=1.08, 1.17, 1.04$  para  $f_y=250, 355, 550$  MPa;

Tabela 2: Valores de  $P_n + P_u + P_u/P_n$  (colunas),  $M_{nx} + M_{ux} + M_{ux}/M_{nx}$  e  $M_{ny} + M_{uy} + M_{uy}/M_{ny}$  (vigas)

|                      |             | MEF            | MRD            | MRD/MEF         |
|----------------------|-------------|----------------|----------------|-----------------|
| Caso                 | $f_y$ (MPa) | $P_u$ (kN)     | $P_n$ (kN)     | $P_u/P_n$       |
| 1<br>( $e_x=e_y=0$ ) | 250         | 147            | 135.6          | 1.08            |
|                      | 355         | 200            | 171.6          | 1.17            |
|                      | 550         | 231            | 222.8          | 1.04            |
|                      |             | $M_{ux}$ (kNm) | $M_{nx}$ (kNm) | $M_{ux}/M_{nx}$ |
| 17<br>( $M_x$ )      | 250         | 4.54           | 4.41           | 1.03            |
|                      | 355         | 5.96           | 6.21           | 0.96            |
|                      | 550         | 7.93           | 8.46           | 0.94            |
|                      |             | $M_{uy}$ (kNm) | $M_{ny}$ (kNm) | $M_{uy}/M_{ny}$ |
| 18<br>( $M_y$ )      | 250         | 3.60           | 2.20           | 1.64            |
|                      | 355         | 4.77           | 3.12           | 1.53            |
|                      | 550         | 5.80           | 4.28           | 1.35            |

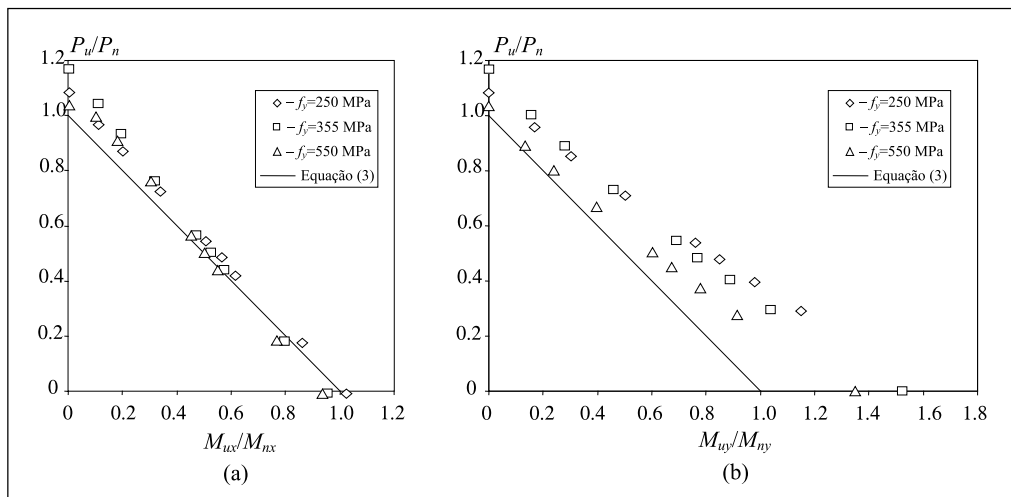
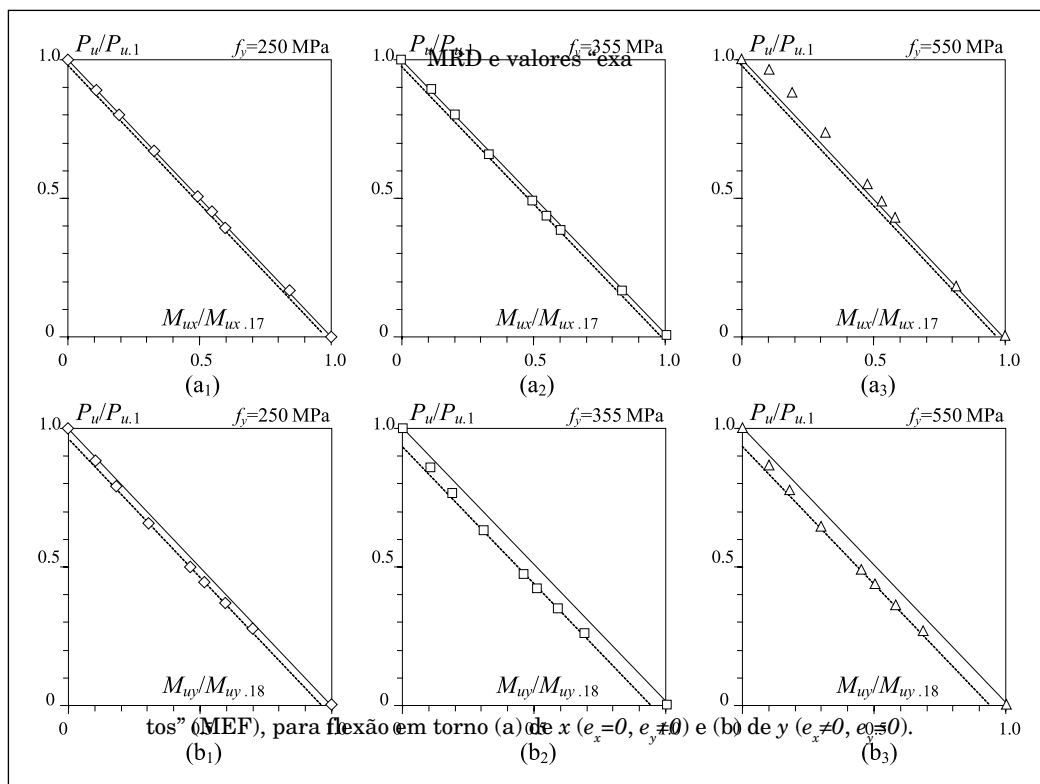
- (b) nas vigas fletidas em torno do eixo  $x$  existe uma excelente correlação entre as estimativas fornecidas pelo MRD e os valores obtidos através do MEF: obtiveram-se valores de  $M_{ux}/M_{nx}=1.03, 0.96, 0.94$  para  $f_y=250, 355, 550$  MPa. O mesmo não sucede no caso de a flexão ser em torno do eixo  $y$ : para essas vigas, tem-se  $M_{uy}/M_{ny}=1.64, 1.53, 1.35$ , o que significa que o MRD subestima consideravelmente a sua resistência última – note-se, no entanto, que a diferença diminui à medida que aumenta a tensão de escoamento. Essas diferenças têm origem no fato de a expressão (2) ter sido aqui utilizada “abusivamente”, pois a norma do AISI apenas estipula a sua aplicação em vigas com seção *rack* fletidas em torno do eixo de maior inércia. Como a reserva de resistência elastoplástica relativa à flexão em torno do eixo  $y$  é muito maior que a relativa à flexão em torno do eixo  $x$  (ver Figs. 4(b<sub>1</sub>)-(b<sub>2</sub>)), não surpreende que as estimativas obtidas sejam bastante conservativas.

Finalmente, as Figuras 7(a) (flexão em torno de  $x$ ) e 7(b) (flexão em torno de  $y$ ) dizem respeito às vigas-coluna e permitem comparar as resistências últimas “exatas”, obtidas por meio das análises elastoplásticas efetuadas no Abaqus, com as estimativas fornecidas pela equação de interação linear (3), a qual incorpora os valores de  $P_n$  e  $M_{nx}$  ou  $M_{ny}$  calculados por meio das expressões do MRD reproduzidas em (1) e (2) – enquanto as primeiras estão representadas por “pontos” que dependem de  $f_y$ , as segundas correspondem aos segmentos

de reta. Note-se que os resultados são apresentados de forma adimensional, i.e., representam-se em planos de coordenadas  $P_u/P_n$  e  $M_u/M_n$ . Além disso, os momentos fletores últimos  $M_u$  são obtidos multiplicando o valor de  $P_u$  (recorde-se que  $P \equiv \lambda$  é o parâmetro de carga) pela excentricidade apropriada – tem-se  $M_{ux} = -P_u e_y$  e  $M_{uy} = P_u e_x$ . A observação dos resultados apresentados nestas duas figuras conduz aos seguintes comentários:

- (a) relativamente às vigas-coluna fletidas em torno do eixo de simetria (i.e.,  $e_y \neq 0$  ou  $M_x \neq 0$ ), a Figura 7(a) mostra que as estimativas baseadas no MRD constituem aproximações quase sempre conservativas e razoavelmente precisas dos valores “exatos”. Constata-se ainda que a origem da falta de precisão se deve, sobretudo, aos erros associados aos valores de  $P_u$  e  $M_{ux}$ . Esta afirmação é confirmada pelo fato de a perda de precisão ser mais elevada no caso das vigas-coluna com (a<sub>1</sub>) excentricidades mais pequenas, i.e., quando o comportamento de coluna é predominante em relação ao comportamento de viga, e (a<sub>2</sub>)  $f_y = 355 \text{ MPa}$  – recorde-se que, nesse caso, os valores de  $P_u$  e  $M_{ux}$  têm erros de 17 e 4%.
- (b) no que respeita às vigas-coluna fletidas em torno do eixo  $y$  ( $e_x \neq 0$  e  $M_y \neq 0$  – compressão nos reforços e enrijecedores), a Figura 7(b) mostra que a equação de interação linear (3) fornece agora estimativas da resistência última excessivamente conservativas, o que se deve ao fato de os erros associados aos valores de  $M_{ny}$  serem sempre muito elevados – 64, 53 e 35%, por ordem crescente do valor de  $f_y$ . Por esse motivo, as estimativas mais precisas correspondem às vigas-coluna com excentricidades mais pequenas, i.e., aquelas em que o comportamento de coluna é dominante (precisamente o oposto do que sucedia no caso de a flexão ser em torno de  $x$ ).
- (c) Independentemente dos erros associados às estimativas da resistência última fornecidas pelos valores de  $P_n$ ,  $M_{nx}$  e  $M_{ny}$ , é claramente visível que existe uma interação linear entre as relações  $P_u/P_n + M_{ux}/M_{nx}$  e  $P_u/P_n + M_{uy}/M_{ny}$ . Pode confirmar-se este fato através da observação das Figuras 8(a<sub>1</sub>)-(b<sub>3</sub>), onde os segmentos de reta a *cheio* correspondem a tomar  $P_n = P_{u.1}$ ,  $M_{nx} = M_{ux.17}$  e  $M_{ny} = M_{uy.18}$ , i.e., a admitir que os valores das resistências últimas da coluna e das duas vigas fornecidos pelo MRD são *exatos*. No entanto, observa-se que esses segmentos de reta ficam situados um pouco acima dos pontos que traduzem os valores numéricos, sobretudo os relativos a flexão em torno de  $y$  – isto quer dizer que as estimativas da resistência última por eles fornecidas são ligeiramente não conservativas. Por curiosidade, traçaram-se segmentos de reta paralelos aos anteriores, os quais se representam a tracejado e constituem os “limites inferiores” dos nove conjuntos de pontos determinados – esses segmentos de reta intersectam os eixos coordenados às cotas 0.99 ( $e_y \neq 0 + f_y = 250 \text{ MPa}$ ), 0.98 ( $e_y \neq 0 + f_y = 355 \text{ MPa}$ ), 0.99 ( $e_y \neq 0 + f_y = 550 \text{ MPa}$ ), 0.96 ( $e_x \neq 0 + f_y = 250 \text{ MPa}$ ), 0.91 ( $e_x \neq 0 + f_y = 355 \text{ MPa}$ ) e 0.93 ( $e_y \neq 0 + f_y = 550 \text{ MPa}$ ). Estes valores mostram que a abordagem baseada na existência de uma interação linear entre as cargas e os momentos normalizados é bastante promissora. Após a realização de estudos mais aprofundados será possível confirmar (ou não) esta impressão inicial e, se tal for viável, desenvolver, calibrar e validar novos métodos de dimensionamento.




 Figura 7: Resistência última de barras com seção *rack*: comparação entre estimativas baseadas no

 Figura 8: Resistência última de barras com seção *rack*: interação entre os valores “exatos” (MEF) relativos a colunas, vigas e vigas-coluna, para flexão em torno de (a)  $x$  e (b)  $y$  ( $f_y = 250, 355, 550$  MPa).

## 6. Conclusão

Apresentaram-se e discutiram-se resultados de uma pesquisa em curso sobre a estabilidade, o comportamento de pós-flambagem e a resistência última de barras (colunas, vigas e vigas-coluna) com seção *rack* afetadas pela ocorrência de flambagem distorcional. Todas as barras analisadas estavam submetidas a diagramas de esforços uniformes e as suas seções extremas tinham (a) as rotações de flexão global livres, (b) o empenamento impedido e (c) as rotações de flexão local restringidas. Inicialmente, abordaram-se vários aspectos relativos à modelagem numérica da estabilidade e do comportamento de pós-flambagem distorcional, em regime elástico e elastoplástico, utilizando o programa de elementos finitos Abaqus e adotando discretizações em malhas refinadas de elementos de casca. Em seguida, apresentaram-se curvas de estabilidade de barras submetidas a diferentes combinações de flexão e compressão, a partir das quais se tornou possível identificar os comprimentos associados à bifurcação distorcional. Em seguida, estudaram-se com algum detalhe vários aspectos relacionados com o comportamento de pós-flambagem distorcional e o mecanismo de colapso de vigas e vigas-coluna que instabilizam de modos distorcionais – em particular, abordaram-se a assimetria exibida pela pós-flambagem distorcional das barras (relativamente ao “sinal” das imperfeições iniciais) e a evolução da plasticidade que antecede/precipita o respectivo colapso elastoplástico. Finalmente, usaram-se os valores numéricos da resistência última (elastoplástica) fornecidos pelo programa Abaqus para propor, calibrar e validar uma metodologia de verificação da segurança de vigas-coluna com seção *rack* baseada numa combinação do método da resistência direta (preconizado pela norma do AISI e aplicado a colunas e vigas) com uma equação de interação linear.

Relativamente ao desempenho da metodologia proposta para verificar a segurança das vigas-coluna com seção *rack*, merecem destaque os seguintes aspectos:

- (a) os resultados numéricos relativos à resistência última das vigas-coluna fletidas tanto em torno de  $x$  como de  $y$  mostram que existe, de fato, uma interação linear entre as cargas e os momentos normalizados. Assim, a metodologia de verificação da segurança que se apresentou neste trabalho parece, do ponto de vista qualitativo, bastante promissora;
- (b) no caso das vigas-coluna fletidas em torno do eixo  $x$ , observou-se uma correlação bastante razoável entre as estimativas da resistência última fornecidas pela metodologia proposta e os valores “exatos” (numéricos). Dessa forma, parece lícito afirmar que, a menos de pequenos ajustamentos e uma validação mais alargada, ela poderá ser adotada para dimensionar as vigas-coluna de uma forma eficiente (segura e econômica);
- (c) no caso das vigas-coluna fletidas em torno do eixo  $y$ , as estimativas calculadas por meio da abordagem desenvolvida subestimam consideravelmente os valores da resistência última determinados por via numérica, o que se deve essencialmente à deficiente “qualidade” da previsão da capacidade resistente das vigas fornecida pelo método da resistência direta (aqui utilizado “abusivamente”). Assim, a metodologia proposta só será eficiente quando for possível avaliar a resistência última das vigas fletidas em torno de  $y$  com mais precisão, tarefa que requer estudos adicionais, i.e., o alargamento do domínio de aplicação do método da resistência direta a vigas com seção *rack* fletidas em torno do eixo de menor inércia.

Para concluir, refira-se que, em teoria, a metodologia de verificação da segurança cuja versão preliminar se apresentou neste trabalho deverá também ser aplicável a vigas-coluna com seção em U enrijecido. De fato, as limitações relativas à previsão rigorosa da resistência última das vigas fletidas em torno do eixo de menor inércia parecem, à primeira vista, ser semelhantes nas duas seções (muito embora não se possa deixar de se recordar que a assimetria do comportamento de pós-flambagem distorcional é distinta nos dois casos).

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem à Capes a concessão de apoio para a realização do estágio de pós-doutorado do primeiro autor no Instituto Superior Técnico de Lisboa em 2005, período durante o qual se iniciou o desenvolvimento da pesquisa em curso aqui apresentada.

## Referências

- American Iron and Steel Institute (AISI) (2004). *Appendix I of the North American Specification (NAS) for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members: Design of Cold-Formed Steel Structural Members with the Direct Strength Method*, Washington DC.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2001). *Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio*, NBR14762.
- Bathe K.J. (1998). *Finite Element Procedures in Engineering*, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs.
- Batista E.M., Pérez S., Camotim D. e Dinis P.B. (2004). Experimental analysis of cold-formed beam-columns under distortional buckling, *Proceedings of Fourth International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures* (CIMS'04 – Roma, 27-29/9), M. Pignataro, J. Rondal, V. Gioncu (eds.), Editura Orizonturi Universitare, Timisoara, 91-104.
- Camotim D. e Silvestre N. (2004). GBT distortional post-buckling analysis of cold-formed steel lipped channel columns and beams, *Program and Book of Abstracts of 17<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference* (EM2004 – Newark, 13-16/6), 38-39. (artigo completo em CD-ROM)
- Dinis P.B. e Camotim D. (2004). Local-plate and distortional post-buckling behaviour of cold-formed steel columns: elastic and elastic-plastic FEM analysis, *Proceedings of Structural Stability Research Council (SSRC) Annual Stability Conference* (Long Beach, 24-27/3), 475-498.
- Dinis P.B., Camotim D., Batista E. e Pérez S. (2004). Distortional post-buckling behaviour and strength of eccentrically compressed rack-section cold-formed steel members, *Proceedings of Fourth International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures* (CIMS'04 – Roma, 27-29/9), M. Pignataro, J. Rondal, V. Gioncu (eds.), Editura Orizonturi Universitare, Timisoara, 159-178.
- HKS – Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc. (2002). *ABAQUS Standard* (Version 6.3).
- Lau S.C.W. e Hancock G.J. (1987). Distortional buckling formulas for channel columns, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), 113(5), 1063-1078.
- Pérez S.V.S. (2003). *Análise Experimental da Instabilidade Distorcional em Perfis de Paredes Finas e Seção Aberta, sob Carga de Compressão Excêntrica*, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- Prola L.C. (2001). *Estabilidade Local e Global de Elementos Estruturais de Aço Enformados a Frio*, Tese de Doutorado, IST/UTL.
- Rusch A. e Lindner J. (2001). Remarks to the direct strength method, *Thin-Walled Structures*, 39(9), 807-820.
- Schafer B.W. e Peköz T. (1998). Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions, *Proceedings of 14<sup>th</sup> International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures* (St. Louis – 15-16/10), 69-76.
- Schafer B.W. (2006). Review: the direct strength method of cold-formed steel member design, *Proceedings of International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures* (SDSS 2006 – Lisboa, 6-8/9), D. Camotim, N. Silvestre, P.B. Dinis (eds.), IST Press, Lisboa, 49-65.

# Distortional buckling, post-buckling and ultimate strength behaviour of cold-formed steel rack-section beam-columns

## Abstract

This work reports the results of an ongoing investigation on the distortional buckling, post-buckling and ultimate strength behaviour of rack-section cold-formed steel members, namely columns, beams and (mostly) beam-columns. The elastic and elastic-plastic geometrically non-linear analyses are performed in the commercial code ABAQUS, adopting discretisations in fine 4-node shell element meshes, and all the members analysed (a) have globally pinned, locally fixed and warping prevented end sections, (b) buckle in single half-wave distortional buckling modes, (c) contain critical-mode initial geometrical imperfections with small amplitude and (d) exhibit three yield stress values. After the presentation of numerical results concerning the beam-column buckling behaviour, the paper addresses in detail several aspects related to the elastic-plastic post-buckling behaviour and failure of ones that bifurcate in distortional modes. Finally, one uses the ultimate strength values obtained by means of the ABAQUS analyses to validate a methodology based on the use of the “direct strength method” (prescribed by the AISI specification – columns and beams), together with a linear interaction equation, intended to estimate the load-carrying capacity of rack-section beam-columns under major or minor axis bending. On the basis of the comparison with the “exact” (numerical) results, it becomes possible to conclude that the beam-column ultimate strength estimates provided by the proposed methodology are (a) fairly accurate for major axis bending and (b) often unsafe for minor axis bending – in the latter case, further research is needed in order to improve the performance of the developed approach.

*Keywords:* Distortional buckling. Distortional post-buckling. Ultimate strength. Cold-formed steel members. Rack-section beam-columns. Shell finite element analysis. Direct strength method.

## 1. Introduction

The design and safety checking of cold-formed steel members is closely related to their susceptibility to buckling phenomena – therefore, the estimation of the ultimate strength of such members is based on the identification of the relevant buckling modes and evaluation of the corresponding critical loads or moments. Accordingly, several methodologies

were developed in the 80's to predict the load-carrying capacity of cold-formed steel members affected by either local, distortional and global (flexural or flexural-torsional) buckling or interaction effects involving this type of buckling modes. Although these methodologies were gradually incorporated into design specifications, a considerable amount of research activity is still being devoted to the estimation of the ultimate strength of thin-walled members prone to distortional buckling. Indeed, several investigations were carried out in the last few years aiming at finding a reasonable solution for this problem – in this context, one must mention (a) the work of Lau and Hancock (1987), already included in Annex D of the current Brazilian specification NBR14762 (2001), and also (b) the direct strength method (DSM), originally proposed by Schafer and Peköz (1998), subsequently developed by the first of these authors (Schafer 2006) and nowadays a universally accepted approach to design members built from the most commonly used cold-formed steel profiles – the DSM has already been incorporated, as an “alternative method”, in the most recent version of the AISI specification (2004). The DSM may currently be applied to columns and beams members failing (a) in local, distortional or global modes, or (b) due to local-global mode interaction effects. A member ultimate strength is estimated on the basis of (a) the local, distortional and global buckling stresses (obtained numerically, in most cases), (b) the steel yield stress and (c) design curves calibrated against experimental and/or numerical ultimate strength values.

Although the DSM formulae included in the most recent AISI specification managed to equip the structural designers with a simple and reliable approach to estimate the ultimate strength of cold-formed steel members, mostly based on elastic buckling results, there remain several situations that are not addressed by the available methodology – this is the case of the beam-columns, *i.e.*, members under compression and bending. Since this type of members is vastly predominant in frame structures, it would be rather convenient to have the DSM domain of application extended to cover beam-columns.

This paper reports the results of an ongoing investigation on the post-buckling and ultimate strength behaviour of rack-section cold-formed steel beam-columns (uniform compression and major or minor axis bending) exhibiting critical distortional buckling modes. One advocates the joint use of (a) the DSM provisions for columns and beams (included in the AISI specification) and (b) linear interaction equations. The performance of the proposed methodology is assessed through the comparison with numerical (elastic-plastic) ultimate strength values yielded by shell finite element analyses carried out in ABAQUS (HKS 2002).

## 2. Finite element simulation

This section deals with the use of the finite element code ABAQUS (HKS 2002) to perform the member elastic buckling and elastic-plastic post-buckling analyses. In particular, the issues addresses include the (a) member discretisation, (b) end support condition, load application and material behaviour modelling, (c) incorporation of the initial geometrical imperfections and (d) numerical techniques employed to solve the linear stability

eigenvalue problem and to determine the non-linear post-buckling equilibrium paths up to failure.

### 3. Buckling behaviour

This section includes the presentation and discussion of the ABAQUS shell finite element results concerning the local and global elastic buckling (bifurcation) behaviour of the rack-section columns, beams and beam-columns (eccentrically compressed members – compression  $P$  and eccentricities  $e_x$  e  $e_y$ ) with the cross-section dimensions and material properties given in Figure 1. The eccentricity values considered in this work were taken from the experimental investigation carried out by Pérez (Pérez 2003, Batista *et al.* 2004) and all the members analysed have end sections that are (a) globally pinned (free rigid-body rotations) (b) locally fixed (rotation of the wall transverse edges prevented) and (c) prevented from warping. Figures 3(a)-(b) shows buckling curves associated with different eccentricity values, which provide the variation of the critical load  $P_{cr}$  and buckling mode nature with the member length  $L$ . As for Figure 3(c), it shows the configurations of three distortional buckling modes of a  $L=76$  cm member compressed with different eccentricities.

### 4. Distortional post-buckling behaviour

In this section one presents a brief overview of an in-depth numerical investigation recently carried out by the authors (Dinis *et al.* 2004) and concerning the elastic and elastic-plastic distortional post-buckling behaviour of rack-section beam and beam-columns (a) with length  $L=76$  cm, the cross-section dimensions given in Figure 1 and different yield stresses, and (b) compressed with several eccentricity values – some of the numerical results obtained (non-linear equilibrium paths) are displayed in Figures 4(a)-(b). As far as the ultimate strength behaviour is concerned, this investigation made it possible to conclude that the plastic post-buckling strength reserve is quite small for both the beam-columns bended about the major ( $e_y \neq 0$ ) and minor ( $e_x \neq 0$ ) axis, particularly for the lower yield stress values – moreover, it was also found that the beams bent about  $x$  or  $y$  with *inward* flange-stiffener-lip motions exhibit a considerably higher strength reserve than the beam-columns (note that all the eccentricity values considered are fairly small, which means the compression more relevant than bending) – this fact is more pronounced for the beams bent about the minor axis  $y$ .

#### 4.1 Elastic-plastic failure mechanisms

The somewhat surprising fact that the beams under minor axis bending exhibit a substantial plastic post-buckling strength reserve led to an investigation aimed at assessing how this strength reserve is affected by the initial imperfection “sign” (inward or outward) and the number of half-waves of the distortional buckling mode ( $n_s$ ). One

then analysed the evolution of the plastic strain, up to failure, in 7 beams, 2 under major axis bending and 5 under minor axis bending – their lengths were  $L=76, 116, 156$  cm, corresponding to critical distortional buckling modes with 1, 2 and 3 half-waves. On the basis of the results obtained (see, the three failure mechanisms shown in Figs. 5(a)-(c) and the plastic strain distributions depicted in Fig. 6), it was possible to draw the following main conclusions: (a) the small plastic strength reserve exhibited by the inward and outward beams under major axis bending ( $L=76$  cm and  $n_s=1$ ) stems from the fact that yielding begins at the mid-span flange-stiffener corner and quickly spreads along the whole flange, thus precipitating failure; (b) the higher plastic strength reserve exhibited by the beams under minor axis bending is due to the fact that the onset of yielding occurs at the lip free ends and considerably precedes a considerable spread of plasticity to other zones, which means that it has little impact on the member stiffness, (c) the beam collapse mechanisms always have configurations similar to the corresponding distortional buckling modes (1, 2 or 3 half-waves).

## 5. DSM ultimate strength estimation

In this section, one compares rack-section member “exact” ultimate strength values yielded by the ABAQUS elastic-plastic distortional post-buckling analyses with estimates provided by the proposed DSM-based methodology, combining (a) the column and beam DSM formulae included in Appendix 1 of the current AISI Specification (2004), presented in equations (1) and (2), with (b) the linear interaction equation given in (3). It is worth noting that equation (2) was used to evaluate the ultimate strengths of the beams subjected to major and minor axis bending – in the latter case, this is a rather “abusive” use, as the formula was developed and calibrated exclusively for beams under major axis bending.

All the rack-section members involved in the comparison (a) have length  $L=76$  cm, (b) exhibit a “pre-qualified” cross-section, (c) contain critical-mode geometrical imperfections with amplitude equal to 10% of the wall thickness  $t$  and *inward* flange-stiffener-lip motions (most detrimental case – Prola 2001) and (d) are subjected to 18 different loadings, defined by the eccentricity values  $e_x$  and  $e_y$ . All the numerically obtained critical buckling loads/moments and ultimate strength values are displayed in Table 1. As for Table 2, it compares the genuine DSM strength estimates (exclusively for column and beams) with their (“exact”) ABAQUS counterparts, thus making it possible to assess their “quality” – it was concluded that (a) the  $P_n$  values are reasonably accurate and always conservative estimates, (b) the  $M_{nx}$  values are rather accurate (not always conservative), but that (c) the  $M_{ny}$  values are invariably too conservative (recall that the DSM was “abusively” employed in this case).

The sets of “exact” and predicted rack-section column, beam and beam-column ultimate strength values are then compared in Figures 7(a) (major axis bending) and 7(b) (minor axis bending). One observes that the proposed DSM-based approach (a) works quite well for beam-column subjected to major axis bending (the estimates are practically al-

ways conservative and reasonably accurate – moreover, the main source of the loss of accuracy is the lack of precision of the  $P_n$  and  $M_{nx}$  values) and (b) yields excessively conservative estimates for beam-column subjected to minor axis bending, which is mostly due to the inaccuracy of the  $M_{ny}$  values (note that the less inaccurate estimates concern small eccentricities, *i.e.*, a “column-like” behaviour). However, regardless of the particular accuracy level of  $P_n$ ,  $M_{nx}$  and  $M_{ny}$ , it is clear that the “exact” ultimate strengths exhibit a fairly linear interaction. This assertion is illustrated by the solid lines in Figures 8(a<sub>1</sub>)-(b<sub>3</sub>), which correspond to replacing the DSM estimates  $P_n$ ,  $M_{nx}$  and  $M_{ny}$  by the associated “exact” values, and provides promising evidence concerning the usefulness of a beam-column design approach combining the DSM (for columns and beams) with a linear interaction concept – of course, this preliminary “feeling” must be backed by reliable calibration against experimental and numerical results.

## 6. Conclusion

Besides going quickly over the content of the whole paper, this section includes a brief outline of the most relevant (preliminary) conclusions of the ongoing research work, giving particular emphasis to the assessment of the proposed DSM-based methodology to estimate the load-carrying capacity of rack-section beam-columns bifurcating in distortional buckling modes. Moreover, it is further contended that this design methodology should be also applicable, without any fundamental modification, to lipped channel beam-columns.