Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural

ASAEE
Associação Sul-Americana de Engenharia Estrutural

Evaluación de los límites superiores e inferiores de la propensión a la falla de un sistema

Arturo J. Bignoli[1]

Trabalho recebido em 05/06/2004 e aprovado para publicação em 28/03/2005.

Resumen

La propensión a la falla estructural es un acontecimiento incierto. La falla es definible con certeza. Puede tener consecuencias importantes sobre la vida y los bienes materiales de los hombres. La forma de superar la incertidumbre es mediante la consulta *a expertos en el problema del tipo que se investiga*. Se supone la existencia de *circunstancias* (variables X, del nivel más bajo) que pueden originar *situaciones* (variables Y, del nivel intermedio) que generan una cierta *propensión a la falla* (variable Z, del nivel más elevado). Elegido el *escenario* dentro de un *universo cerrado*, los expertos establecen, con una suerte de consenso, cuales son las variables X; Y; Z que generan un *árbol jerárquico*, que es la ley del proceso que lleva de X a Z, y que puede reemplazarse por una *supermatriz de incidencias* que mediante operaciones tipo (maxmin) (minmax) (minmin) y (maxmax) permiten, dado un conjunto de circunstancias X llegar a los valores de Z, límites superiores e inferiores de la propensión a la falla estructural (P.F.). Sólo se emplean *números naturales* (NN) ó *reales positivos* (NR+). El procedimiento no incluye operaciones matemáticas propiamente dichas sino solamente las mencionadas que toman las formas conocidas de: *extensiones cilíndricas* (según X o Y); *intersecciones* (con la matriz (XY) o (YZ) (mayores o menores valores según corresponda); *proyecciones* de mayores o menores valores según corresponda que dan las Y o las Z. El procedimiento es fácilmente programable. Se incluye un ejemplo numérico.

Palabras clave: falla estructural, processo, árbol jerárquico, holón, incidencies.

[1] Presidente de la Academia Nacional de Ingeniería. Investigador de la Universidad Nacional del Comahue. Av. Quintana 585 3º A (1129), Buenos Aires, República Argentina. E-mail: arturobignoli@fibertel.com.ar

1. Introducción

Formamos parte de un universo (nosotros y lo que nos rodea) y tenemos ideas que corresponden a cada *ente* del mismo; material o inmaterial; real o virtual y pensamos que las ideas se forman a partir de la percepción de dicho universo con nuestros sentidos internos y externos mediante el proceso que ilustra la Figura 1.

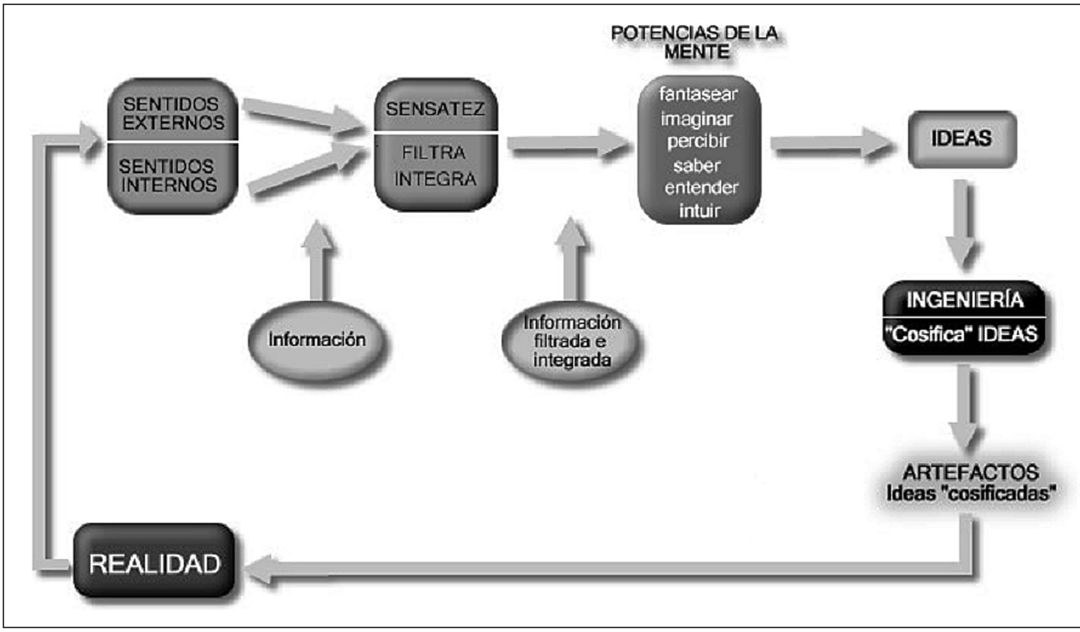


Figura 1: Proceso de formación de ideas

Según las "potencias mentales" que podamos poner en juego, nuestras ideas son solamente productos de nuestra *fantasía* o de otras potencias más, puestas en juego (Bignoli 2001, Bignoli et al. 2002).

La Fig. 2 que ilustra con diagramas de Venn y gran economía de lenguaje, lo que podemos calificar de "inventos", "descubrimientos", "intuición", "entendimiento" o "evidencia"; esta última como el más alto grado del *"saber"*.

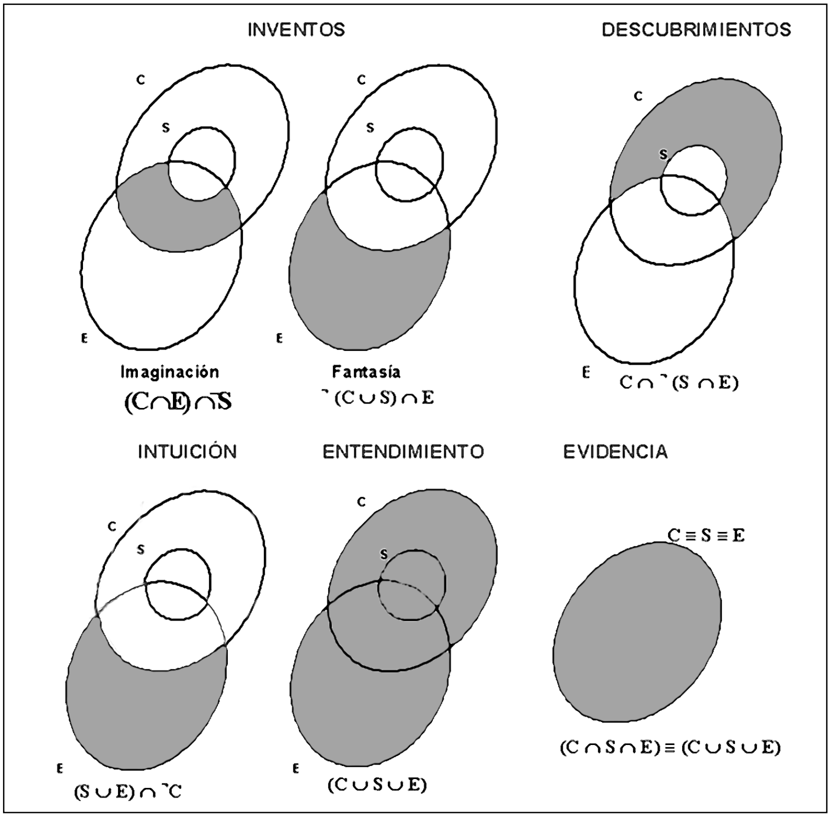


Figura 2: Las potencias de la mente

Naturalmente apuntamos a lograr ideas que permitan el “entendimiento” de algo, que nunca llegará al grado de certeza; sabemos que siempre hay *incertidumbres*.

Dentro de esa realidad que integramos y que llamamos *universo* (U), hay una parte de la que no conocemos siquiera la existencia de los entes que la forman. No tenemos idea de los mismos. Es lo “desconocido” o “ignorado”. También hay otra parte, que llamamos “universo abierto” (UA) Figura 3 en la que encontramos entes de los que tenemos ideas con *diferentes grados de incertidumbre*. Decimos que es “gran incertidumbre” si solo conocemos la “existencia” e los mismos pero “no sabemos ni entendemos” nada de ellos. Decimos que es “incertidumbre media” si conocemos pero “no sabemos ni entendemos lo necesario”. Es “pequeña incertidumbre” si “conocemos” o “sabemos” o “entendemos” y “mínima incertidumbre” si “conocemos” y “sabemos y entendemos”.

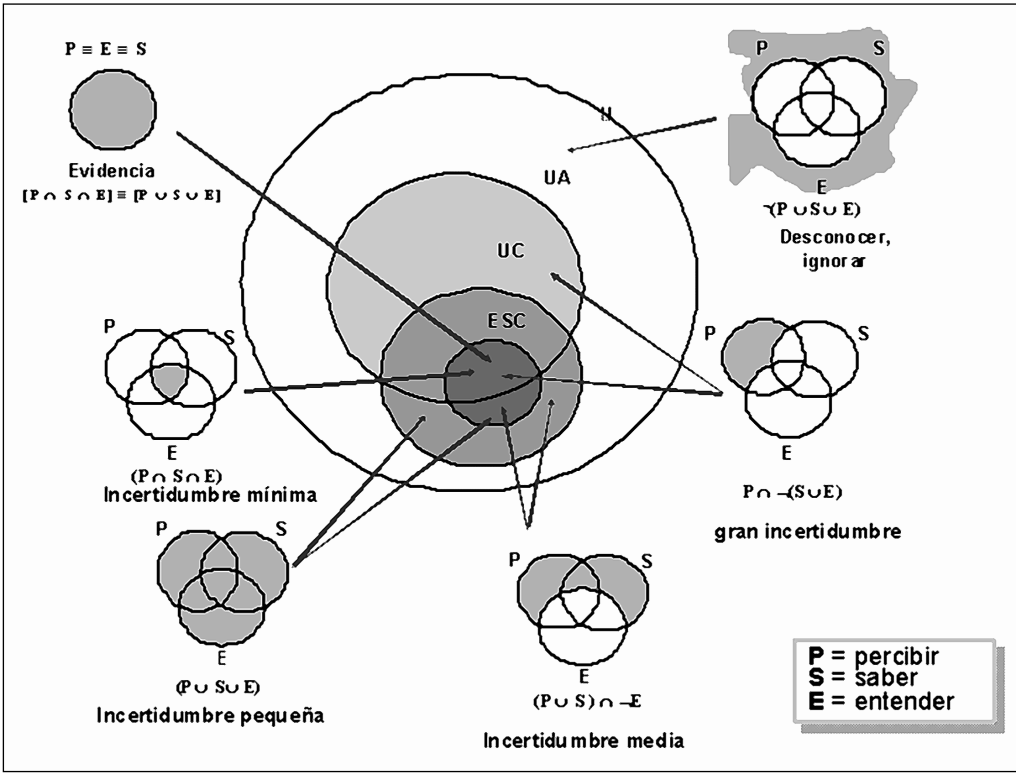


Figura 3: Grados de incertidumbre

Lo llamamos (UA) "universo abierto" pues su frontera o límite puede variar invadiendo a (U), a medida que conozcamos o sepamos o entendamos más.

Dentro de este (UA), para determinados problemas podemos considerar un universo cerrado (UC) que puede sobrepasar los límites del (UA) en parte, gracias a nuestra imaginación, fantasía o intuición.

En el, la incertidumbre será menor que en (UA).

Por fin, para un determinado problema, consideramos un *"escenario"* contenido en (UC). Elegido el *"escenario",* solo existen los entes que están dentro del mismo. Lo que quedó fuera con motivo de nuestra elección, es como si ya no existiera. Habrá más o menos incertidumbre según los entes elegidos.

Diferentes sujetos tienen diferentes ideas respecto de los entes ubicados en el *escenario* y por ello decimos que sus *ideas* son *subjetivas*. Entendemos por idea "la representación que se forma la mente sobre cualquier cosa". La *"subjetividad"* se origina en la incertidumbre y por lo tanto el *entendimiento* y las *ideas* de cada sujeto son cuestionables. La única manera posible de reducir la incertidumbre es reduciendo la *subjetividad*. Para ello recurrimos a ideas de expertos, que se supone no son iguales y pueden llegar a un *consenso*, que ya no es subjetivo sino *objetivo* y menos incierto que las ideas individuales.

Entendemos por experto alguien que puede probar haber resuelto con éxito una cantidad suficiente de problemas iguales al que se afronta, durante largo tiempo y hasta el presente.

El *consenso* de los expertos es una idea aceptada por *todos* ellos aunque pueda diferir de las de cada uno de ellos.

2. El proceso

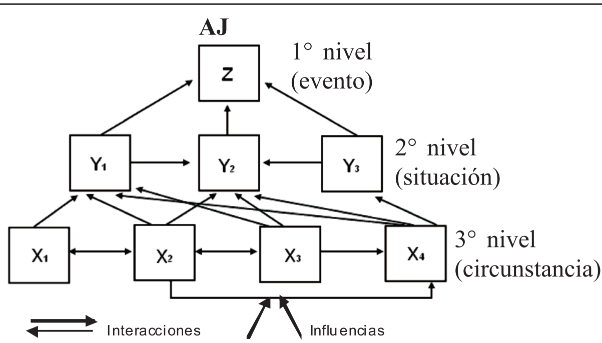
Un proceso es un conjunto de *acontecimientos sucesivos* que terminan en un *resultado* o *evento*. Los acontecimientos pueden ser sucesos naturales o antrópicos.

A los acontecimientos sucesivos y al resultado los denominamos "holones" (Koestler 1967). Los "holones" pueden ser "partes" o "todos" de un proceso. La calificación de cada holón, puede a su vez ser el resultado de un proceso.

Representamos al proceso mediante un *Árbol Jerárquico* (A.J.) o su correspondiente *supermatriz de incidencias* (S.M.I.) Figura 4.

3. Propensión a fallar (PF)

El proceso del que nos ocuparemos en este trabajo tiene por objeto establecer la *"propensión a fallar"* (P.F.) de una construcción. Es un proceso en el que los acontecimientos son sumamente inciertos así como sus interacciones e influencias, razón por la que recurrimos a las opiniones de tres expertos con las que intentamos obtener un límite superior y otro inferior de (P.F.).



SMI

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Z
X_1	10							∅
X_2		10						∅
X_3			10					∅
X_4				10				∅
Y_1	∅	∅	∅	∅	10			
Y_2	∅	∅	∅	∅		10		
Y_3	∅	∅	∅	∅			10	
Z	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	10

Circunstancias	Situaciones	Evento
X_1: escenario **X_2**: Acc. externa **X_3**: Acc. antróp. **X_4**: Estado estructural	**Y_1**: peligro falla **Y_2**: riesgo falla **Y_3**: Acción. Desencadenante	**Z**: propensión a **fallar**

Figura 4: Árbol Jerárquico (A.J.)

Las submatrices *ubicadas en la diagonal principal de la supermatriz de incidencias (XX); (YY); (ZZ) son de interacción* entre las variables de cada nivel del árbol jerárquico y la ubicadas por sobre dicha diagonal (XY) (YZ) de *influencia de cada nivel del Árbol jerárquico sobre el inmediato superior*. Las otras matrices son vacías (XZ) (YX). Luego veremos que a partir de los datos del problema (todas las matrices mencionadas mas los valores de las importancias de las Xi (i = 1...m)) se podrá llegar a obtener la matriz (XZ) que por ahora es vacía.

Las operaciones a realizar son las indicadas en las Fórmulas (1) y (2) que siguen:

$$\underbrace{(XX)^0 \circ (XX)^0}_{(XX)^1} \circ (XY)^0 \circ \underbrace{(YY)^0 \circ (YY)^0}_{(YY)^1} = (XY)^1$$

$$(XX)^1 \circ (XY)^0 \circ (YY)^1 = (XY)^1 \qquad (X) \circ (XY)^1 = (Y)$$

$$(YY)^1 \circ (YZ)^0 \circ (ZZ)^1 = (YZ)^1 \qquad (Y) \circ (XY)^1 = (Z) \tag{1}$$

$$(X) \circ (XY)^1 \circ (YZ)^1 = (Z)$$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} (XY)^1 \circ & (YZ)^1 = & (XZ)^1 \\ (4x3) & (3x1) & (4x1) \end{array}} \qquad \boxed{(XY)^1 \circ (YZ)^1 = (XZ)^1} \tag{2}$$

En estas Fórmulas, los índices ^{0} indican "valor inicial" y los índices ^{1} "valor corregido".

Los "puntos blancos" indican "convolución". Las operaciones de corrección, como por ejemplo $((XX)^0 {}_{o} (XX)^0 = (XX)^1$, pueden realizarse como se indica en Kaufmann and Gil Aluja (1987).

Obsérvese que todos los "holones" (Koestler 1967) tienen nombres. Sus valores y los de sus incidencias sobre otros holones (interacciones o influencias) se califican con números naturales obtenidos de la escala de la Tabla 1 que interpreta numéricamente los valores lingüísticos (formas adverbiales) inciertos que allí aparecen.

Tabla 1: Valores de importancias e Incidencias

Despreciable	0
Muy pequenõ	1
Menos que pequenõ	2
Pequenõ	3
Menos que medio	4
Medio	5
Más que medio	6
Grande	7
Más que grande	8
Muy grnade	9
Enorme	10

Para "calificar" conviene usar los valores 1; 5; 9 o 3; 5 y 7 y el resto para interpretar los resultados.

También pueden usarse todos los valores de Tabla 1.

3.1 Las Matrices (incidencias y dependencias)

Como ya se dijo, en la diagonal principal de la S.M.I. se ubican las matrices de interacción (cuadradas, reflexivas, pero no necesariamente simétricas respecto de sus diagonales principales). Tales son las $(XX)^0$; $(YY)^0$; $(XX)^0$. Calificando con Tabla 1, los términos de la diagonal (interacción entre X; Y o Z consigo mismas) tienen evidentemente valor 10 en todo caso.

Por encima de la diagonal principal, están las matices de *influencia* de los holones de un nivel sobre los del que tiene encima únicamente (rectangulares en general) sus valores también se califican con la Tabla 1.

Debajo de la diagonal principal la (SMI) está vacía (YX) = ∅; (ZY) = ∅, pues *no hay influencias de arriba hacia abajo.*

En particular la matriz (XZ) = ∅ aparece como vacía porque indicará las influencias del primer nivel sobre el tercero lo que puede calcularse solamente conociendo los valores del segundo nivel, con la expresión (2).

Todos los elementos de las matrices de interacción y de influencia pueden expresarse como condicionales. Por ejemplo, en una matriz de interacción entre las X, en el cruce de la fila **i** con la columna **j** se escribe (Xj/Xi) que se lee "valor de Xj dado Xi". Es (Xi/Xj) ≠ (Xj/Xi).

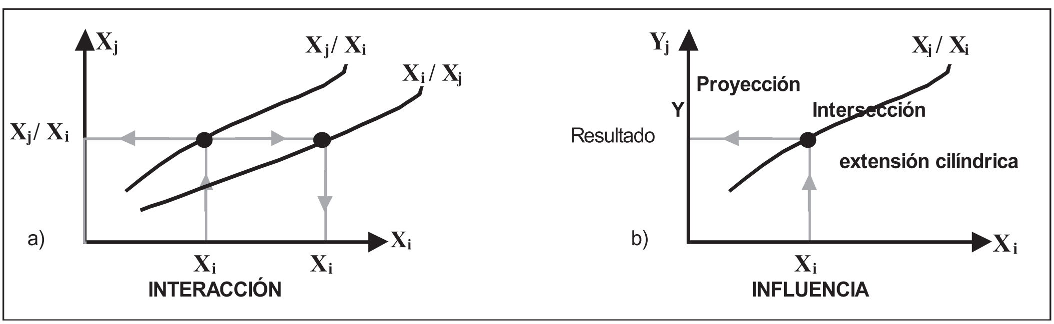


Figura 5: Interacción e influencias interpretadas determinísticamente

Determinísticamente, la Figura 5 a) ilustra cual sería la situación para el caso de **interacciones** y la Figura 5 b) para el de *influencias*.

Los valores (Xj/Xi); (Yj/Yi); (Yj/Xi) o (Zp/Yj) se supone que son dados subjetivamente por cada uno de los expertos, es decir que habrá 3 (SMI), una para cada experto.

Estas (SMI) son la Ley del Proceso, las que dan el valor de (Z) = (PF) y de las situaciones (Yj = (Xi) o (Yj/Xi) para cualquier grupo de circunstancias (Xj).

Los valores de *interacciones* e *influencias* tienen los siguientes valores extremos:

$$\left.\begin{array}{l} 0 \leq (Xi/Xj) \leq 10 \\ \\ 0 \leq (Yj/Xi) \leq 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} i = m \\ \\ i = 1 \end{array} \quad \text{Para } (i = j)\ (Xi/Xi) = 10\text{, evidentemente} \qquad (3)$$

Las funciones (Yj/X) (Yh/X) son las que dan Yj ó Yh para valores de (X).

Cada experto, para cada problema, dado que estas funciones son desconocidas, dará intuitivamente o por experiencia, los valores de (Y/X) correspondientes a cada Y. Esto equivale a tomar las Xi como factores de ponderación de las Y/Xi que se dan en cada caso. Es decir, que a un cierto proceso corresponde a un árbol jerárquico único que es la “ley del proceso”, valido para cualquier valor de las circunstancias (Xi).

4. La búsqueda de los límites de (PF)

Las convoluciones que aparecen en *(1)* y *(2)* indicadas con “puntos blancos”, si usamos los símbolos $\wedge$ para “el menor de dos valores” y $\vee$ para “el mayor de dos valores”, pueden ser de los cuatro tipos siguientes:

mín-mín: $(\wedge\wedge)$ el *menor* de los *menores* de cada par de valores.
máx-mín: $(\vee\wedge)$ el *mayor* de los *menores* de cada par de valores.
mín-máx: $(\wedge\vee)$ el *menor* de los *mayores* de cada par de valores.
máx - máx: $(\vee\vee)$ el *mayor* de los *mayores* de cada par de valores.

Para aclarar ideas veamos un ejemplo de aplicación de las cuatro convoluciones a dos matrices:

$(X) = (X_1 = 2 \,;\, X_2 = 4 \,;\, X_3 = 8 \,;\, X_4 = 5)$
$(Y/X) = [(Y/X_1) = 3 \,;\, (Y/X_2) = 2 \,;\, (Y/X_3) = 5 \,;\, (Y/X_4) = 5]$
$(X)\ (\wedge\wedge)\ (Y/X) = 2 = Y_{(\wedge\wedge)}$
$(X)\ (\vee\wedge)\ (Y/X) = 5 = Y_{(\vee\wedge)}$
$(X)\ (\wedge\vee)\ (Y/X) = 3 = Y_{(\wedge\vee)}$
$(X)\ (\vee\vee)\ (Y/X) = 8 = Y_{(\vee\vee)}$

límites límites

El promedio ponderado es

$Y = [(2 \times 3) + (4 \times 2) + (8 \times 5) + (5 \times 5)] / (3 + 2 + 5 + 5) = 5{,}266$

Utilizando solamente los valores 1; 5 y 9 para calificar:
$(X) = (X_1 = 1 \,;\, X_2 = 5 \,;\, X_3 = 9 \,;\, X_4 = 5)$
$(Y/X) = [(Y/X_1) = 5 \,;\, (Y/X_2) = 1 \,;\, (Y/X_3) = 5 \,;\, (Y/X_4) = 5]$

$Y_{(\wedge\wedge)} = 1 \qquad Y_{(\vee\wedge)} = 5 \qquad Y_{(\wedge\vee)} = 5 \qquad Y_{(\vee\vee)} = 9$

(límites próximos)

(límites lejanos)

En un caso de 4X y 2Y y 1Z las operaciones de *extensión cilíndrica, intersección de* *$(\wedge)$ o de $(\vee)$* **y** *proyección* de $(\wedge\wedge)$ $(\vee\wedge)$ $(\wedge\vee)$ $(\vee\vee)$ se ilustran en perspectiva (Fig. 6).

$$\textit{Intersección}\begin{cases}(\wedge)\begin{cases}(\wedge\wedge)\text{ búsqueda de mín mín}\\(\vee\wedge)\text{ búsqueda de máx mín}\end{cases}\\[1em](\vee)\begin{cases}(\wedge\vee)\text{ búsqueda de mín máx}\\(\vee\vee)\text{ búsqueda de máx mín}\end{cases}\end{cases}$$

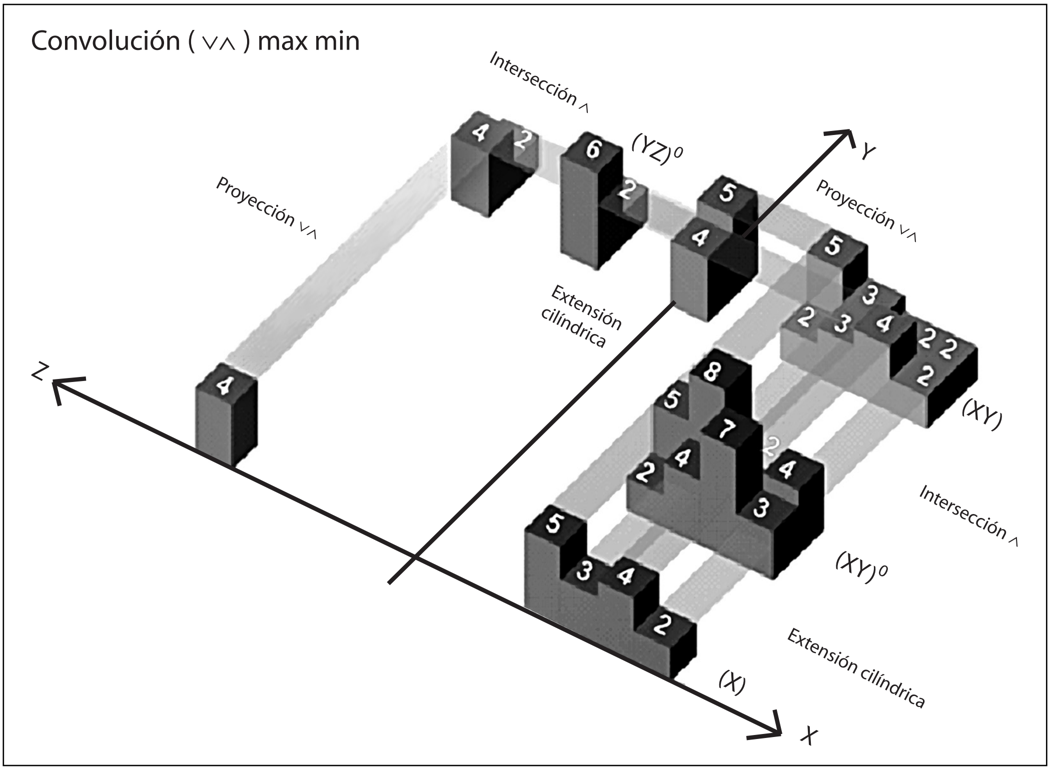


Figura 6: Perspectiva de las operaciones (caso max min)

5. Ejemplo numérico.

Nos referimos a la (SMI) y al (AJ) de Figura 4 que suponemos han sido obtenidos por consenso de 3 expertos (Bignoli et al. 2002).

Se inicia con la denominación de los “holones”. Las Xi (i = 1 ... 4) son las circunstancias que cada experto evalúa independientemente (Tabla 2).

Tabla 2: Calificación de las circunstancias

Exp.	X_1	X_2	X_3	X_4
1	1	9	5	5
2	2	9	6	5
3	3	7	5	7
m.Xi	1	7	5	5
M Xi	3	9	6	7

m = menor M = mayor

Como Z = (P.F.) = "Propensión a fallar", los valores de Xi serán mayores cuanto mas propendan a provocar la falla estructural, según el criterio de los expertos. Así X_1 es muy grande ($X_1 = 9$) si el escenario es propicio para que se produzca (P.F.). En cambio si X_1 no es propicio para que (P.F.) ocurra, es calificado $X_1 = 1$ y así los otros.

Pueden utilizarse todos los valores de Tabla 1 pero es aconsejable emplear para los "datos" del problema solamente (1; 5; 9) ó (3; 5; 7) por razones prácticas. Es muy difícil, por ejemplo, establecer la diferencia entre "muy pequeño" y "menos que pequeño".

En Tabla 2 el Exp. 1 ha usado el criterio (1; 5; 9); el Exp. 2 todos los valores y el Exp. 3 el criterio (3; 5; 7).

Se observa que el escenario (X_1) no es propicio ($1 < X < 3$) para que se produzca la falla. En cambio sí lo son las "acciones externas" $7 < X_2 < 9$ (cargas y sobrecargas). Las "acciones antrópicas" (uso, reparaciones, mantenimiento) son medios o poco menos y su influencia sobre (P.F.) ($5 < X_3 < 6$). El "estado de las estructuras" es calificado con ($5 < X_4 < 7$) luego no es bueno pues su influencia sobre (PF) esta entre media (5) y grande (7).

Con igual criterio los tres expertos llenan las (SMI) independientemente. Por ejemplo puede decirse que el "escenario" interactúa sobre la "acción externa" (vientos, inundaciones, características del suelo, etc.) mucho o poco.

Con igual criterio puede pensarse en las influencias (Y/X), (Z/Y). Así los expertos llenan las (SMI), excluidos los $\varnothing$ que resultan de vectores inexistentes en el (A.J.).

5.1 Datos iniciales de los expertos

Tabla 3: Holones

X_1: escenario	Y_1: peligro de falla	Z. propensión a fallar
X_2: acción externa	Y_2: riesgo falla	
X_3: acción antrópica	Y_3: acción desencadenante	
X_4: estado estructural		

Tabla 4: Incidencias (S.M.I.)

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Z
X_1	10	5	5	5	5	9	1	∅
X_2	5	10	1	5	9	9	∅	∅
X_3	∅	1	10	9	1	5	∅	∅
X_4	∅	∅	∅	10	9	9	9	∅
Y_1	∅	∅	∅	∅	10	9	5	3
Y_2	∅	∅	∅	∅	∅	10	5	5
Y_3	∅	∅	∅	∅	∅	9	10	7
Z	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	10

Experto 1

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Z
X_1	10	6	∅	∅	5	8	2	∅
X_2	4	10	2	5	8	7	∅	∅
X_3	∅	4	10	8	4	6	∅	∅
X_4	∅	∅	∅	10	5	8	7	∅
Y_1	∅	∅	∅	∅	10	8	3	2
Y_2	∅	∅	∅	∅	∅	10	5	7
Y_3	∅	∅	∅	∅	∅	7	10	9
Z	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	10

Experto 2

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Z
X_1	10	5	∅	∅	5	7	3	∅
X_2	3	10	3	5	7	7	∅	∅
X_3	∅	3	10	7	3	5	∅	∅
X_4	∅	∅	∅	10	5	7	7	∅
Y_1	∅	∅	∅	∅	10	7	7	3
Y_2	∅	∅	∅	∅	∅	10	3	5
Y_3	∅	∅	∅	∅	∅	7	10	7
Z	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	10

Experto 3

5.2 El Consenso

Para cada valor de incidencia (interacción o influencia) tomamos *el mayor* o *el menor* de los que han indicado cada uno de los tres expertos y resultan (S.M.I.) de valores mayores (M) y de valores menores (m).

Tabla 5: Consenso

$(\text{S.M.I.})_M$

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Z
X_1	10	6	∅	∅	5	9	∅	∅
X_2	5	10	3	5	9	9	∅	∅
X_3	∅	4	10	9	4	6	∅	∅
X_4	∅	∅	∅	10	9	9	9	∅
Y_1	∅	∅	∅	∅	10	9	7	3
Y_2	∅	∅	∅	∅	∅	10	5	9
Y_3	∅	∅	∅	∅	∅	9	10	9
Z	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	10

$(\text{S.M.I.})_m$

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Z
X_1	10	5	∅	∅	5	5	∅	∅
X_2	3	10	1	5	7	7	∅	∅
X_3	∅	1	10	7	1	5	∅	∅
X_4	∅	∅	∅	10	5	7	7	∅
Y_1	∅	∅	∅	∅	10	7	3	1
Y_2	∅	∅	∅	∅	∅	10	3	5
Y_3	∅	∅	∅	∅	∅	7	10	7
Z	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	10

$\Delta(\text{SMI}) = (\text{SMI})_M - (\text{SMI})_m$ límites del consenso

Δ(SMI)

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Z
X_1	0	1	∅	∅	∅	4	∅	∅
X_2	2	0	2	0	2	2	∅	∅
X_3	∅	3	0	2	3	1	∅	∅
X_4	∅	∅	∅	0	4	2	2	∅
Y_1	∅	∅	∅	∅	0	2	4	2
Y_2	∅	∅	∅	∅	∅	0	2	4
Y_3	∅	∅	∅	∅	∅	2	0	2
Z	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	0

Entendemos que *el consenso de los tres expertos consiste en aceptar que cada valor esta incluido entre el mayor y el menor.*

5.3 Obtención de las matrices de influencias (XZ)

$$(XZ) = (XY) \circ (YZ)$$

$$\left.\begin{array}{l} \underset{(4 \times 1)}{(XZ)_M} = \underset{(4 \times 3)}{(XY)_M} \circ \underset{(3 \times 1)}{(YZ)_M} \\ (XZ)_m = (XY)_m \circ (YZ)_m \end{array}\right\} \text{El} \circ \text{ puede ser} \left\{\begin{array}{l} \wedge\wedge \\ \vee\wedge \\ \wedge\vee \\ \vee\vee \end{array}\right.$$

Tenemos 8 matrices (XZ) a saber:

$(XZ)_{M(\wedge\wedge)}$ $(XZ)_{M(\vee\wedge)}$ $(XZ)_{M(\wedge\vee)}$ $(XZ)_{M(\vee\vee)}$

$(XZ)_{m(\wedge\wedge)}$ $(XZ)_{m(\vee\wedge)}$ $(XZ)_{m(\wedge\vee)}$ $(XZ)_{m(\vee\vee)}$

Tabla 6: Matrices (XZ)

$(XZ)_{M(\wedge\wedge)}$	$(XZ)_{M(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{M(\wedge\vee)}$	$(XZ)_{M(\vee\vee)}$	$(XZ)_{m(\wedge\wedge)}$	$(XZ)_{m(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{m(\wedge\vee)}$	$(XZ)_{m(\vee\vee)}$
0	9	5	9	0	5	5	7
3	9	9	9	0	5	7	7
0	6	5	9	0	5	1	7
3	9	9	9	1	7	5	7

5.4 Obtención de los valores de Z

Con $X_m = [1; 7; 5; 5]$ y $X_M = [3; 9; 6; 7]$

$\Delta X = [2; 2; 1; 2]$

Podemos obtener con las 8 matrices (XZ) 16 valores de Z que son (el primer subíndice se refiere a la (X) y el segundo a la matriz (XZ)).

Tabla 7: Valores de Z = (P.F.)

$(Z)_{MM(\wedge\wedge)} = 0$	$(Z)_{MM(\vee\wedge)} = 9$	$(Z)_{MM(\wedge\vee)} = 5$	$(Z)_{MM(\vee\vee)} = 9$
$(Z)_{Mm(\wedge\wedge)} = 0$	$(Z)_{Mm(\vee\wedge)} = 7$	$(Z)_{Mm(\wedge\vee)} = 7$	$(Z)_{Mm(\vee\vee)} = 9$
$(Z)_{mM(\wedge\wedge)} = 0$	$(Z)_{mM(\vee\wedge)} = 7$	$(Z)_{mM(\wedge\vee)} = 5$	$(Z)_{mM(\vee\vee)} = 9$
$(Z)_{mm(\wedge\wedge)} = 0$	$(Z)_{mm(\vee\wedge)} = 5$	$(Z)_{mm(\wedge\vee)} = 7$	$(Z)_{mm(\vee\vee)} = 7$

Resulta por lo tanto:
a) Límites lejanos $0 \leq Z \leq 9$
b) Límites próximos $5 \leq Z \leq 7$

6. Corrección de las Super-matrices SMI

6.1 Submatrices de interacción

Antes de realizar las operaciones con las SMI (ver ejemplo numérico) se las puede corregir o ajustar. Cada experto, al evaluar subjetivamente una interacción entre dos variables es probable que tenga presentes esas dos y no otras que por diferentes caminos actúan sobre ellas modificando el valor de dicha interacción, por "efecto olvidados". [Kaufman y Gil Aluja 1987] han mostrado que dichos "efectos olvidados" pueden hacerse aparecer realizando una convolución del tipo $(\vee\wedge)$ de una matriz de interacciones consigo misma. La matriz resultante tiene naturalmente valores mayores o iguales a los de la matriz inicial, es decir que aumenta su *cardinalidad* y por lo tanto la *dependencia* entre las variables.

Pensamos que, de igual modo, pueden corregirse los valores *"sobre valuados"* en la matriz inicial, realizando la convolución $(\wedge\vee)$, es decir buscando los menores valores de los mayores de cada dupla.

Por ejemplo, dada una matriz $(XX)°$ cualquiera pueden obtenerse:

Tabla 8 - Ejemplo de corrección de matrices de interacción

(a)

10	5	2	0
4	10	6	3
5	8	10	0
3	6	4	10

$(XX)°$

(b)

10	5	5	3
5	10	6	3
5	8	10	3
4	6	6	10

$(XX)° (\vee\wedge) (XX)°$

(c)

10	6	4	2
3	10	4	4
3	5	10	5
5	5	2	10

$(XX)° (\wedge\vee) (XX)°$

$|(XX)°| = 87$ $\quad |(XX)° (\vee\wedge) (XX)°| = 99$ $\quad |(XX)° (\wedge\vee) (XX)°| = 88$

Los límites extremos se obtienen con las convoluciones $(\wedge\wedge)$ y $(\vee\vee)$.

	10	0	0	0		10	10	10	10	
	3	10	0	0		10	10	10	10	
(d)	0	0	10	0	(e)	10	10	10	10	
	3	3	2	10		10	10	10	10	

$|(XX)^\circ \wedge\wedge (XX)^\circ| = 51$ $\quad |(XX)^\circ (\vee\vee) (XX)^\circ| = 160$

Dependencias

d(a) = 87/160 = 0,543
d(b) = 99/160 = 0,618
d(c) = 88/160 = 0,550
d(d) = 51/160 = 0,319
d(e) = 160/160 = 1,000

6.1 Submatrices de influencias

Las submatrices de influencia, en general son rectangulares y se ajustan con iguales criterios que en el párrafo anterior, según las formulas (1).

Ejemplos:

a) $(XY)_{\wedge\wedge} = (XX)_{\wedge\wedge} (\wedge\wedge) (XY)^\circ \wedge\wedge (YY)_{\wedge\wedge}$
b) $(XY)_{\vee\wedge} = (XX)_{\vee\wedge} (\vee\wedge) (XY)^\circ \vee\wedge (YY)_{\vee\wedge}$
c) $(XY)_{\wedge\vee} = (XX)_{\wedge\vee} (\wedge\vee) (XY)^\circ \wedge\vee (YY)_{\wedge\vee}$
d) $(XY)_{\vee\vee} = (XX)_{\vee\vee} (\vee\vee) (XY)^\circ \vee\vee (YY)_{\vee\vee}$

Supongamos que las (XX) sean las obtenidas en el párrafo anterior y calculamos los casos b) y c) con una $(XY)^\circ$ cualquiera:

Tabla 9 - Ejemplo de corrección de matrices de influencia

	10	5	5	3		5	9		5	9
(b)	5	10	6	3	$(\vee\wedge)$	8	5	=	8	6
	5	8	10	3		3	7		8	7
	4	6	6	10		2	3		6	6
	$(XX)_{\vee\wedge}$					$(XY)^\circ$			(XY)	

	10	6	4	2		5	9		2	0
(c)	3	10	4	4	$(\vee\wedge)$	8	5	=	4	4
	3	5	10	5		3	7		5	5
	5	5	2	10		2	3		3	5
	$(XX)_{\vee\wedge}$					$(XY)^\circ$			(XY)	

Si vamos en busca del límite inferior usaremos las convoluciones $(\wedge\wedge)$ = min min o $(\vee\wedge)$ = max min. Si, en cambio buscamos el límite superior aplicaremos las $(\wedge\vee)$ = min max o $(\vee\vee)$ = max max. Las $(\wedge\wedge)$ y $(\vee\vee)$ darán límites lejanos de (PF) y las $(\vee\wedge)$ y $(\wedge\vee)$ límites mas próximos y por lo tanto mas ajustados a las necesidades.

Usaremos solamente las $(\vee\wedge)$ y $(\wedge\vee)$.

7. Completando el ejemplo numérico del párrafo 5.

Podemos corregir: la (S.M.I.) de cada experto y luego obtener $(S.M.I.)_M$ y $(S.M.I)_m$ o corregir las $(S.M.I.)_M$ y $(S.M.I)_m$ que resultan de las (S.M.I.) de cada experto sin corrección como se hace en 7.1 y 7.2 que siguen.

7.1 Corrección de las S.M.I. de cada experto

Son las matrices $(XZ)_{\vee\wedge}$ y $(XZ)_{\wedge\vee}$ para cada experto, es decir seis matrices en total.

Tabla 10 - Límites de consenso

Experto 1		Experto 2		Experto 3	
9	9	6	6	5	5
9	9	7	5	7	5
9	5	7	7	7	7
9	5	7	5	7	5
$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{(\wedge\vee)}$	$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{(\wedge\vee)}$	$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{(\wedge\vee)}$

De las seis matrices obtenemos dos:

5	9
5	9
5	9
5	9
$(XZ)_m$	$(XZ)_M$

que con mXi y MXi dan:

	X_1	X_2	X_3	X_4
mX_i	1	7	5	5
MX_i	3	9	6	7

$(X)_{m\,(\vee\wedge)}\,(XZ)_m = Z_{mm(\vee\wedge)} = 5$

$(X)_{m\,(\wedge\vee)}\,(XZ)_m = Z_{mm(\wedge\vee)} = 5$

$(X)_{m\,(\vee\wedge)}\,(XZ)_M = Z_{mM(\vee\wedge)} = 7$

$(X)_{m\,(\wedge\vee)}\,(XZ)_M = Z_{mM(\wedge\vee)} = 9$

$(X)_{M\,(\vee\wedge)}\,(XZ)_m = Z_{Mm(\vee\wedge)} = 5$

$(X)_{M\,(\wedge\vee)}\,(XZ)_m = Z_{Mm(\wedge\vee)} = 5$

$(X)_{M\,(\vee\wedge)}\,(XZ)_m = Z_{MM(\vee\wedge)} = 9$

$(X)_{M\,(\wedge\vee)}\,(XZ)_m = Z_{MM(\wedge\vee)} = 9$

7.2 Corrección de las $(S.M.I.)_M$ y $(S.M.I)_m$ que resultan de las (S.M.I.) de cada experto sin corrección

De las 6 (XZ) de 7.1 obtenemos 4, separando las de $\vee\wedge$ de las de $\wedge\vee$.

Tabla 11 - Límites de consenso

Exp. 1	Exp. 2	Exp. 3	M	m
9	6	5	9	5
9	7	7	9	7
9	7	7	9	7
9	7	7	9	7
$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)^{M}_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)^{m}_{(\vee\wedge)}$

Exp. 1	Exp. 2	Exp. 3	M	m
9	6	5	9	5
5	5	7	7	5
5	7	7	7	5
5	5	7	7	5
$(XZ)_{(\wedge\vee)}$	$(XZ)_{(\wedge\vee)}$	$(XZ)_{(\wedge\vee)}$	$(XZ)^{M}_{(\wedge\vee)}$	$(XZ)^{m}_{(\wedge\vee)}$

$(X)_m (\vee\wedge) (XZ)^m_{\vee\wedge} = 5$	$(X)_M (\vee\wedge) (XZ)^m_{\vee\wedge} = 7$	$(X)_m (\vee\wedge) (XZ)^M_{\vee\wedge} = 7$
$(X)_m (\wedge\vee) (XZ)^m_{\wedge\vee} = 5$	$(X)_M (\wedge\vee) (XZ)^m_{\wedge\vee} = 5$	$(X)_m (\wedge\vee) (XZ)^M_{\wedge\vee} = 7$
$(X)_M (\vee\wedge) (XZ)^M_{\vee\wedge} = 9$	$(X)_m (\vee\wedge) (XZ)^M_{\vee\wedge} = 7$	$(X)_M (\vee\wedge) (XZ)^m_{\vee\wedge} = 7$
$(X)_M (\wedge\vee) (XZ)^M_{\wedge\vee} = 9$	$(X)_m (\wedge\vee) (XZ)^M_{\wedge\vee} = 7$	$(X)_M (\wedge\vee) (XZ)^m_{\wedge\vee} = 5$

7.3 Corrección de las $(S.M.I)_M$ y $(S.M.I.)_m$ del párrafo 5.3

Resumen de valores:

M		m	
9	5	5	5
9	6	5	5
9	9	7	5
9	6	7	5
$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{(\wedge\vee)}$	$(XZ)_{(\vee\wedge)}$	$(XZ)_{(\wedge\vee)}$

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_m	1	7	5	5
X_M	3	9	6	7

(X)	(XZ) =	Z	(X)	(XZ) =	Z	(X)	(XZ) =	Z
m	$(\vee\wedge)$ =	5	M	$(\vee\wedge)$ =	7	m	$(\vee\wedge)$ =	7
m	$(\wedge\vee)$ =	5	M	$(\wedge\vee)$ =	5	m	$(\wedge\vee)$ =	5
M	$(\vee\wedge)$ =	9	m	$(\vee\wedge)$ =	7	M	$(\vee\wedge)$ =	7
M	$(\wedge\vee)$ =	9	m	$(\wedge\vee)$ =	5	M	$(\wedge\vee)$ =	6

8. Comparación de los resultados Z = (PF)

a) Valores Z de cada experto.
b) Valores M y m de los 3 expertos sin corrección.
c) Con corrección ($\vee\wedge$) ($\wedge\vee$) valores de los 3 expertos y luego M y m.
d) Con corrección de M y m de (b).
e) Comparación a) b) c) y d).

8.1 Valores de Z = PF de cada experto

Calculando los valores de Z = P.F. para cada experto con las Xi (i = 1 … 4) y la SMI por el fijados se tiene:

Experto 1
$X_1 = 1$; $X_2 = 9$; $X_3 = 5$; $X_4 = 5$
Con los que obtiene:
$Z_{(\vee\wedge)} = 9 \quad Z_{(\wedge\vee)} = 5$

Experto 2
$X_1 = 2$; $X_2 = 8$; $X_3 = 6$; $X_4 = 5$
Con los que obtiene:
$Z_{\vee\wedge} = 7 \quad Z_{\wedge\vee} = 5$

Experto 3
$X_1 = 3$; $X_2 = 7$; $X_3 = 5$; $X_4 = 7$
Con los que obtiene:
$Z_{\vee\wedge} = 7 \quad Z_{\wedge\vee} = 7$

9. Resumen y comparación de todos los Z obtenidos

1º) Experto 1 sin correcciones $Z_{\vee\wedge} = 9 \qquad Z_{\wedge\vee} = 5$
2º) Experto 2 sin correcciones $Z_{\vee\wedge} = 7 \qquad Z_{\wedge\vee} = 5$
3º) Experto 3 sin correcciones $Z_{\vee\wedge} = 7 \qquad Z_{\wedge\vee} = 7$
4º) Los tres expertos sin correcciones $Z_{MODA} = 7$
5º) Con $(S.M.I.)_m$ y $(S.M.I)_M$ sin correcciones.
El 1° sub es el de X y el 2° es el de (XZ).

$Z_{Mm(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{Mm(\wedge\vee)} = 7$
$Z_{mM(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{mM(\wedge\vee)} = 5$

6º) Corrigiendo a cada experto y obteniendo $(S.M.I.)_m$ y $(S.M.I.)_M$ (párrafo 7.1)

$Z_{Mm(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{Mm(\wedge\vee)} = 5$
$Z_{mM(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{mM(\wedge\vee)} = 9$

7°) Variante de la corrección (párrafo 7.2)

$Z_{Mm(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{Mm(\wedge\vee)} = 5$
$Z_{mM(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{mM(\wedge\vee)} = 7$

8°) Corrigiendo $(S.M.I.)_m$ y $(S.M.I.)_M$ de 5º) (párrafo 7.3)

$Z_{Mm(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{Mm(\wedge\vee)} = 5$
$Z_{mM(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{mM(\wedge\vee)} = 5$

Se obtienen en total 24 valores de Z con procedimientos muy diferentes. Sus cantidades y frecuencias aparecen en la Tabla siguiente.

Tabla 12 - Resumen de los 24 valores de Z

Z	5	7	9
n	7	15	2
f	0.29	0.63	0.08

10. Conclusión observando los resultados del párrafo anterior

El cálculo más simple observando los resultados del párrafo anterior hubiera sido el de adoptar la Moda de los valores obtenidos por los tres expertos

Parece sin embargo mas seguro como en 5º), partir de las S.M.I. de cada experto obtener $(S.M.I.)_m$ $(S.M.I.)_M$ y con $(X)_M$ y $(X)_m$ y las convoluciones maxmin y minmax obtener los cuatro valores de Z.

$Z_{Mm(\vee\wedge)} = 7 \quad Z_{mM\,(\vee\wedge)} = 7$
$Z_{Mm\,(\wedge\vee)} = 7 \quad Z_{mM(\wedge\vee)} = 5$
Con $Z_{MODA} = 7$

Debe tomarse en cuenta que se ha utilizado un ejemplo único, pero se han impuesto tres expertos con criterios muy dispares de calificación, lo que no ocurrirá en general.

En conclusión, parece que con lo indicado en 5º se puede obtener un resultado atendible.

El proceso indicado es simple y puede obtenerse el resultado usando una planilla Excel.

Referencias

Bignoli, A. et al. (2002). *La incertidumbre en el ejercicio profesional de la Ingeniería*. Caps. II y III.

Bignoli, A. (2001). *La Creatividad de los Ingenieros*. Bs. As. Ed. Alsina.

Kaufmann – Gil Aluja. (1987). *Teoría de los efectos olvidados*. Milladoiro.

Koestler, A.(1967). *The Ghost in the machine*. Penguin Arkana.

Turner, B. (1997). *Man-Made Disasters*. Butterworth-Heinemann.

Upper and lower bounds of proneness to failure of a system

Abstract

Proneness to Structural Failure is an uncertain event. Failure can be defined with certainty. It can have important consequences on life and welfare of mankind. The way to overpass uncertainty is consulting experts and obtaining their consensus. The existence of circumstances (variables Xi of lower level) that can produce situations (variables Yj of intermediate level) originate a proneness to failure (variable Z of upper level). Once chosen a scenario within a closed universe, the experts establish by consensuses which are the variables Xi; Yj; Z that origin a Hierarchical Tree (HT), that is the law of process that goes from Xi to Z. This tree can be substituted with a supermatriz of incidences (SMI), where with operations of the types (max min) (min max) (max max) and (min min) allow starting from values of Xi reach values of Z, that are upper and lower limits of Proneness to failure (P.F.) Only natural or positive real numbers are used. The procedure does not include mathematical operations but the well known following ones: cylindrical extensions (in X or Y); intersections (with matrix (XY) or (Y/Z) upper or lower values; projections of upper or lower values, give the Y or Z. A numerical example is included.

Keywords: proneness, failure, hierarchical tree, "holon", incidences