

Um sistema não-linear para análise de pórticos planos semi-rígidos

Alexandre Almeida Del Savio¹
Sebastião Arthur Lopes de Andrade², Luiz Fernando Martha³
Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco⁴

Trabalho recebido em 15/01/2005 e aprovado para publicação em 18/03/2005.

Resumo

Este artigo descreve um sistema para análise estrutural, FTOOL/SRC, concebido para executar análises não-lineares de pórticos planos semi-rígidos. Este sistema pode ser usado para modelar ligações semi-rígidas por meio de uma análise paramétrica, de forma simples e compacta. O sistema é baseado em uma eficiente interface gráfica e em um eficaz resolvidor externo FEMOOP (Martha and Parente 2002). Um elemento finito de ligação não linear, desenvolvido por Del Savio (2004), também foi implementado e permite simular análises elasto-plásticas das ligações e das barras da estrutura (simulando a formação de rótulas plásticas dentro de cada barra). A formulação deste elemento foi desenvolvida em um referencial Lagrangiano total, com a abordagem corrotacional para os deslocamentos. O objetivo principal deste artigo é demonstrar, através de uma série de exemplos, o desempenho do sistema FTOOL/SRC e das estratégias implementadas, focando em uma estrutura de dados criada segundo a filosofia de programação orientada a objetos. A calibração do modelo foi feita com uma série de exemplos que envolveram numa primeira etapa uma análise linear de um pórtico de aço, Steenhuis et al. (1994). Isto se seguiu de uma comparação de análises não-lineares de pórticos semi-rígidos, Keulen et al. (2003).

Palavras-chave: engenharia estrutural, ligações semi-rígidas, estruturas de aço, análise não-linear, modelagem computacional, programação orientada a objetos.

¹ Aluno de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, PUC - Rio - Pontifícia Universidade do Rio de Janeiro. Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, CEP 22453-900, Cx. Postal 38097. Tel.: 55 (0xx21) 3114-1194. E-mail: delsavio@rdc.puc-rio.br.

² Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil, PUC-RIO - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ - Brasil, CEP: 22453-900, Cx. Postal: 38097, Tel: +55 (0xx21) 3114-1194. E-mail: andrade@civ.puc-rio.br.

³ Professor Doutor, Departamento de Estruturas e Fundações, UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Rua São Francisco Xavier, 524, Sala 5018A, Maracanã, Rio de Janeiro, RJ - Brasil, CEP 20550-900, Tel: +55 (0xx21) 2587-7537. E-mail: vellasco@uerj.br.

⁴ Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil, PUC - Rio - Pontifícia Universidade do Rio de Janeiro. Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, CEP 22453-900, Cx. Postal 38097. Tel.: 55 (0xx21) 3114-1194. E-mail: lfm@tecgraf.puc.rio.br.

1 Introdução

A busca continua de uma modelagem estrutural mais realística tem apontado para uma consideração apropriada dos efeitos relacionados às não-linearidades que afetam significativamente o comportamento estrutural. Várias técnicas de análise, com diferentes estratégias de refinamento e complexidades associadas, podem ser adotadas conforme a resposta não-linear do modelo estrutural. Assim, uma análise mais apropriada (linear, não-linear física e geométrica, etc.) pode ser selecionada de acordo com a estratégia mais adequada para cada tipo de estrutura.

Em geral, os efeitos não-lineares estão associados à geometria dos elementos estruturais e as propriedades dos materiais. Recentemente, investigações experimentais e numéricas, Carvalho et al. (1998), Chan and Chui (2000), Jaspart (2000), Silva and Coelho (2001), Silva et al. (2000), indicam que a não-linearidade das ligações semi-rígidas também influenciam significativamente o comportamento estrutural. Este trabalho descreve em detalhes um sistema, FTOOL/SRC, desenvolvido a partir do programa FTOOL (1999) (*Two-dimensional Frame Analysis Tool Program*), para executar análises não-lineares de pórticos planos semi-rígidos de aço.

O programa FTOOL/SRC é capaz de realizar análises paramétricas validando o uso de ligações semi-rígidas de forma compacta e simples, devido a adoção de uma eficiente interface gráfica e o uso de um eficaz resolvidor externo FEMOOP (Martha and Parente 2002, *Finite Element Method – Object Oriented Program*). A interface implementada combina, em um ambiente amigável, as fases de pré-processamento, análise estrutural e pós-processamento.

Os desenvolvimentos mais significativos do sistema FTOOL/SRC estão relacionados a três questões fundamentais: Primeiro, a implementação da interface gráfica, responsável pelos dados de entrada referente às ligações semi-rígidas e a configuração da análise não-linear. Segundo, a evolução da estrutura de dados, centralizada em uma representação topológica completa de uma subdivisão planar, HED (Cavalcanti et al. 1991, *Half-Edge Data Structure*), por uma nova estrutura de dados orientada a objetos.

Um elemento finito de ligação, Del Savio (2004), foi implementado no programa FEMOOP (Martha and Parente 2002), de forma a possibilitar análises não-lineares de pórticos com ligações semi-rígidas. Este elemento permite executar análises elasto-plásticas das ligações e até mesmo das barras da estrutura, simulando a formação de rótulas plásticas dentro de cada elemento finito de barra. Isto é feito a partir de sucessivas discretizações onde os elementos de ligação são posicionados em pontos de possível ocorrência de rótulas plásticas. A formulação não-linear do elemento finito de ligação foi desenvolvida em um referencial Lagrangiano total, com a abordagem corrotacional para os deslocamentos.

A calibração do modelo foi executada, com base em investigações presentes na literatura. Primeiro um pórtico de aço estudado por Steenhuis et al. (1994) foi avaliado através de uma análise linear. Isto se seguiu de uma comparação dos resultados de análises não-lineares de pórticos semi-rígidos estudados por Keulen et al. (2003). Keulen et al. (2003) executaram em uma primeira etapa uma simulação não-linear das ligações através de procedimentos baseados no EUROCODE 3 (1998). Em uma segunda etapa, os autores já referidos, executaram uma análise não-linear física e geométrica completa com base no programa ANSYS. A partir destes resultados foi possível calibrar o modelo de ligação proposto, assim como avaliar a eficiência da estrutura de dados implementada na presente investigação.

2 Formulação do elemento finito de ligação

2.1 Elemento finito de ligação

O elemento finito de ligação proposto por Del Savio (2004), Figura 1, tem como principal objetivo modelar uma ligação semi-rígida em análises estruturais lineares e não-lineares.

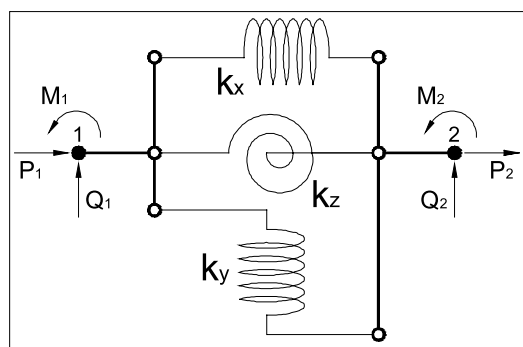


Figura 1: Elemento finito de ligação.

2.2 Formulação linear

O princípio da energia potencial estacionária foi usado para formular a matriz de rigidez do elemento de ligação e a correspondente equação de equilíbrio. Para tanto, foi selecionado o funcional da energia potencial total para o contínuo, Π , que é composto por duas partes:

$$\Pi = U - V, \quad (1)$$

onde U é a energia de deformação e V é o trabalho realizado pelas forças externas. A energia de deformação, U , pode ser escrita em termos das rigidezes das molas e dos seus respectivos deslocamentos relativos como sendo:

$$U = \frac{1}{2}k_x\Delta_x^2 + \frac{1}{2}k_y\Delta_y^2 + \frac{1}{2}k_z\Delta_z^2, \quad (2)$$

onde, $\Delta x = u_1 - u_2$, $\Delta y = v_1 - v_2$ e $\Delta z = \theta_1 - \theta_2$. Já o trabalho realizado pelas forças externas é:

$$V = (P_1u_1 + Q_1v_1 + M_1\theta_1) - (P_2u_2 + Q_2v_2 + M_2\theta_2), \quad (3)$$

onde os subscritos 1 e 2 se referem ao nó inicial e final, enquanto P , Q e M se referem ao esforços normal, cortante e momento fletor, respectivamente. Fazendo-se uso do princípio da energia potencial total, pode-se obter as equações de equilíbrio a partir da condição de estacionaridade do funcional Π . A matriz de rigidez e o vetor de forças internas podem ser derivados a partir da energia de deformação, Equação (2):

$$k_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial d_i \partial d_j}, \quad d_i = u_1, v_1, \theta_1, u_2, v_2, \theta_2, \quad (4)$$

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial d_i}, \quad F_i = P_1, Q_1, M_1, P_2, Q_2, M_2. \quad (5)$$

2.3 Formulação não-linear

A formulação não-linear do elemento finito de ligação foi desenvolvida em um referencial Lagrangiano total, com a abordagem corrotacional para os deslocamentos. A matriz de rigidez e o vetor de forças internas são calculados no campo dos deslocamentos naturais totais, isto é referidos a um sistema de eixos continuamente atualizado, Figura 2.

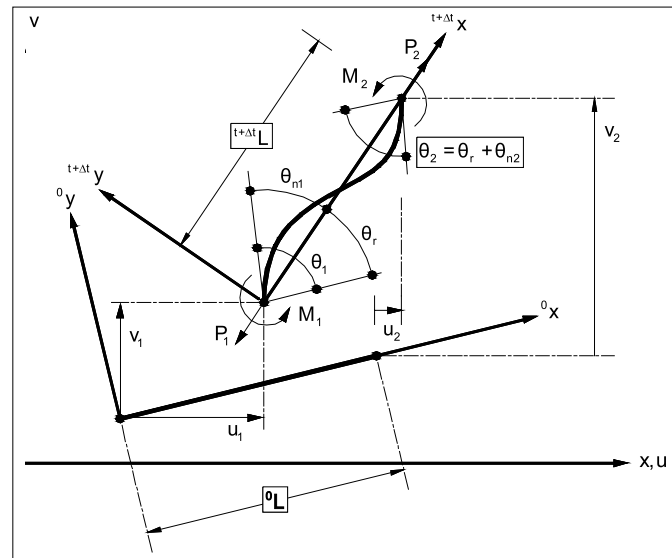


Figura 2: Relações geométricas do referencial corrotacional.

O vetor de deslocamentos naturais totais tem três componentes:

$$u_n = [u_{n2} \quad \theta_{n1} \quad \theta_{n2}]^T, \quad (6)$$

que podem ser calculados pelas relações, conforme se pode ver na Figura 2:

$$u_{n2} = {}^{t+\Delta t}L - {}^0L, \quad \theta_{n1} = \theta_1 - \theta_r, \quad \theta_{n2} = \theta_2 - \theta_r. \quad (7)$$

Nessas relações, 0L é o comprimento elementar inicial e ${}^{t+\Delta t}L$ é o comprimento elementar, na configuração de equilíbrio corrente, dados, respectivamente, por:

$${}^0L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (8)$$

$${}^{t+\Delta t}L = \sqrt{(x_2 + u_2 - x_1 - u_1)^2 + (y_2 + v_2 - y_1 - v_1)^2}, \quad (9)$$

Já a rotação de corpo rígido, θ_r , é calculada através de:

$$\theta_r = \arctan \left(\frac{(x_2 - x_1)(v_2 - v_1) - (y_2 - y_1)(u_2 - u_1)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_1 + u_2 - u_1) + (y_2 - y_1)(y_2 - y_1 + v_2 - v_1)} \right) \quad (10)$$

Para a definição da energia potencial total em função dos deslocamentos naturais totais, o elemento clássico de viga de Bernoulli, com dois nós, foi adotado. Interpolações lineares foram definidas para aproximar os deslocamentos u e v , e a rotação θ é:

$$u = \frac{x}{L}u_{n2}, \quad v = 0, \quad \theta = \left(1 - \frac{x}{L}\right)\theta_{n1} + \frac{x}{L}\theta_{n2}. \quad (11)$$

A curvatura k , a deformação por cisalhamento γ e a deformação axial ε e são definidos por:

$$k = \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\theta_{n1} - \theta_{n2}}{L}, \quad (12)$$

$$\gamma = 0, \quad (13)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} - ky = \frac{u_{n2}}{L} - \frac{\theta_{n2} - \theta_{n1}}{L}y. \quad (14)$$

A energia de deformação, U , pode ser escrita em termos das rijezas das molas e dos deslocamentos naturais totais, como:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (k_x \varepsilon_{xx}^2 + k_y \gamma^2 + k_z k^2) dx, \quad (15)$$

O trabalho realizado pelas forças externas pode ser escrito como:

$$V = (M_{n1}\theta_{n1}) - (P_{n2}u_{n2} + M_{n2}\theta_{n2}). \quad (16)$$

Assim, a partir da energia de deformação dada pela equação (15) foi possível obter a matriz de rigidez e o vetor de forças internas, em função das coordenadas corrotacionais:

$${}^{t+\Delta t}K_{nij} = \frac{\partial^2 U}{\partial d_{ni} \partial d_{nj}}, \quad d_{ni} = \theta_{n1}, u_{n2}, \theta_2, \quad (17)$$

$${}^{t+\Delta t}F_{ni} = \frac{\partial U}{\partial d_{ni}}, \quad F_{ni} = M_{n1}, P_{n2}, M_{n2}. \quad (18)$$

Finalmente o vetor de forças internas e a matriz de rigidez, em coordenadas globais para o elemento, podem ser obtidos aplicando-se sucessivas diferenciações, ou seja:

$${}^{t+\Delta t}F_i = \left\{ \frac{\partial U}{\partial d_{ni}} \frac{\partial d_{ni}}{\partial d_i} \right\}, \quad d_{ni} = u_{n2}, \theta_{n1}, \theta_{n2}, \quad d_i = u_1, v_1, \theta_1, u_2, v_2, \theta_2, \quad (19)$$

$${}^{t+\Delta t}K = \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial d_{ni} \partial d_{nj}} \frac{\partial d_{ni} \partial d_{nj}}{\partial d_l \partial d_m} + \frac{\partial U}{\partial d_{ni}} \frac{\partial^2 d_{ni}}{\partial d_l \partial d_m} \right\}. \quad (20)$$

3 Implementação

3.1 FEMOOP

O programa FEMOOP (Martha and Parente 2002, *Finite Element Method – Object Oriented Program*), criado em 1991, foi baseado na filosofia de programação orientada a objetos associada com o Método dos Elementos Finitos. Desde então, o programa vem sendo utilizado em vários trabalhos possibilitando sua expansão para solução de problemas envolvendo análises térmicas, análises não lineares entre outras aplicações.

3.1.1 Programa de elementos finitos

Antes de apresentar a organização das classes do programa FEMOOP (Martha and Parente 2002) é importante observar que o esforço computacional realizado em uma análise não-linear com elementos finitos ocorre em três níveis distintos: estrutura (nível global), elementos (nível local) e pontos de integração (nível constitutivo). O nível da estrutura corresponde aos algoritmos usados para analisar o problema. Estes algoritmos são implementados em termos de vetores e matrizes globais e não dependem do tipo de elementos e materiais usados na análise.

A tarefa principal do nível elemento é o cálculo dos vetores e matrizes (por exemplo, vetor de forças internas e matriz de rigidez) exigidas para a montagem dos vetores e matrizes globais. O cálculo dos vetores e matrizes é completamente independente dos algoritmos usados na análise global do modelo.

A comunicação entre o nível da estrutura e o do elemento ocorre de forma biunívoca. O nível elemento contribui com os vetores e matrizes globais para o

nível estrutura e recebe os deslocamentos do elemento provenientes do vetor de deslocamentos global da estrutura. Esta comunicação é realizada através dos graus de liberdade nodal e da conectividade do elemento.

Finalmente, o cálculo do vetor de tensões e da matriz tangente constitutiva é realizado ao nível dos pontos de integração. Estas grandezas são usadas no cálculo dos vetores e matrizes do elemento, mas não dependem da formulação do elemento. Os dados básicos de entrada para o cálculo das tensões são as componentes de deformação.

3.1.2 Organização geral

A organização geral das classes do sistema FEMOOP (Martha and Parente 2002) é descrita na Figura 3.

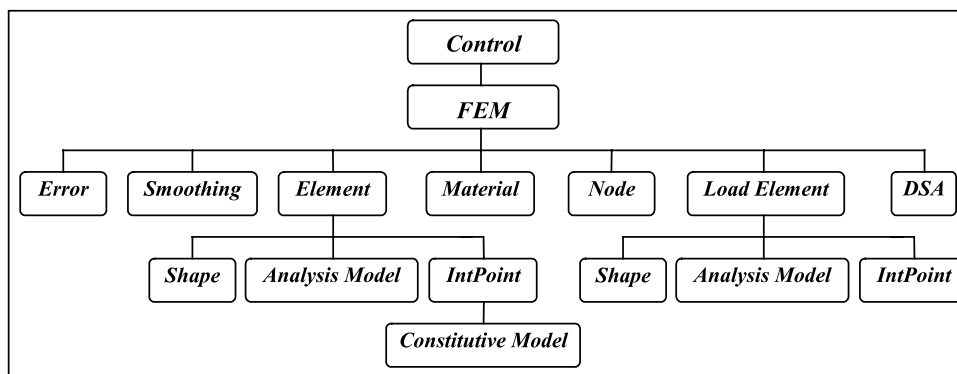


Figura 3: Organização geral das classes.

A classe *Control* é uma classe básica abstrata que provê uma interface comum para os algoritmos usados para analisar o problema. A hierarquia corrente da classe *Control* é apresentada na Figura 4.

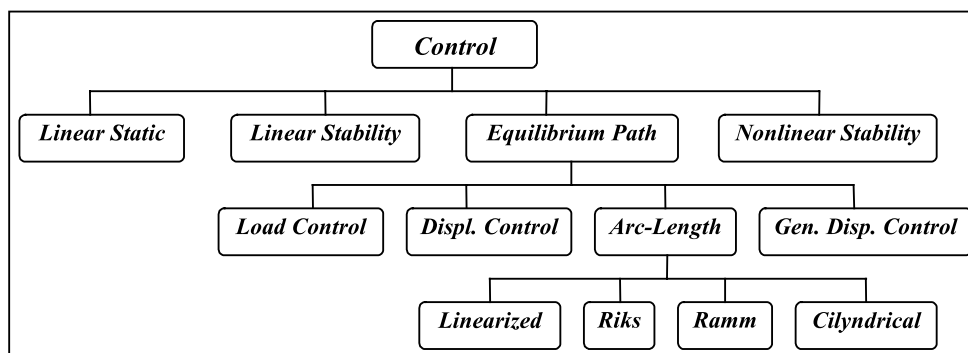


Figura 4: Hierarquia da classe *Control*.

A classe *Finite Element Model* representa a discretização numérica do modelo em elementos finitos. As tarefas principais da classe *Finite Element Model* são calcular os graus de liberdade nodais, montar os vetores e matrizes globais usados pelos algoritmos de análise, atualizar os deslocamentos nodais, e imprimir os resultados da análise após a convergência.

A classe *Node* basicamente guarda os dados nodais (coordenadas, etc.) lidos de um arquivo de entrada, bem como algumas variáveis calculadas durante a execução do programa, como os graus de liberdade nodais e os deslocamentos correntes.

A classe *Material* é uma classe básica abstrata que provê uma interface genérica para controlar os diferentes materiais (classes derivadas) disponíveis no programa, que inclui materiais elásticos e materiais elasto-plásticos.

A classe *Element* é uma classe básica abstrata que define o comportamento genérico de um elemento finito. As principais tarefas executadas por um objeto *Element* são a indicação do número e direções dos graus de liberdade nodais ativos, o cálculo dos vetores (por exemplo, de forças internas) e matrizes (por exemplo, de rigidez), e o cálculo da resposta do elemento (por exemplo, as tensões). A hierarquia da classe *Element* é parcialmente ilustrada na Figura 5. Por motivo de clareza, os elementos derivados da classe *Parametric* não são apresentados.

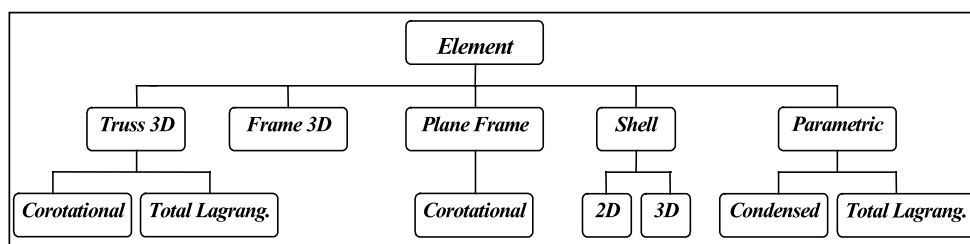


Figura 5: Hierarquia da classe *Element*.

A classe *Shape* guarda as informações relacionadas à geometria e ao campo de interpolação do elemento (dimensão, forma, número de nós, etc.), enquanto a classe *Analysis Model* controla os aspectos relacionados às equações diferenciais que governam o problema.

O objeto *Integration Point* guarda as coordenadas paramétricas e os pesos correspondentes usados na integração numérica, enquanto a classe *Constitutive Model* é uma classe básica abstrata que prove uma interface comum para as diferentes relações constitutivas implementadas. Finalmente, a classe *Load Element* foi criada para permitir a consideração genérica das condições naturais de contorno e das forças no corpo.

3.1.3 Implementações no programa FEMOOP

Para incluir o elemento finito de ligação na estrutura do programa FEMOOP (Martha and Parente 2002) foi simplesmente criada uma nova classe na hierarquia da classe *Element* (Figura 6) e incluído um procedimento no arquivo responsável pela leitura do arquivo de dados. Deve-se ressaltar que na classe de cada elemento foram implementados seus métodos particulares, sem interferência alguma em qualquer outra parte do código do programa. O elemento finito de ligação foi implementado tomando como base um elemento de pórtico 2D não-linear (formulação corrotacional).

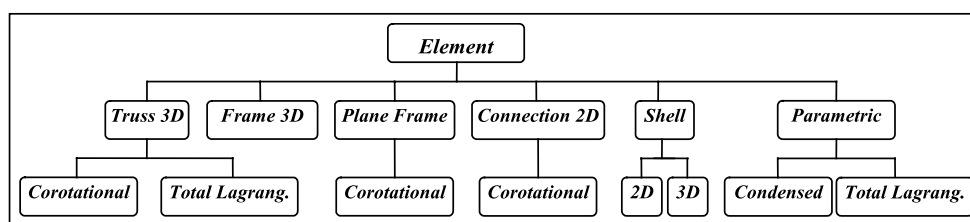


Figura 6: Nova hierarquia da classe *Element*.

3.2 FTOOL

O FTOOL (1999) (*Two-dimensional Frame Analysis Tool Program*) nasceu em 1991, fruto de um projeto de pesquisa do Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica (Tecgraf/PUC-Rio) e é baseado em uma biblioteca de funções HED (*Half-Edge Data Structure*), Cavalcanti et al. (1991), para representação interna dos dados.

Neste período, o FTOOL (1999) demonstrou ser uma valiosa ferramenta para o ensino de engenharia, sendo utilizado nos cursos de Análise Estrutural, Estruturas de Concreto Armado e Estruturas de Aço dos cursos de Engenharia Civil de diversas universidades brasileiras e estrangeiras. O FTOOL (1999) é uma ferramenta simples, reunindo em uma única plataforma, todas as ferramentas necessárias para um eficiente pré e pós-processamento do modelo e uma análise numérica rápida.

3.3 FTOOL/SRC

A nova versão do FTOOL (1999), chamada FTOOL/SRC (*Two-Dimensional Frame Non-Linear Analysis Tool Program Incorporating Semi-Rigid Connections*), é voltada para a análises lineares e não lineares de pórticos planos de aço com ligações semi-rígidas, incorporando as funcionalidades herdadas do FTOOL (1999).

A presente implementação se centrou na substituição da estrutura de dados (HED, Cavalcanti et al. 1991) por uma nova estrutura orientada a objetos, na alteração da interface gráfica, que foi feita usando o IUP (ferramenta portátil para desenvolvimento de interfaces gráficas, Levy 1995) e o CD (biblioteca gráfica para desenhos 2D), e na retirada do resolvidor da estrutura interna do FTOOL (1999). Devido às vantagens da filosofia de programação orientada a objetos os módulos do FTOOL (1999) foram reescritos em C++, buscando sempre maximizar o reuso do código, tornando o método o mais genérico possível.

3.3.1 Estrutura de dados

O FTOOL (1999) possui uma estrutura de dados centralizada em uma representação topológica completa de uma subdivisão planar, com busca eficiente de informações de adjacência, sendo também utilizada como um agente organizador dos dados. A estrutura de dados topológica, HED (*Half-Edge Data Structure*), usada no FTOOL (1999), é descrita em Cavalcanti et al. (1991).

A Figura 7 mostra a comunicação entre a estrutura de dados do HED (Cavalcanti et al. 1991). Os retângulos cinzas e brancos representam, respectivamente, os nomes dos registros principais e as variáveis ponteiros que relacionam as entidades. A Figura 8 descreve a comunicação entre a estrutura de dados do FTOOL (1999) (versão 2.11) responsável pelo registro dos atributos de cada entidade na estrutura de dados do HED (Cavalcanti et al. 1991).

O motivo que levou a substituição da estrutura de dados do FTOOL (1999), o HED (Cavalcanti et al. 1991), foi o desafio de criar uma estrutura nova de dados mais simples, implementada segundo a filosofia de programação orientada a objetos, que apresentasse as mesmas funcionalidades oferecidas pelo HED (Cavalcanti et al. 1991) para elementos de barra e que tratasse de estruturas tridimensionais, visto que, o HED (Cavalcanti et al. 1991) só contempla o caso de estruturas bidimensionais.

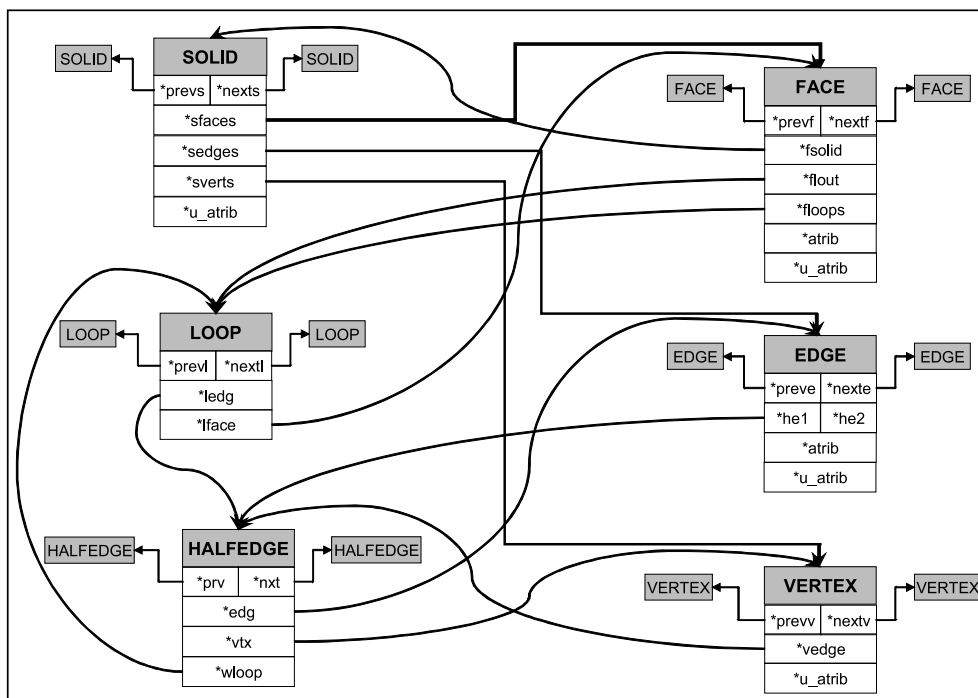


Figura 7: Comunicação entre a estrutura de dados do HED (Cavalcanti et al. 1991).

As principais vantagens em se adotar a filosofia de programação orientada a objetos são a fácil manutenção, expansão dos programas, redução da probabilidade de ocorrência de erros e o mínimo impacto, causado por novas implementações, no código existente. Adicionalmente, o reuso do código conduz a adoção de métodos mais genéricos.

A comunicação entre a nova estrutura de dados criada para o FTOOL/SRC, é apresentada na Figura 9. Os retângulos cinzas e brancos representam, respectivamente, os nomes das classes e as variáveis ponteiros que se relacionam. A relação entre as classes, retângulos cinzas com os retângulos brancos, indica um relacionamento de herança. Por exemplo, a classe *Node* herdou a classe *NodalSupport*, *NodalDisp*, *NodalSpring* e *Point*. As características das principais classes implementadas são descritas neste artigo. Detalhes adicionais podem ser encontrados em Del Savio (2004).

As classes *DoubleGenericLinkedList* e *Elem* dispõem de métodos e variáveis para a manipulação de uma lista duplamente encadeada genérica e são responsáveis pelo armazenamento e controle de todos os dados do programa. Todas as classes que farão uso desta lista duplamente encadeada genérica deverão declarar um ponteiro para a classe *Elem*, otimizando consulta do dado armazenado na lista. Este ponteiro é o endereço de memória do elemento genérico onde

foram armazenados os dados. Desta forma dispensa-se à procura exaustiva, elemento por elemento armazenado na lista, acessando-o diretamente.

O programa FTOOL/SRC possui várias listas, como por exemplo: materiais, propriedades das seções, etc. Estas listas apresentavam funcionalidades comuns que foram generalizadas na classe básica *BaseList*. Esta classe define o comportamento genérico de diferentes classes derivadas implementadas no programa, incluindo as classes *MaterialParameters*, *SectionProperties*, *NodalForce*, entre outras. Desta forma, cada nova classe criada a partir da classe *BaseList* precisa apenas se preocupar com seus métodos particulares e específicos.

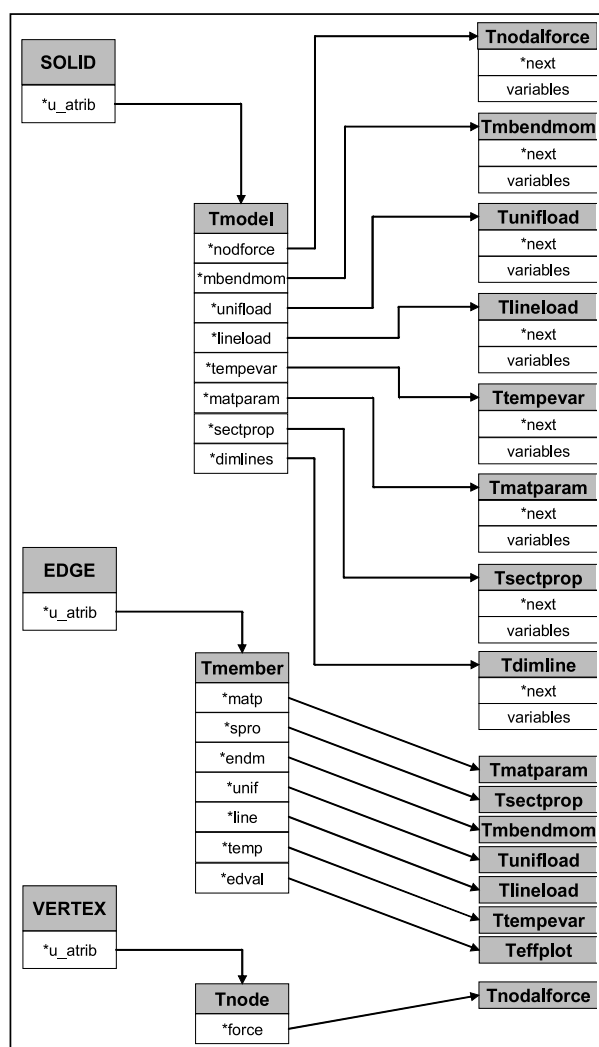


Figura 8: Comunicação entre a estrutura de dados do FTOOL (1999) e do HED (Cavalcanti et al. 1991) referente aos atributos de cada entidade

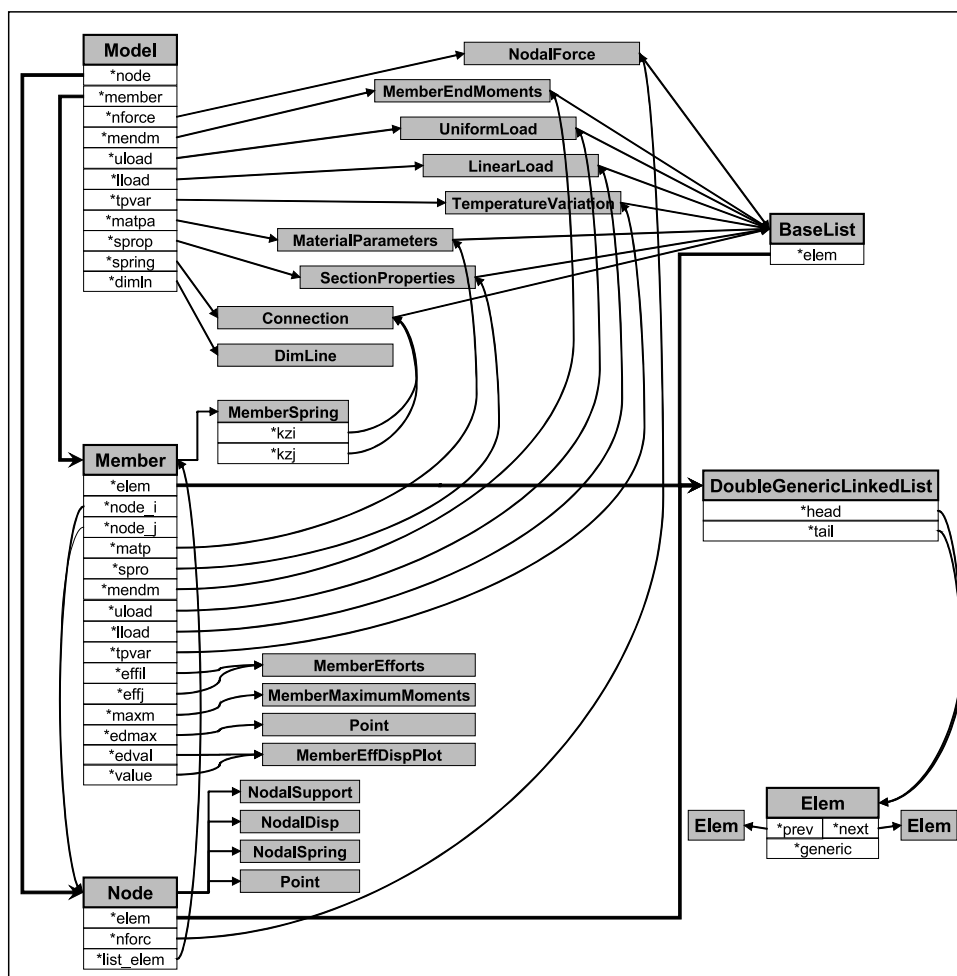


Figura 9: Comunicação entre a estrutura de dados do FTOOL/SRC.

A classe *Member* reúne todas as variáveis, métodos necessários para a manipulação de um objeto elemento de barra e guarda as informações de adjacência. A classe *Node* reúne todas as variáveis e métodos necessários para a manipulação de um objeto nó. Esta classe contém uma lista de barras adjacentes a um nó, permitindo uma busca eficiente de informação de adjacência. A classe *Model* guarda um ponteiro para as principais classes do FTOOL/SRC, de modo que a partir desta classe se possa ter acesso a qualquer classe do programa. Este é o primeiro objeto a ser instanciado ao se iniciar o programa.

3.3.2 Interface gráfica

A nova versão FTOOL/SRC incorporou no FTOOL (1999) novos elementos gráficos para interação com o usuário, usando elementos e funções do IUP (Levy 1995) e elementos de interface em LED (Levy 1995). A Figura 10 apresenta as implementações na interface gráfica para o pré-processamento das ligações semi-rígidas: o desenho da mola na tela representando a ligação, juntamente com o valor da sua rigidez inicial; a criação de uma lista de ligações (elementos de ligação); a curva momento-rotação descrevendo o comportamento da ligação, por suas coordenadas, Figura 11, e por fim a criação de botões para a definição das ligações no elemento de barra.

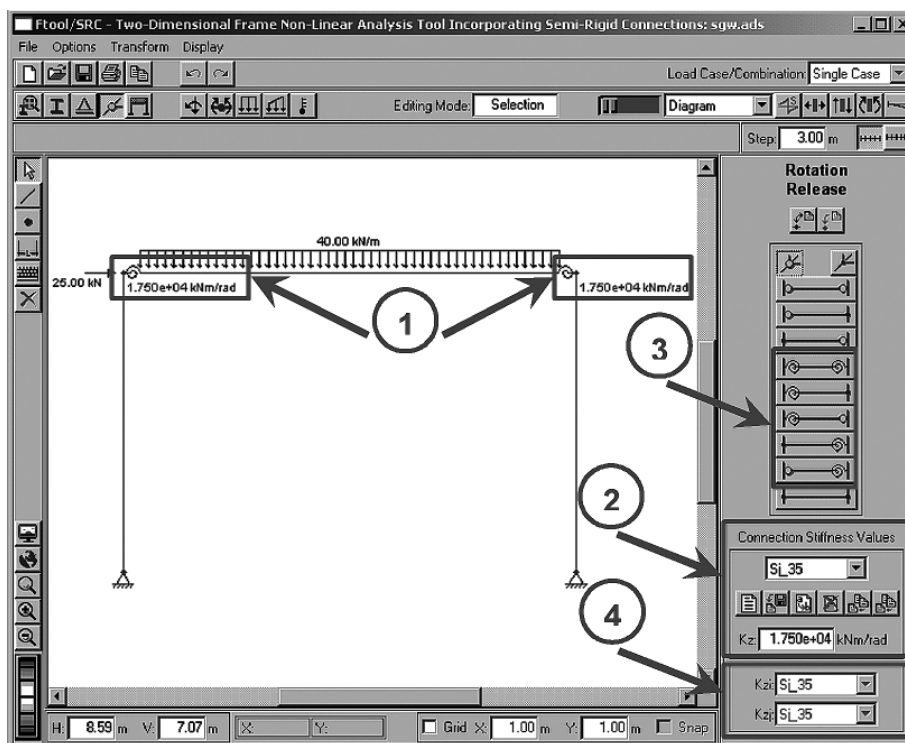


Figura 10: FTOOL/SRC: pré-processamento das ligações semi-rígidas.



Figura 11: Entrada de dados de uma curva momento-rotação de uma ligação.

O próximo passo foi à implementação dos vários tipos de análises estruturais executadas pelo FTOOL/SRC, Figura 12. Pode-se optar por a fazer uma análise linear ou não-linear elástica. Na análise não-linear opta-se por elementos de pórtico plano corrotacional e elementos de ligação plano ou corrotacionais.

As opções de algoritmos utilizados para a solução não-linear incluem: Newton-Raphson completo e modificado (Controle de Carga), Controle de Deslocamento, Controle de Deslocamento Generalizado, Controle de Trabalho, Controle de Deformação, Comprimento de Arco e Resíduo Ortogonal. Devido à necessidade da visualização dos resultados da análise não-linear, criou-se um programa em C++ para gerar gráficos carga versus deslocamento, Figura 13.

3.3.3 Uso do solver FEMOOP

O FTOOL (1999) utiliza um resolvidor interno, FRAMOOOP, que é uma versão simplificada do FEMOOP (1991 - Martha and Parente 2002) somente capaz de realizar análises lineares. Nesta nova estratégia, o FTOOL/SRC ficou responsável pelo pré e pós-processamento enquanto o FEMOOP (Martha and Parente 2002) ficou responsável pela análise estrutural. Com esta nova estratégia facilitaram-se futuras implementações e manutenções, de forma independente em cada um dos programas.

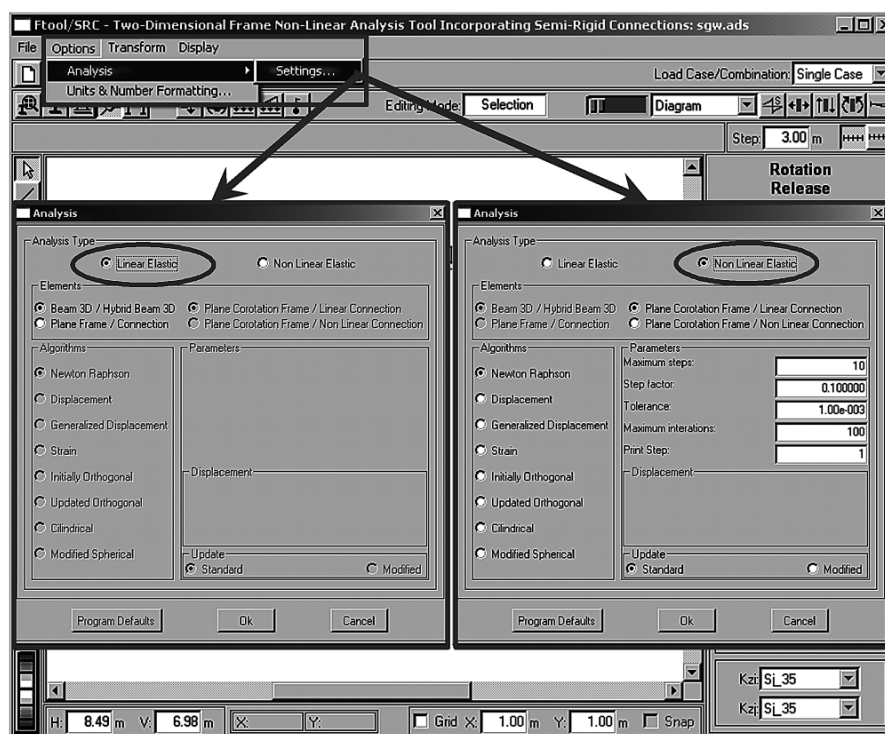


Figura 12: FTOOL/SRC: configuração dos tipos de análise.

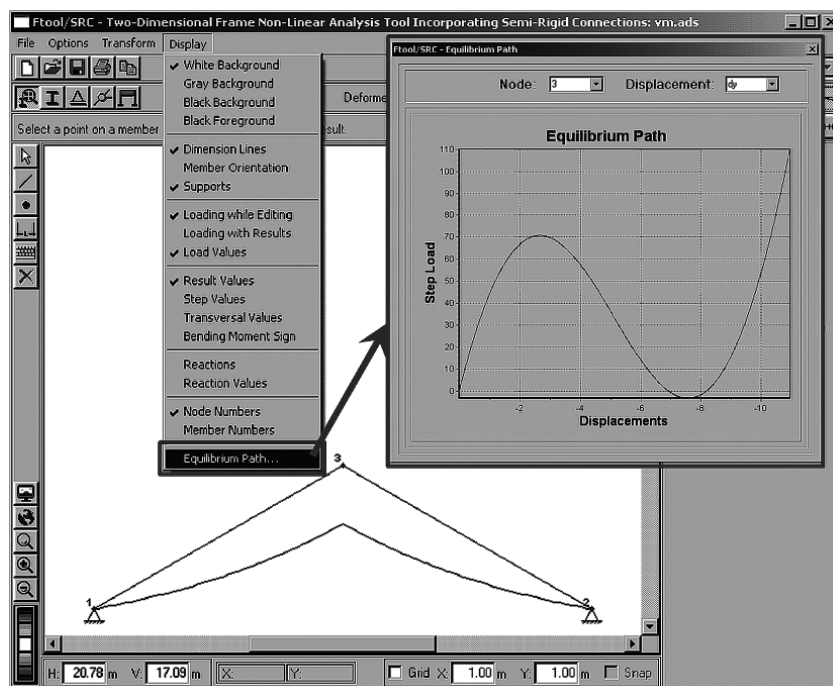


Figura 13: Gráfico do fator de carga versus deslocamentos de cada nó.

4 Estudo de casos

Esta seção tem como objetivo primordial validar, com base em investigações presentes na literatura, a formulação implementada do elemento de ligação. Primeiro um pórtico de aço estudado por Steenhuis et al. (1994) será apresentado. Isto se segue de uma comparação dos resultados de uma análise não-linear de pórticos semi-rígidos estudados por Keulen et al. (2003).

4.1 Análise linear de um pórtico simples semi-rígido

O exemplo da Figura 14 foi proposto por Steenhuis et al. (1994) para mostrar o efeito da ligação semi-rígida nas deformações e na distribuição de forças em uma estrutura não contraventada. O pórtico possui um vão de seis metros e altura de quatro metros. O perfil IPE360 foi utilizado para a viga e as colunas. O carregamento é constituído de uma carga horizontal de 25kN e uma carga vertical uniformemente distribuída de 40kN/m. A configuração das deformações e momentos fletores do pórtico se encontram na Figura 14.

O pórtico foi analisado, usando a rigidez secante como metade da rigidez tangente, EUROCODE 3 (1998). As rijezas tangentes adotadas foram: 35kNm/mrad, 60kNm/mrad e 130kNm/mrad. O caso de ligações rígidas também foi investigado.

Neste exemplo também são apresentados os resultados obtidos por Brito (2001), para o mesmo pórtico, onde um modelo simplificado de ligações semi-rígidas viga-coluna utilizando o programa Ansys foi proposto e validado. O autor usou as rizezas das ligações lineares e as análises do pórtico foram no regime elástico não-linear.

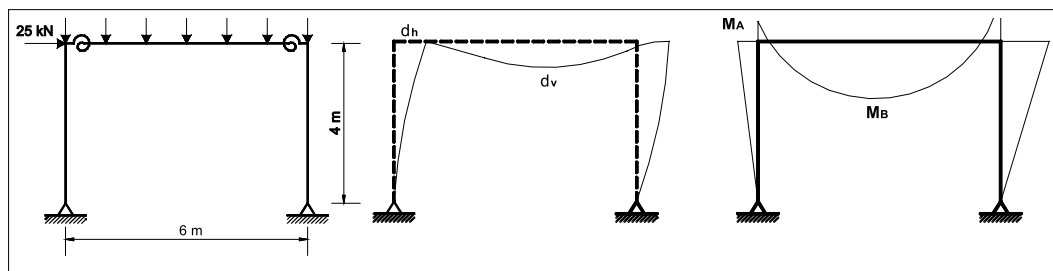


Figura 14: Carregamento, deformações e momentos fletores no pórtico.

Os resultados obtidos são mostrados através do gráfico momento fletor versus rigidez, Figura 15, para o canto superior esquerdo (M_A), para o meio do vão (M_B) e para o canto superior direito (M_C), respectivamente. O deslocamento horizontal e vertical versus rigidez, para o canto superior esquerdo (d_h) e para o meio do vão (d_v), respectivamente, Figura 16, também são apresentados.

Em geral os deslocamentos e os momentos fletores obtidos foram próximos dos obtidos por Steenhuis et al. (1994) e melhores que os obtidos por Brito (2001), demonstrando a boa aproximação obtida com o uso do elemento de ligação implementado.

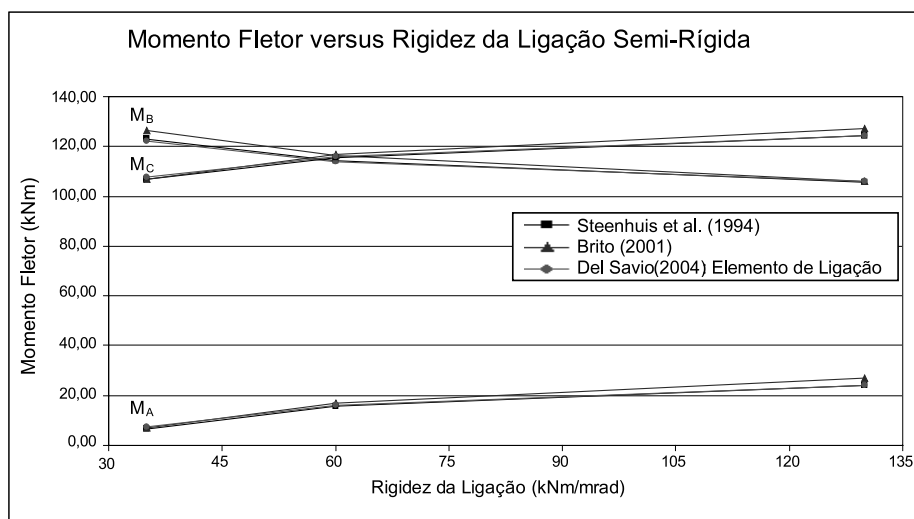


Figura 15: Comparação dos momentos fletores entre os modelos.

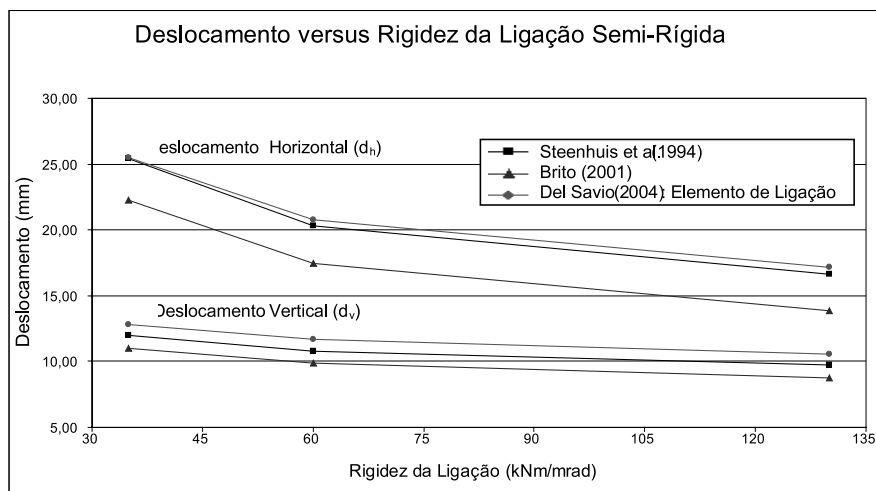


Figura 16: Comparação de deslocamentos horizontais e verticais nos modelos.

4.2 Análise não-linear de um pórtico simples semi-rígido

Comparações foram feitas com Keulen et al. (2003), usando curvas momento-rotação completas e uma aproximação bi-linear. Esta última é uma simplificação da modelagem da ligação e é conhecida como o método da metade da rigidez inicial secante. Um pórtico com 7,2 m de comprimento e 3,6 m de altura, Figura 17, foi estudado (Keulen et al. 2003). Para a viga usou-se o perfil IPE360 e para a coluna o perfil HEA260. As curvas características usadas na análise são apresentadas na Figura 18. A coluna e a viga foram conectadas com uma ligação com placa de extremidade ajustada aparafusada (*flush endplate*), mostrada na Figura 17.

A carga horizontal αF representa o carregamento imposto pelo vento, mas é também foi introduzida para levar em conta as imperfeições que geram os efeitos de segunda ordem. O fator α foi tomado como 0.1, 0.15, 0.2, 0.3 e 0.5. A carga vertical w foi igual a um sexto da carga vertical F .

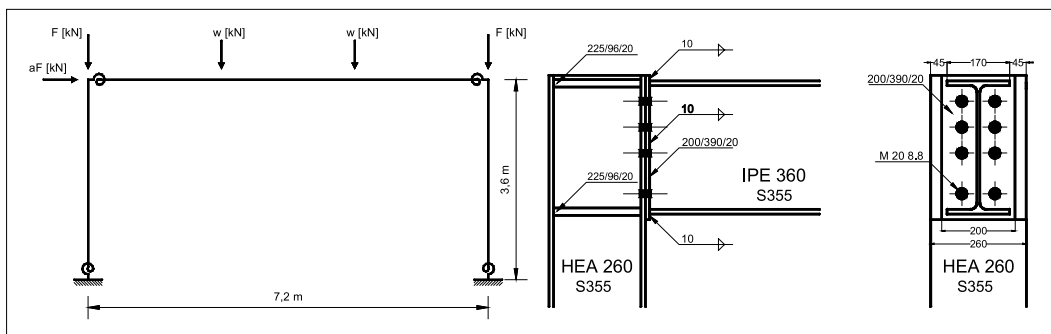


Figura 17: Pórtico de um pavimento e detalhes de suas ligações viga-coluna, Keulen et al. (2003).

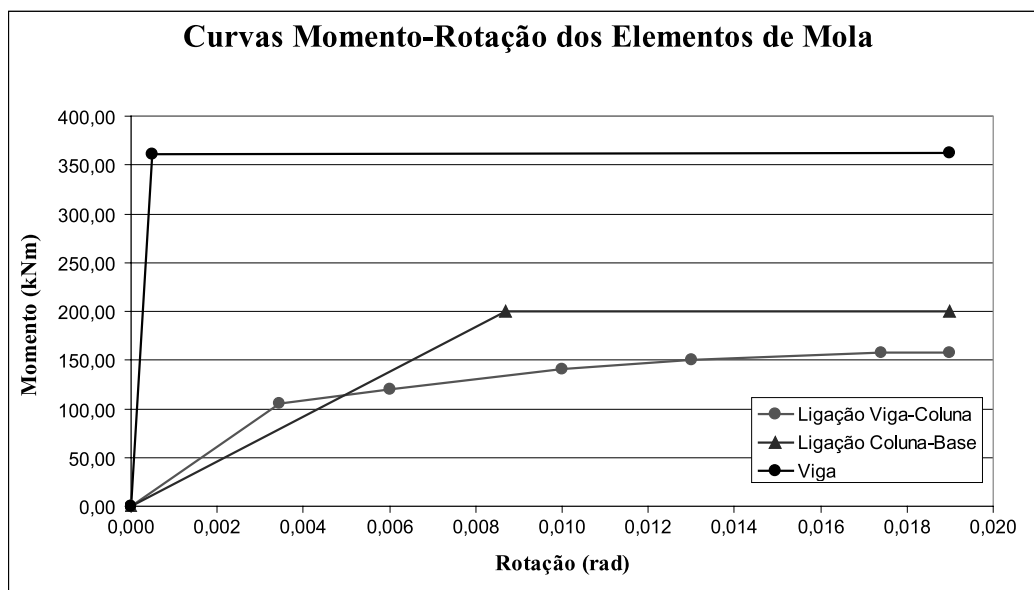


Figura 18: Curvas características momento versus rotação, Keulen et al. (2003).

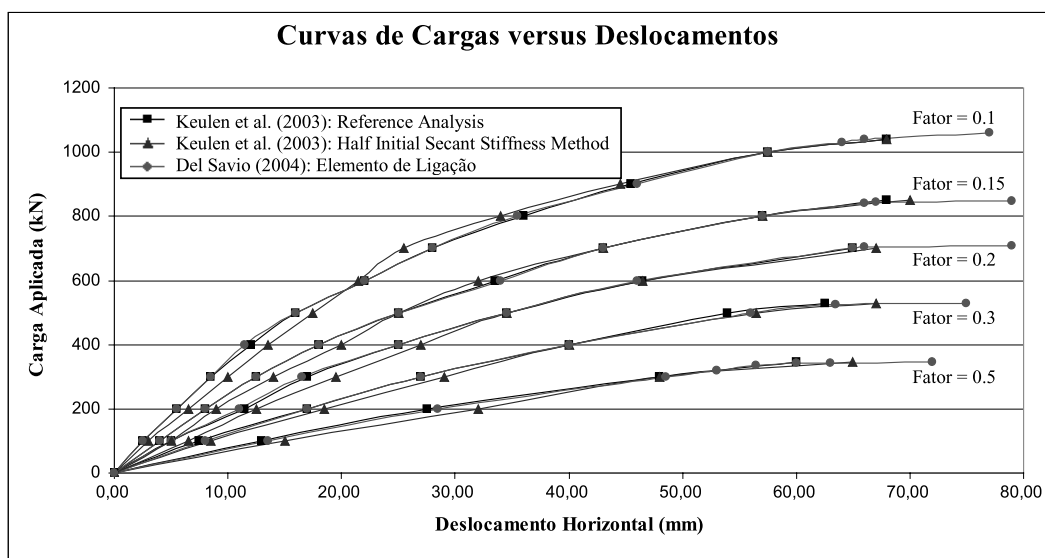


Figura 19: Curvas de cargas versus deslocamentos.

As curvas da Figura 19 ilustram os resultados de três análises. As duas primeiras foram realizadas por Keulen et al. (2003), enquanto a terceira foi realizada utilizando elementos de ligação proposto (Del Savio 2004). Quanto às análises realizadas por Keulen et al. (2003):

- *Reference Analysis*, foi realizada usando ANSYS, versão 5.5. Para obter a solução de referência, uma análise de segunda-ordem elasto-plástica foi usada. As rótulas plásticas na viga foram modeladas usando elementos de mola rotacional nos pontos onde se esperava que as rótulas plásticas ocorram. Estes elementos de mola têm características rígido-plásticas que negligenciam a influência das forças normais e cortantes na resistência plástica a flexão. A Figura 18 ilustra as propriedades das molas usadas nas ligações viga-coluna, nas ligações coluna-base e na mola da viga.
- *Half Initial Secant Stiffnes Approach*, a modelagem do pórtico foi realizada usando uma curva momento-rotação bi-linear, considerando a metade da rigidez inicial secante. Pode ser observado na Figura 19, para a consideração dos valores do fator α (0.1, 0.15, 0.2, 0.3 e 0.5), que os deslocamentos são equivalentes à análise de referência de Keulen et al. (2003), demonstrando assim, mais uma vez, a eficácia do elemento de ligação implementado.

5. Considerações finais

Os métodos de análise linear e não-linear bem como o elemento finito de ligação para pórticos planos semi-rígidos de aço proposto por Del Savio (2004) foram implementados com sucesso usando o programa FEMOOP (Martha and Parente 2002).

Além das considerações a respeito da implementação da formulação para análise de pórticos semi-rígidos, tem que se destacar a criação de uma estrutura de dados, implementada em C++, segundo a filosofia de programação orientada a objetos onde se destacam: a proposta de integração do FTOOL/SRC com outros programas; a fácil manutenção e expansão do programa; o reuso do código tornando os métodos os mais genéricos possíveis. Por fim, merece destaque também a interface gráfica implementada que se baseia em uma entrada de dados simples e eficiente para os tipos de análises estudados.

De forma a validar estas implementações e avaliar a eficiência computacional destas formulações, foram utilizados dois problemas estruturais consagrados na literatura. Quanto aos resultados obtidos pelas análises de pórticos semi-rígidos, algumas conclusões e comentários se fazem necessários: em Steenhuis et al. (1994) e Brito (2001), os resultados usando elementos de liga-

ção, Del Savio (2004), foram muito próximos aos apresentados por Steenhuis et al. (1994) e melhores que os de Brito (2001). O procedimento de modificação da matriz de rigidez do elemento de ligação, sujeito à análise não-linear produziu resultados muito próximos aos resultados obtidos pela *Reference Analysis* (Keulen et al. 2003, análise de segunda-ordem elasto-plástica), e melhores que os resultados da *Half Initial Secant Stiffness Approach* (Keulen et al. 2003, metade da rigidez inicial secante).

Referências

- Brito, O. F. (2001). *Desenvolvimento de Sistemas Estruturais Semi-Rígidos em Aço e Mistos para Edificações Residenciais Multi-Familiares*. MSc. Dissertation, Civil Engineering Department – PUC-Rio, Brazil, (in Portuguese).
- Carvalho, L. C. V. ; Andrade, S. A. L. and Vellasco, P.C.G.S. (1998). Experimental Analysis of Bolted Semi-Rigid Connections. *Journal of Constructional Steel Research*. Londres: Elsevier, v. 46, n. 1-3, p. 1-20.
- Cavalcanti, P. R.; Carvalho, P.C.P. and Martha, L. F. (1991). Criação e manutenção de subdivisões planares. *IV Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens*, São Paulo, SP, p. 13-24.
- Chan, S.L. and Chui, P.P.T. (2000). *Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*. 1st ed. Oxford, United Kingdom: Elsevier Science Ltd, 336p.
- Del Savio, A. A. (2004). *Modelagem Computacional de Estruturas de Aço com Ligações Semi-Rígidas*. MSc. Dissertation, Civil Engineering Department – PUC-Rio, Brazil, (in Portuguese).
- Eurocode 3 (1998). *ENV - 1993-1-1:1992/A2, Annex J, Design of Steel Structures – Joints in Building Frames*. CEN, European Committee for Standardisation, Document CEN/TC 250/SC 3, Brussels.
- Jaspart, J. P. (2000). General Report: Session on Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 55, p. 69-89.
- Keulen, D.C. van; Nethercot, D.A.; Snijder, H.H. and Bakker, M.C.M (2003). Frame analysis incorporating semi-rigid joint action: Applicability of the half initial secant stiffness approach. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 59, p. 1083-1100.
- Levy, C. H.; Figueiredo, L.H.; Gattass, M.; Lucena, C. and Cowan, D. (1995). *IUP/LED: A Portable User Interface Development Tool*. Software: Practice & Experience.
- Martha, L. F. and Parente Jr., E. (2002). An Object-Oriented Framework for Finite Element Programming. *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics*, IACM, Vienna, Austria.
- Martha, L. F. (1999). FTOOL: A Structural Analysis Educational Interactive Tool. *Proceedings of the Workshop in Multimedia Computer Techniques in Engineering Education*, Technical University of Graz, Austria, p. 51-65.

- Silva, L. S. and Coelho, A. G. (2001). A analytical evaluation of the response of steel joints under bending and axial force. *In: Computers & Structures*, v. 79, p. 873-881.
- Silva, L. S.; Coelho, A.G. and Neto, E. L. (2000). Equivalent Post-Buckling Models for the Flexural Behaviour of Steel Connections. *In: Computers & Structures*, v. 77, p. 615-624.
- Steenhuis, M.; Gresnigt, N. and Weynand, K. (1994). Pre-Design of Semi-Rigid Joints in Steel Frames. *Proceedings of the Second State of the Art Workshop on Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections*, Prague, Czech Republic, p. 131-140.

A non-linear system for semi-rigid steel portal frame analysis

Abstract

This paper describes in detail a system, FTOOL/SRC, developed for non-linear structural analysis of semi-rigid steel frames. The system simulates the semi-rigid connection enabling parametric analysis to be made in a simple and compact form. The system is based on efficient external solver FEMOOP (Martha and Parente 2002) and graphical interfaces. A connection finite element, Del Savio (2004), was also implemented. The aim of this paper is to illustrate the performance of the FTOOL/SRC system focusing on the newly conceived object oriented data structure.

Keywords: structural engineering, semi-rigid connections, steel structures, non-linear analysis, computational modelling, object oriented programming philosophy.

1 Introduction

The continuous search for a more realistic structural modelling has long been pointing out to a proper consideration of its related non-linear effects. Recent investigations indicated that the non-linear semi-rigid connection response significantly affect the structural behaviour. These were the main motivations for the development of a structural system FTOOL/SRC, based on an earlier program, FTOOL (1999) (Two-dimensional Frame Analysis Tool Program). The new system performs non-linear analysis of semi-rigid steel frames enabling parametric analysis to simulate the semi-rigid connection to be made in a simple and compact form. The system incorporates the use of an efficient graphical interface and the an external solver.

A connection finite element, Del Savio (2004), was also implemented and employed for non-linear structural semi-rigid analysis. This element enables a plastic hinge analysis to be performed on the structural connections and bars for any type of loading.

2. Joint finite element formulation

The proposed joint finite element, Del Savio (2004), Fig. 1, has the main aim of modelling semi-rigid connections in linear and non-linear structural analysis.

The stationery potential energy principle was used to formulate the joint element stiffness matrix and the corresponding equilibrium equations. The continuum total potential energy functional was selected, Π , expressed in two parts: Equation (1), where U is the strain energy and V is the work performed by the external forces. The strain energy, U , can be expressed in terms of the spring stiffness and their respective relative displacements as: Equation (2), in which: $\Delta_x = u_1 - u_2$, $\Delta_y = v_1 - v_2$ and $\Delta_z = \theta_1 - \theta_2$. The external forces work is: Equation (3), where the subscripts 1 and 2 are related to the initial and final nodes, while P , Q and M represent respectively the axial, transverse and moment forces. Applying the total potential energy principle the equilibrium equations can be determined from the stationary condition of the functional Π . Finally the stiffness matrix and the internal loading vector can be derived from the strain energy, Equation (2): Equations (4) and (5).

The joint element non-linear formulation was developed in a total Lagrangian referential using a displacement corotational approach. The stiffness matrix and the internal load vector are evaluated on the total natural displacement space, i.e., referenced to a continuously updated axis system, Figure 2. The total natural displacement vector has three parts: Equation (6) as can be seen in Figure 2: The rigid body rotation, θ_r , can be evaluated through: Equation (10). A classic Bernoulli beam element, with two nodes was used to define the total potential energy in terms of total natural displacements. Linear interpolations were used to evaluate the displacements u and v , and the rotation θ : Equation (11).

The curvature k , the shear strain γ , and the axial deformation ε are defined by: Equations (12), (13) and (14). The strain energy, U , can be expressed in terms of the spring stiffnesses and the total natural displacements as: Equation (15). The external forces work can be written as: Equation (16). Using the Strain energy equation (15) the stiffness matrix and the internal load vector could be obtained in terms of corotational coordinates: Equations (17) and (18). Finally, the internal load vector and the element stiffness matrix, in global coordinates, can be obtained by applying successive differentiations i.e.: Equations (19) and (20).

3. Implementations

The FEMOOP program (Martha and Parente 2002, Finite Element Method – Object Oriented Program), created in 1991, was based on the object oriented philosophy. Since then program have been widely used enabling its expansion to solve thermal analysis, non-linear analysis among others. The overall class organization of the FEMOOP (Martha and Parente 2002) system is depicted in Figure 3.

The Control class is an abstract base class that provides a common interface for solving algorithms. The current hierarchy of the *Control* class is shown in Figure 4. *The Finite Element Model* class represents the numerical discretization of the model into finite elements. *The Node* class basically stores the nodal data read from the input file (coordinates, etc.), as well as some variables computed during the program execution, as the nodal d.o.f. and the current displacements. *Material* is an abstract base class that provides a generic interface to handle the different elastic and elasto-plastic materials.

Element is an abstract base class that defines the generic behaviour of a finite element, Figure 5. *The Shape* class holds the geometric and field interpolation aspects of the element (dimension, shape, etc.), while the *Analysis Model* class relates to the differential equation that governs the problem. *The Integration Point* object holds the parametric coordinates and the corresponding weights used for the numerical integration, while the *Constitutive Model* is an abstract class that provides a common interface to different constitutive relations. Finally, the *Load Element* class considers a generic natural boundary conditions and body forces.

In order to include the connection finite element in the FEMOOP (Martha and Parente 2002) program structure the only required steps were: creation of a new class on the Element class hierarchy (Figure 6) and the addition of a new procedure on the file responsible for reading the data inputs. The joint finite element implemented was based on a 2D non-linear co-rotational beam element.

The FTOOL (1999) (Two-dimensional Frame Analysis Tool Program) was conceived in 1991, from a research project of the Computer Graphics Technology Group (Tecgraf/PUC-Rio) and was based on a function library HED (Half-Edge Data Structure), Cavalcanti et al. (1991), for the internal data representation. FTOOL (1999) is a structural analysis system containing, in a single platform, the required tools for an efficient pre and post processing and a fast solving strategy.

The newly implemented version, FTOOL/SRC (Two-Dimensional Frame Non-Linear Analysis Tool Program Incorporating Semi-Rigid Connections), is

focused on solving linear and non-linear semi-rigid steel portal frames inheriting all the FTOOL (1999) functionalities.

The present implementation was centred on: the substitution of the previous data structure (HED, Cavalcanti et al. 1991) for a new object-oriented data structure; enhancing the graphical interface and removing the solver algorithm from the internal structure of the FTOOL (1999) program. Due to the inherent object-oriented philosophy advantages the FTOOL (1999) modules were created using the C++ language centred on maximizing the program code reuse.

FTOOL (1999) is based on a data structure centralized on a topological representation of a planar subdivision. It incorporates an efficient adjacent information data search and also acts as a data structure organizer, Cavalcanti et al. (1991). Figure 7 illustrates the HED (Cavalcanti et al. 1991) data structure communication. The grey and white rectangles represent the main registry names and the pointer variables relating the entities. Figure 8 describes the FTOOL (1999) data structure communication responsible for registering the entity attributes in the HED (Cavalcanti et al. 1991) data structure.

The main reason for changing the FTOOL (1999), data structure, HED (Cavalcanti et al. 1991), was the challenge to create a new simpler data structure, implemented according to the object-oriented philosophy, possessing the same functionalities offered by the HED (Cavalcanti et al. 1991) for beam elements but being capable of dealing with 3D structures, since the HED (Cavalcanti et al. 1991) is limited to 2D elements.

The FTOOL/SRC new data structure communication is depicted in Figure 9. The grey and white rectangles represent, respectively, the class names and the interrelating pointer variables. The class relations, grey-to-grey rectangles indicate an inheritance relation. For instance the Node class inherits the NodalSupport, NodalDisp, NodalSpring and Point classes.

The main characteristics of the main implemented classes, Del Savio (2004), are:

The *DoubleGenericLinkedList* and *Elem* classes possess methods and variables to manipulate a double connected generic list and are responsible for storage and control of all program data. Every class that uses this double connected generic list should declare a pointer to the *Elem* class optimising the search for data stored on the list. This strategy eliminates time-consuming data searches, element by element, by directly accessing it. The FTOOL/SRC program contains several lists: materials, section properties, etc. These lists presented common functionalities that were generalized in the *BaseList*, basic class. This class defines the generic behaviour of the subsequent classes implemented in the program including: MaterialParameters, SectionProperties,

among others. This strategy enables newly created classes from the *BaseList* class only to be focused on their specific and particular methods.

The *Member* class reunites all the required variables and methods for the beam element manipulation storing the nodes adjacent information. The *Node* class possesses all the required variables and methods for the manipulation of a node object. This class contains a list of bars adjacent to a node allowing an efficient adjacent information data search. The *Model* class stores a pointer for the main FTOOL/SRC classes to enable access to any program class. When the program starts this is the first object to be defined.

The new FTOOL/SRC system incorporated new graphical user interface elements using IUP (Levy 1995) elements and functions and LED (Levy 1995) interface elements. Figure 10 illustrates some of the new graphical interface features implemented for the semi-rigid connections pre-processing: the creations of a connection list (connection elements); among others.

Various types of structural analysis were also implemented on the FTOOL/SRC, Figure 12. The user can choose: linear or non-linear analysis, co-rotational 2D beam elements and co rotational or plane connection elements. The solving algorithmic includes Newton-Raphson, Energy and Deformation Controls, Arc Length, among others. FTOOL (1999) uses an internal solver, FRAMOOOP, a simplified version of the FEMOOP (in C language, 1991, Martha and Parente 2002) for linear analysis. In the new strategy, the FTOOL/SRC program was responsible for the pre and post-processing phases, while the FEMOOP (Martha and Parente 2002) program performs the structural analysis.

4. Case studies

Figure 14 depicts a steel portal frame investigated by Steenhuis et al. (1994) to evaluate, on a non-sway structure, the effects of the semi-rigid joints over the frame internal force distribution and associated deformations. The portal frame span and height are six and four metres, respectively. An IPE360 steel profile was used on the beam and columns. The loads consisted on a horizontal load of 25 KN and a uniformly distributed load of 40kN/m. The portal frame deflected shape and associated bending moment distribution is present in Figure 14. The frame was modelled using half of the joint tangent stiffness as the joint secant stiffness, EUROCODE 3 (1998). The joint stiffness were: 35, 60, 130kNm/mrad and a rigid joint.

A second set of results, Brito (2001), was centred on the proposal and validation of a simplified model for semi-rigid beam to column connections using the Ansys program. The authors used a linear joint stiffness and performed a non-linear elastic portal frame analysis.

The portal frame results are expressed in terms of a moment versus joint stiffness graph, Figure 15 for the upper left corner (M_A), beam centre span (M_B) and upper right corner (M_C), respectively. Horizontal and vertical displacement versus stiffness curves for the upper left corner (d_h) and beam centre span (d_v), are also illustrated on Figure 16. Generally the bending moment and displacements obtained with the present formulation were similar to Steenhuis et al. (1994) results and better than Brito (2001), depicting the adequacy of the proposed joint element.

Comparisons were made with Keulen et al. results (2003), using full moment versus rotation curves and a bi-linear approximation. This approximation uses a well-known simplified joint representation named half initial secant stiffness method. A steel portal frame spanning 7.2 metres and having 3.6 metres of height, Figure 17, was investigated, Keulen et al. (2003). The beam and column sections used, IPE360 and HEA260 profiles. The adopted joint (bolted flush endplates, Figure 17) and element moment versus rotation curves are presented in Figure 18.

The horizontal load αF usually represents wind load, but can also be used to consider imperfections affecting the second order effects. The α -factors ranged from 0.1 to 0.5. The load w is equal to 1/6 of the vertical load F . The curves depicted in Figure 19 represent the three earlier mentioned analyses. The first two curves were made by Keulen et al. (2003) while the third used the proposed joint elements. The Keulen et al. (2003) analysis comprised:

- *Reference Analysis* comprised a second-order elastic-plastic frame analysis using the ANSYS version 5.5. Plastic hinges in the beams were modelled using rotational spring elements at locations where plastic hinges were expected to occur. Figure 18 illustrates the spring properties used for the base joints, eaves joints and the beam springs.

- *Half Initial Secant Stiffness Approach*, modelling the portal frame using a bilinear moment versus rotation curve considering half of the joint secant initial stiffness.

Figure 19 depicts, for the considered values of the α factor (0.1, 0.15, 0.2, 0.3 e 0.5), that the displacements obtained with the proposed formulation are similar to Keulen et al. (2003) results demonstrating, once more, the adequacy of the proposed joint element, Del Savio (2004).

5. Final remarks

Linear and non-linear analysis methods as well as a joint finite element for semi-rigid portal frames proposed by Del Savio (2004) were implemented with success using the numerical solver present in the FEMOOP (Martha and

Parente 2002) program. One of the main contributions of this new formulation was its data structure, developed in the C++, with an object-oriented philosophy.

Other implementation key points were: the fully integration of the FTOOL/SRC program to related systems; program easy maintenance and expansion; code reuses enabling the adoption of generic procedures and a simple and efficient user friendly graphical interface.

The proposed formulation was validated through structural models present in literature. Comparisons made on semi-rigid portal frame structures led to very similar results when compared to Steenhuis et al. (1994) and better results than Brito (2001). The modification of the joint element stiffness matrix, when used in a non-linear structural analysis produced results close to the *Reference Analysis* (Keulen et al. 2003), and better than the *Half Initial Secant Stiffness Approach* (Keulen et al. 2003).