



# Modelado de la mamposteria en estructuras aporticadas mediante el concepto de concentrador inelastico

Monica Puglisi<sup>1</sup>, Maylett Uzcategui<sup>2</sup>, Julio Flórez López<sup>3</sup>

Trabalho recebido em 14/02/2005 e aprovado para publicação em 02/08/2005.

#### Resumen

En este artículo se propone un modelo del comportamiento de la mampostería de relleno en estructuras aporticadas que tiene en cuenta el daño. El modelo está basado en el concepto del puntal equivalente, la teoría de la plasticidad y la teoría del daño continuo. A estos conceptos clásicos, se incorpora una nueva idea: el concentrador inelástico. El concentrador une los dos puntales diagonales y permite la transferencia de efectos entre ellos. De esta manera, se logra un modelado más realista del comportamiento de pórticos con mampostería de relleno sometidos a solicitaciones sísmicas. El modelo es validado mediante la simulación numérica de ensayos llevados a cabo en pórticos con mampostería sujetos a cargas monotónicas y cíclicas.

Palabras clave: mampostería, plasticidad, pórticos, concentrador inelástico, teoría del daño continuo.

Prof. MSc. Departamento de Tecnología de la Construcción, Facultad de Arquitectura y Arte, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida 5101, Venezuela. Tel y Fax: 58-274-2401915 e-mail: mpuglisi@ula.ve Weg page: http://www.arq.ula.ve

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Cecalcula. Parque Tecnológico. Universidad de Los Andes. Venezuela. Tel. y Fax:58-274-2403021 e-mail: maylett@cecalc.ula.ve Web page: http://www.cecalc.ula.ve

Prof. Dr. Departamento de Estructuras, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Av. Tulio Febres. Mérida 5101, Venezuela. Tel y Fax: 58-274-2402867 e-mail: iflorez@ula.ve . Web page: http://www.fing.ula.ve

#### 1. Introducción

Numerosas edificaciones son modeladas como estructuras aporticadas de concreto armado o acero con mampostería de relleno. Para el análisis de esta clase de estructuras, se suele usar el concepto del puntal equivalente que se muestra en la Figura 1. Este modelo fue propuesto inicialmente por Polyakov (según refieren Mallick and Severn 1967) y consiste en suponer que los efectos de los paneles de relleno pueden ser representados por dos barras diagonales a compresión. Las propiedades elásticas de los puntales han sido estudiadas por numerosos investigadores (Holmes 1961; Smith and Carter 1969; Liauw and Kwuan 1984; Paulay and Priestley 1992). El comportamiento inelástico del puntal también ha sido estudiado intensamente (Klinger and Bertero, 1976; Andreaus et al. 1985; Doudoumis and Mitsopoulou 1986; Crisafulli, Carr and Park 2000).

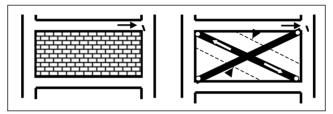


Figura 1: Modelo del puntal diagonal

Para cargas cíclicas o sísmicas, el modelo del puntal diagonal presenta serias desventajas. En estos casos, se hace necesario el uso de dos puntales. En el enfoque tradicional, ambos puntales están desacoplados y funcionan de manera independiente. Pero es claro que el panel de mampostería es un único elemento. En este trabajo, las ecuaciones constitutivas están basadas en el modelo del puntal equivalente, pero modificado mediante el concepto del concentrador inelástico (Puglisi and Flórez López 2004). El concentrador inelástico puede ser comparado con el concepto de rótula plástica pero adaptado al modelado de la mampostería. El concentrador conecta las dos barras como se muestra en la Figura 2, y permite la transferencia de efectos entre los puntales, tal como se mostrará en próximas secciones. Todos los efectos inelásticos son incluidos en el concentrador mientras que las barras permanecen elásticas.

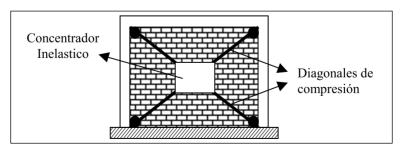


Figura 2: Modelo del puntal diagonal con concentrador inelástico

Bajo sobrecargas severas, los fenómenos dominantes en los paneles de mampostería son las deformaciones permanentes y el agrietamiento. Para el modelado de estos efectos se utiliza la Teoría del Daño Continuo (véase por ejemplo Lemaitre 1992) en combinación con los conceptos del puntal equivalente y el concentrador inelástico mencionados anteriormente.

El trabajo está organizado como sigue: En primer lugar, se describe la notación utilizada para la descripción del modelo y el marco general para el análisis de pórticos rellenos con mampostería. En la siguiente sección, se describe el modelo elastoplástico perfecto convencional. Se presenta luego, un estudio experimental sobre el comportamiento de pórticos de concreto armado rellenos con mampostería. Seguidamente, se describe el concepto de concentrador inelástico. A continuación, se presenta el modelo de daño para la mampostería de relleno en pórticos planos. Luego, el modelo es validado mediante la simulación numérica de los ensayos experimentales llevados a cabo en un pórtico relleno con mampostería sujeto a cargas monotónicas y cíclicas. Finalmente, el modelo es utilizado para realizar la simulación numérica del comportamiento de un edificio aporticado con muros de mampostería sometido en laboratorio a solicitaciones pseudo-dinámicas (Negro et al. 1995).

#### 2. Cinemática y estática de pórticos con mampostería

Considérese un pórtico plano con mampostería de relleno como el que se muestra en la Figura 3.

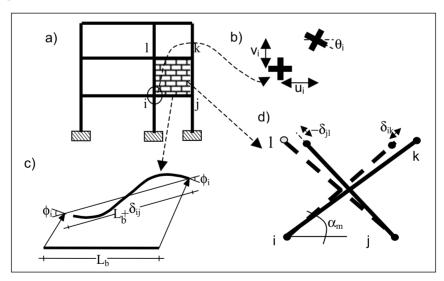


Figura 3: a) Pórtico relleno. b) Desplazamientos generalizados de un nodo. c) Deformaciones generalizadas de una viga-columna. d) Deformaciones generalizadas de la pared de relleno equivalente

Se introduce un par de ejes de referencia globales X e Y para definir la posición de los nodos del pórtico. Se representa la estructura utilizando dos tipos diferentes de elementos: viga-columna y pared de relleno, conectados entre sí en los nodos del pórtico. Los desplazamientos generalizados de un nudo i del pórtico están definidos por la matriz:

$$\{\mathbf{u}\}_{i}^{t} = (u_{i}, v_{i}, \boldsymbol{\theta}_{i}) \tag{1}$$

Donde  $u_i$  y  $v_i$  son los desplazamientos en las direcciones X e Y respectivamente y  $\theta_i$  es la rotación del nudo (véase la Fig. 3.b). Los desplazamientos generalizados de la estructura completa están dados en la matriz:

$$\{\mathbf{U}\}^{t} = (\{\mathbf{u}\}_{1}^{t}, \{\mathbf{u}\}_{2}^{t}, \dots, \{\mathbf{u}\}_{n}^{t})$$
(2)

Considérese ahora el elemento viga-columna b entre los nudos i y j del pórtico. Se introduce la matriz de deformaciones generalizadas  $\{\Phi\}_b^l = (\phi_i, \phi_j, \delta_{ij})$  donde los términos  $\phi_i$  y  $\phi_j$  representan las rotaciones relativas del elemento con respecto a su cuerda y  $\delta_{ij}$  es el alargamiento de la misma (véase la Fig. 3.c). Las paredes se modelan mediante dos puntales diagonales unidos a los nodos i, j, k, l. (véase la Fig. 3.d). La matriz de deformaciones generalizadas del elemento de mampostería está dada por  $\{\Delta\}_m^l = (\delta_{ik}, \delta_{ij})$  donde  $\delta_{ik}$  y  $\delta_{jl}$  son los alargamientos (o acortamientos) de las dos diagonales tal y como se indica en la Figura 3.d.

Los desplazamientos y las deformaciones están relacionados mediante las siguientes ecuaciones cinemáticas:

$$\phi_{i} = \frac{\sin\alpha_{b}}{L_{b}} u_{i} - \frac{\cos\alpha_{b}}{L_{b}} v_{i} + \theta_{j} - \frac{\sin\alpha_{b}}{L_{b}} u_{j} + \frac{\cos\alpha_{b}}{L_{b}} v_{j}$$

$$\phi_{j} = \frac{\sin\alpha_{b}}{L_{b}} u_{i} - \frac{\cos\alpha_{b}}{L_{b}} v_{i} - \frac{\sin\alpha_{b}}{L_{b}} u_{j} + \frac{\cos\alpha_{b}}{L_{b}} v_{j} + \theta_{j} \quad \text{o} \qquad \{\Phi\}_{b} = [B]_{b}\{U\}$$

$$\delta_{ij} = -u_{i}\cos\alpha_{b} - v_{i}\sin\alpha_{b} + u_{i}\cos\alpha_{b} - v_{j}\sin\alpha_{b}$$
(3)

$$\begin{split} \delta_{ik} &= -u_i \cos\alpha_m - v_i \sin\alpha_m + u_k \cos\alpha_m + v_k \sin\alpha_m \\ &\qquad \qquad \text{o} \qquad \{\Delta\}_m = [\text{B}]_m \{\text{U}\} \\ \delta_{il} &= u_i \cos\alpha_m - v_i \sin\alpha_m - u_l \cos\alpha_m + v_l \sin\alpha_m \end{split}$$

Donde  $L_b$  es la longitud del elemento viga-columna,  $\alpha_b$  es el ángulo de la cuerda con respecto al eje X y  $\alpha_m$  el ángulo de la diagonal equivalente.

El trabajo interno para cada uno de los dos tipos de elementos se obtiene mediante la introducción de dos matrices de esfuerzos:  $\{M\}_b^l = (m_i, m_j, n_{ij})$  y  $\{N\}_m^l = (n_{ik}, n_{jl})$ . La primera corresponde a los esfuerzos generalizados del elemento viga-columna (ver Figura 4.a). La segunda contiene las fuerzas axiales de las dos diagonales que representan la mampostería (ver Figura 4.b).

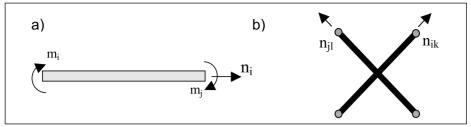


Figura 4: Esfuerzos generalizados a) En la viga-columna b) En la mampostería

Así, el trabajo interno del pórtico esta dado por:

$$T_{int} = \sum \{ \boldsymbol{\Phi} \}_b^t \{ \boldsymbol{M} \}_b + \sum \{ \boldsymbol{\Delta} \}_m^t \{ \boldsymbol{N} \}_m$$
 (5)

El trabajo externo se obtiene al introducir la matriz de fuerzas externas  $\{P\}$  conjugada con los desplazamientos generalizados  $\{U\}$ :

$$T_{ext} = \{ \boldsymbol{U} \}^t \{ \boldsymbol{P} \} \tag{6}$$

En el caso particular de solicitaciones estáticas, el principio de los trabajos virtuales se expresa como sigue:

$$T_{int}^* = T_{ext}^* \quad \forall \quad \{U\}^* \tag{7}$$

### 3. Modelo de comportamiento elastoplástico perfecto para la mampostería sin concentrador inelástico

El comportamiento elastoplástico perfecto para un puntal diagonal se muestra en la Figura 5. Como puede observarse, se admite que los puntales sólo admiten compresiones. Las ecuaciones constitutivas del panel se obtienen de la teoría de plasticidad clásica expresada en variables generalizadas y se expresan de la manera siguiente:

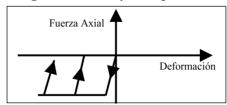


Figura 5: Relación esfuerzo-deformación elastoplástico perfecto

$$\{N\}_m = [S]_m \{\langle \Delta - \Delta^p \rangle_-\}_m$$
 (8)

donde:

$$[S]_m = \frac{A_m E_m}{L_m} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad \{\Delta^p\}_m = \begin{bmatrix} \delta_{ik}^p \\ \delta_{jl}^p \end{bmatrix}$$

Donde [S] es la matriz de rigidez,  $A_m$  es el área de la diagonal equivalente,  $E_m$  el módulo de elasticidad del material en la dirección de la diagonal y  $L_m$  su longitud. La matriz  $\{\Delta^p\}_m$  contiene los alargamientos permanentes de las diagonales y el símbolo <x> representa la parte negativa de x, es decir: <x> = x si x < 0, <x> = 0 en caso contrario. Puesto que ambos puntales están desacoplados, se introducen dos funciones de fluencia, una para cada uno de ellos:

$$f_{ik} = |n_{ik}| - n_y;$$
  $f_{jl} = |n_{jl}| - n_y$  (9)

donde  $n_y = A_m \sigma_y$  es el limite de fluencia del puntal. La evolución plástica de cada puntal se obtiene a partir de la condición de consistencia plástica de la manera habitual.

Con el objeto de ilustrar el comportamiento cíclico descrito por este modelo, considérese un elemento de pared aislado sometido a desplazamientos horizontales como se muestra en la Figura 6.

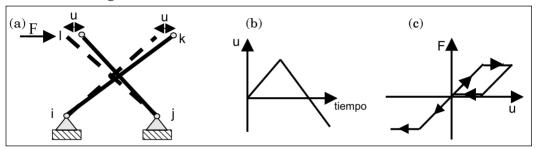


Figura 6: a) Elemento de relleno sujeto a desplazamiento horizontal b) Historia de desplazamiento (desplazamiento positivo hacia la derecha) c) Desplazamiento vs. fuerza

Al comenzar a aplicar el desplazamiento, sólo la barra ik genera fuerzas de compresión. Cuando la fuerza en la barra alcanza el valor del límite de fluencia, empiezan a aparecer deformaciones plásticas en la barra. Las fuerzas y los desplazamientos en la barra ij permanecen iguales a cero. A continuación, se impone una descarga elástica. Durante la descarga, las fuerzas de compresión en la primera barra disminuyen con deformaciones plásticas constantes mientras la segunda barra se mantiene descargada. Finalmente la fuerza de compresión en la barra ij llega a cero, pero puede constatarse que la segunda barra sigue descargada debido a las deformaciones plásticas de la primera barra lo que hace que el desplazamiento u sea no nulo. Para eliminar la deformación permanente en la barra ik y comenzar a producir compresiones en la segunda barra es necesario aplicar una fuerza en sentido contrario, pero como las barras no tienen resistencia a la tracción se deforma sin fuerza. La barra ij no tiene esfuerzos hasta el instante en que empieza a ser comprimida. Se observa por lo tanto que la curva fuerza-desplazamiento del elemento presenta un estrangulamiento como se indica en la Figura 6.c.

Sin embargo, en los resultados experimentales que se incluyen en la próxima sección, no se observa este estrangulamiento de la curva fuerza-desplazamiento. Se trata de un efecto artificial introducido por el desacoplamiento de las dos barras del modelo y no de una observación experimental. En estructuras de concreto armado se puede producir un estrangulamiento de la curva fuerza-desplazamiento, debido a otros fenómenos específicamente relacionados con el concreto armado tales como el deslizamiento del refuerzo o altos niveles de corte.

#### 4. Análisis experimental de pórticos con mampostería de relleno

Con el objeto de verificar la validez de la hipótesis de desacoplamiento de los dos puntales diagonales, se llevó a cabo un programa experimental en el que se ensayaron dos tipos de pórticos de concreto armado de un solo piso y un solo vano como los que se muestran en la Figura 7.



Figura 7: Pórticos de concreto armado, a) Relleno con mampostería y b) Parcialmente relleno con mampostería.

Los pórticos parcialmente rellenos con mampostería sólo tienen media pared construida en diagonal (ver Fig. 7.b). De esta manera, se puede materializar un pórtico que corresponde a un modelo con una sola barra diagonal. También se ensayaron pórticos de concreto armado rellenos totalmente de mampostería (ver Fig. 7.a). Las curvas fuerza desplazamiento obtenidas para los dos tipos de pórticos se muestran en la Figura 8. De cada una de estas gráficas se aisló un solo ciclo de desplazamientos que se muestra en la Figura 9.

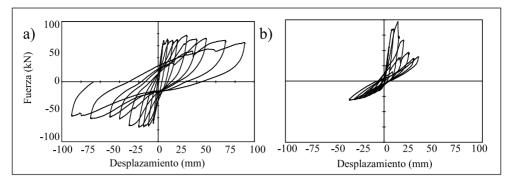


Figura 8: a) Fuerza vs desplazamiento en un pórtico con mampostería b) Fuerza vs desplazamiento en un pórtico con mampostería parcial

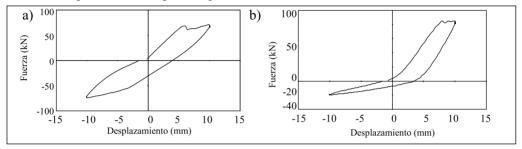


Figura 9: a) Lazo histerético en el espécimen de pórtico con mampostería b) Lazo histerético en el espécimen de pórtico con mampostería parcial

Puede observarse que el pórtico de concreto armado relleno totalmente de mampostería muestra lazos de histéresis robustos sin indicación alguna del estrangulamiento que el modelo desacoplado predice. Por el contrario, los lazos de los pórticos con mampostería parcial muestran claramente el estrangulamiento que aparece en la Figura 6 correspondiente al modelo con barras independientes. Por supuesto, el estrangulamiento no llega a formarse totalmente por la ausencia de la segunda diagonal. Se concluye de este análisis experimental que se hace esencial modificar el modelo del puntal equivalente con el objeto de eliminar el estrangulamiento artificial que introduce el mismo en la curva carga-desplazamiento.

### 5. Modelo de comportamiento elastoplástico perfecto para la mampostería con concentrador inelástico

A fin de trasmitir efectos inelásticos entre los dos puntales, el modelo clásico se modifica como se muestra en la Figura 10, añadiendo un concentrador inelástico de longitud nula. Las barras mantienen un comportamiento elástico y todos los efectos inelásticos se suponen localizados en el concentrador. En este nuevo modelo las barras

sólo experimentan deformaciones elásticas. La ley de estado del nuevo modelo se mantiene inalterada con respecto a la del modelo desacoplado:

$$\{N\}_{m} = \{S\}_{m} \{\langle \Delta - \Delta^{p} \rangle_{-}\}_{m}$$

$$(10)$$

Sin embrago las deformaciones plásticas  $\delta_{ik}^{p} y \delta_{jl}^{p}$  representan ahora los alargamientos del concentrador inelástico en las direcciones de las dos barras tal y como se muestra en la Figura 10.

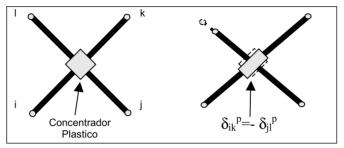


Figura 10: Modelo de la mampostería de relleno con concentrador inelástico

Para definir el comportamiento plástico del concentrador se introduce la siguiente función de fluencia

$$f = \left| n_{ik} - n_{jl} \right| - n_{y} \tag{11}$$

Puede observarse que esta función de fluencia esta inspirada en el criterio de Tresca utilizado en mecánica de medios continuos donde las fuerzas normales de las barras cumplen el rol de los esfuerzos principales. Es claro que se pueden utilizar otras funciones de fluencia para el concentrador, inspiradas o no en la mecánica de los medios continuos y es posible que otras alternativas permitan representar mejor los resultados experimentales. Sin embargo, la función de la Ec.(11) tiene la ventaja de ser simple a la vez que permite eliminar el efecto de estrangulamiento inducido por el modelo desacoplado.

Las leyes de evolución de las deformaciones plásticas se obtienen de la manera convencional a partir del principio de normalidad y la condición de consistencia:

$$d\delta_{ik}^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial n_{ik}}; \quad d\delta_{jl}^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial n_{jl}}; \quad d\lambda = 0 \quad si \quad f < 0 \quad o \quad df < 0$$

$$d\lambda \neq 0 \quad si \quad f = 0 \quad y \quad df = 0$$
(12)

donde  $\lambda$  es el multiplicador plástico del concentrador. Para la función de fluencia escogida, estas leyes de evolución se convierten en:

$$d\delta_{ik}^{p} = 0 \quad si \quad f < 0 \quad o \quad df < 0, d\delta_{ik}^{p} \neq 0 \quad si \quad f = 0 \quad y \quad df = 0,$$
$$d\delta_{ik}^{p} = -d\delta_{ik}^{p}$$
(13)

Considérese nuevamente el ejemplo de la Figura 6. Bajo cargas monotónicas, las envolventes de la curva fuerza-desplazamiento con y sin concentrador son idénticas. Sin embargo, a diferencia del modelo anterior, aparecen deformaciones plásticas en la dirección de la segunda barra, aunque su fuerza axial sea nula, debido a la condición  $d\delta_{jl}^{p} = -d\delta_{ik}^{p}$ . Por lo tanto, en el mismo instante en el que la primera barra deja de actuar, aparecen fuerzas de compresión en la segunda barra. Como se muestra en la Figura 11, desaparece entonces el estrangulamiento del modelo desacoplado y el comportamiento se asemeja más al observado en las gráficas experimentales de la Figura 9.

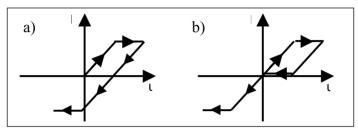


Figura 11: Fuerza vs. desplazamiento a) Con concentrador inelástico b) Sin concentrador inelástico

#### 6. Modelo de daño para la mampostería con concentrador inelástico

El fenómeno más característico observado en la mampostería es el agrietamiento. En esta sección se propone un modelo basado en la teoría del daño continuo que describe este efecto. Al igual que en el caso de la plasticidad, el modelo se expresa en variables de deformaciones y esfuerzos generalizados. Para ello se introduce una nueva variable interna  $d_m$  que mide el daño en el concentrador. Esta variable toma valores entre cero y uno como en la mayoría de los modelos de daño. La ley de estado Ec.(10) se modifica entonces de la manera siguiente:

$$\{N\}_m = (1 - d_m)[S]_m \{ \langle \Delta - \Delta^p \rangle_{-} \}_m$$
 (14)

La función de fluencia del concentrador se obtiene ahora a partir de la expresión Ec.(11), modificada mediante el concepto de esfuerzo efectivo y la hipótesis de equivalencia en deformaciones (véase Lemaitre 1992) y añadiendo un término de endurecimiento cinemático:

 $f = \left| \left\langle \frac{n_{ik}}{1 - d_m} - c\delta_{ik}^{p} \right\rangle_{-} - \left\langle \frac{n_{lj}}{1 - d_m} - c\delta_{lj}^{p} \right\rangle_{-} \right| - n_{y}$   $\tag{15}$ 

Donde c es la constante de endurecimiento. La ley de evolución de las deformaciones plásticas se obtiene también a partir del principio de normalidad:

$$d\delta_{ik}^{p} = 0 \quad si \quad f < 0 \quad o \quad df < 0 d\delta_{ik}^{p} \neq 0 \quad si \quad f = 0 \quad y \quad df = 0$$

$$(16)$$

Finalmente se propone la siguiente ley de evolución para el daño:

$$p_{ik} = Max \left| \delta_{ik}^{\ p} \right| \tag{18}$$

Donde el símbolo  $\langle x \rangle_1$  representa la parte positiva de x, es decir:  $\langle x \rangle_2 = x$  si x > 0,  $\langle x \rangle_{+} = 0$  en caso contrario.  $p_{cr}$ , m y  $\alpha$  son propiedades del muro.

Durante solicitaciones monotónicas, el modelo descrito por Ecs.(14) a (18) da la envolvente que se muestra en la Figura 12.

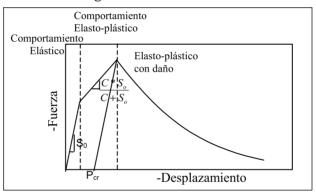


Figura 12: Envolvente de la ley constitutiva

Tal y como puede observarse el comportamiento puede dividirse en tres partes. Durante la primera fase el comportamiento es elástico y la grafica fuerza desplazamiento esta dada por la siguiente expresión:

$$n_{ik} = S_0 \delta_{ik} \tag{19}$$

En la segunda fase, que comienza cuando el valor de la fuerza iguala al límite de fluencia  $n_y$ , el comportamiento es elastoplástico con endurecimiento cinemático lineal y la expresión que se obtiene es la siguiente:

$$n_{ik} = \frac{S_0 c}{S_0 + c} \delta_{ik} - \frac{S_0}{S_0 + c} n_y \tag{20}$$

En la última fase, que comienza cuando la deformación plástica alcanza el valor crítico  $p_{cr}$ , el daño empieza a aumentar y la envolvente y el daño están dados por:

$$n_{ik} = exp \left( \frac{m(-n_y - S_0 | \delta_{ik} | + p_{cr}c + p_{cr}S_0)}{c + S_0} \right) \left( \frac{S_0}{c + S_0} \right) c \delta_{ik} - n_y)$$
 (21)

Puede observarse que la envolvente mostrada en la Figura 12 es similar a la propuesta en (Klingner and Bertero 1976). Esta gráfica permite también dar una interpretación física a las constantes introducidas en el modelo.  $S_o$  es la rigidez del puntal equivalente; la pendiente de la recta que caracteriza la fase de endurecimiento lineal depende del parámetro c;  $p_{cr}$  determina el comienzo de la fase de agrietamiento de la mampostería y del ablandamiento en la envolvente. Esta última fase es descrita mediante una exponencial cuya tasa de caída depende de la constante m. Puesto que la envolvente en el caso monotónico es similar a la del modelo propuesto por Klingner y Bertero, toda la experiencia acumulada en el uso de ese modelo puede ser utilizada para la determinación de las propiedades antes mencionadas.

Bajo solicitaciones cíclicas, el modelo difiere sustancialmente del antes mencionado. En la fase de incrementos del valor de la deformación plástica  $(\delta^{i}_{k}, \delta^{p}_{k} > 0)$ , la ley de evolución del daño Ec.(17) se transforma en:

$$\dot{d}_{m} = m \left( \frac{\left| \delta_{ik}^{p} \right|}{p_{ik}} \right)^{n} \left| \dot{\delta}_{ik}^{p} \right| exp(-m \langle p_{ik} - p_{cr} \rangle)$$
(22)

Puede observarse que los incrementos de daño durante las solicitaciones cíclicas dependen del término  $\left(\left|\delta_{k}^{p}\right|/p_{k}\right)^{\alpha}$ . Por lo tanto, dependiendo del valor de  $\alpha$ , los incrementos son grandes para valores de la deformación plástica cercanos al máximo experimentado por la pared y muy pequeños en caso contrario. La influencia del parámetro  $\alpha$  puede verse en la Figura 13.

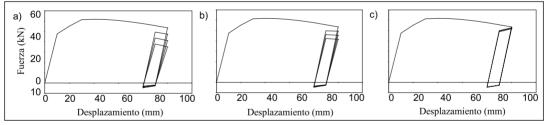


Figura 13: Fuerza vs. desplazamiento bajo cargas monotónicas a)  $\alpha = 2$  b)  $\alpha = 11$  c)  $\alpha = \infty$ 

La constante  $\alpha$  caracteriza por lo tanto los efectos de fatiga de bajo ciclaje en el muro. Siendo este un parámetro adimensional, se considera que su valor es siempre el mismo para cada tipo de muro (arcilla, cemento, etc.) independientemente de sus dimensiones.

#### 6.1 Condiciones de admisibilidad termodinámica

El cumplimiento de las siguientes desigualdades (Chaboche and Lemaitre 1985) para cualquier historia de deformación asegura que el modelo satisface la Segunda Ley de la Termodinámica:

$$\dot{d}_m \ge 0$$
;  $(n_{ik} - c\delta_{ik})\dot{\delta}_{ik}^{p} + (n_{jl} - c\delta_{jl})\dot{\delta}_{jl}^{p} \ge 0$  (23)

Puede constatarse, inspeccionando la ley de evolución (17), que la primera de las inecuaciones (23) se satisface automáticamente. La segunda desigualdad (23) también se cumple, ya que el dominio elástico definido por la función de fluencia (15) es convexo y la ley de evolución de las deformaciones plásticas generalizadas sigue la ley de normalidad. Por lo tanto, se cumple el teorema de la máxima disipación plástica y ésta es siempre positiva (véase por ejemplo Halphen and SalenÇon 1987).

#### 7. Simulación numérica de pórticos rellenos con mampostería

Con el modelo descrito en la sección precedente y las ecuaciones cinemáticas y de equilibrio presentadas en la segunda sección del artículo, se desarrolló un nuevo elemento finito (Puglisi 2002) que fue incluido (Uzcátegui 2005) en un programa de análisis estructural basado en la web (Marante et al. 2005). El comportamiento del pórtico de concreto armado es descrito mediante el modelo constitutivo que se presenta en esta última referencia. Con este programa se simuló el comportamiento de dos pórticos como los indicados en la Figura 7a. Los parámetros usados en la simulación se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros usados en la simulación

S <sub>o</sub>	c N <sub>y</sub>		m	α	$P_{cr}$
22 Ton/cm <sup>2</sup>	0.58 Ton/cm <sup>2</sup>	6.5 Ton	0.20 1/cm	10	1.4 cm

En las Figuras 14 y 15 se muestra la comparación de los resultados del ensayo y del modelo bajo solicitaciones de un solo signo y bajo cargas revertidas respectivamente.

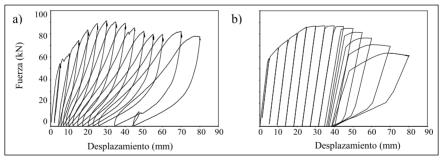


Figura 14: Fuerza vs. desplazamiento en un pórtico con mampostería bajo cargas monotónicas a) Ensayo b) Simulación Numérica

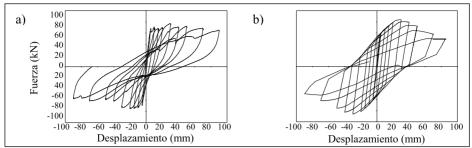


Figura 15: Fuerza vs. desplazamiento en un pórtico con mampostería bajo cargas cíclicas a) Ensayo b) Simulación numérica

Puede observarse la buena concordancia de los resultados del modelo con los resultados experimentales.

Como último ejemplo, se muestra la simulación numérica del comportamiento de un edificio aporticado con mampostería de relleno de 4 pisos, a escala natural, que fue sometido a solicitaciones pseudo-dinámicas en el Laboratorio Europeo para Evaluación Estructural (ELSA) (Negro et al. 1995; Negro et al. 1994). Las dimensiones del espécimen ensayado se muestran en las Figuras 16, 17, 18 y 19. Como se muestra en la Figura 16, los dos pórticos extremos del edificio estaban rellenos con mampostería mientras que el pórtico central estaba vacío. El edificio fue sometido a la historia de desplazamientos que se muestran en la Figura 22 mediante actuadotes hidráulicos fijados a las losas de los cuatro niveles de la estructura.

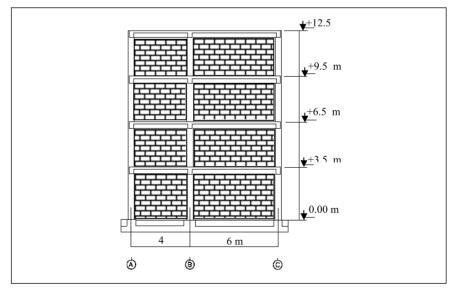


Figura 16: Vista lateral de los pórticos de la estructura.

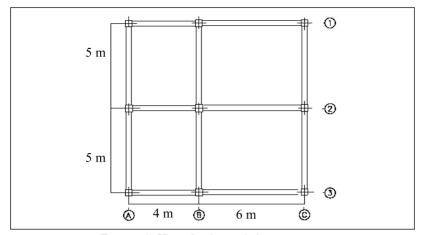


Figura 17: Vista de planta de la estructura

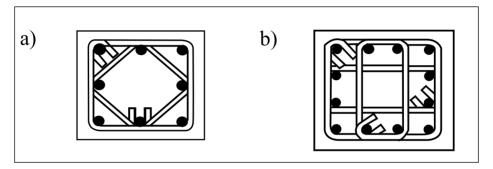


Figura 18: a) Columnas exteriores ( $40*40 \text{ cm}^2$ ), b) Columna interior pórtico interno ( $45*45 \text{ cm}^2$ ) y pórtico externo ( $40*40 \text{ cm}^2$ ), (armaduras ver Figura 20).

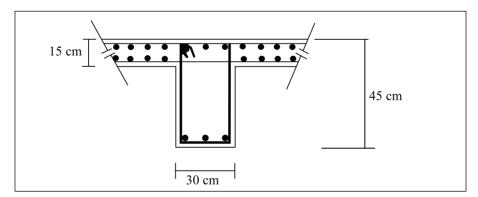


Figura 19: Sección transversal de las vigas de la estructura (armaduras ver Figura 21)

`					
a)				teel Bars = a <sub>2</sub> (cm) (	Stirrups Kmmy/(cm)
8616	¢10//10	4016 + 8014 3.8	φ10//7.5	8¢16 3.8	¢10//10
3.8 8 <b>0</b> 16	φ8//20	4 <b>\$</b> 16 + 8 <b>\$</b> 14	φ8//20	8¢16	φ8//20
3.8 8 <b>0</b> 16	¢10//10	3.8 4\phi16 + 8\phi14	<b>♦10</b> //7.5	3.8 8φ16	<b>♦10</b> //10
3.8 8 <b>0</b> 16		3.8	♦10//7.5	3.8 8¢16	ø10//10
3.8		3.8	,	3.8	
8¢16 3.8	¥	4φ16 + 8φ14 3.8	φ8//20	8ф16 3.8	φ8//20
8 <b>016</b> 3.8		4ф16 + 8ф14 3.8	φ10//7.5	8ф16 3.8	φ10//10
8 <b>φ</b> 16 3.8	φ10//10	4φ16 + 8φ14 3.8	φ10//7.5	8¢16 3.8	\$10//10
8¢16 3.8	φ8//20	4¢16 + 8¢14 3.8	ф8//20	8φ16 3.8	φ8//20
8φ16	φ10//10	12¢16 3.8	φ10//7.5	8 <b>¢</b> 16	φ10//10
3.8			<b>♦10//7.5</b>	8ф16	<b>♦10//10</b>
8 <b>016</b> 3.8	φ10//10	12 <b>\$</b> 16 3.8		3.8	
8 <b>6</b> 16 3.8	φ8//20	12 <b>ф</b> 16 3.8	φ8//20	8ф16 3.8	φ8//20
8020	φ10//10	12¢20 4.0	\$10//7.5	8¢20	φ10//10

b)					Stirrups nm)//(cm)
8¢16 3.8	¢10//	4φ16 + 8φ14 3.8	φ10//	8φ16 3.8	φ10//
8¢16 3.8	φ8//10	4ф16 + 8ф14 3.8	φ8//20	8φ16 3.8	φ8//10
8¢16 3.8	φ10//	12¢16 3.8	<b>\$10</b> //	8φ16 3.8	¢10//
8¢16 3.8	φ10//	12016 3.8	φ10//	8φ16 3.8	φ10 <i>//</i>
8¢16 3.8	φ8//10	12 <b>0</b> 16 3.8	φ8//20	8¢16 3.8	φ8//10
8 <b>¢</b> 16 3.8	\$10//	12 <b>016</b> 3.8	φ10//	8φ16 3.8	φ10//
8616 3.8	φ10//	12 <b>¢</b> 16 3.8	φ10//	8φ16 3.8	¢10//
8o16 3.8	φ8//10	12 <b>ф</b> 16 3.8	φ8//20	8 <b>ф16</b> 3.8	¢8//10
4¢20 + 4¢16 4.0	φ10//	12 <b>ф</b> 16 3.8	<b>\$10</b> //	4¢20 + 4¢16 4.0	φ10//
4\phi20 + 4\phi16 4.0	610//	12ф16 3.8	φ10//	4\phi20 + 4\phi16 4.0	o10//
4φ20 + 4φ16 4.0	φ8//10	12ф16 3.8	φ8//20	4¢20 + 4¢16	¢8//10
4\phi25 + 4\phi16 4.25	φ10//	12 <b>0</b> 20 4.0	φ10//	4¢25 + 4¢16 4.25	φ10//

Figura 20: a) Plano de aceros en columnas del pórtico interno. b) Plano de aceros en columnas del pórtico externo

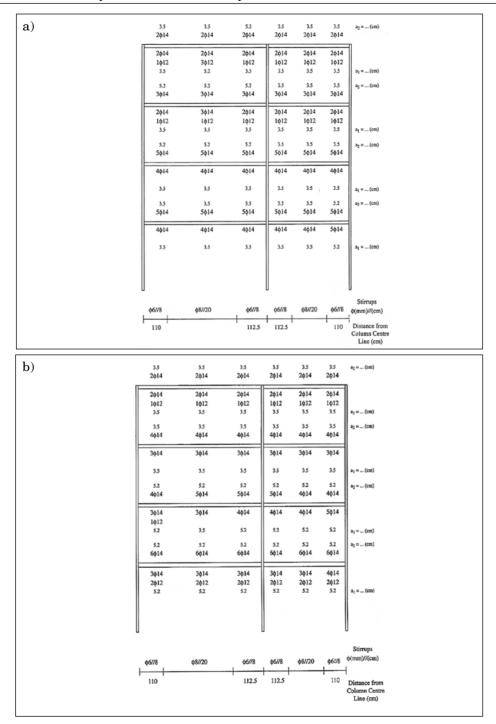


Figura 21: a) Plano de aceros en vigas del pórtico interno. b) Plano de aceros en vigas del pórtico externo

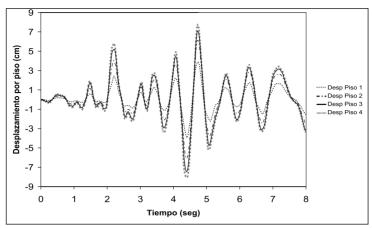


Figura 22: Historia de desplazamiento aplicada a la estructura

Los elementos de concreto armado de la estructura fueron modelados empleando el modelo descrito en (Marante et al. 2005). Para los muros de relleno se utilizó el modelo presentado en este artículo utilizando las constantes que se incluyen en la Tabla 2.

Tabla 2: Parámetros del modelo del pórtico con mampostería (ELSA).

Nivel	S <sub>o</sub> (ton/cm <sup>2</sup> )	c (ton/cm²)	n <sub>v</sub> (ton)	m (1/cm)	α	Pcr (cm)
1-2	75.7	0.58	35.7	0.52	8	1.4
3	70.7	0.58	35.7	0.52	8	1.4
4	55. <i>7</i>	0.58	35.7	0.52	8	1.4

La respuesta experimental y los resultados de la simulación numérica se muestran en las Figuras 23 y 24, en las que se representa la historia del corte basal. Tal y como puede observarse, hay una buena correlación entre ambas curvas excepto en la fase final del ensayo.

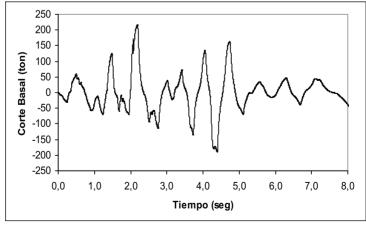


Figura 23: Cortante basal del ensayo experimental de la estructura

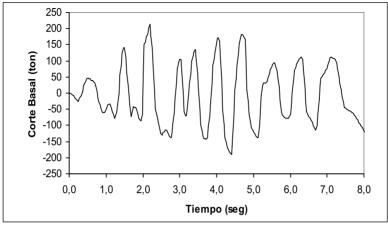


Figura 24: Cortante basal de la simulación numérica de la estructura

El mapa de daños de la mampostería al final del ensayo, obtenido con el modelo, se muestra en la Figura 25. Puede observarse que, según la simulación, los daños se concentran en dos de los paneles del pórtico, especialmente en el de la derecha en el piso inferior.

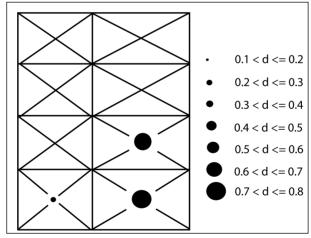


Figura 25: Mapa de daño del pórtico 13 con mampostería

El estado final de agrietamiento de ese panel se muestra en la fotografía de la Figura 26.

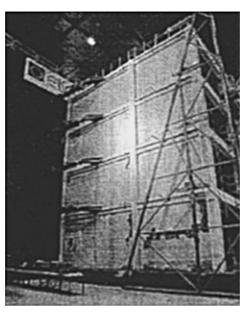


Figura 26: Fotografía del agrietamiento de la mampostería

#### 8. Conclusiones y observaciones finales

El modelo de barras diagonales desacopladas se basa en una hipótesis irreal ya que la pared de relleno es única. Es por ello que los modelos convencionales necesitan ser mejorados con la inclusión de algún tipo de acoplamiento entre las barras. En este trabajo se propone una estrategia de acoplamiento. Se modifica el modelo del puntal mediante el concepto de concentrador inelástico que es similar, en algunos aspectos, al de la rótula plástica. El resultado es un modelo, tan simple como el original, pero que representa de una manera más realista el comportamiento observado. Adicionalmente, se incluye en el modelo una caracterización del proceso de agrietamiento de la mampostería basada en la teoría del daño continuo. El modelo es valido tanto para solicitaciones monotónicas como cíclicas.

Finalmente, es importante remarcar que muchos de los modelos para mampostería de relleno disponibles en la literatura pueden ser modificados y mejorados con la inclusión del concentrador inelástico.

#### Agradecimientos

Los resultados presentados en este trabajo fueron obtenidos en el curso de una investigación financiada por el FONACIT y el CDCHT-ULA.

#### Referencias

Andreaus, U.; Cerone, M.; D'Asdia, P. and Iannozzi, F. (1985). A Finite Element Model for the Analysis of Masonry Structures under Cyclic Actions. *Proceeding of the Seventh Internacional Brick and masonry Conference*. Melbourne, Australia. v. 1, p. 479-488.

Crisafulli, F.; Carr, A. and Park, R. (2000). Analytical modeling of infilled frame structures. A general Review. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*. v. 33, n.1, p.30-47.

Doudoumis, I. and Mitsopoulou, E. (1986). Non-linear Analysis of multistory infilled frames for unilateral contact conditions. *Proceedings of the Eighth European Conference on Earthquake Engineering*, Lisboa, Portugal, v. 3, p. 63-70.

Halphen, B. and SalenÇon, J. (1987). Élasto-Plasticité. Presses Ponts et chaussées, Paris.

Holmes, M. (1961) Steel frames with brickwork and concrete infilling. *Proc. Inst. of Civil Eng. London England*. Part 2. v.19, 1961. p.473-478.

Klingner, R.Y. and Bertero, V. (1976). *Infilled Frames in Earthquake-Resistant Construction*. Technical Report No.EERC 76-32. University of California, Berkeley.

Lemaitre, J. (1992). A Course on Damage Mechanics. Springer-Verlag, Berlin.

Liauw, T. and Kwuan, K.(1984). Nonlinear Behaviour of Non-Integral Infilled Frames. Computers & Structures, v. 18, n.3, p. 551-560.

Mallick, D. and Severn, R. (1967). The Behaviour of Infilled Frames under Static Loading. *Proceeding of the Institution of Civil Engineering*. v. 38, p.639-656.

Marante, M.; Suárez, L.; Quero, A.; Redondo, J.; Vera, B.; Uzcátegui, M.; Delgado, S.; León, L.; Núñez, L. and Flórez-López, J. PORTAL OF DAMAGE: a Web-Based finite element program for the analysis of framed structures subjected to overloads. *Advances in Engineering Software* (en prensa)

Negro, P.; Verzeletti, G.; Magonette, G.E. and Pinto, A.V. (1994). Tests on a Four-Storey Full-Scalle R/C Frame Designed According to Eurocodes 8 and 2: Preliminary Report. EUR 15879 EN. ELSA Laboratory. 1994, Ispra (VA), Italy.

Negro, P.; Anthoine, A.; Combescure; D.; Magonette, G.; Molina, J.; Pegon, P.; Verzeletti, G. (1995). Tests on the Four-Storey Reinforced Concrete Frame with Masonry Infills: Preliminary Report. Special Publication No.I95.54, 1995, Ispra (VA), Italia.

Paulay, T. and Priestley, M. (1992) Seismic design of Reinforced Concrete and masonry Building, John Wiley & Sons inc. 744p.

Puglisi, M. (2002). Análisis elastoplástico de estructuras aporticadas tomando en cuenta el efecto de la mampostería. Trabajo de Ascenso. Universidad de Los Andes, Mérida. Venezuela.

Puglisi, M. and Flórez-López, J. (2004) Modelado de Pórticos con Mampostería usando el Concentrador Plástico. III Congreso Internacional sobre Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Monterrey. México.

Stafford Smith, B. and Carter, C. (1969) A Method of Analysis for Infilled Frames. *Proceeding of the Institution of Civil Engineers*, v. 44, p. 31-48.

Uzcategui, M. (2005). Implementación de elementos finitos en un programa de análisis estructural basado en la Web. Tesis de Maestría. Universidad de Los Andes, Venezuela.

## Modeling of masonry of infilled frames with plastic concentrator

#### **Abstract**

This paper proposes a model of the behavior of infill panels in framed structures. The model is based on the equivalent strut model, the concept of inelastic concentrator and damage mechanics. It is first shown that the equivalent strut model in its conventional form introduces artificial effects that do not correspond to the observed behavior. Then, an experimental study of the behavior on infilled frames subjected to monotonic and cyclic loadings is described. These results are used for the development of the constitutive law for the equivalent bars. The model is analyzed first in the case of monotonic loadings and then for cyclic loadings. Finally, the model is validated by the numerical simulation of a test carried out on infilled frames subjected to monotonic and cyclic loadings.

*Keywords*: masonry, plastic concentrator, damage mechanics, monotonic loadings, cyclic loadings.

#### 1. Introduction

The need of including infill panels in the analysis of RC frames has been recognized for a long time. The behavior of empty frames and infilled frames is so different that one can wonder if the analysis of empty frames is really useful. So far, the only viable approach for the analysis of large infilled frames is the model of the diagonal strut that is represented in Figure 1. This model, initially proposed by Polyakov, consists in assuming that the effect of the infill panels can be represented as diagonal bars under compression.

In this paper, a simple modification of the diagonal strut model is proposed in order to include some coupling between the two bars. The coupling is done by the introduction of a concept that the authors have called "inelastic concentrator". A inelastic concentrator can be compared with a plastic hinge in the sense that both may be imagined as zero length inelastic springs. The inelastic concentrator links both diagonal bars and produces a transfer of effects from one strut to the other, see Figure 2.

#### 2. A model of damage for infill panels in planar frames

A new internal variable is introduced: the damage  $d_m$ . This variable also takes values between zero and one and measures the state of damage of the concentrator. i.e.

the damage variable characterizes the degree of cracking of the infill panel. Only one damage variable is introduced, therefore the hypothesis of isotropic damage is accepted. This means that damage due to compression forces on one of the bars also affects the behavior of the opposite bar.

The state law, Eq. (14), is modified by the use of the effective stress and the hypothesis of strain equivalence. The yield function of a damaged plastic concentrator can be obtained by using again the effective stress and the hypothesis of strain equivalence. Thus, the plastic behavior of a cracked infill with kinematics hardening, see Eq. (15).

The set of equations composed by the state law (14), the yield function (15) and the damage evolution law (17-18) completely define the behavior of the infill element. The set of parameters of the model is given by Table 1.

#### 3. Numerical simulation of the behavior of infilled frames

Some RC frames with infill panels (see Figure 7) were subjected to monotonic and cyclic loadings. These tests were used to validate the model of damage proposed in the previous sections. A new finite element, based on the expressions (ecs.14-18) and the kinematic and equilibrium equations, was developed and included in a structural analysis program based in the Web.

In Figures 14 and 15, the experimental results and the numerical simulation of the behavior of a frame with infill panel subjected to monotonic and cyclic loadings (with elastic unloading) are presented.

#### Final remarks and conclusions

Damage mechanics is a very convenient framework for the modeling of the behavior of infill panels. Cracking is a very important phenomenon in this case, as important as the inelastic deformations, thus damage mechanics provides the tools for a more physically founded description.

Additionally, the models based on damage mechanics automatically offer well founded damage indices. An investigation on the potential of reparability of the infill panels as a function of the damage values has not been carried out. However, it seems clear that a variable that is, by definition, related with the remaining stiffness and strength of the element is the most suitable for this purpose. If simple criteria of serviceability and reparability (such as limit values of damage) were established, reliable studies about maintenance cost could be included in the design and criteria design of buildings with ease.

One of the main concerns of the authors during the development of this investigation was to keep the model simple. As a result, the model exhibits many limitations; for instance, the assumption of isotropic damage. Other limitations will appear if the model is ever used for practical applications. Therefore, the proposed model must be seen as the best compromise between simplicity and accuracy that the authors were able to obtain.