

Uma técnica alternativa para analisar o problema da interação solo estratificado-fundação-superestrutura via acoplamento MEC-MEF

Dimas B. Ribeiro¹, V. S. Almeida², João B. Paiva³

Trabalho recebido em 18/06/2004 e aprovado para publicação em 10/05/2005.

Resumo

A análise do comportamento mecânico do complexo sistema advindo da interação entre solo/subestrutura/superestrutura é o tema deste artigo. A representação do solo é feita usando-se o Método dos Elementos de Contorno (MEC) 3D, de modo a simular um maciço estratificado. Considera-se também uma superfície indeslocável a uma distância prescrita a priori. A subestrutura também é representada pelo MEC 3D. A infra e a superestrutura são modeladas empregando-se o procedimento convencional dos Métodos dos Elementos Finitos (MEF), com o uso de elementos estruturais reticulares e laminares. São apresentados alguns exemplos que demonstram que a análise integrada do sistema solo/estrutura é imprescindível para uma melhor compreensão de seu comportamento em conjunto.

Palavras-chave: interação solo/estrutura, acoplamento MEC/MEF, solo estratificado, superestrutura flexível.

¹ Engenheiro, Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC/USP, fone: 55 16 3373 9455, Caixa Postal 359 – CEP 13560-970 – São Carlos, SP, Brasil, dimas@sc.usp.br

² Doutor, Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC/USP, fone: 55 16 3373 8212, Caixa Postal 359 – CEP 13560-970 – São Carlos, SP, Brasil, valerio@sc.usp.br

³ Professor doutor, Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC/USP, fone: 55 16 3373 9455, Caixa Postal 359 – CEP 13560-970 – São Carlos, SP, Brasil, paiva@sc.usp.br

1. Introdução

A interação solo/estrutura representa um sistema integrado, no entanto este mecanismo é geralmente analisado separadamente. Esta simplificação pode ser justificada pelo fato de que cada um dos subsistemas por si só leva a diversas possibilidades de idealização mecânica e a uma grande variedade de parâmetros físicos e geométricos. A análise de todo o conjunto é muito trabalhosa e onerosa computacionalmente, então geralmente o modelo da superestrutura ou do maciço é simplificado, dependendo do ponto de vista do pesquisador.

O maciço é, na maioria dos casos, considerado como um meio semi-infinito, homogêneo, isotrópico, elástico-linear e contínuo. Estas hipóteses não configuram uma situação próxima da encontrada na natureza, o que justifica o estudo de técnicas que simulem o solo como finito e estratificado. Neste contexto, podem ser encontradas na literatura distintas pesquisas para modelar estas condições mais reais.

No modelo de Winkler o meio é substituído por um sistema de molas discretas, sendo necessário caracterizar experimentalmente os parâmetros das molas, ver Cheung and Zienkiewicz (1965) e Randolph and Wroth (1979). Têm-se também as técnicas analíticas, as quais partem da resolução das equações diferenciais do problema elástico considerando a sobreposição de camadas homogêneas, ver Burmister (1945a, 1945b), Poulos (1967) e Chan et al. (1974).

Nesta linha de aplicação é fundamental destacar o MEF. Este método se mostra muito eficiente em problemas unidimensionais e bidimensionais, porém se torna oneroso na análise de problemas de domínio semi-infinito tridimensional. É necessário gerar um grande número de nós e elementos para representar todo o domínio, tornando extenso o tempo de processamento computacional. Nesta linha, cita-se os trabalhos de Ottaviani (1975) e Chow and Teh (1991). O MEC representa a mais eficiente e prática ferramenta na análise destes problemas devido às características peculiares das funções ponderadoras que já contemplam condições de contorno atendidas a grandes distâncias, ver Poulos (1979), Banerjee (1976), Banerjee and Davies (1977) e Maier and Novati (1987).

Segundo Brebbia and Dominguez (1989), entre as diversas técnicas para o acoplamento MEC/MEF, três se destacam. A primeira é resolver isoladamente a parcela MEF do problema e então utilizar os resultados obtidos como condições de contorno na parcela MEC. A desvantagem de utilizar esta abordagem é a impossibilidade de se avaliar de forma completa como os subsistemas interagem entre si, pois a parcela MEC não influi na parcela MEF. A segunda opção, proposta em Brebbia and Georgiou (1979), é representar a parcela MEF com uma formulação semelhante à do MEC, sendo possível então representar o problema acoplado com um único sistema de equações aplicando condições de compatibilidade e equilíbrio entre as sub-regiões. Esta técnica pode ser considerada mais adequada que a primeira, pois todo o conjunto MEC/MEF é resolvido simultaneamente. A terceira opção, utilizada em Singh (1988) e Swoboda (1987), é representar a parcela MEC de forma semelhante à formulação do MEF, aplicando então

condições de compatibilidade e equilíbrio. Esta técnica tem as mesmas vantagens que a segunda, sendo menos custosa computacionalmente. Por estes motivos, neste trabalho o acoplamento MEC/MEF é feito adaptando o MEC ao MEF.

Há uma grande escassez de ferramentas numéricas para a simulação da interação solo/estrutura considerando o maciço heterogêneo e finito. Ela se torna ainda maior na busca de exemplos que considerem também a influência de elementos de fundação 3D e a superestrutura de geometria qualquer. Em face disto, este trabalho propõe desenvolver uma ferramenta computacional que permita analisar de forma acoplada e não onerosa a interação solo/infraestrutura/superestrutura. A superestrutura formada por lâminas e barras é modelada utilizando o MEF, e a infraestrutura formada por estacas em conjunto com o solo é abordada com o MEC. Este trabalho é uma base para o desenvolvimento de uma ferramenta computacional a análise do complexo sistema mecânico da interação solo/estrutura considerando modelos cinemáticos e reológicos do problema em estudo.

2. O método dos elementos de contorno aplicado a problemas elastostáticos

As equações de domínio de um problema elastostático podem ser expressas como equações de superfície, as quais podem ser representadas pela relação denominada de Identidade Somigliana:

$$u_i(p) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(p, S) \cdot u_j(S) \partial\Gamma(S) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(p, S) \cdot p_j(S) \partial\Gamma(S) \quad (1)$$

em que p e S são, respectivamente, o ponto onde uma força unitária é aplicada, e um ponto da superfície no qual quer-se obter o deslocamento. Os termos u_j e p_j são, respectivamente, os campos de deslocamentos e de forças de superfície no contorno S na j -ésima direção, u_{ij}^* e p_{ij}^* representam coeficientes ponderadores que indicam as respostas obtidas na direção j em S , de uma força aplicada na direção i no ponto p . Esta identidade é baseada no teorema da reciprocidade de Betti, e as soluções fundamentais dadas por u_{ij}^* e p_{ij}^* representam soluções particulares da equação diferencial parcial de equilíbrio do problema para uma específica condição de contorno. A estratégia de escrever a Equação (1) apenas com pontos no contorno envolve o transporte do ponto de domínio p para a superfície. Neste sentido, podemos escrever a Equação (1) como:

$$C_{ij}(P) \cdot u_j(P) + \sum_{k=1}^{NE} |J| \cdot \int_{\Gamma} p_{ij}^*(P, S) \cdot \Psi(S) \partial\xi(S) \cdot (U_i)^k = \sum_{k=1}^{NE} |J| \cdot \int_{\Gamma} u_{ij}^*(P, S) \cdot \Psi(S) \partial\xi(S) \cdot (P_i)^k \quad (2)$$

em que NE , Ψ , J são, respectivamente, o número de elementos de contorno, as funções de forma e a matriz Jacobiana. Todas as superfícies das camadas foram discretizadas usando-se elementos triangulares planos e foram adotadas funções de forma lineares do tipo $\Psi_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \xi_i$, em que ξ_i são coordenadas homogêneas. A expressão (2) pode ser

apresentada para todo o domínio do problema como um sistema algébrico do tipo:

$$[H] \cdot \{U\} = [G] \cdot \{P\} \quad (3)$$

em que as condições de contorno em cada ponto são definidas segundo as fronteiras do tipo Dirichlet ou Neumann. U e P representam, respectivamente, os deslocamentos nodais e forças de superfície destes contornos. Para maiores detalhes sobre esta formulação ver Brebbia and Dominguez (1989).

Para simplificar as deduções posteriores, a matriz G da Equação (3) é invertida e multiplicada do outro lado da Equação. O resultado é a seguinte Equação:

$$G^{-1}HU = G^{-1}GP \quad (4)$$

$$KU = P \quad (5)$$

com

$$K = G^{-1}H \quad (6)$$

3 O método da rigidez sucessiva (MRS)

3.1 Formulação apenas para o maciço

O objetivo desta seção é obter uma matriz de influência que represente todas as camadas de solo, para que estas possam ser posteriormente acopladas aos blocos. Considera-se o caso geral de um solo formado por N camadas, cada qual com uma espessura e diferentes características físicas, conforme ilustrado na Figura 1.

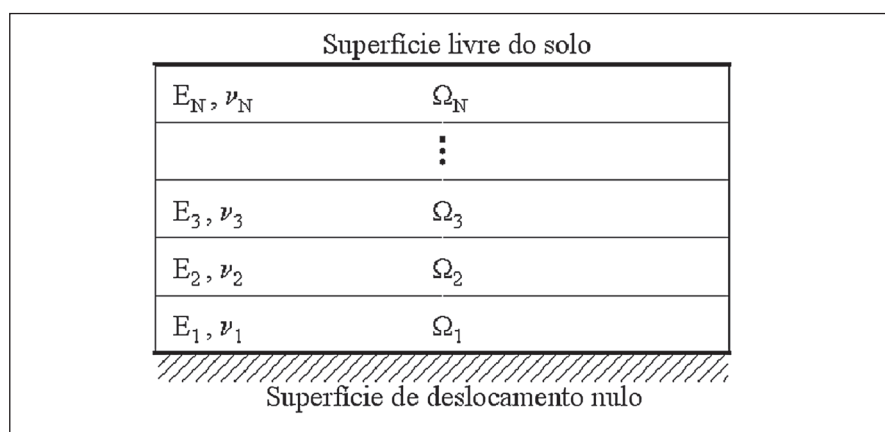


Figura 1: Solo estratificado

A Equação (5) escrita para uma camada i qualquer se torna:

$$\begin{bmatrix} K_{tt}^i & K_{tb}^i & K_{ts}^i \\ K_{bt}^i & K_{bb}^i & K_{bs}^i \\ K_{st}^i & K_{sb}^i & K_{ss}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t^i \\ U_b^i \\ U_s^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_t^i \\ P_b^i \\ P_s^i \end{Bmatrix} \quad (7)$$

em que os subscritos t , b e s indicam índices pertinentes respectivamente ao topo, base e as superfícies laterais. Na Equação, U e P representam, respectivamente, os deslocamentos nodais e forças de superfície do contorno.

Condições de equilíbrio e compatibilidade podem ser impostas ao longo das interfaces de contorno entre a i e $(i+1)$ -ésima camada adjacente através das seguintes equações:

$$\{U_t^i\} = \{U_b^{i+1}\} \quad (8.1)$$

$$\{P_t^i\} = -\{P_b^{i+1}\} \quad (8.2)$$

Considerando os deslocamentos nas laterais iguais a zero, a Equação (7) se torna:

$$\begin{bmatrix} K_{tt}^i & K_{tb}^i \\ K_{bt}^i & K_{bb}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t^i \\ U_b^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_t^i \\ P_b^i \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Desse modo, a camada i pode ser relacionada à camada $i+1$ escrevendo a Equação (9) para cada uma delas e então as relacionando por meio das Equações (8.1) e (8.2).

Analisando a camada 1 da Figura (1), ou seja, a mais profunda, sabe-se que os deslocamentos em sua base são nulos. Desta forma, ao escrever a Equação (9) para esta camada, obtém-se:

$$[K_{tt}^1] \{U_t^1\} = \{P_t^1\} \quad (10)$$

Aplicando a relação (10) em conjunto com a Equação (9) escrita para a camada 2 e considerando as condições de (8.1) e (8.2), chega-se a:

$$\left[K_{tt}^2 - K_{tb}^2 \cdot (\hat{K}^1 + K_{bb}^2)^{-1} \cdot K_{bt}^2 \right] \{U_t^2\} = \{P_t^2\} \quad (11)$$

Para uma camada i qualquer, esta Equação se torna:

$$\left[K_{tt}^i - K_{tb}^i \cdot (\hat{K}^{i-1} + K_{bb}^i)^{-1} \cdot K_{bt}^i \right] \{U_t^i\} = \{P_t^i\} \quad (12)$$

Repetido este procedimento iterativamente até a camada N , tem-se:

$$[\hat{K}^N] \{U_t^N\} = \{P_t^N\} \quad (13)$$

em que P_t^N e U_t^N são os parâmetros nodais da superfície livre do solo.

Nota-se que a influência de todas as camadas que formam o maciço está inteiramente expressa na relação (13). Esta pode ser resolvida diretamente impondo as condições forças nos nós da superfície ou acoplando esta expressão com as relações advindas da superestrutura usando o MEF ou o próprio MEC.

3.2 Formulação do maciço considerando a fundação

O ponto de partida do MRS é a Equação (9), na qual a influência de todo o contorno de uma camada i qualquer fica representada apenas pelos nós de topo e base da camada i . Nesta seção é obtida uma equação similar à Equação (9), porém também considerando a influência de um número qualquer de estacas cruzando a camada i . Torna-se possível então aplicar o MRS de forma muito semelhante à apresentada na seção anterior.

Considera-se uma camada i qualquer, cruzada por um número n qualquer de estacas (Fig. 2).

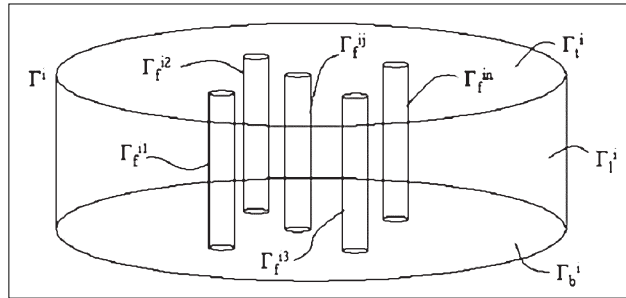


Figura 2: Caso mais geral para uma camada i

Tratando o topo da camada pelo índice subscrito t , a base pelo índice b e o contato com o fuste de uma estaca qualquer pelo índice f , a Equação (5) escrita para esta camada é:

$$\begin{bmatrix} S_{tt}^i & S_{tb}^i & S_{tf1}^i & S_{tf2}^i & \cdots & S_{tfn}^i \\ S_{bt}^i & S_{bb}^i & S_{bf1}^i & S_{bf2}^i & \cdots & S_{bf n}^i \\ S_{f1t}^i & S_{f1b}^i & S_{f1f1}^i & S_{f1f2}^i & \cdots & S_{f1fn}^i \\ S_{f2t}^i & S_{f2b}^i & S_{f2f1}^i & S_{f2f2}^i & \cdots & S_{f2fn}^i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{fnt}^i & S_{fnb}^i & S_{fnf1}^i & S_{fnf2}^i & \cdots & S_{fnfn}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t^i \\ U_b^i \\ U_{f1}^i \\ U_{f2}^i \\ \vdots \\ U_{fn}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_t^i \\ P_b^i \\ P_{f1}^i \\ P_{f2}^i \\ \vdots \\ P_{fn}^i \end{bmatrix} \quad (14)$$

Deve-se deduzir uma expressão semelhante para cada estaca imersa na camada i . Considerando uma estaca genérica j , escreve-se a Equação (5) como:

$$\begin{bmatrix} E_{tt}^j & E_{tb}^j & E_{tf}^j \\ E_{bt}^j & E_{bb}^j & E_{bf}^j \\ E_{ft}^j & E_{fb}^j & E_{ff}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t^j \\ U_b^j \\ U_f^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_t^j \\ P_b^j \\ P_f^j \end{bmatrix} \quad (15)$$

Para relacionar as Equações (14) e (15), pode-se utilizar condições de equilíbrio de forças e compatibilidade de deslocamentos que existem no contato entre a estaca j e a camada i. Estas condições são traduzidas pelas relações:

$$\{U_{fj}^i\} = \{U_{fj}^j\} \quad (16.1)$$

$$\{P_{fj}^i\} = -\{P_{fj}^j\} \quad (16.2)$$

Deve-se relacionar a Equação (14) com todas as n Equações (15), uma para cada estaca, aplicando as Equações (16). Deve-se, na primeira etapa da dedução, isolar os deslocamentos ao longo dos fustes. O resultado é a seguinte igualdade:

$$\begin{Bmatrix} U_f^1 \\ U_f^2 \\ \vdots \\ U_f^n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} & \cdots & \bar{K}_{1(2n+2)} \\ \bar{K}_{21} & \bar{K}_{22} & \cdots & \bar{K}_{2(2n+2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{K}_{(2n+2)1} & \bar{K}_{(2n+2)2} & \cdots & \bar{K}_{(2n+2)(2n+2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t^i \\ U_b^i \\ U_t^1 \\ U_b^1 \\ \vdots \\ U_t^n \\ U_b^n \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Finalizando, substitui-se a Eq. (17) na Eq. (14) e em todas as Equações (15) escritas para as estacas. Para cada substituição, obtém-se duas linhas do sistema final de equações. O sistema final fica:

$$\begin{bmatrix} K_{11}^i & K_{12}^i & \cdots & K_{1(2n+2)}^i \\ K_{21}^i & K_{22}^i & \cdots & K_{2(2n+2)}^i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{(2n+2)1}^i & K_{(2n+2)2}^i & \cdots & K_{(2n+2)(2n+2)}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t^i \\ U_b^i \\ U_t^1 \\ U_b^1 \\ \vdots \\ U_t^n \\ U_b^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_t^i \\ P_b^i \\ P_t^1 \\ P_b^1 \\ \vdots \\ P_t^n \\ P_b^n \end{Bmatrix} \quad (18)$$

A partir da Equação (18) torna-se possível aplicar o MRS às diferentes camadas, podendo estas conter um número qualquer de estacas cruzando-as.

3.3 O Método dos Elementos Finitos aplicado à superestrutura

A superestrutura foi modelada empregando o MEF, utilizando elementos triangulares planos e elementos de barra. Os elementos planos simulam estruturas laminares empregando a formulação de membrana desenvolvida em Bergan and Felippa (1985) e de flexão apresentada em Batoz (1980). O edifício contém apenas elementos reticulares, sendo que as lajes são representadas por diafragmas rígidos.

4. Acoplamento MEC/MEF

As formulações advindas do MEC e do MEF podem ser acopladas pela consideração de condições de equilíbrio e compatibilidade existentes em pontos nodais comuns aos domínios modelados pelos dois métodos. Assim, a expressão final obtida em (13) pode ser relacionada com a equação matricial clássica advinda do MEF. Para que isto seja feito deve-se equilibrar as forças externas do MEC com as do MEF, pois o MEC gera um sistema associado a forças de superfície, enquanto que o MEF emprega o conceito de força nodal equivalente. Para o devido acoplamento entre as duas formulações, é necessário empregar um campo de forças comum aos dois métodos.

O desenvolvimento mostrado é feito para um carregamento transversal ao elemento triangular, podendo ser estendido para as outras duas direções. As forças de superfície transversais e as cargas nodais equivalentes são mostradas na Figura 3.

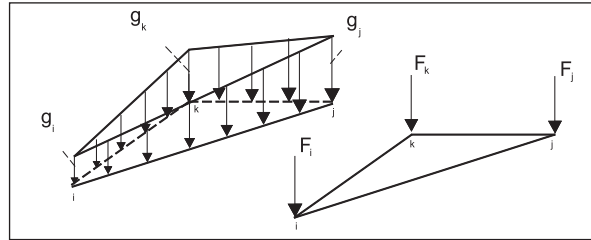


Figura 3: Forças de superfície e cargas nodais equivalentes de um elemento

O trabalho das cargas externas pode ser expresso por:

$$T_e = \int_A g(x_1, x_2) \cdot w(x_1, x_2) dA \quad (19)$$

em que $g(x_1, x_2)$ e $w(x_1, x_2)$ são, respectivamente, as forças de superfície e os deslocamentos transversais atuantes no domínio do elemento triangular e A é sua área. Para o caso de este campo possuir variação linear (Fig. 4), os campos de deslocamentos transversais e de forças de superfície podem ser representados por:

$$w = w_i \xi_1 + w_j \xi_2 + w_k \xi_3 \quad (20)$$

$$g = g_i \xi_1 + g_j \xi_2 + g_k \xi_3 \quad (21)$$

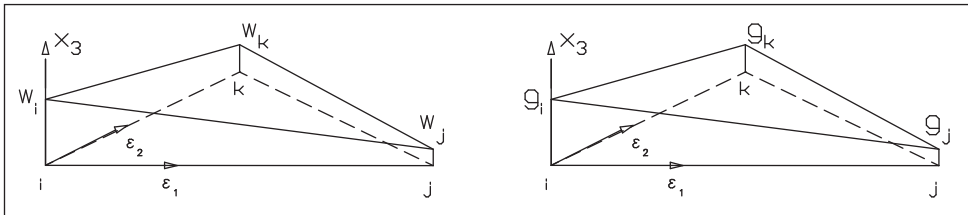


Figura 4: Variação linear do deslocamento transversal e da força de superfície no interior do elemento finito

Substituindo as expressões (20) e (21) em (19), obtém-se:

$$T_e = \int_A (g_i \xi_1 + g_j \xi_2 + g_k \xi_3) (w_i \xi_1 + w_j \xi_2 + w_k \xi_3) dA \quad (22)$$

Minimizando a energia potencial devido às cargas chega-se à relação:

$$\begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \\ F_k \end{Bmatrix} = \frac{A}{12} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} g_i \\ g_j \\ g_k \end{Bmatrix} \quad (23)$$

em que a relação (23) relaciona as forças de superfície com as forças concentradas.

Seguindo o mesmo procedimento para as outras duas direções, a relação entre as forças nodais e as forças de superfície para o elemento laminar DKT – Formulação Livre pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} F_i^\ell \\ F_j^\ell \\ F_k^\ell \end{Bmatrix} = \frac{A}{12} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} g_i^\ell \\ g_j^\ell \\ g_k^\ell \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \cdot \begin{Bmatrix} g_i^\ell \\ g_j^\ell \\ g_k^\ell \end{Bmatrix} \quad (24)$$

sendo $\ell = 1, 2, 3$ a direção e i, j e k os três nós locais do elemento.

A expressão final (13) já incorporando a influência da superestrutura é dada por:

$$[K_{mef}] \cdot \{U_{mef}\} = \{F_{mef}\} - \{R_{mef}\} = \{F_{mef}\} - [\bar{Q}] \cdot [\hat{K}] \cdot \{U_{solo}\} \quad (25)$$

em que o vetor R representa as forças concentradas de reação. Os termos K_{mef} , U_{mef} e F_{mef} são, respectivamente, a matriz de rigidez e os vetores de parâmetros nodais de deslocamentos e forças concentradas da estrutura discretizada pelo MEF. Os termos $\bar{Q}$ e U_{solo} são, respectivamente, a matriz de transformação expandida relativa à contribuição de todos os elementos e o vetor de deslocamentos nodais da rede discretizada pelo MEC. É possível reagrupar a relação (25) ficando:

$$K_{tot} \cdot U_{tot} = F_{tot} \quad \text{onde} \quad K_{tot} = K_{mef} + \bar{Q} \cdot K_{mec} \quad (26)$$

Os vetores U_{tot} e F_{tot} são os deslocamentos e as forças totais do sistema solo-estrutura.

5. Exemplos numéricos

Com a formulação apresentada nos itens anteriores foi desenvolvido um código computacional. A seguir, são apresentados dois exemplos que demonstram a potencialidade da ferramenta numérica desenvolvida.

5.1 Meio finito com uma estaca

Este exemplo foi extraído de Ottaviani (1975), que analisa a interação de uma estaca com o solo utilizando o MEF com elementos tridimensionais. O autor emprega uma rede com 3300 nós e 2700 elementos finitos. Utilizando a formulação apresentada neste trabalho, são feitas comparações com resultados de Ottaviani (1975). A Figura 5 apresenta a configuração do problema.

A Figura 6 apresenta os valores das tensões máximas cisalhantes obtidas no solo na região próxima da estaca ao longo de sua profundidade. O número de nós empregados pela presente formulação foi de 571 com 820 elementos planos, ou seja, quase 6 vezes menor que os necessários em Ottaviani (1975). Os valores das tensões foram adimensionalizadas mediante o emprego das relações: $\sigma^0 = \sigma \cdot A / P$ e $\tau^0 = \tau \cdot A / P$, em que A é a área da seção transversal da estaca. As diferenças de tensões de cisalhamento obtidas nas cotas iniciais se justificam pela pequena distância adotada por Ottaviani (1975) para simular a região não perturbável, 13 metros do centro da estaca.

A Figura 7 compara as respostas de deslocamentos entre as duas formulações, para as diferentes combinações entre espessura e relação de rigidez. As diferenças entre as duas formulações ficaram abaixo de 5% para pontos ao longo do fuste, demonstrando a consistência da presente formulação.

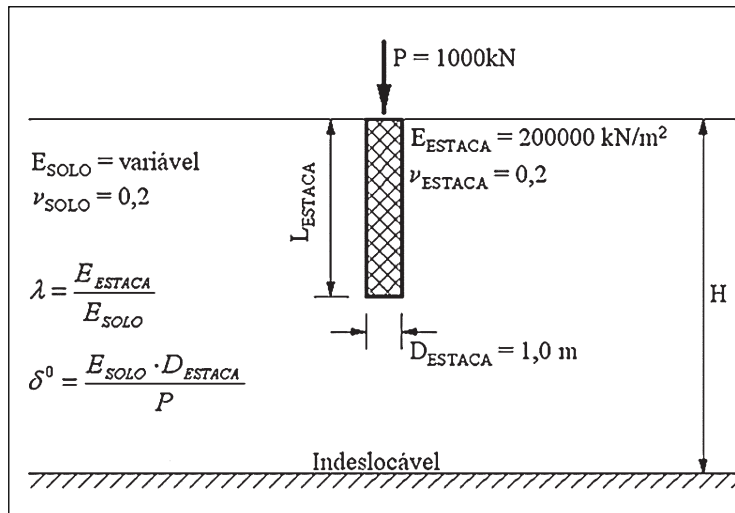


Figura 5: Configuração do material e da geometria do problema de solo/estaca

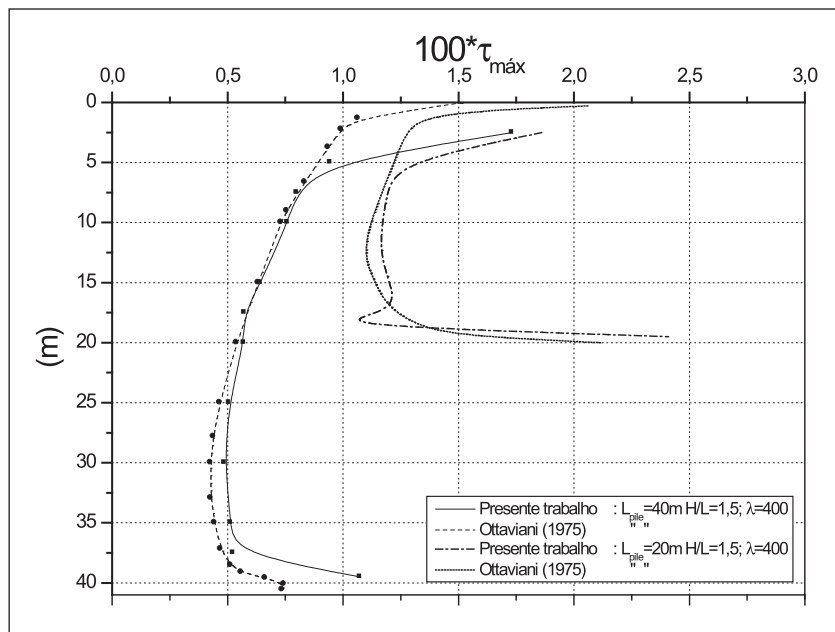


Figura 6: Curva de tensão de cisalhamento máxima *versus* profundidade para a região adjacente a estaca

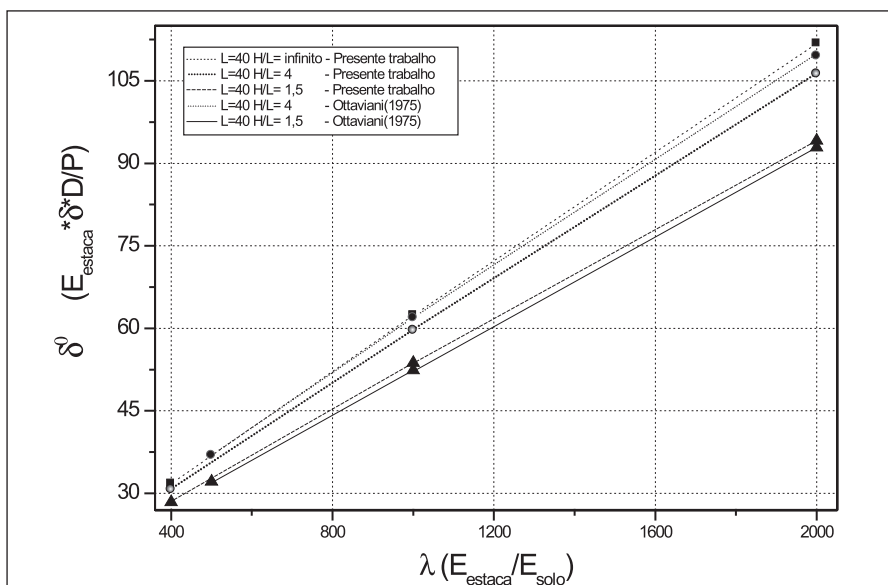


Figura 7: Curvas de recalques *versus* fator de rigidez entre o solo/estaca ($\lambda = E_{estaca}/E_{solo}$)

5.2 Edifício sobre radier apoiado em um maciço estratificado

Este exemplo tem a finalidade de averiguar o efeito da variação das propriedades do solo ao longo da profundidade e da posição da base do indeslocável em um edifício de múltiplos andares apoiado sobre um radier. Utilizou-se 748 nós e 1318 elementos na discretização do solo. A partir de uma planta de um pavimento-tipo de 12 andares para fins residenciais, as ações permanentes foram calculadas conforme a norma brasileira NBR 6118 (2000).

As ações variáveis de vento foram consideradas conforme a NBR 6123 (1987) para a cidade de São Carlos. Na Figura 9, são apresentadas as plantas da estrutura analisada e as tabelas da geometria e das ações consideradas em cada elemento estrutural do pavimento tipo.

O módulo de elasticidade adotado para o edifício foi de $2,5 \times 10^4$ MPa, e o coeficiente de Poisson para o solo igual a 0,3. Para o radier adotou-se o mesmo módulo de elasticidade do edifício, um coeficiente de Poisson de 0,2 e espessura de 0,5m, mas não se considerou o seu peso próprio. A Figura 8 apresenta os deslocamentos transversais (w) ao longo do eixo x_1 do radier, corte AA da Figura 9b, já considerando a interação solo/radier/edifício para os quatro tipos de casos indicados na Figura 9a. Os deslocamentos para o caso b resultaram menores.

A Figura 10 apresenta a distribuição das tensões verticais de contato entre o radier e o solo. Os valores calculados são inferiores a 0,06 MPa.

A Figura 11 apresenta a distribuição de tensões no maciço, com o plano indeslocável localizado a uma distância igual ao tamanho do radier. As tensões não se anularam no plano indeslocável, podendo-se prever que elas se anulariam a uma distância de duas vezes o tamanho do radier.

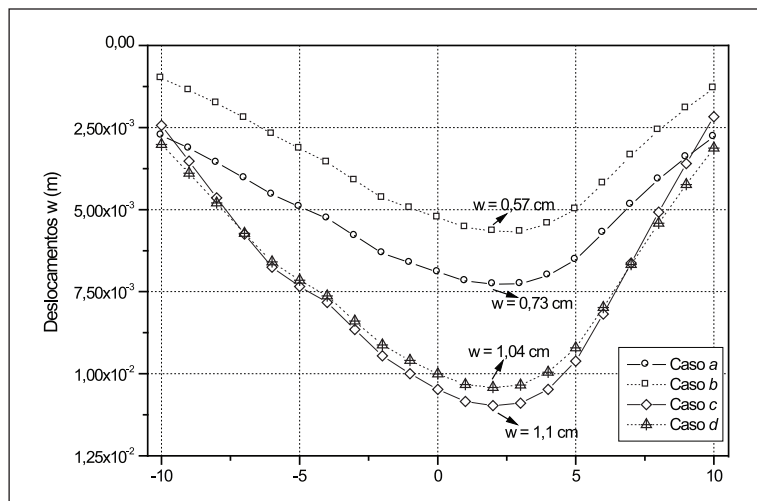
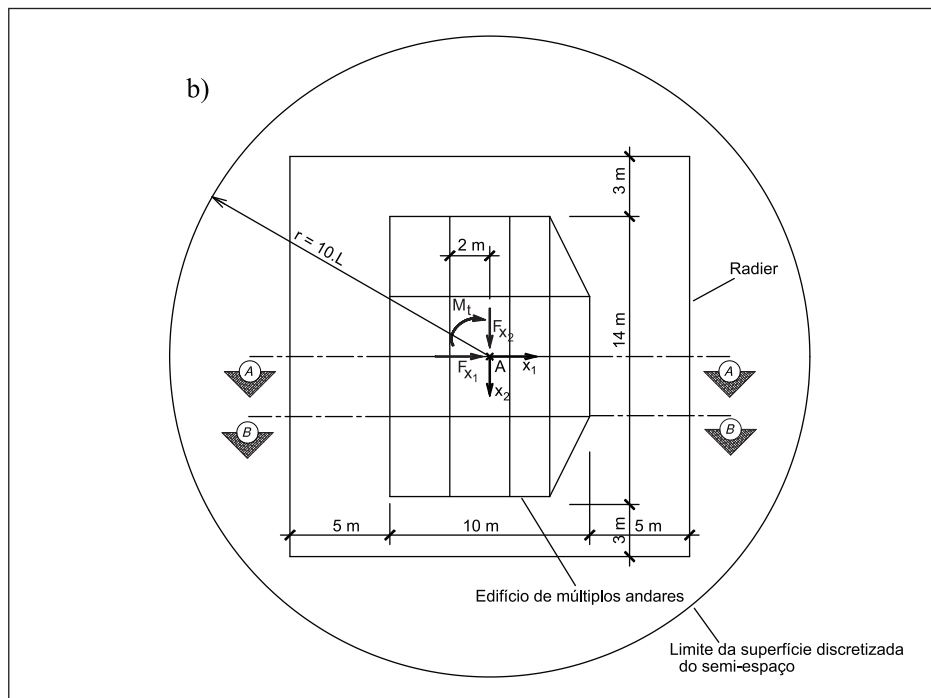
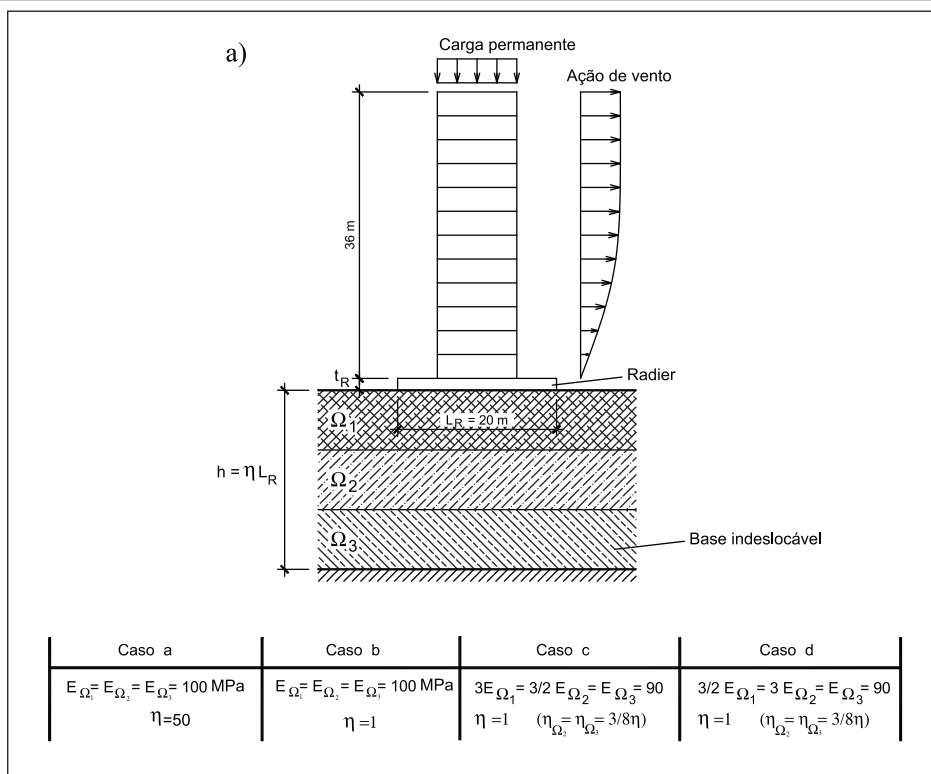


Figura 8: Deslocamentos verticais ao longo do corte AA



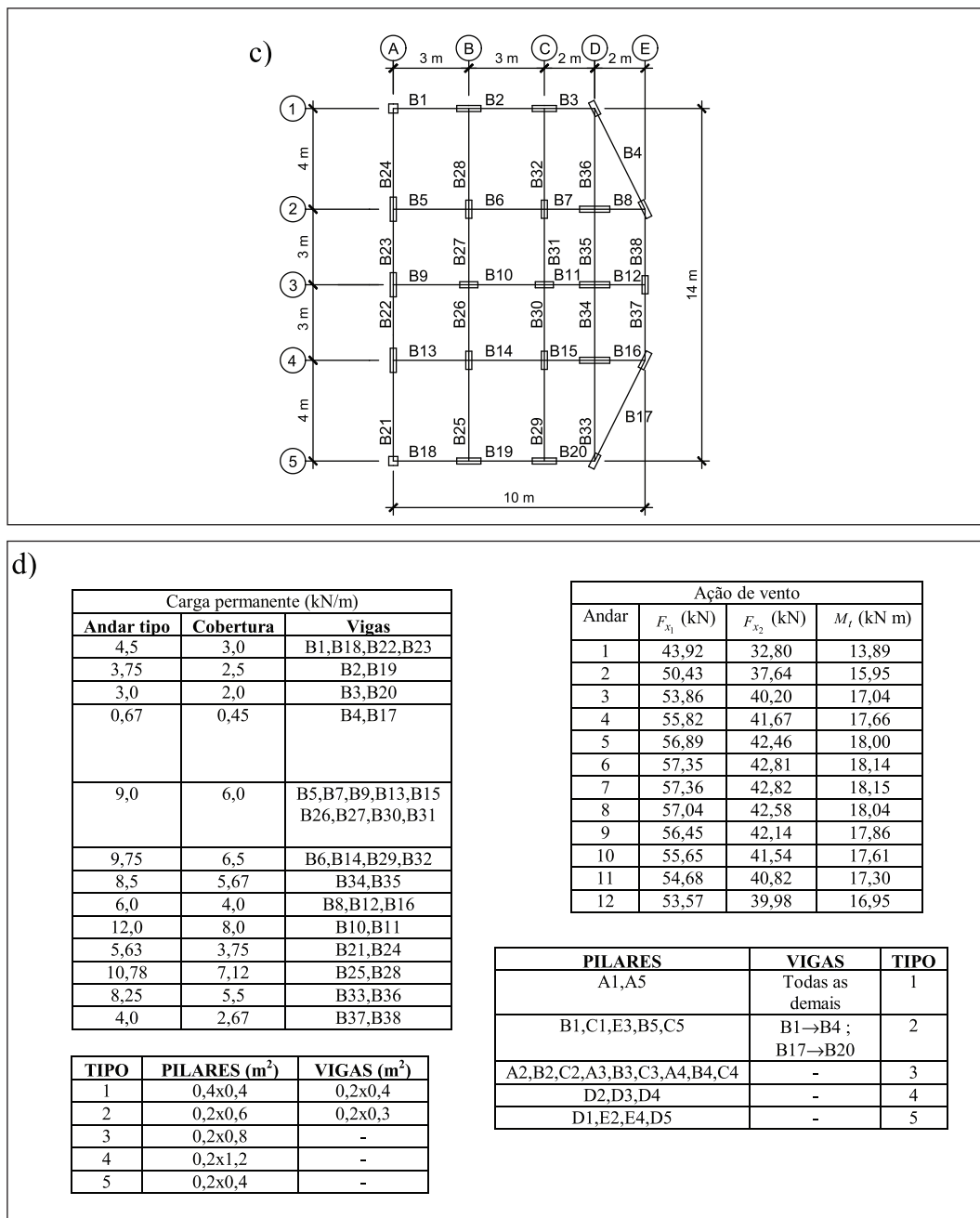


Figura 9: a) Corte da estrutura e os casos considerados; b) Planta do edifício/radier; c) Planta baixa do edifício; d) Parâmetros de elementos de barra do edifício

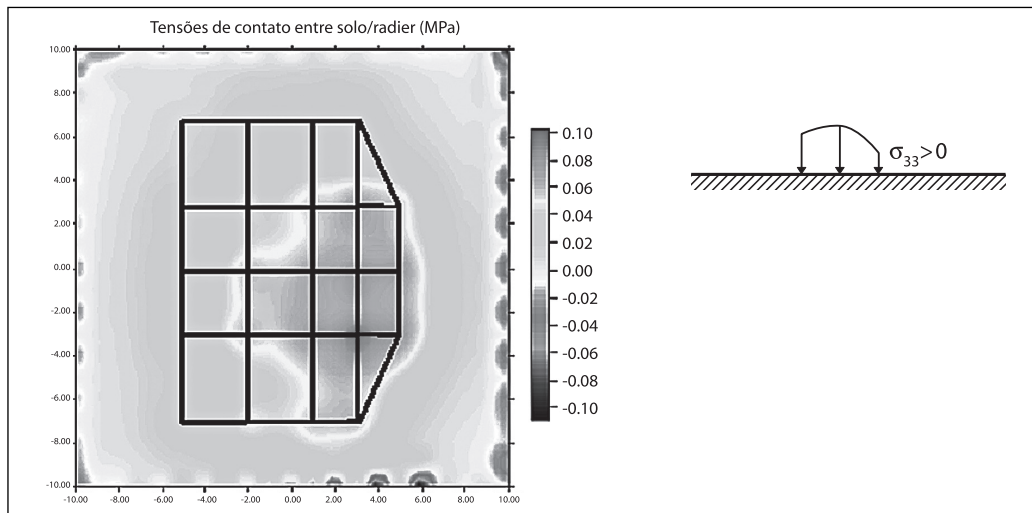


Figura 10: Tensões de contato (σ_{33}) na região comum ao radier e ao solo para o caso b

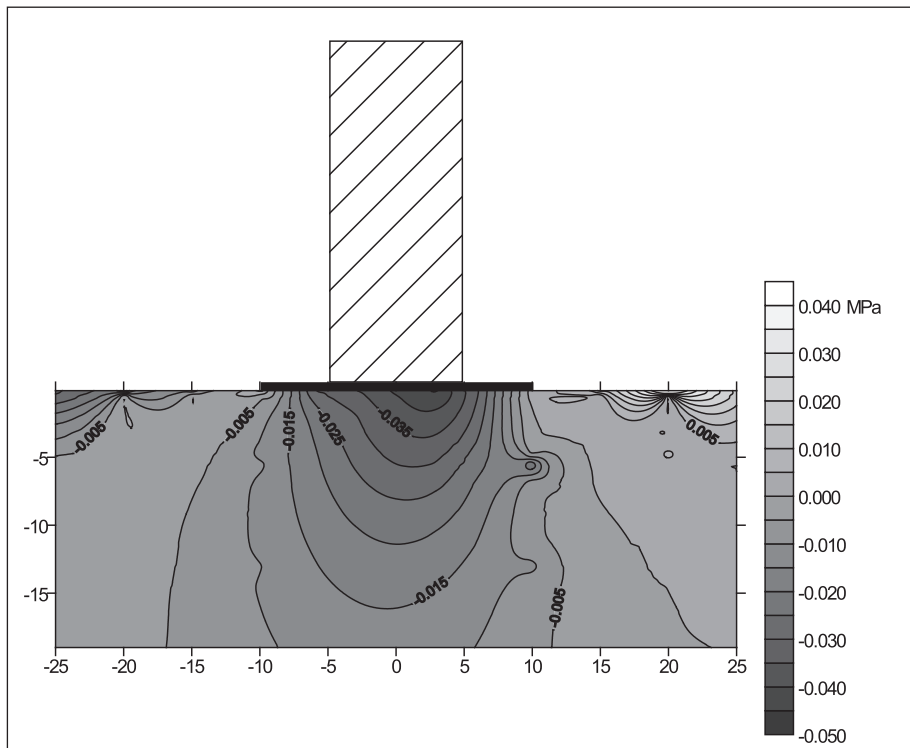


Figura 11: Distribuição de tensões verticais (σ_{33}) no solo ao longo do corte BB para o caso c

6. Conclusões

O trabalho apresentou uma ferramenta computacional para a análise da interação solo estratificado/fundação/superestrutura via acoplamento MEC-MEF. O maciço de solos foi simulado por meio do MEC 3D, assim como a subestrutura. A infraestrutura e a superestrutura foram modeladas empregando-se o MEF, sendo compostas por elementos planos e reticulares. O método da rigidez sucessiva proposto em Maier and Novati (1987) foi estendido para o caso tridimensional incluindo a influência de elementos de fundação, podendo estes ultrapassar as camadas do maciço.

Um dos exemplos deste artigo foi apresentado sem comparação com outros trabalhos devido à escassez de referências. Na literatura a grande maioria dos trabalhos trata da interação solo/estrutura detendo-se ao enriquecimento da modelagem do solo/subestrutura ou da superestrutura, mas dificilmente possibilitando uma abordagem tão geral quanto à apresentada neste artigo. Entretanto, as respostas obtidas estão dentro do esperado para situações usuais de carregamento. Por fim, o trabalho apresenta uma poderosa ferramenta para o melhor entendimento do mecanismo composto pelo solo, a infraestrutura e a superestrutura acoplados. Ele será usado como base para futuros modelos mecânicos mais realistas considerando, por exemplo, efeitos dinâmicos e reológicos.

Agradecimentos

À FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

Referências

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (1987). *Forças devidas ao vento em edificações*. NBR 6123.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2000). *Projeto e Execução de Obras de concreto armado*. NBR 6118
- Banerjee, P.K. and Davies, T.G. (1977). Analysis of pile groups embedded in Gibson soil. *Proceeding of Int. Conf. Soil Mechs Fdn Engng.*, 9th, Tokyo. Proc., v.1, p. 381-386.
- Banerjee, P.K. (1976). Integral equation methods for analysis of piece-wise nonhomogeneous three-dimensional elastic solids of arbitrary shape. *Int. J. Mechanical Science*, v.18, p. 293-303.
- Batoz, J.L. (1980). A study of three-node triangular plate bending elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 15, p. 1771-1812.
- Bergan, P.G. and Felippa, C.A. (1985). A triangular membrane element with rotational degrees of freedom. *Comp. Meths. in Appl. Mech. Eng.*, v.50, p.25-69.
- Brebbia, C.A. and Dominguez, J. (1989). *Boundary elements: An introductory Course*. Computational Mech. Publ. Southampton, Boston.
- Brebbia, C. A. and Georgiou, P. (1979). Combination of boundary and finite elements in elastostatics. *Applied Mathematical Modelling*, v.3 (2). p. 212-220.

- Burmister, D.M. (1945a). The general theory of stresses and displacements in layered systems I. *Journal of applied physics*, v.16, p. 89-96.
- Burmister, D.M. (1945b). The general theory of stresses and displacements in layered systems III. *Journal of applied physics*, v.16, p. 296-302.
- Chan, K.S.; Karasudhi, P. and Lee, S.L. (1974). Force at a point in the interior of a layered elastic half-space. *Int. J. Solids Structs*, v.10, p. 1179-99.
- Cheung, Y.K. and Zienkiewicz, O.C. (1965). Plates and tanks on elastic foundations – an application of finite element method. *Int. J. Solids Struct.*, v.1, p. 451-461.
- Chow, Y.K. and Teh, C. I. (1991). Pile-cap-pile-group interaction in nonhomogeneous soil. *Journal of Geotechnical Engineering*, v.117 (11), p. 1655-1668.
- Maier, G. and Novati, G. (1987). Boundary element elastic analysis by a successive stiffness method. *Int. J. for Numerical and Anal. Methods in Geomechanics*, v.11, p. 435-47.
- Ottaviani, M. (1975). Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups. *Géotechnique*, v.25 (2), p. 159-174.
- Poulos, H.G. (1967). Stresses and displacements in an elastic layer underlain by rough rigid base. *Géotechnique*, v.17, p. 378-410.
- Poulos, H.G. (1979). Settlement of single piles in nonhomogeneous soil. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, v.105 (5), p. 627-641.
- Randolph, M.F. and Wroth, C.P. (1979). An analysis of the vertical deformation of pile groups. *Géotechnique*, v.29, p. 423-439.
- Singh, R. B.; Sharma, K. G. and Varadarajan, A. (1988). Elasto-plastic analysis of tunnel excavation in layered rock medium by coupled FEBEM. *Num. Meth. in Geom.* Balkema. p. 941-950.
- Swoboda, G.; Mertz, W. and Beer, G. (1987). Rheological analysis of tunnel excavation by means of coupled finite element (FEM)-boundary element (BEM) analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. John Wiley & Sons, v. 11, p. 115-129.

A novel application of coupled BEM-FEM to the analysis of layered soil-foundation-superstructure interactions

Abstract

The theme of this article is the analysis of the mechanical behavior of the complex system comprising the interactions between the soil, substructure and superstructure. The 3D boundary elements method (BEM) is used to model the soil, which is simulated as a layered material. It is assumed that this rests on an immovable surface at a prescribed depth. The substructure is also represented by 3D BEM. The infra and superstructure, on the other hand, are modeled in a conventional way by the finite elements method (FEM), employing frame and shell elements. Some worked examples are described, which demonstrate that integrated analysis of the soil-structure system is essential to a good understanding of its behavior as a whole.

Keywords: soil-structure interaction, BEM-FEM coupling, layered soil, flexible superstructure.

1 Introduction

Although the soil-structure interaction represents an integrated system, its mechanical analysis is generally done in separate parts. Analysis of the whole system involves a great deal of work and very heavy computation, so usually either the superstructure or the soil model is simplified, depending on the focus of the researcher.

The soil is taken, in most cases, to be a semi-infinite, homogeneous, isotropic, linear-elastic and continuous medium. These assumptions do not describe well the situation found in the real world, for which reason a number of studies have been published that simulate the soil as finite and layered. Examples of several distinct approaches to modeling these more realistic conditions can be found in the literature, including: Cheung and Zienkiewicz (1965), Randolph and Wroth (1979), Burmister (1945a, 1945b), Poulos (1967), Chan et al. (1974), Ottaviani (1975), Chow and Teh (1991), Poulos (1979), Banerjee (1976), Banerjee and Davies (1977), Maier and Novati (1987), Brebbia and Dominguez (1989), Brebbia and Georgiou (1979), Singh (1988) and Swoboda (1987).

There is a notable lack of available numerical tools for the simulation of soil-structure interaction that treat the soil as heterogeneous and finite. Even scarcer are those methods that also take into account the effects of 3D foundation elements and superstructures of arbitrary geometry. With this in mind, the aim of the present study was to develop a computer method to analyze the soil-substructure-superstructure interaction as a single, coupled system, without requiring excessive processing times. The supers-

structure is modeled in frame and shell elements by the FEM, while the substructure, consisting of piles, together with the soil is analyzed by the BEM. This work constitutes a basis for the future development of a computer tool to analyze the complex mechanical system of soil-structure interactions, that will incorporate models of the dynamics and rheological properties of the system.

2 Numerical examples

2.1 Finite medium with one pile

This problem is taken from Ottaviani (1975), who used the FEM, with 3D elements, to analyze the interaction between a single pile and the soil. Figure 5 shows the physical and geometric details.

The maximum shear stresses calculated for the region of soil near the pile are plotted in Figure. These values are converted to dimensionless variables. The divergence of the present values from those of Ottaviani, at the smallest depths, can be explained by the small distance used by Ottaviani (1975) to simulate the undisturbed region: 13 m from the center of the pile.

The displacements obtained by the two formulations are compared, in Figure 7, for various combinations of thickness of soil and ratio of rigidities. The differences between the two sets of results remained below 5% at all points along the shaft, demonstrating the reliability of the present technique.

2.2 Building on raft supported on stratified soil

The purpose of this example is to ascertain what effects the variation of soil properties at different depths and altering the position of the immovable base will have on a multi-storey building supported on a raft. Permanent loads were calculated in conformity with the Brazilian code NBR 6118 (2000) and the variable wind load was assumed to comply with NBR 6123 (1987), for the city of São Carlos.

The plans of the structure and tables of geometric parameters and loads on each structural element are displayed in Figure 9. Young's modulus for the building was taken as $2.5 \cdot 10^4$ MPa and Poisson's ratio for the soil as 0.3. The raft was assumed to have the same elastic modulus as the building, Poisson's ratio 0.2 and thickness 0.5 m, though its own weight was neglected.

In Figure 8 are presented the lateral displacements (w), calculated at points along the x_1 -axis of the raft (line AA in Figure 9b) by analyzing the soil-raft-building interaction for each of the four cases indicated in Figure 9a. The displacements obtained were less in case b.

The distribution of vertical contact stresses between the raft and the soil is shown in Figure 10. The calculated values are below 0.06 MPa.

In Figure 11, the distribution of stresses in the soil is shown, with the immovable plane located at a depth equal to the width of the raft. The stresses do not vanish at the immovable plane, but it can be predicted that they would do so at a depth of twice the width of the raft.

3 Conclusions

A computing technique for the analysis of the interactions in the layered soil-foundation-superstructure system has been presented here. The soil continuum and substructure were simulated via 3D BEM, while the infrastructure and superstructure were modeled by the FEM, using shell and frame elements. The method proposed by Maier and Novati (1987) was extended to the 3D case, including the effects of foundation elements that were able to cross the layers of soil.

One of the numerical examples given in this article was not compared with others from the literature, owing to the scarcity of relevant references. The great majority of published work dealing with soil-structure interaction concentrates on improving the quality of soil-substructure or superstructure modeling, and rarely takes such a general approach as that presented here. However, the responses obtained were within the expected range for normal loading.

Finally, the article introduces a powerful tool to facilitate the study of the coupled mechanics of the soil, the substructure and the superstructure. It will be used as a basis for future, more realistic mechanical models that take into consideration dynamic and rheological effects, for example.