

# Efeitos da interação trem-trilhos-lastro-estrutura nas vibrações de pontes ferroviárias

Walber da Luz Correa <sup>(1)</sup>, Ronaldo Carvalho Battista <sup>(2)</sup>

Trabalho recebido em 26/10/2004 e aprovado para publicação em 10/05/2005.

---

## Resumen

As vibrações em pontes ferroviárias produzidas pela passagem da composição típica de um TUE (Trem Unidade Elétrico, composto por 8 carros) utilizado nas vias férreas de várias áreas urbanas brasileiras, são investigadas com auxílio de modelos matemáticos para a simulação da carga dinâmica (isto é, de um modelo mecânico da composição de carros com suas suspensões), além dos efeitos da interação dinâmica entre trem-trilhos-dormentes-lastro e a própria estrutura da ponte ferroviária.

Na modelagem matemática foram levadas também em consideração as irregularidades geométricas (determinísticas e aleatórias) de ocorrências freqüentes nos trilhos e nas rodas. Dois tipos de lastro sob os dormentes são considerados: um granular e outro elastomérico. O sistema mecânico-estrutural, resultante de uma idealização bi-dimensional, foi discretizado em elementos finitos e as equações diferenciais de movimento foram integradas numericamente.

As respostas dinâmicas obtidas para uma ponte ferroviária urbana são utilizadas para avaliar tanto o desempenho do modelo de carga dinâmica, quanto os efeitos das irregularidades geométricas e do tipo de lastro no problema de interação dinâmica. Finalmente, essas respostas são utilizadas para avaliar as amplificações dinâmicas em termos de deslocamentos e tensões e compará-las com o valor do coeficiente de impacto prescrito na norma brasileira para projeto de pontes ferroviárias.

*Palavras-chave:* dinâmica estrutural, pontes ferroviárias, vibração em pontes

---

<sup>1</sup> M.Sc., aluno COPPE/UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Centro tecnológico, Bloco I sala 216, Cidade Universitária, Ilha do Fundão, CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Fone: + 55 21 2562 8475. E-mail: wcorrea@coc.ufrj.br

<sup>2</sup> Prof. Dr. COPPE/UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Centro tecnológico, Bloco I sala 216, Cidade Universitária, Ilha do Fundão, CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Fone: + 55 21 2562 8475. E-mail: battista@coc.ufrj.br

# 1. Introdução

A população brasileira tem se concentrado ao longo de muitas décadas nos grandes centros urbanos, acarretando um aumento muito grande na demanda por transporte nessas regiões. Um sistema de transporte eficaz, seguro e rápido é de suma importância para o desenvolvimento dessas cidades. O transporte ferroviário apresenta características fundamentais para se alcançar tal êxito, pois conta com a utilização de vias exclusivas que evitam perda de tempo com engarrafamentos e com um sistema de otimização eficaz do uso das vias, além de apresentar um baixo nível de poluição ambiental e uma grande capacidade de transporte de usuários, se comparado com o transporte rodoviário.

O uso do transporte ferroviário em grandes cidades é muitas vezes impedido por obstáculos naturais ou por construções urbanas. Para resolver problemas dessa natureza faz-se uso de obras de arte como pontes e elevados. Porém para que estas obras tenham um bom desempenho e durabilidade é necessário que se conheça, entre outros aspectos, o comportamento dessas estruturas ferroviárias sob ação das cargas móveis, que são os TUE's.

O estudo do comportamento de estruturas de pontes sob ação de cargas móveis teve seu início no século XIX; os veículos eram modelados como forças concentradas, já que a força de inércia de sua massa era menor que o seu peso próprio. Porém quando a inércia não mais pode ser desprezada, foram utilizados modelos mecânicos do tipo massa-mola (Biggs 1964; Timoshenko 1974; Frýba 1996).

Muitos pesquisadores têm estudado o problema de interação veículo-estrutura utilizando modelos numéricos que levam em conta irregularidades nos trilhos, tanto do tipo determinística quanto aleatória (Frýba 1972; Wiriychai, Chu e Garg 1982; Yang e Yau 1997; Cheung et al. 1999). A interação dinâmica entre veículos ferroviários e uma ponte do tipo pênsil foi estudada por Au, Wang e Cheung (2001), enquanto Frýba (2001) estudou a ressonância por efeito de mobilidade em pontes por ação de cargas móveis em alta velocidade. Law e Zhu (2004) estudaram o dano causado em uma ponte de concreto armado devido a passagem de veículos ferroviários. Por outro lado, Lou (2005) usou um modelo, em elementos finitos, da estrutura da ponte e um sistema massa-mola-amortecedor com quatro graus de liberdade, para representar o veículo, para avaliar a vibração em uma ponte ferroviária.

Uma abordagem tridimensional do problema de interação trem-estrutura foi proposta por alguns pesquisadores (Song, Noh e Choi 2003; Xu, Zhang e Xia 2004). Já Xia, Zang e Gao (2005) realizaram ensaios experimentais em uma ponte ferroviária em concreto, com o trem trafegando com velocidade de aproximadamente 320 km/h. Estes ensaios serviram para avaliar o nível de vibração em uma ponte recém construída na China.

No Brasil, além das prescrições normativas para carga móveis ferroviárias (NBR 7189/1985), há alguns trabalhos desenvolvidos na COPPE-UFRJ que tratam da interação entre trens e estrutura de pontes ferroviárias. Dentre esses deve-se citar o trabalho realizado por Battista e Barbosa (2000) no qual modelos tridimensionais da estrutura

foram utilizados para análise do comportamento e reabilitação de pontes metálicas sob ação de cargas móveis simplificadas; e também o trabalho realizado por Correa (2003) que estudou os efeitos da interação dinâmica da passagem de trens sobre pontes ferroviárias, utilizando modelos mecânicos massa-mola-amortecedor com até seis graus de liberdade. Além destes, outros trabalhos desenvolvidos na COPPE (Ferreira 1999; Perlingeiro *et al.* 2002) utilizaram modelos mecânicos com um, dois e quatro graus de liberdade, para simular veículos rodoviários e os efeitos de interação dinâmica caminhões-ponte.

## 2. Modelagem matemática da interação trem – trilhos – lastro - estrutura

Os veículos ferroviários destinados ao transporte de passageiros (Figura 1) são denominados TUE (Trem Unidade Elétrico) e são compostos basicamente por carroceria, truques e rodas. São sistemas mecânicos com vários graus de liberdade, com molas de comportamento linear e não-linear e amortecedores. Durante a passagem sobre uma estrutura o efeito do seu peso próprio combinado com as forças de inércia, produzidas pelas acelerações impostas a sua massa, aumentam os deslocamentos e tensões na estrutura.



Figura 1: Trem urbano brasileiro no Rio de Janeiro (CBTU 2002)

### 2.1 Modelo matemático da estrutura-trilhos

A estrutura da ponte e os trilhos são modelados via Método dos Elementos Finitos como elementos de barra de pórtico plano, e o conjunto dormente-lastro por elementos de conexão molas e amortecedores. A Figura 2 ilustra o sistema mecânico-estrutural idealizado para representar as estruturas da ponte e dos trilhos, interconectados pelos dormentes e lastro.

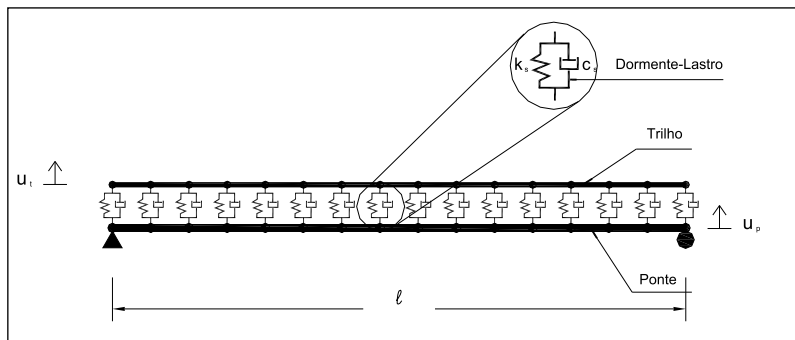


Figura 2: Modelo idealizado da estrutura-dormente-trilhos

## 2.1 Interação dinâmica veículo-estrutura

Alguns modelos matemáticos simplificados bidimensionais são utilizados para representar a interação dinâmica entre os trens e a estrutura da ponte ferroviária. Os modelos da carga dinâmica devida a um trem variam desde o mais simples que simula apenas a mobilidade do carregamento das rodas, por meio de um conjunto de forças concentradas, até alguns inerciais simulados por sistemas massa-mola-amortecedor com vários graus de liberdade, além das irregularidades geométricas dos trilhos e rodas.

### 2.1.1 Modelo de força concentrada

Um sistema de forças verticais concentradas, nos pontos de contato das rodas sobre os trilhos, movendo-se com velocidade constante é utilizado para simular a mobilidade da carga (Figura 3). A equação de movimento dos trilhos sobre o lastro visco-elástico, sob ação das forças  $F$ , é dado pela Equação (1):

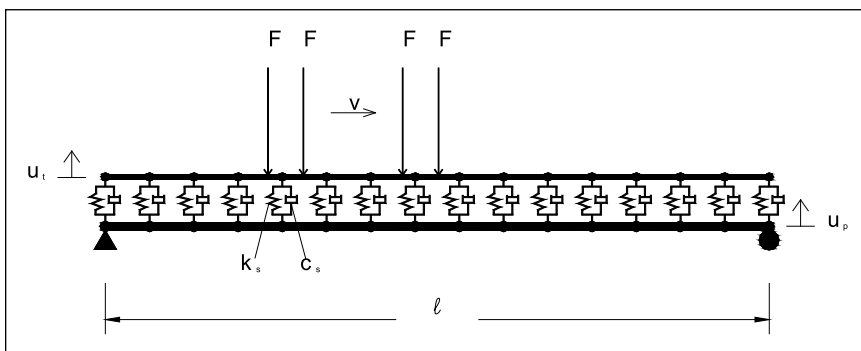


Figura 3: Modelo de força concentrada para carga dinâmica

$$M_t \ddot{U}_t + C_t \dot{U}_t + K_t U_t = F - P_s \quad (1)$$

e a equação de movimento da estrutura da ponte é dada pela Equação (2)

$$M_p \ddot{U}_p + C_p \dot{U}_p + K_p U_p = P_s \quad (2)$$

onde  $P_s$  é a força de interação atuante nos elementos de conexão, dada pela Equação (3)

$$P_s = C_s(\dot{U}_t - \dot{U}_p) + K_s(U_t - U_p) \quad (3)$$

A Equação (4) descreve o sistema inercial acoplado que rege o comportamento dinâmico do sistema

$$\begin{bmatrix} M_t & \\ & M_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_t \\ \ddot{U}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (C_t + C_s) & -C_s \\ -C_s & (C_p + C_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_t \\ \dot{U}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (K_t + K_s) & -K_s \\ -K_s & (K_p + K_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t \\ U_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde,  $C_s$  e  $K_s$  são as matrizes de amortecimento e rigidez dos elementos de conexão, respectivamente.

## 2.1.2 Modelo dinâmico A

O modelo dinâmico A é um modelo bastante simplificado e consiste de um sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade, onde um corpo rígido de massa  $m_v$  (massa total do veículo) está sobre um conjunto mola-amortecedor dado por  $k_v$  e  $c_v$  (Figura 4) que representa a suspensão do veículo. A força que o veículo transmite para a estrutura é o somatório das forças estáticas com as forças dinâmicas, a qual leva em conta o efeito das irregularidades geométricas dos trilhos e das rodas. As Equações (1') e (2') referem-se a equação de movimento do trilho e da ponte, respectivamente.

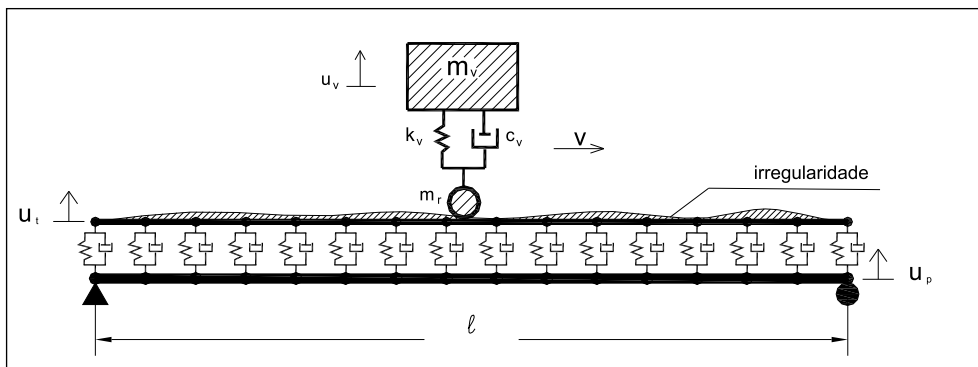


Figura 4: Modelo dinâmico A de interação dinâmica

$$M_t \ddot{U}_t + C_t \dot{U}_t + K_t U_t = F_v - P_s \quad (1')$$

$$M_p \ddot{U}_p + C_p \dot{U}_p + K_p U_p = P_s \quad (2')$$

onde  $F_v$  é a força que o veículo exerce sobre o trilho, dada pela Equação (5) e  $P_s$  é dado pela Equação (3).

$$F_v = (m_r + m_v)g - m_r (\ddot{U}_t^* + \ddot{u}_{ir}) + c_v [\dot{u}_v - (\dot{U}_t^* + \dot{u}_{ir})] + k_v [u_v - (U_t^* + u_{ir})] \quad (5)$$

A Equação (6) descreve o comportamento dinâmico acoplado do sistema mecânico-estrutural veículo-trilhos-lastro-ponte.

$$\begin{bmatrix} m_v & & \\ & (M_t + m_r) & \\ & & M_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{U}_t \\ \ddot{U}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_v & -c_v & \\ -c_v & (C_t + C_s + c_v) & -C_s \\ & -C_s & (C_p + C_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{U}_t \\ \dot{U}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_v & -k_v & \\ -k_v & (K_t + K_s + k_v) & -K_s \\ & -K_s & (K_p + K_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ U_t \\ U_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_r \\ p_v - f_{iv} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde,  $p_v$  é o peso do veículo, dado por:  $p_v = (m_r + m_v)g$ ;  $f_{iv}$  é a força de interação devido às irregularidades entre a estrutura e o veículo, dado por:  $f_{iv} = m_r \ddot{u}_{ir} + c_v \dot{u}_{ir} + k_v u_{ir}$  e  $f_r$  a força de interação dinâmica veículo-estrutura, atuando sobre o veículo, dado por:  $f_r = c_v \dot{u}_{ir} + k_v u_{ir}$ . (o subscrito *ir* refere-se a irregularidade,  $U^*$  é o deslocamento nodal no ponto de contato da roda com a superfície da estrutura).

### 2.1.3 Modelo dinâmico B

O modelo dinâmico B considera os movimentos vertical e angular da massa  $m_v$  do veículo, que se apóia sobre dois conjuntos mola-amortecedor representando as suspensões dianteira e traseira (Figura 5). As equações de movimento da estrutura é dado pelas Equações (1') e (2') e a força que o veículo exerce sobre o trilho é dada pela Equação (7)

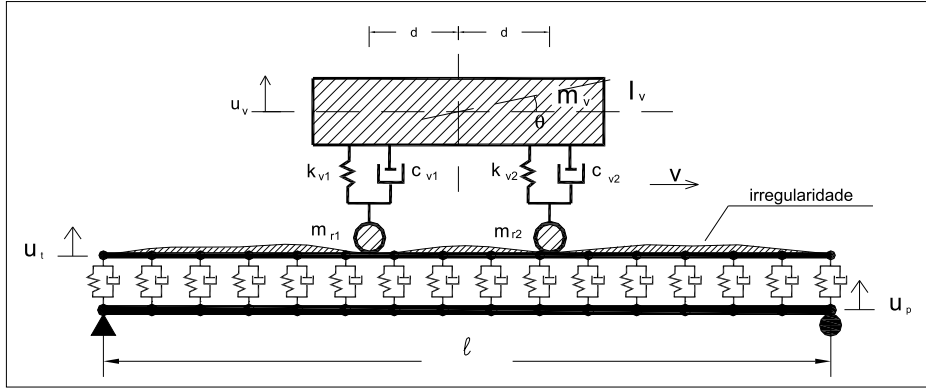


Figura 5: Modelo dinâmico B de interação dinâmica

$$F_v = \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \left( \frac{m_v}{2} + m_{ri} \right) g - m_{ri} (\ddot{U}_t^* + \ddot{u}_{ir}) + c_{vi} [\dot{u}_v + (-1)^{i+1} d\dot{\theta} - (\dot{U}_t^* + \dot{u}_{ir})] \\ k_{vi} [u_v + (-1)^{i+1} d\theta - (U_t^* + u_{ir})] \end{bmatrix} \quad (7)$$

A Equação (8) descreve o comportamento dinâmico do sistema mecânico-estrutural representado pelo modelo B.

$$\begin{bmatrix} m_v & I_v \\ & \left( M_t + \sum_{i=1}^2 m_{ri} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{U}_t \\ \ddot{U}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 c_{vi} & -\sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{vi} d & -\sum_{i=1}^2 c_{vi} & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{vi} d & \sum_{i=1}^2 c_{vi} d^2 & \sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{vi} d & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 c_{vi} & \sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{vi} d & \left( C_t + C_s + \sum_{i=1}^2 c_{vi} \right) & -C_s \\ 0 & 0 & -C_s & (C_p + C_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{\theta} \\ \dot{U}_t \\ \dot{U}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 k_{vi} & -\sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{vi} d & -\sum_{i=1}^2 k_{vi} & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{vi} d & \sum_{i=1}^2 k_{vi} d^2 & \sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{vi} d & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 k_{vi} & \sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{vi} d & \left( K_t + K_s + \sum_{i=1}^2 k_{vi} \right) & -K_s \\ 0 & 0 & -K_s & (K_p + K_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ \theta \\ U_t \\ U_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 (c_{vi} \dot{u}_{ir} + k_{vi} u_{ir}) \\ -\sum_{i=1}^2 (-1)^i (c_{vi} d \dot{u}_{ir} + k_{vi} d u_{ir}) \\ \sum_{i=1}^2 \left[ \left( \frac{m_v}{2} + m_{ri} \right) g - (m_{ri} \ddot{u}_{ir} + c_{vi} \dot{u}_{ir} + k_{vi} u_{ir}) \right] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde  $u_{ir}$  é o deslocamento imposto as rodas devido as irregularidades geométricas.

### 2.1.4 Modelo dinâmico C

O modelo dinâmico C, ilustrado na Figura 6, tem seis graus de liberdade, resultante da modelagem dos movimentos de deslocamento vertical e rotacional separadamente da carroceria e dos truques, dianteiro e traseiro, além de suas suspensões, primária e secundária.

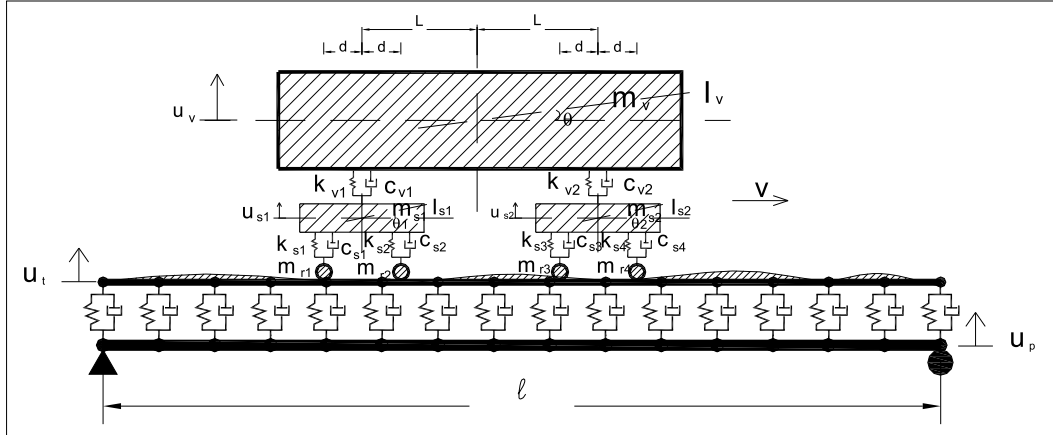


Figura 6: Modelo dinâmico C da interação dinâmica entre um carro da composição-trilhos-lastro-estrutura.

A força que o veículo exerce sobre a estrutura é dada pela Equação (9).

$$F_v = \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \left( \frac{m_v}{4} + \frac{m_{s1}}{2} + m_{r1} \right) g - m_{r1} (\ddot{U}_t^* + \ddot{u}_{ir}) + \\ c_{vi} [\dot{u}_{s1} - (-1)^i d \dot{\theta}_1 - (\dot{U}_t^* + \dot{u}_{ir})] + \\ k_{vi} [u_{s1} - (-1)^i d \theta_1 - (U_t^* + u_{ir})] \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \left( \frac{m_v}{4} + \frac{m_{s2}}{2} + m_{r2} \right) g - m_{r2} (\ddot{U}_t^* + \ddot{u}_{ir}) + \\ c_{vi} [\dot{u}_{s2} - (-1)^i d \dot{\theta}_2 - (\dot{U}_t^* + \dot{u}_{ir})] + \\ k_{vi} [u_{s2} - (-1)^i d \theta_2 - (U_t^* + u_{ir})] \end{bmatrix} \quad (9)$$

Aplicando-se o Princípio de D'Alembert e fazendo-se o equilíbrio das forças e momentos atuantes e o somatório dos momentos, chega-se às seis equações diferenciais de movimento do sistema Equações (10) a (15), levando-se em conta as irregularidades. As seis equações de movimento, (10) a (15), são associadas respectivamente: ao deslocamento vertical da massa  $m_v$ ,

$$m_v \ddot{u}_v + \sum_{i=1}^2 c_{vi} \dot{u}_v - \sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{vi} L \dot{\theta}_v - \sum_{i=1}^2 c_{vi} \dot{u}_{si} + \sum_{i=1}^2 k_{vi} u_v - \sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{vi} L \theta_v - \sum_{i=1}^2 k_{vi} u_{si} = 0 \quad (10)$$

a rotação da massa  $m_v$ ,

$$I_v \ddot{\theta}_v - \sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{vi} L \dot{u}_v + \sum_{i=1}^2 c_{vi} L^2 \dot{\theta}_v + \sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{vi} L \dot{u}_{si} - \sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{vi} L u_v + \sum_{i=1}^2 k_{vi} L^2 \theta_v + \sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{vi} L u_{si} = 0 \quad (11)$$

ao deslocamento vertical da massa  $m_{s1}$

$$m_{s1} \ddot{u}_{s1} + \left[ \left( \sum_{i=1}^2 c_{si} \right) + c_{v1} \right] \dot{u}_{s1} - \sum_{i=1}^2 \left( (-1)^i c_{si} d \dot{\theta}_1 \right) - c_{v1} \dot{u}_v - c_{v1} L \dot{\theta}_v - \sum_{i=1}^2 c_{si} \dot{U}^*_i + \left[ \left( \sum_{i=1}^2 k_{si} \right) + k_{v1} \right] u_{s1} - \sum_{i=1}^2 \left( (-1)^i k_{si} d \theta_1 \right) - k_{v1} u_v - k_{v1} L \theta_v - \sum_{i=1}^2 k_{si} U^*_i = \sum_{i=1}^2 (c_{si} \dot{u}_{ir} + k_{si} u_{ir}) \quad (12)$$

a rotação da massa  $m_{s1}$

$$I_{s1} \ddot{\theta}_{s1} + \sum_{i=1}^2 c_{si} d^2 \dot{\theta}_1 - \sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{si} d \dot{u}_{s1} + \sum_{i=1}^2 (-1)^i c_{si} d \dot{U}^*_i + \sum_{i=1}^2 k_{si} d^2 \theta_1 - \sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{si} d u_{s1} + \sum_{i=1}^2 (-1)^i k_{si} d U^*_i = - \sum_{i=1}^2 (-1)^i (c_{si} d \dot{u}_{ir} + k_{si} d u_{ir}) \quad (13)$$

ao deslocamento vertical da massa  $m_{s2}$

$$m_{s2} \ddot{u}_{s2} + \left[ \left( \sum_{i=3}^4 c_{si} \right) + c_{v2} \right] \dot{u}_{s2} - \sum_{i=3}^4 \left( (-1)^i c_{si} d \dot{\theta}_2 \right) - c_{v2} \dot{u}_v + c_{v2} L \dot{\theta}_v - \sum_{i=3}^4 c_{si} \dot{U}^*_i + \left[ \left( \sum_{i=3}^4 k_{si} \right) + k_{v2} \right] u_{s2} - \sum_{i=3}^4 \left( (-1)^i k_{si} d \theta_2 \right) - k_{v2} u_v + k_{v2} L \theta_v - \sum_{i=3}^4 k_{si} U^*_i = \sum_{i=3}^4 (c_{si} \dot{u}_{ir} + k_{si} u_{ir}) \quad (14)$$

a rotação da massa  $m_{s2}$

$$I_{s2} \ddot{\theta}_{s2} + \sum_{i=3}^4 c_{si} d^2 \dot{\theta}_2 - \sum_{i=3}^4 (-1)^i c_{si} d \dot{u}_{s2} + \sum_{i=3}^4 (-1)^i c_{si} d \dot{U}^*_i + \sum_{i=3}^4 k_{si} d^2 \theta_2 - \sum_{i=3}^4 (-1)^i k_{si} d u_{s2} + \sum_{i=3}^4 (-1)^i k_{si} d U^*_i = - \sum_{i=3}^4 (-1)^i (c_{si} d \dot{u}_{ir} + k_{si} d u_{ir}) \quad (15)$$

Essas equações diferenciais de movimento foram resolvidas numericamente, utilizando-se o método de integração direta de Newmark (Bathe e Wilson 1976).

### 3. Exemplos de aplicação

Considera-se um modelo de ponte ferroviária em concreto armado (Correa 2003) com dois tipos de lastro, um granular e outro elastomérico, indicados na Figura 7. As características físicas e geométricas da estrutura e lastros (Correa 2003; Cheng *et al.* 2001; Gómez e Vadilo 2001) estão apresentadas nas Tabelas 1 e 2.

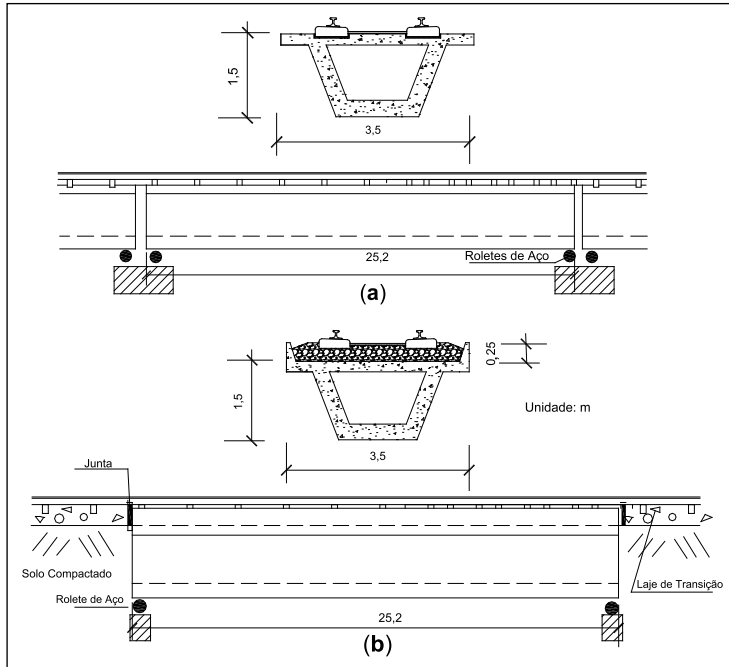


Figura 7: Modelo da ponte-(a) com lastro elastomérico, (b) com lastro granular

Tabela 1: Características físicas e geométricas da ponte e dos trilhos

| Característica                          | Unidades          | Pontes               | Trilho (TR-57)        |
|-----------------------------------------|-------------------|----------------------|-----------------------|
| Área da seção transversal               | m <sup>2</sup>    | 2,25                 | 0,0145                |
| Módulo de Elasticidade do material      | kN/m <sup>2</sup> | 3,54x10 <sup>7</sup> | 2,1x10 <sup>8</sup>   |
| Momento de Inércia da seção transversal | m <sup>4</sup>    | 1,119                | 5,47x10 <sup>-5</sup> |
| Massa por unidade de comprimento        | t/m               | 5,638                | 0,1138                |
| Comprimento (vão)                       | m                 | 25,2                 | 25,2                  |

Tabela 2: Características físicas dos lastros

| Descrição                | Unidades | Lastro       |          |
|--------------------------|----------|--------------|----------|
|                          |          | Elastomérico | Granular |
| Ks (coef. rigidez)       | kN/m     | 15824        | 78960    |
| Cs (coef. amortecimento) | kNs/m    | 3113         | 38,52    |

As características dos três primeiros modos de vibração da ponte são apresentadas na Tabela 3, enquanto a Tabela 4 apresenta as cargas típicas dos carros do trem sobre a estrutura.

Tabela 3: Características modais

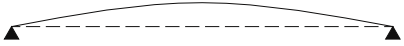
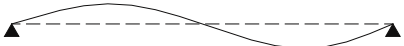
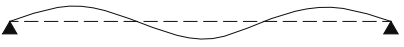
| Modo | Freq.    | Taxa de Amortecimento | Forma modal                                                                        |
|------|----------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1º   | 6,66 Hz  | 2,5 %                 |  |
| 2º   | 26,65 Hz | 0,62 %                |  |
| 3º   | 59,96 Hz | 0,28 %                |  |

Tabela 4: Carga dos trens sobre a estrutura (CPTM 2002)

| Carro       | Peso próprio | Lotação                      | Peso passageiro | Total    |
|-------------|--------------|------------------------------|-----------------|----------|
| Motor (M)   | 568,8 kN     | Sentados – 54<br>Em pé – 185 | 191,2 kN        | 760 kN   |
| Reboque (R) | 412,5 kN     | Sentados - 60<br>Em pé – 197 | 205,6 kN        | 618,4 kN |

A Tabela 5 apresenta os valores numéricos atribuídos aos parâmetros do modelo dinâmico C, os quais serviram também para os outros modelos. Consideraram-se dois tipos distintos de carros na composição: um chamado motor (M) e outro reboque (R), arranjados na configuração mostrada na Figura 8.

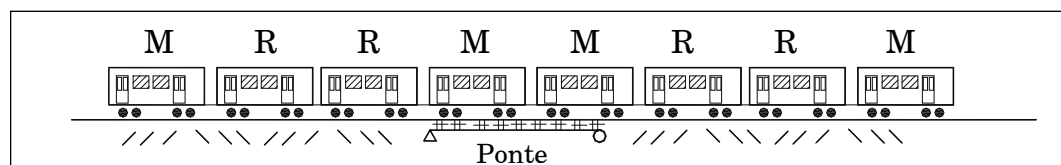


Figura 8: Composição típica (2 TUE's ) de trens urbanos no Brasil

Tabela 5: Parâmetros para o modelo dinâmico C (CBTU 1978)

| Descrição                                      | Notação | Unidades         | Motor (1) | Reboque(2) |
|------------------------------------------------|---------|------------------|-----------|------------|
| Massa do carro                                 | $m_v$   | t                | 49,12     | 48,06      |
| Momento de inércia da massa $m_v$              | $I_v$   | t.m <sup>2</sup> | 2008,95   | 1965,06    |
| Coef. de rigidez da suspensão secundária       | $K_v$   | kN/m             | 1751,31   | 1550,38    |
| Coef. de amortecimento da suspensão secundária | $C_v$   | kNs/m            | 34,84     | 30,93      |
| Massa dos truques                              | $m_s$   | t                | 11        | 4,5        |
| Momento de inércia da massa $I_s$              | $I_s$   | t.m <sup>2</sup> | 20,8      | 7,51       |

|                                              |       |                  |         |         |
|----------------------------------------------|-------|------------------|---------|---------|
| Coef. de rigidez da suspensão primária       | $K_s$ | kN/m             | 3274,55 | 2557,60 |
| Coef. de amortecimento da suspensão primária | $C_s$ | kNs/m            | 63,51   | 49,53   |
| Massa da rodas                               | $m_r$ | t                | 1,5     | 1,5     |
| Momento de inércia da massa $m_r$            | $J_z$ | t.m <sup>2</sup> | 0,5238  | 0,5238  |
| Distância entre truques                      | $L$   | m                | 7,5     | 7,5     |
| Distância da roda ao centro do truque        | $d$   | m                | 1,3     | 1,3     |
| Distância entre truque dianteiro e traseiro  | $L_c$ | m                | 12,4    | 12,4    |
| Distância entre rodas do truque              | $L_d$ | m                | 2,6     | 2,6     |
| Distância entre carros                       | $L_i$ | m                | 5,4     | 5,4     |

Nas análises realizadas considerou-se os trens trafegando sobre trilhos com irregularidades geométricas determinísticas do tipo senoidal, Equação (16), com as rodas de um dos eixos do primeiro e sétimo carro (vide Figura 8) com irregularidades determinísticas do tipo cossenoidal Equação (17) e também trilhos com irregularidades aleatórias Equação (18). Os valores numéricos dos parâmetros de irregularidades (Frýba 1996; CBTU-ficha Técnica n<sup>os</sup> 2410 e 2411, 1978) utilizados nas equações estão apresentados na Tabela 6.

$$r(x) = A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad (16)$$

$$r(x) = \begin{cases} \frac{l}{2} a_i \left[ 1 - \cos \frac{2\pi}{b_i} (x - kA_i - B_i) \right] \\ 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$S(\omega) = \frac{A \omega_2^2 (\omega^2 + \omega_1^2)}{\omega^4 (\omega^2 + \omega_2^2)} \quad (18)$$

Tabela 6: Parâmetros utilizados nas equações de irregularidades (CBTU 1978; Frýba1996)

| Equação | Parâmetros                                                                                                                                |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 16      | $A_n = 5,0 \text{ mm}$ , $l = 25,2 \text{ m}$ , $n = 5$ ( $n^o$ de meia onda de seno)                                                     |
| 17*     | $A_i = 3,0 \text{ m}$ , $B_i = 3,031 \text{ m}$ , $a_i = 1,0 \text{ mm}$ , $b = 62 \text{ mm}$ , $k = 0, 1, 2, \dots$                     |
| 18      | $A = 2,78 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ , $\dot{u}_1 = 23,3 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$ , $\dot{u}_2 = 13,1 \times 10^{-2} \text{ rad/s}$ |

\* Na Equação 17,  $i$  é a  $i$ -ésima roda com achatamento e  $k$  é número de vezes que a roda achatada passa sobre a ponte.

### 3.1 Análise do efeito da modelagem do veículo ferroviário

A Figura 9 mostra as respostas dinâmicas em termos de deslocamento, no centro do vão da ponte, com lastro elastomérico e com irregularidades determinísticas dos trilhos e rodas, para uma velocidade constante de 90 km/h. A Figura apresenta as res-

postas dos modelos dinâmicos A, C e forças concentradas (na figura se confunde com a do modelo C, exceto pelos picos de amplitudes, marcados em alguns pontos com um círculo), além da linha de influencia para deslocamento (LID), obtida com o modelo de forças concentradas com uma velocidade de passagem muito baixa ( $v \leq 1,0 \text{ km/h}$ ).

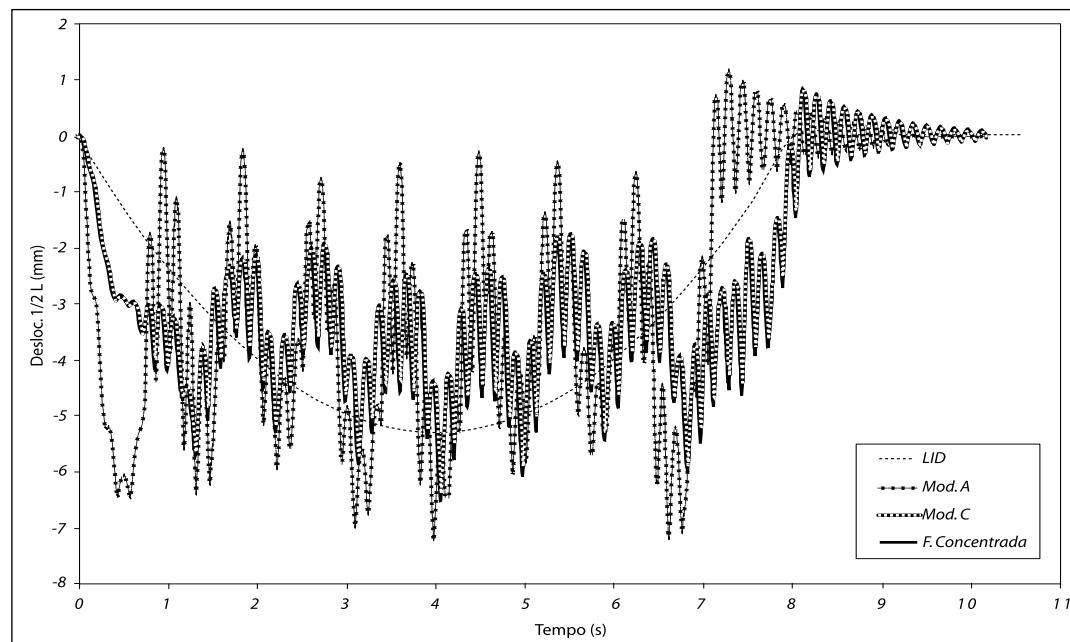


Figura 9: Comparação entre as respostas dinâmicas obtidas com os modelos de força concentrada e modelos dinâmicos A e C, superpostas ao LID.

A Tabela 7 mostra em resumo os resultados obtidos em termos de deslocamento vertical máximo no meio do vão para todos os modelos. Pode-se perceber que dentre os modelos dinâmicos (A, B e C), o modelo A foi o que produziu maior deslocamento, enquanto o modelo C produziu o menor. Isto se deve ao fato do modelo C resultar de uma modelagem mais refinada, em relação aos outros modelos, da distribuição espacial da carga e, portanto, mais próxima da verdadeira.

Percebe-se ainda da Tabela 7 que, para o caso analisado, a amplitude máxima de resposta devido a mobilidade das forças (modelo das forças concentradas) é apenas cerca de 5% menor que a da resposta do modelo C. Isto se deve a três fatores: (i) o modelo mobilidade apresenta a mesma distribuição espacial de carregamento (carga por eixo) que o modelo C (Figuras 3 e 6); (ii) as irregularidades geométricas consideradas são muito pequenas e, conseqüentemente não produzem grandes forças de inércia no modelo C; (iii) o lastro elastomérico tem efeito amortecedor.

Por ser o modelo C o que melhor representa o veículo ferroviário, este foi usado num estudo paramétrico para avaliar os efeitos dos lastros (base), da velocidade de passagem e das irregularidades geométricas sobre o comportamento dinâmico da estrutura das pontes.

Tabela 7: Resumo dos deslocamentos máximos

| Modelo                  | Desloc. Vertical 1/2 L |
|-------------------------|------------------------|
| Força concentrada móvel | 6,13 mm                |
| Modelo dinâmico A       | 7,30 mm                |
| Modelo dinâmico B       | 6,78 mm                |
| Modelo dinâmico C       | 6,45 mm                |
| LID - Quase-Estático    | 5,34 mm                |

### 3.2 Análise do efeito das irregularidades e do tipo de lastro

A Figura 10 mostra as respostas dinâmicas em termos de deslocamentos verticais no meio do vão, obtidas com o modelo dinâmico C, para a estrutura da ponte com lastro granular, e considerando-se dois tipos de irregularidade: uma aleatória nos trilhos e outra combinada das irregularidades geométricas determinísticas dos trilhos e rodas. A Figura 11 mostra as respostas dinâmicas para a ponte com lastro elastomérico, também para os dois tipos de irregularidades. Percebe-se que, tanto para lastro granular quanto para lastro elastomérico, as respostas dinâmicas, levando-se em consideração as irregularidades aleatórias, apresentam maiores deslocamentos. Observa-se que os valores absolutos dos picos de deslocamento da estrutura com lastro granular são cerca de 10% maiores do que os com lastro elastomérico.

A Figura 12 mostra as respostas em frequência da estrutura, tanto para o lastro granular quanto para o lastro elastomérico, para irregularidade aleatória. Percebe-se, claramente, um pico próximo a 1,2 Hz caracterizando a ação do veículo, e outro pico em torno de 6,6 Hz, que é a frequência natural da estrutura. Estas respostas (Figura 12) foram obtidas com a aplicação da transformada rápida de Fourier às respostas deslocamento x tempo resultantes do modelo dinâmico C.

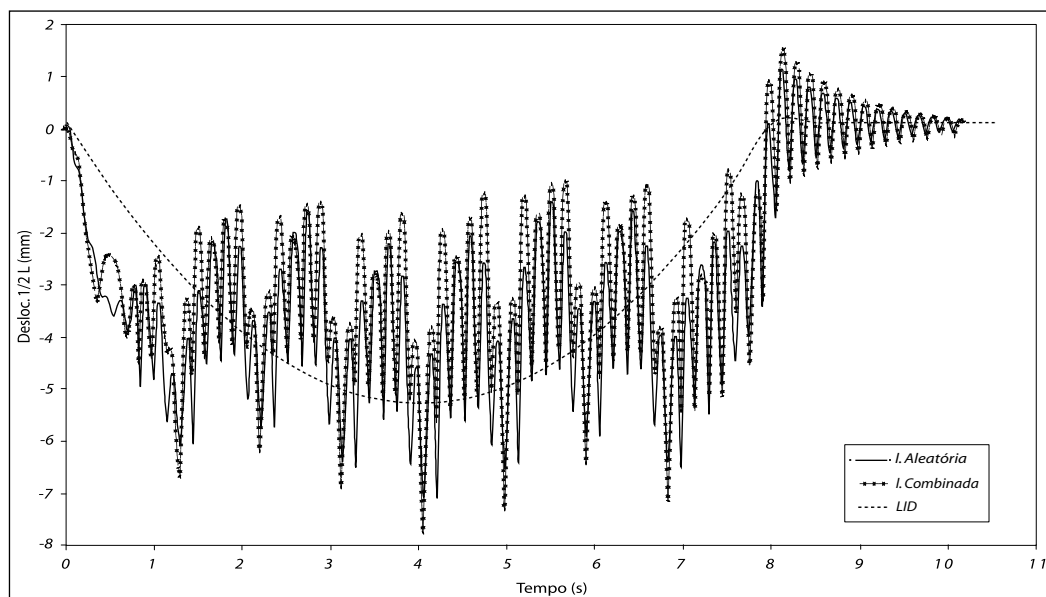


Figura 10: Respostas dinâmicas (modelo C) para a ponte com lastro granular

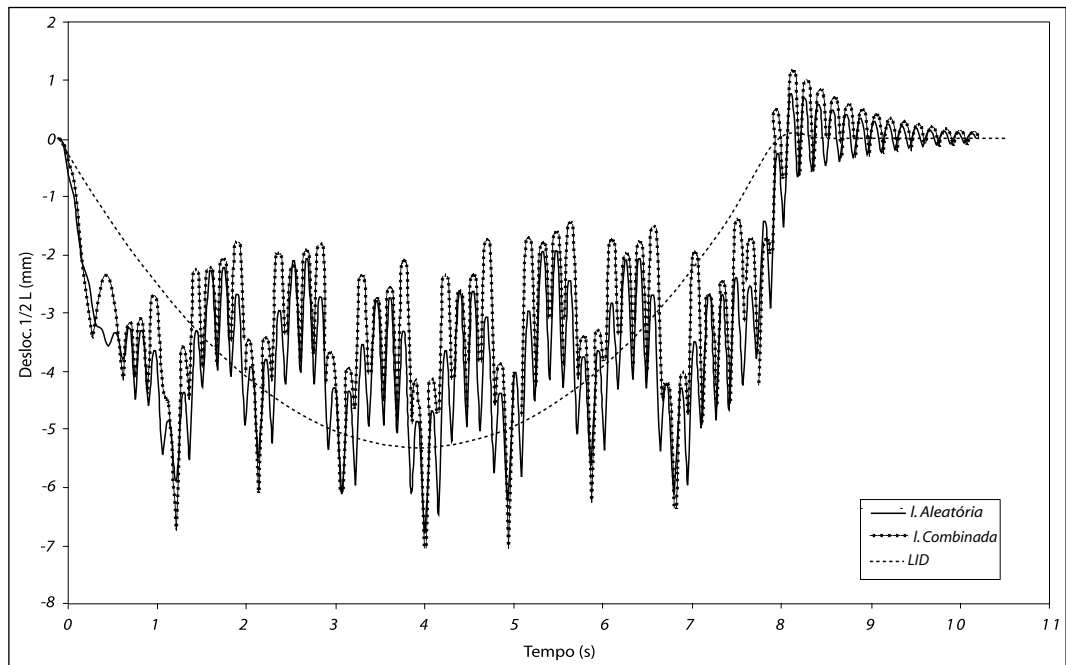


Figura 11: Respostas dinâmicas (modelo C) para a ponte com lastro elastomérico

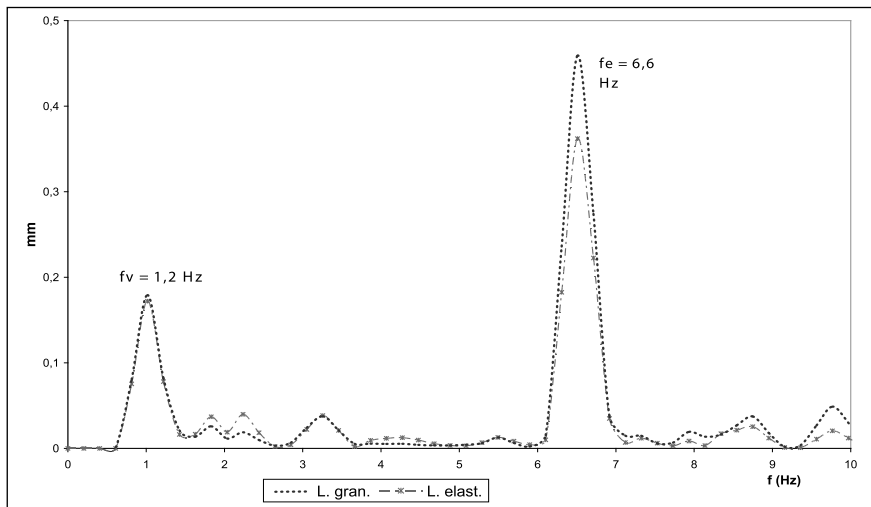


Figura 12: Respostas em frequência (modelo C) da ponte com trilhos com irregularidade aleatória

A Tabela 8 apresenta os valores do fator de amplificação dinâmica (FAD), que é a relação entre o máximo deslocamento dinâmico em regime e o máximo deslocamento estático (LID), no centro do vão, para a ponte sob efeito da passagem de dois TUE's com

oito carros a uma velocidade constante de 90 km/h e, também, sob efeito das irregularidades e do tipo de lastro considerados.

Tabela 8: Fator de amplificação dinâmica

| Irregularidade Geométrica | Parâmetros                              | FAD para Ponte |                     |
|---------------------------|-----------------------------------------|----------------|---------------------|
|                           |                                         | Latro Granular | Lastro Elastomérico |
| I. Aleatória              | -                                       | 1,31           | 1,26                |
| I. Combinada              | $A_n=5,0\text{ mm}; a_i=1,0\text{ mm}$  | 1,24           | 1,20                |
|                           | $A_n=20,0\text{ mm}; a_i=2,0\text{ mm}$ | 1,45           | 1,40                |

Percebe-se da Tabela 8 que, para as condições assumidas nestes exemplos de aplicação, a estrutura com lastro granular apresenta as maiores amplificações das respostas no tempo do que a estrutura com lastro elastomérico. Da Tabela 2 observa-se que o coeficiente de rigidez do lastro granular é cerca de 5 vezes maior do que do lastro elastomérico, e o coeficiente de amortecimento do lastro granular é cerca de 80 vezes menor que do lastro elastomérico.

Nos projetos de pontes ferroviárias considera-se a passagem de uma carga (pseudo-estática) equivalente a uma composição ferroviária (trem) majorada por um coeficiente de impacto. Este coeficiente deve levar em conta os efeitos dinâmicos que causam amplificação dinâmica dos deslocamentos, tais como: (i) mobilidade da carga, (ii) irregularidades geométricas dos trilhos e rodas e (iii) relações entre frequências fundamentais da estrutura e dos veículos e também entre estas e as frequências das irregularidades. O coeficiente de impacto vertical para a ponte é dado (NBR 7187/1987) pela Equação (19):

$$\begin{aligned}\varphi &= 0,001(1600 - 60\sqrt{L} + 2,25) \geq 1,2 \\ \varphi &= 1,30, \quad L = 25\text{ m}\end{aligned}\tag{19}$$

Nota-se na Tabela 8 que os valores obtidos para o FAD são, em geral, menores que (ou muito próximo como no caso da irregularidade aleatória com lastro granular) o valor do coeficiente de impacto dado pela Equação (19); se as irregularidades forem pequenas, dentro da faixa tolerável para construção da via. Entretanto, para irregularidades maiores (i.e.,  $A_n=20,0\text{ mm}; a_i=2,0\text{ mm}$ ) e sob as mesmas demais condições, os FAD resultam maiores que o referido coeficiente de impacto.

A Figura 13 mostra a variação dos valores do FAD com a velocidade do trem, para a estrutura da ponte com lastro granular com pequenas irregularidades geométricas determinísticas ( $A_n=5,0\text{ mm}; a_i=1,0\text{ mm}$ ). Percebe-se que para valores de velocidade de até 100 km/h os valores do FAD ficam menores que o correspondente coeficiente de impacto.

Observa-se entretanto nesta mesma figura que até a velocidade de 100 km/h os valores do FAD ficam na faixa de 1,0 a 1,3 apresentando valor maior  $FAD \approx 2,0$  na velocidade ( $v=118\text{ km/h}$ ) para a qual a frequência de excitação provenientes das irregularidades ( $n=10$ , Equação (16)) coincide com a frequência natural da estrutura. O mesmo ocorre

para a faixa de velocidade entre 120 e 230 km/h, para logo após ocorrer um pico ( $FAD \approx 8$ ;  $v=237 \text{ km/h}$ ) para a qual a frequência de excitação da irregularidade ( $n=5$ ; Equação (16)) coincide com a frequência associada ao primeiro modo de vibração da estrutura.

Vê-se assim, que a análise do comportamento da estrutura para diversas velocidades do trem é de suma importância para o projeto e um bom dimensionamento das estruturas de pontes ferroviárias. Ressalta-se que um outro aspecto muito importante da análise dinâmica e do resultante histórico das respostas é a estimativa da vida útil à fadiga da estrutura, especialmente se metálica soldada.

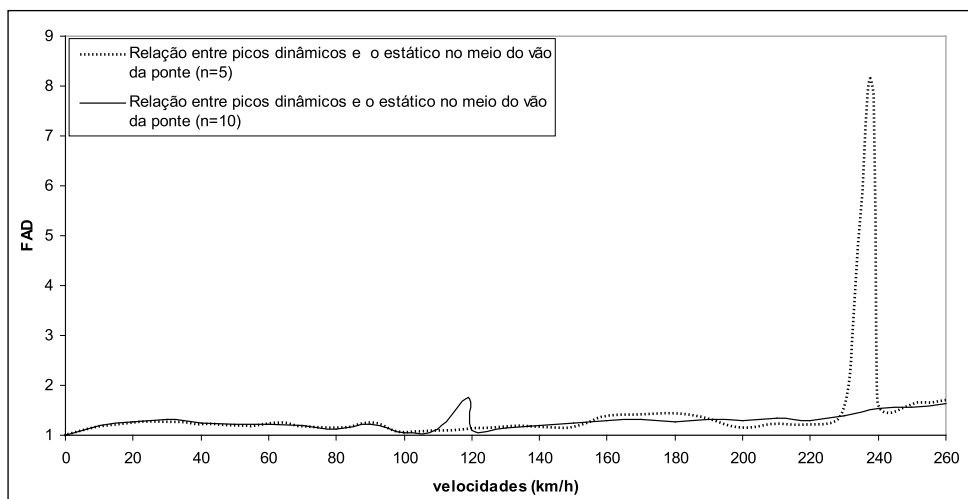


Figura 13: FAD das respostas da estrutura da ponte para diversas velocidades

## 4. Conclusões

Dentre os modelos dinâmicos utilizados para simular a carga de trens ferroviários, espera-se que o modelo C, por ser o mais refinado, apresente resultados que melhor se correlacionarão com resultados a serem obtidos de medições experimentais em estruturas reais. O modelo que simula a carga de trens apenas com forças concentradas, mas com a mesma distribuição espacial de carga do modelo C, apresenta resultados próximos ao deste modelo mais refinado, sem contudo, levar em conta a interação dinâmica entre os carros-trilhos-lastros e a estrutura. Esta interação dinâmica é que produz amplificações das amplitudes das respostas dinâmicas em termos de deslocamentos, esforços e tensões.

Para os modelos de lastros (granular e elastomérico), observou-se que o elastomérico apresentou amplitudes de respostas menores que as das respostas da estrutura com lastro granular. Isto é devido a característica que o elastômero possui em absorver a energia dos impactos e conseqüentemente atenuar os deslocamentos e esforços seccionais nos trilhos e na ponte.

Nas respostas dinâmicas da estrutura observou-se que o uso das irregularidades aleatórias resultou em deslocamentos relativos maiores, em comparação com os valores obtidos através do uso das irregularidades geométricas determinísticas.

Dos resultados obtidos para a passagem do trem tipo TUE em várias velocidades sobre a ponte modelo utilizada para análise, pode-se perceber que a faixa de velocidades até 100 km/h é uma faixa segura para a estrutura dessa ponte se as irregularidades geométricas forem pequenas (i.e,  $A_n=5,0\text{ mm}$ ;  $a_i=1,0\text{ mm}$ ), dentro da faixa de valores toleráveis na construção da via. Sob essas condições os fatores de amplificação dinâmica resultarão, em geral, próximos ao fator de impacto estimado por fórmulas dadas em normas de projeto. Porém, para essas mesmas pequenas irregularidades, mas para velocidade de passagem do TUE em torno de 120 km/h produzem uma amplificação dinâmica ( $FAD \approx 2,0$ ) muito maior que o fator de impacto  $\varphi = 1,30$  que seria utilizado no projeto da estrutura, segundo a norma brasileira (NBR 7187/1987).

No entanto, para essa mesma ponte modelo, se os valores das irregularidades (Equações 16 e 17) forem aumentados (i.e,  $A_n=0,02\text{ m}$  e  $a_i=0,002\text{ m}$ ) os valores do FAD, para veículos trafegando a 90 km/h, aumentariam de 1,24 para 1,45 e de 1,20 para 1,40, para a ponte com lastro granular e elastomérico, respectivamente. No caso de estrutura de concreto armado da ponte ferroviária, este acréscimo de amplificação dinâmica ocasionaria fissuras no concreto, podendo levar a patologias usuais, tais como a oxidação das barras de aço.

Conclui-se, assim, que uma análise dinâmica do comportamento da estrutura de uma ponte ferroviária, para várias velocidades de passagem do trem modelado adequadamente, é essencial para um bom projeto e dimensionamento das componentes e juntas de pontes ferroviárias, tanto no que diz respeito a sua resistência quanto a sua vida útil a fadiga, especialmente no caso de estruturas metálicas soldadas.

## Referências

- Associação Brasileira de Normas Técnica (1985). *Cargas móveis para projeto estrutural de obras ferroviárias*. NBR 7189. Rio de Janeiro, Brasil.
- Associação Brasileira de Normas Técnica (1987). *Projeto e execução de pontes em concreto armado e protendido*. NBR 7187. Rio de Janeiro, Brasil.
- Au, F.T.K., Wang, J.J. and Cheung, Y.K. (2001). Impact study of cable-stayed bridge under railway traffic using various models. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 240, n. 3, p. 447-465.
- Bathe, K.J. and Wilson, E.L. (1976). *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Battista, R.C. and Barbosa, F.S. (2000). *Reabilitação de pontes metálicas ferroviárias por ação composta de lajes de concreto armado*. *Proceeding of XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Punta del Este, Uruguay*. 1 CD-ROM
- Biggs, J. M. (1964). *Introduction to Structural Dynamics*. McGraw-Hill, New York, USA.

- Cheung, Y.K., Au, F.T.K., Zheng, D.Y. and Cheng, Y.S. (1999). Vibration of multi-span non-uniform bridges under moving vehicles and trains by using modified beam vibration functions. *Journal of Sound and Vibration, Elsevier*, v. 228, n. 3, p. 611-628.
- Cheng, Y.S., Au, F.T.K. and Cheung, Y.K. (2001). Vibration of railway bridge under a moving train by using bridge-track-vehicle element. *Engineering Structures, Elsevier*, v. 23, n. 12, p. 1597-1605.
- CBTU - Companhia Brasileira de Trens Urbanos (2002). disponível em <<http://www.cbtu.gov.br/galeria/galeria.htm>>, Agosto 2002.
- CBTU - Companhia Brasileira de Trens Urbanos (1978). Fichas Técnicas n.<sup>os</sup> 2410 e 2411. Descrição do truque Motor e Reboque.
- CTPM - Companhia Paulista de Trens Metropolitanos (2002). Disponível em <<http://www.cptm.sp.gov.br/br/frota/1700.asp>>, Outubro 2002.
- Correa, W. L. (2003). Vibrações em Pontes Ferroviárias. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Disponível em <http://www.coc.ufrj.br>
- Ferreira, V. T. (1999). Modelo simplificado para Análise Dinâmica de Estruturas de Pontes. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Frýba, L. (2001). A rough assessment of railway bridges for high speeds trains. *Engineering Structures, Elsevier*, v. 23, n. 5, p. 548-556.
- Frýba, L. (1996). Dynamics of Railway Bridges. Thomas Telford, London, England.
- Frýba, L. (1972). Vibration of Solids and Structures under moving loads. Noordhoff International Publishing, Groningen, Netherlands.
- Gómez, I. and Vadillo, E.G. (2001). An analytical approach to study a special case of booted sleeper track rail corrugation. *WEAR, Elsevier*, v. 251, p. 916-924.
- Law, S.S. and Zhu, X.Q. (2004). Dynamic behavior of damage concrete bridge structures under moving vehicle loads. *Engineering Structures, Elsevier*, v. 26, n. 9, p. 1279-1293.
- Lou, P. (2005). A vehicle-track-bridge interaction element considering vehicle's pitching effect. *Finite Elements in Analysis and Design, Elsevier*, v. 41, n. 4, p. 397-427.
- Perlingeiro, M.S., Battista, R.C., Carvalho, E.M. and Ferreira, V.T. (2002). *Influência da Interação veículo-pavimento-estrutura na resposta dinâmica de pontes. Proceeding of XXX Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural*, Brasília, Brasil. 1 CD-ROM
- Song, M.K., Noh, H.C. and Choi, C.K. (2003). A new three-dimensional finite element analysis modal of high-speed train-bridge interactions. *Engineering Structures, Elsevier*, v. 25, n. 13, p. 1611-1626.
- Timoshenko, S., Young, D.H. and Weaver JR, W. (1974). *Vibration Problems in Engineering*. John Wiley & Sons, 2 ed., New York, USA.
- Wiriyaichai, A., Chu, K.H. and Garg, V.K. (1982). Bridge impact due to wheel and track irregularities. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*. v. 108, n. 4, p. 648-666.
- Yang, Y.B. and Yau, J.D. (1997). Vehicle-bridge element for dynamic analysis. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, v. 123, n. 11, p. 1512-1518.
- Xia, H., Zhang, N. and Gao, R. (2005). Experimental analysis of railway bridge under high-speed trains. *Journal of Sound and Vibration, Elsevier*, v. 282, p. 517-528.
- Xu, Y.L., Zhang, N. and Xia, H. (2004). Vibration of coupled train and cable-stayed bridge systems in cross winds. *Engineering Structures, Elsevier*, v. 26, p. 1389-1406.

# Effects of train-rail-ballast-structure interaction in railway bridge vibration

## Abstract

Owing to the large migration of people from rural area to the great urban centers the demand for transportation has increased considerably through the last three decades. In order to make up for this necessity the use of a safe and effective transportation system, such as railway transportation, is indispensable. However, the implementation of this system is frequently blocked by natural obstacles and urban buildings in large cities. Bridges, flyovers and viaducts are in general used to overcome these obstacles. To design these structures with the required safety and durability it is essential that their behavior under moving loads, such as trains, are well understood.

*Keywords:* structural dynamics, railway bridge, bridge vibrations

## 1. Introduction

A numerical model of an urban railway bridge structure was idealized to assess its behavior under moving train loads (Figure 1) taking into account the interaction effects between the train, the rail-ballast and the structure. The bridge structure together with the rails and ballast were modeled through the Finite Element Method (FEM), being discretized with plane-frame elements and visco-elastic connections (Figure 2).

## 2. Mathematical Modeling

Mathematical-analytical models of railroad cars and the dynamic loads induced by them were developed. They varied from the simplified model given by concentrated forces simulating the load mobility to more complex mechanical systems given by mass-spring-damper models of railroad cars, with one, two and six degree of freedom (models A, B and C, respectively). These railroad cars are then arranged in a series to represent better the spatial distribution of the dynamic load induced by moving trains on a bridge (Figures 4 to 6).

### 3. Application Examples

A 25.0 meters span reinforced concrete railway bridge having one of the considered two types of ballast (granular and visco-elastic) served as example of application. It was considered a series of 8 railroad cars traveling at constant speed equal to 90 km/h. In the performed dynamic analyses it was taken also into account the effect of the geometric irregularities (Equations 16 to 18). The obtained numerical results have shown that the largest and the smallest vertical displacement at middle span are produced respectively by the railroad car models A and C. Because the model C is the most complete and represents better the actual urban trains, it was used in a parametric study to evaluate the effects of the two types of ballast, the geometric irregularities and the variation of velocity. It was noticed from the obtained numerical results that the largest vertical displacement at bridge mid span is produced by the combined effect of random geometric irregularities and granular ballast (Figures 12 and 13). Table 6 shows the dynamic amplification factors (DAF) resulting from different combinations of geometric irregularities and ballast effects for a given train speed. It can be seen that all theses DAF values, except the one relative to the combined effect of random irregularity and granular ballast, are smaller than the impact coefficient (Equation 19) prescribed in the Brazilian design code for reinforced concrete bridges.

A parametric study where the train speed was varied on the same bridge model having the same considered rails on granular ballast and geometric deterministic irregularities, has demonstrated that for speeds up to 100 km/h the value of DAF is smaller than the impact coefficient (see Figure 13).

But for traveling speeds approaching 120 km/h (see Figure 13) the DAF reaches the value 2.0, which is much larger than the design impact coefficient ( $\varphi = 1.3$ ).

### 4. Conclusions

Based on the obtained numerical results one may draw the conclusion that the behavior analysis of railway bridges and their consequent serviceability and durability should always be made by taking into consideration the effects of the dynamic interaction between the train, the rails, the ballast and the structure.

