

Otimização dos custos de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando variações nos preços dos insumos

Vanessa Cristina de Castilho¹, Maria Cristina Vidigal de Lima²

Trabalho recebido em 02/05/2006 e aprovado para publicação em 27/07/2006.

Resumo

As lajes formadas por elementos pré-fabricados, principalmente as vigotas treliçadas, têm sido intensamente utilizadas no mercado brasileiro. Este trabalho tem como objetivo analisar os custos envolvidos no processo de produção de vigotas treliçadas, no transporte, na montagem e na concretagem de lajes pré-fabricadas, por meio do método de minimização de gradiente reduzido genérico (GRG) para lajes com material de enchimento de lajota cerâmica e EPS. As variáveis de projeto consideradas para a minimização da função custo foram: a altura e a resistência da capa de concreto, nas lajes com lajotas cerâmicas, e também o inteiros, nas lajes com enchimento de EPS. Foi considerada a variação de mais ou menos 40% no custo do concreto e da armadura a fim de avaliar o efeito destes insumos no custo final. Nas lajes com enchimento cerâmico o aumento e a diminuição no custo final das lajes foi em torno de 12%. Nas lajes com EPS, em virtude do inteiros ser uma variável do processo de otimização, os custos finais alteraram próximo a 8% para variações no preço do concreto e de 6 a 11% para variações no preço da armadura.

Palavras-chave: lajes, vigotas treliçadas, custos, otimização, minimização.

¹ Profa. Dra., Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia. Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1Y, Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG, Brasil. E-mail: castilho@feciv.ufu.br

² Profa. Dra., Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia. Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1Y, Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG. E-mail: macris@ufu.br

1. Introdução

As lajes formadas por vigotas treliçadas têm sido amplamente utilizadas no mercado nacional, por apresentar menor peso-próprio quando comparada à laje maciça, menor volume de escoramento e fôrmas, redução de mão-de-obra, gerando maior rapidez e limpeza na montagem.

Castilho (2003) estudou uma composição de custos para lajes formadas por vigotas protendidas, considerando todo o processo produtivo destas vigotas, o transporte e a execução das lajes, a fim de investigar por meio de métodos heurísticos (Algoritmos Genéticos) uma solução para problemas de minimização de custos. Soares (1997), Kripka (1998) e Rigo (1999) também investigaram o uso de métodos de otimização como ferramenta para solução de problemas de minimização relacionados a elementos estruturais, tais como vigas, grelhas, pórticos e treliças espaciais.

Neste contexto, o conhecimento da função custo é de fundamental importância na busca de uma solução devidamente adequada e analisada por meio de ferramentas de otimização.

A busca por uma solução otimizada é importante para manter a competitividade da laje treliçada, levando-se em conta as variações nos preços dos insumos. Assim, no desenvolvimento deste trabalho, são calculados os custos aplicando a formulação proposta por Forni (2005), e quantificar a economia que se pode obter aplicando um método de otimização considerando as seguintes variáveis: altura da capa de concreto, resistência característica do concreto e comprimento do inteiros.

2. A função custo

A função custo apresentada neste trabalho e proposta por Forni (2005), considera todo o processo produtivo, o transporte (composição por frete) e a etapa de montagem e concretagem, conforme mostra a Equação (1). Com relação ao processo produtivo, são considerados todos os custos inerentes ao processo de fabricação da vigota, incluindo o material de enchimento e as canaletas cerâmicas ou de EPS (coxinhos), que servem de fôrma para a colocação da armadura na direção transversal. A Figura 1 mostra uma ilustração de uma laje formada por vigotas treliçadas.

$$F(\text{Função Custo}) = \left[\left(\frac{Q_{11} \cdot \sum_{i=1}^{10} C_i \cdot 10^2}{\ell_x \cdot \ell_y} \right) + \left(\frac{Q_{12} \cdot P_{10} \cdot 10^4}{\ell_x \cdot \ell_y} \right) + \left(\frac{Q_{13} \cdot P_{11} \cdot 10^4}{\ell_x \cdot \ell_y} \right) + \left(\frac{T}{PL} \right) \right] \cdot \left(1 - \frac{BDI}{100} \right)^{-1} + \left(\frac{Q_v \cdot P_{12}}{T_t} \right) + P_{14} +$$

$$+ (Q_{14} \cdot P_{15} \cdot Q_{20}) + \left(\frac{Q_{15} \cdot P_{16} \cdot 10^4}{\ell_x \cdot \ell_y} \right) + \left(\frac{Q_{16} \cdot P_{17} \cdot 10^4}{\ell_x \cdot \ell_y} \right) + (Q_{17} \cdot P_{18}) + \left(\frac{Q_{18} \cdot P_{19} \cdot 10^4}{\ell_x \cdot \ell_y} \right) + (Q_{19} \cdot P_{20} \cdot Q_{21})$$

onde:

Q_{11} = quantidade de vigotas treliçadas (m);

Q_{12} = quantidade de material de enchimento utilizado (peça);

Q_{13} = quantidade de canaletas (peça);

P_{10} = preço do material de enchimento utilizado (R\$);

P_{11} = preço das canaletas (R\$);

Q_{14} = número de ferreiros trabalhando;

Q_{15} = quantidade de armadura transversal obtida no dimensionamento da laje (kg);

Q_{16} = quantidade de armadura longitudinal obtida no dimensionamento da laje (kg);

Q_{17} = quantidade de armadura de distribuição (kg/m²);

Q_{18} = quantidade de concreto bombeado (m³);

Q_{19} = número de pedreiros trabalhando;

Q_{20} = número de horas de um ferreiro produzindo 1m²;

Q_{21} = número de horas de um pedreiro produzindo 1m²;

P_{14} = preço do escoramento (R\$/m²);

P_{15} preço da hora trabalhada de ferreiro (R\$/h);

P_{16} preço da armadura transversal (R\$/kg);

P_{17} preço da armadura longitudinal (R\$/kg);

P_{18} preço da armadura de distribuição (R\$/kg);

P_{19} preço do concreto bombeado (R\$/m³);

P_{20} preço da hora trabalhada de pedreiro (R\$/h);

Variável C: indica custo dos insumos (relativos aos quantitativos) em R\$/m.

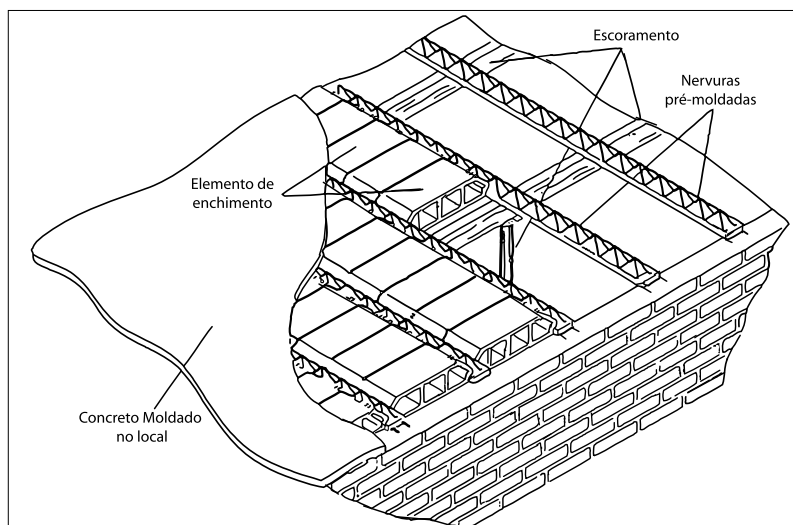


Figura 1: Laje formada por nervuras pré-moldadas (El Debs, 2000).

3. Introdução ao problema de otimização

A minimização da função custo será feita por meio do método não-linear de gradiente reduzido genérico (GRG2). O GRG2 é um método de otimização não-linear para a solução de problemas de minimização e maximização (Lasdon et al. 1978). Basicamente, o GRG2 usa uma implementação do algoritmo gradiente reduzido generalizado (*Generalized Reduced Gradient GRG*). Este procedimento é também chamado gradiente reduzido ou método de projeção de gradiente. A fim de aplicar restrições não-lineares na solução do problema a ferramenta se baseia em métodos de restrições lineares. O desenvolvimento do método inicia-se com o problema de minimização não-linear escrito com restrições de igualdade (Figura 2). Com o intuito de encontrar a solução do problema, são acrescentadas variáveis fictícias a qualquer restrição de desigualdade.

A idéia do gradiente reduzido generalizado é converter um problema com restrição em um problema sem restrição, usando os multiplicadores de Lagrange. Portanto, as equações de restrição foram expandidas usando série de Taylor e somente os termos de primeira ordem foram mantidos. As equações lineares são usadas para reduzir o número de variáveis independentes das funções de restrição. Isto leva aos determinantes Jacobianos e a definição do multiplicador de Lagrange que é uma relação de derivadas parciais. A partir desse algoritmo típico e aplicando as características próprias do GRG, chega-se à solução do problema a ser otimizado.

minimizar $F(X)$ sujeita a: $g_i(X) = 0, i=1, \text{ neq}$ $L_j < X_j < U_j, j=1, n$	onde L_j e U_j são os limites inferiores e superiores da variável x_j .
--	--

Figura 2: Algoritmo típico de minimização.

3.1 Minimização da função custo utilizando o GRG

Para avaliar a minimização da função custo por meio de um programa com base computacional analisou-se as lajes calculadas como armadas em uma direção com material de enchimento cerâmico e o EPS (Espuma de Poliuretano Expandido).

O problema de minimização do custo das lajes formadas por vigotas treliçadas se resume ao problema de minimização da função custo $F(\text{custo})$, respeitando os estados limites últimos e de serviço. As restrições seguem as recomendações das normas NBR 6118 (2003) e NBR 14859-1 (2002). Equaciona-se o problema conforme descrito a seguir.

Minimizar $F(x_i)$ sujeita as seguintes restrições:

a) verificação do estado limite último – solicitações normais

$$g_1(x_i) = M_d - M_u \quad \text{onde} \quad g_1(x_i) \leq 0$$

b) verificação do estado limite último – solicitações tangenciais

$$g_2(x_i) = V_{sd} - V_{Rd1} \quad \text{onde} \quad g_2(x_i) \leq 0$$

c) verificação do estado limite de utilização de controle da deformação

$$g_3(x_i) = a_{qp} - a_{lim1} \quad \text{onde} \quad g_3(x_i) \leq 0$$

$$g_4(x_i) = a_{acid} - a_{lim2} \quad \text{onde} \quad g_4(x_i) \leq 0$$

onde:

M_d = momento fletor solicitante de cálculo

M_u = momento fletor resistente de cálculo

V_{sd} = força cortante solicitante de cálculo

V_{Rd1} = força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante

a_{qp} = flecha total para a combinação quase-permanente de ações

a_{lim1} = flecha limite para combinação quase-permanente de ações

a_{acid} = flecha total devido à carga accidental

a_{lim2} = flecha limite para a carga accidental

Além dessas restrições, as variáveis referentes à resistência característica do concreto à compressão f_{ck} , altura da capa h_{capa} e distância entre inteiros i_y , que definem a função custo, devem satisfazer as seguintes desigualdades:

$$\begin{cases} 3,0 \leq f_{ck} \leq 5,0 & (\text{kN/cm}^2) \\ 5 \leq h_{capa} \leq 20 & (\text{cm}) \\ 40 \leq i_y \leq 65 & (\text{cm}) \end{cases}$$

A Figura 3 apresenta um corte indicando a altura da capa, a altura da laje e o inteiro i_y .

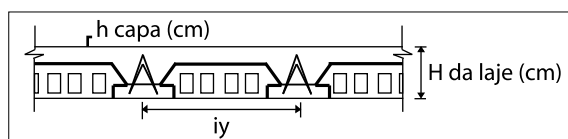


Figura 3: Corte de uma laje formada por vigotas treliçadas.

As variáveis de projeto consideradas para a minimização da função custo foram: a altura e a resistência da capa de concreto, nas lajes com lajotas cerâmicas, e também o inteiro, nas lajes com enchimento de EPS.

Todo o dimensionamento das lajes foi desenvolvido no Excel, bem como o cálculo do custo, de acordo com a Equação (1). A rotina Excel Solver foi utilizada na obtenção do custo minimizado, que deve obedecer às restrições dos estados limites anteriormente citados, bem como os limites superiores e inferiores das variáveis de otimização (restrições laterais): f_{ck} , h_{capa} e i_y .

4. Estudo da influência da variação dos preços dos insumos

Uma vez observado que os insumos que apresentam maior representatividade no custo total das lajes formadas por vigotas treliçadas é o concreto e a armadura, será apresentado neste item um estudo da influência da variação dos preços destes insumos no custo final das lajes.

Para isto, foi imposta uma variação, para mais e para menos, de 40% no preço do concreto e da armadura. Estas análises são feitas tanto para as lajes de material de enchimento cerâmico como de EPS. Todos os custos minimizados obtidos da aplicação do GRG respeitam os critérios da NBR 6118 (2003). O tipo de treliça, altura da laje e carregamentos considerados nas análises estão definidos da Tabela 1. A Tabela 2 apresenta as características das lajes tais como área e vãos, peso (por metro) da treliça metálica P_{tm} , preço (por kg) da treliça metálica P_8 , número de barras adicionais Q8 obtidas no dimensionamento; peso (por metro) da armadura adicional (P_{ad}), preço da armadura adicional P_9 e quantidade Q_{15} de armadura transversal obtida no dimensionamento da laje.

Tabela 1: Treliça, altura e cargas atuantes.

Tipo de treliça	Altura (cm)	Peso-Próprio (kN/m ²)	Carga Permanente (kN/m ²)	Carga Acidental (kN/m ²)
TR 20745	25	3,7	1,5	3,0

Tabela 2: Características geométricas e dimensionamento das lajes.

CARACTERÍSTICAS DAS LAJES										
Laje	l_x (cm)	l_y (cm)	P_{tm} (kg/m)	P_8 (R\$/kg)	Q_8	Armadura adicional	P_{ad} (kg/m)	P_9 (R\$/kg)	Q_{15} (kg/Laje)	Área (m ²)
L1	300	750	1,602	2,84	-	-	-	-	20,58	22,50
L2	400	700	1,602	2,84	1	ø 8mm	0,395	2,64	27,44	28,00
L3	500	750	1,602	2,84	3	ø 8mm	0,395	2,64	36,75	37,50

O preço do concreto de 20MPa considerado nas análises foi de R\$ 132,15/m³, o preço da lajota cerâmica equivalente a R\$ 0,25/peça e R\$ 2,00/m³ para o EPS. A Tabela 3 mostra as variáveis minimizadas (GRG2) para as três lajes em estudo L1, L2 e L3, considerando enchimento cerâmico e de EPS. Os resultados obtidos para as variações dos preços dos insumos para as lajes com enchimento cerâmico estão apresentados nas Tabelas 4, 5 e 6.

Tabela 3: Variáveis minimizadas (GRG2) para as lajes L1, L2, e L3.

Lajes ($l_x \times l_y$)	Enchimento Cerâmico			Enchimento EPS		
	L1	L2	L3	L1	L2	L3
f_{ck} (kN/cm ²)	2,00	2,00	3,60	2,00	2,00	3,44
h capa (cm)	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,14
h lajota (cm)	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00
h laje (cm)	25,00	25,00	25,00	25,00	25,00	25,14
Inteiroixo (cm)	42,00	42,00	42,00	62,50	63,60	56,80
Armadura	1 ø 6.3	1 ø 8.0	2 ø 8.0	1 ø 6.3	1 ø 10.0	1 ø 12.5
As (cm ²)	0,31	0,50	1,00	0,31	0,79	1,23
Custo (R\$/m ²)	59,40	60,66	66,51	67,15	68,47	72,94

Tabela 4: Variações dos preços do concreto e da armadura para a laje L1.

Laje L1 (300x750) – Enchimento cerâmico										
Função Custo (Equação 1)						Minimização GRG2 (NBR6118/03)				
	Referência	+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura	Referência	+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura
Concreto	31,02%	37,91%	22,40%	27,90%	34,92%	31,02%	37,91%	22,40%	27,90%	34,92%
Armadura	34,16%	30,74%	38,42%	38,35%	28,91%	34,16%	30,74%	38,42%	38,35%	28,91%
Cerâmica	9,16%	8,24%	10,30%	8,24%	10,31%	9,16%	8,24%	10,30%	8,24%	10,31%
Escoramento	3,37%	3,03%	3,79%	3,03%	3,79%	3,37%	3,03%	3,79%	3,03%	3,79%
Mão-de-Obra	8,34%	7,51%	9,39%	7,51%	9,39%	8,34%	7,51%	9,39%	7,51%	9,39%
Administração	13,44%	12,09%	15,12%	14,51%	12,10%	13,44%	12,09%	15,12%	14,51%	12,10%
Transporte	0,52%	0,47%	0,58%	0,47%	0,58%	0,52%	0,47%	0,58%	0,47%	0,58%
Custo Final [R\$/m²]	59,40	66,00	52,81	66,04	52,77	59,40	66,00	52,81	66,04	52,77
Custo Final [%]	-	11,11%	-11,09%	11,18%	-11,16%	-	11,11%	-11,09%	11,18%	-11,16%

Tabela 5: Variações dos preços do concreto e da armadura para a laje L2.

Laje L2 (400x700) - Enchimento cerâmico										
Função Custo (Equação 1)						Minimização GRG2 (NBR6118/03)				
	Referência	+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura	Referência	+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura
Concreto	30,18%	36,97%	21,74%	26,99%	34,21%	30,18%	36,97%	21,74%	26,99%	34,21%
Armadura	35,08%	31,67%	39,32%	39,39%	29,62%	35,08%	31,67%	39,32%	39,39%	29,62%
Cerâmica	9,04%	8,16%	10,14%	8,09%	10,25%	9,04%	8,16%	10,14%	8,09%	10,25%
Escoramento	3,30%	2,98%	3,70%	2,95%	3,74%	3,30%	2,98%	3,70%	2,95%	3,74%
Mão-de-Obra	8,18%	7,38%	9,17%	7,32%	9,27%	8,18%	7,38%	9,17%	7,32%	9,27%
Administração	13,72%	12,38%	15,37%	14,81%	12,33%	13,72%	12,38%	15,37%	14,81%	12,33%
Transporte	0,51%	0,46%	0,57%	0,45%	0,58%	0,51%	0,46%	0,57%	0,45%	0,58%
Custo Final [R\$/m²]	60,53	67,20	54,12	67,82	53,50	60,53	67,20	54,12	67,82	53,50
Custo Final [%]	-	10,78%	-10,78%	11,80%	-11,80%	-	10,78%	-10,78%	11,80%	-11,80%

Tabela 6: Variações dos preços do concreto e da armadura para a laje L3.

Laje L3 (500x750) - Enchimento cerâmico										
Função Custo (Equação 1)						Minimização GRG2 (NBR6118/03)				
	Referência	+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura	Referência	+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura
Concreto	32,57%	39,73%	23,48%	28,96%	36,38%	31,79%	35,55%	22,88%	29,67%	38,02%
Armadura	35,11%	31,38%	39,84%	39,63%	29,68%	35,52%	33,56%	40,16%	39,24%	28,92%
Cerâmica	8,09%	7,23%	9,18%	7,19%	9,36%	8,18%	7,73%	9,25%	7,12%	9,12%
Escoramento	2,97%	2,66%	3,37%	2,64%	3,44%	3,01%	2,84%	3,40%	2,62%	3,35%
Mão-de-Obra	7,37%	6,59%	8,36%	6,55%	8,53%	7,45%	7,04%	8,43%	6,48%	8,31%
Administração	13,44%	12,01%	15,25%	14,62%	12,07%	13,59%	12,84%	15,37%	14,47%	11,76%
Transporte	0,46%	0,41%	0,52%	0,41%	0,53%	0,46%	0,44%	0,52%	0,40%	0,52%
Custo Final [R\$/m²]	67,28	75,27	59,28	75,67	58,88	66,51	74,19	58,82	74,90	58,11
Custo Final [%]	-	11,88%	-11,89%	12,47%	-12,49%	-	11,55%	-11,56%	12,61%	-12,63%

Observa-se inicialmente que, para as lajes L1 e L2 com enchimento cerâmico não há diferenças de custo aplicando-se a função custo proposta na Equação (1) e a minimização (GRG2), que leva em consideração as devidas recomendações da NBR 6118 (2003) relativas ao dimensionamento e verificações dos estados limites. Os custos são iguais uma vez que os valores obtidos no dimensionamento são os mínimos valores de f_{ck} e de altura de capa permitido, não sofrendo alterações ao variar os preços dos insumos. É possível observar também que, baseado nos valores de referência, quando se eleva ou reduz o preço do concreto ou da armadura em 40%, a porcentagem do custo final se eleva ou reduz, em torno de 11 a 12%, respectivamente. A laje L3 com enchimento cerâmico, de maiores dimensões (5x7,5m²) não apresenta significativas diferenças de custos aplicando a função proposta (Equação 1) e o resultado obtido pela minimização. As variações de mais ou menos 40% no preço dos insumos resultam em alterações em torno de 12 a 13% no custo final da laje.

As Tabelas 7, 8 e 9 apresentam os custos finais para as lajes L1, L2 e L3 com enchimento de EPS, levando-se em conta as variações de $\pm 40\%$ nos preços dos insumos. Pode-se observar que quando se eleva ou diminui o preço do concreto em 40%, a porcentagem do custo final se eleva ou diminui, respectivamente, em torno de 7 a 8%. Alterações de mais ou menos 40% no preço da armadura resultam em aumento ou diminuição entre 9 a 10% no custo final da laje, respectivamente, nas análises aplicando a Equação (1). Por outro lado, a minimização de custos em lajes de menores vãos resulta em variações no custo em torno de 7%, tanto para alterações no custo do concreto quanto da armadura. Na laje L3, o preço da armadura resulta em maiores variações no custo final (6 a 11%), quando comparado ao efeito da alteração no preço do concreto no custo final da laje (6 a 7%).

Tabela 7: Variações dos preços do concreto e da armadura para a laje L1.

Laje L1 (300x750) – Enchimento de EPS										
	Referência	Função Custo (Equação 1)				Referência	Minimização GRG2 (NBR6118/03)			
		+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura		+ 40% Concreto	- 40% Concreto	+ 40% Armadura	- 40% Armadura
Concreto	21,74%	27,29%	15,27%	19,92%	23,91%	25,08%	31,98%	18,17%	23,55%	28,32%
Armadura	27,81%	25,84%	30,11%	31,82%	23,00%	24,14%	25,75%	30,97%	32,14%	23,28%
EPS	24,23%	22,51%	26,23%	22,21%	26,66%	25,09%	19,07%	22,94%	19,07%	22,93%
Escoramento	2,74%	2,55%	2,97%	2,51%	3,02%	3,01%	2,54%	3,05%	2,54%	3,05%
Mão-de-Obra	6,79%	6,31%	7,35%	6,23%	7,47%	7,24%	6,29%	7,57%	6,29%	7,56%
Administração	16,27%	15,11%	17,61%	16,92%	15,48%	14,97%	13,99%	16,83%	16,02%	14,39%
Transporte	0,42%	0,39%	0,46%	0,39%	0,46%	0,46%	0,39%	0,47%	0,39%	0,47%
Custo Final [R\$/m ²]	72,96	78,53	67,39	79,60	66,32	67,15	72,05	62,07	71,57	62,72
Custo Final [%]	-	7,63%	-7,63%	9,10%	-9,10%	-	7,30%	-7,57%	6,58%	-6,60%

Tabela 8: Variações dos preços do concreto e da armadura para a laje L2.

Laje L2 (400x700) – Enchimento de EPS										
Função Custo (Equação 1)						Minimização GRG2 (NBR6118/03)				
	Referência	+ 40%	- 40%	+ 40%	- 40%	Referência	+ 40%	- 40%	+ 40%	- 40%
		Concreto	Concreto	Armadura	Armadura		Concreto	Concreto	Armadura	Armadura
Concreto	21,14%	26,58%	14,84%	19,29%	23,40%	24,64%	31,24%	17,69%	22,85%	27,78%
Armadura	28,63%	26,65%	30,92%	32,78%	23,59%	25,20%	26,56%	31,79%	33,11%	23,88%
EPS	23,98%	22,33%	25,90%	21,88%	26,54%	24,53%	18,91%	22,64%	18,78%	22,83%
Escoramento	2,69%	2,51%	2,91%	2,45%	2,98%	2,95%	2,50%	2,99%	2,48%	3,01%
Mão-de-Obra	6,67%	6,21%	7,21%	6,09%	7,39%	7,09%	6,19%	7,41%	6,15%	7,48%
Administração	16,46%	15,33%	17,78%	17,14%	15,65%	15,13%	14,22%	17,02%	16,25%	14,56%
Transporte	0,41%	0,39%	0,45%	0,38%	0,46%	0,45%	0,38%	0,46%	0,38%	0,46%
Custo Final [R\$/m ²]	74,33	79,84	68,83	81,49	67,18	68,47	73,26	63,35	73,44	63,49
Custo Final [%]	-	7,41%	-7,40%	9,63%	-9,62%	-	7,00%	-7,48%	7,26%	-7,27%

Tabela 9: Variações dos preços do concreto e da armadura para a laje L3.

Laje L3 (500x750) – Enchimento de EPS										
Função Custo (Equação 1)						Minimização GRG2 (NBR6118/03)				
	Referência	+ 40%	- 40%	+ 40%	- 40%	Referência	+ 40%	- 40%	+ 40%	- 40%
		Concreto	Concreto	Armadura	Armadura		Concreto	Concreto	Armadura	Armadura
Concreto	22,92%	28,73%	16,06%	20,86%	25,42%	19,52%	24,82%	14,02%	22,00%	23,16%
Armadura	28,64%	26,48%	31,19%	32,88%	23,49%	26,41%	24,67%	28,21%	29,47%	20,65%
EPS	22,90%	21,18%	24,94%	20,85%	25,40%	27,66%	25,84%	29,55%	23,42%	30,24%
Escoramento	2,59%	2,40%	2,82%	2,36%	2,87%	2,74%	2,56%	2,93%	2,46%	2,94%
Mão-de-Obra	6,42%	5,94%	6,99%	5,85%	7,12%	6,63%	6,19%	7,08%	5,96%	7,06%
Administração	16,12%	14,91%	17,56%	16,84%	15,25%	16,62%	15,53%	17,76%	16,30%	15,51%
Transporte	0,40%	0,37%	0,43%	0,36%	0,44%	0,42%	0,39%	0,45%	0,38%	0,45%
Custo Final [R\$/m ²]	77,19	83,49	70,89	84,79	69,59	72,94	78,08	68,28	81,14	68,11
Custo Final [%]	-	8,16%	-8,16%	9,85%	-9,85%	-	7,05%	-6,39%	11,24%	-6,62%

A Tabela 10 permite observar que nas lajes com enchimento cerâmico, o concreto e a armadura têm grande participação no custo final, em torno de 30 a 35% de cada insumo. O enchimento cerâmico contribui com quase 10%. No caso das lajes com EPS, o concreto e a armadura representam praticamente 50% do custo total, sendo o EPS um componente significativo no custo final, representando algo em torno de 24%. Vale observar que os custos de execução (custos de matéria-prima, custos adicionais, custos indiretos administrativos e custos tributários) são considerados nos custos administrativos, conforme descrito em Castilho (2003).

As Figuras 4a, 4b e 4c mostram os percentuais dos insumos obtidos da minimização, considerando as variações nos preços do concreto e da armadura para as lajes L1, L2 e L3 com enchimento cerâmico. As Figuras 4d, 4e e 4f ilustram os percentuais dos insumos da três lajes analisadas com enchimento de EPS.

Tabela 10: Custo das lajes L1, L2 e L3 (Equação 1) e percentuais de cada insumo.

	Enchimento Cerâmico			Enchimento EPS		
	L1	L2	L3	L1	L2	L3
Concreto	31,02%	30,18%	32,57%	21,74%	21,14%	22,92%
Armadura	34,16%	35,08%	35,11%	27,81%	28,63%	28,64%
Enchimento	9,16%	9,04%	8,09%	24,23%	23,98%	22,90%
Escoramento	3,37%	3,30%	2,97%	2,74%	2,69%	2,59%
Mão-de-Obra	8,34%	8,18%	7,37%	6,79%	6,67%	6,42%
Administração	13,44%	13,72%	13,44%	16,27%	16,46%	16,12%
Transporte	0,52%	0,51%	0,46%	0,42%	0,41%	0,40%
Custo Final [R\$/m ²]	59,40	60,53	67,28	72,96	74,33	77,19

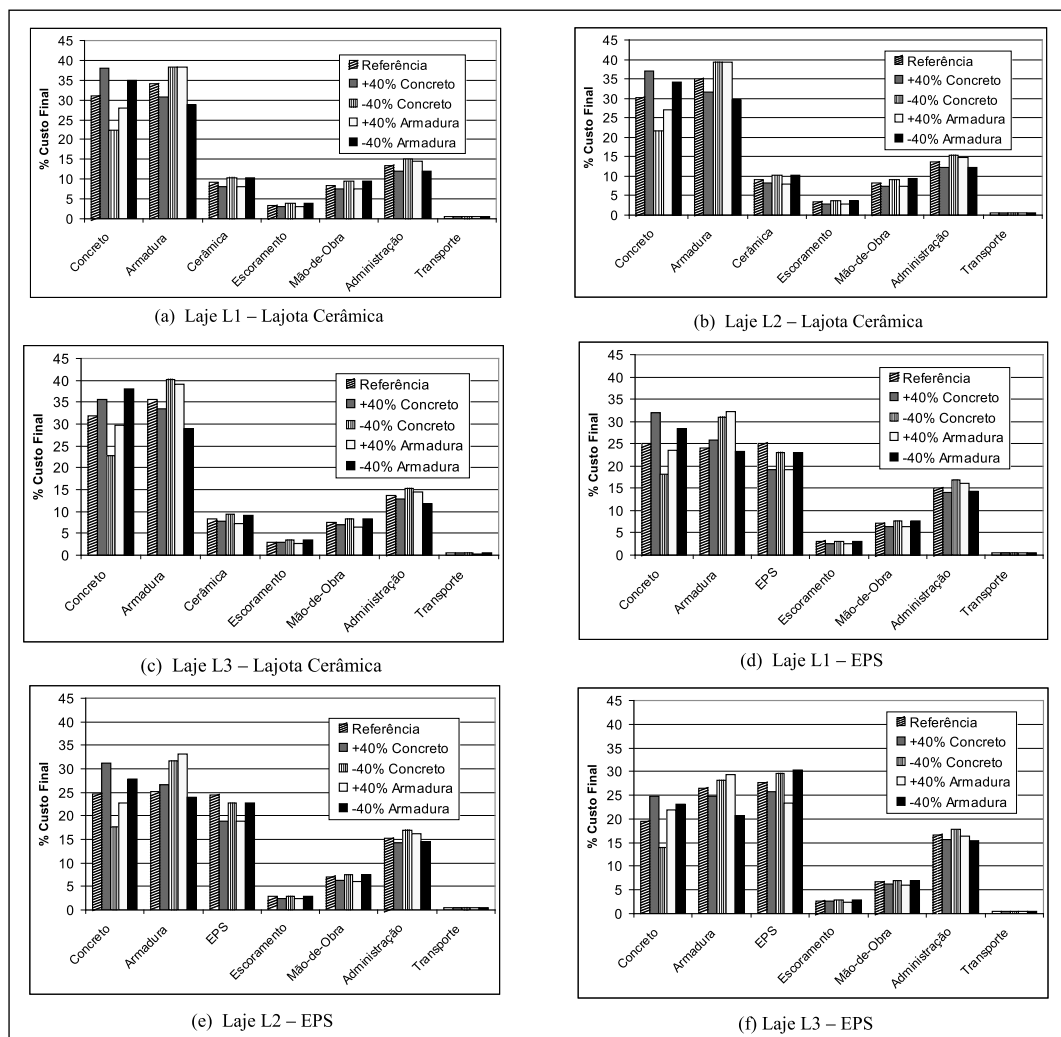


Figura 4: Percentuais dos insumos para as lajes L1, L2 e L3 (GRG2).

As Figuras 5a, 5b, 5c e 5d ilustram as variações relativas aos valores de referência para cada tipo de material de enchimento, nas três lajes em estudo, aplicando a função custo proposta na Equação (1). O sinal positivo significa aumento e o negativo, diminuição nos custos do insumo. É possível observar que um aumento ou uma diminuição de 40% no preço do concreto, na laje L1 com enchimento de EPS, resulta em aumento/diminuição no custo do insumo concreto em torno de 6%, respectivamente, e um aumento ou uma diminuição de 40% no preço da armadura gera um aumento/diminuição em torno de 2% nos custos do concreto, respectivamente.

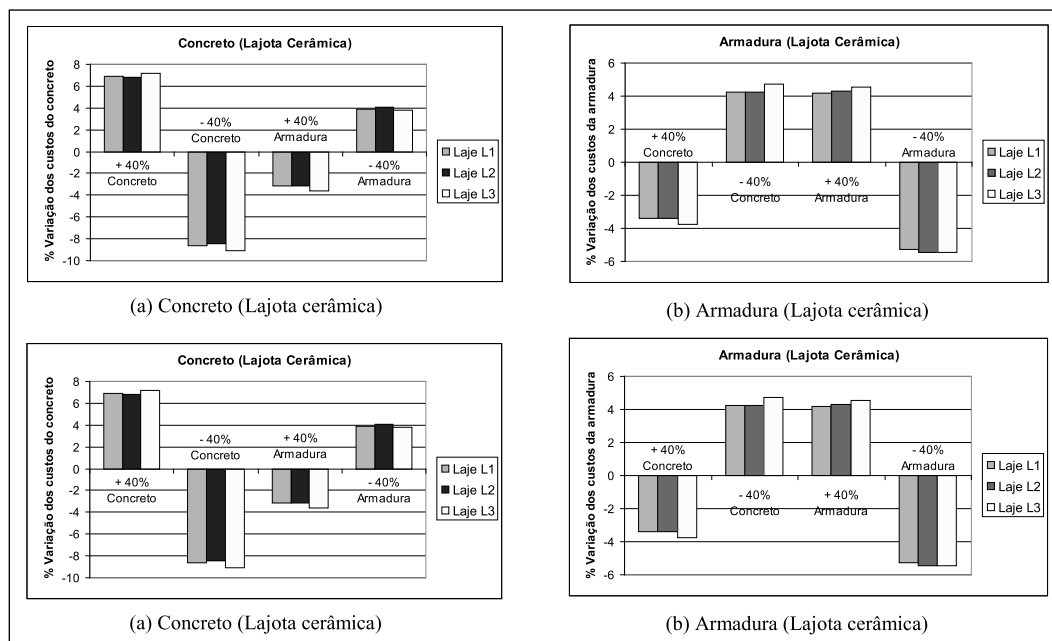


Figura 5: Percentual de variação dos custos do concreto e da armadura para as lajes L1, L2 e L3.

Com relação aos custos finais, é importante observar que, conforme a Tabela 11, as lajes com EPS são normalmente mais caras que as lajes com lajotas cerâmicas. Valem ressaltar, que foram considerados, nas análises desenvolvidas neste trabalho, preços médios pesquisados no mercado da região sudeste do Brasil em outubro de 2005. Lajes de maiores vãos são mais beneficiadas em termos de custos da aplicação do método de otimização, em virtude das verificações da flecha. As lajes com EPS permitem também obter maiores vantagens da minimização dos custos, uma vez que o inteirosso pode ser uma variável de projeto. Essa variável influencia significativamente no volume de concreto, pois o aumento da distância do inteirosso acarreta tanto uma diminuição desse volume quanto um aumento do consumo de EPS. Vale lembrar que o custo do concreto depende também da resistência, pois o preço é maior com o aumento do f_{ck} .

Tabela 11: Comparação de custos finais.

Tipo de enchimento	Laje L1		Laje L2		Laje L3	
	Equação (1)	GRG2	Equação (1)	GRG2	Equação (1)	GRG2
Cerâmico	R\$ 59,40	R\$ 59,40	R\$ 60,53	R\$ 60,53	R\$ 67,28	R\$ 66,51
EPS	R\$ 72,96	R\$ 67,15	R\$ 74,33	R\$ 68,47	R\$ 77,19	R\$ 72,94

5. Conclusões

Com base nos resultados obtidos, as principais conclusões deste trabalho são descritas a seguir:

- Na otimização desenvolvida aplicando o GRG2, observa-se que em lajes de vãos pequenos, as quais não necessitam de armadura adicional, os resultados obtidos são praticamente os mesmos que os obtidos aplicando a Função Custo. Já para lajes de médios e grandes vãos, observa-se que ao aplicar o método de otimização, pode-se obter uma melhor combinação dos quantitativos dos insumos, de tal modo que se obtenha custo menor.
- O efeito da variação dos custos dos insumos mais significativos foi avaliado em três lajes. Observa-se que nas lajes com material de enchimento cerâmico, o aumento e a diminuição no custo final das lajes, foi em torno de 12%, para as duas situações. Porém, nas lajes com EPS, uma vez que o inteirosso é uma variável do processo de otimização, os custos finais alteraram em torno de 7 a 8% para variações no preço do concreto e de 6 a 11% para variações no preço da armadura.
- Para as lajes com enchimento de EPS, a economia obtida da minimização dos custos aplicando o GRG2, foi devido ao aumento do inteirosso, resultando em menor volume de concreto e menor número de vigotas treliçadas. Da otimização, observou-se que houve aumento do fck e da área de armadura adicional, porém de forma menos significativa.

Referências

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2003). *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, ABNT.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2002). *NBR 14859-1: Laje pré-fabricada – Requisitos – Parte 1: Lajes Unidirecionais*. Rio de Janeiro, ABNT.
- Castilho, V. C. (2003). *Minimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos*. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Kripka, M. (1998). *Determinação do posicionamento ótimo em edificações analisadas pelo modelo de grelha*. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Soares, R. C. (1997). *Otimização de seções transversais de concreto armado sujeitas à flexão - aplicação a pavimentos*. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Rigo, E. (1999). *Métodos de otimização aplicados à análise de estruturas*. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Forni, D. (2005). *Custos de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando a produção, o transporte, a montagem e a concretagem*. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia.
- Lasdon, L.S.; Waren, A. D.; Jain, A.; Ratner, M. (1978). Design and Testing of a Generalized Reduced Gradient Code for Nonlinear Programming. *ACM Transactions on Mathematical Software*, v. 4, n. 1, March, p.34-50.

Optimization of lattice-reinforced joist slabs cost considering concrete and reinforcement price variation

Abstract

The use of slabs formed by prefabricated elements in structures of pavements becomes more and more spread in the Brazilian market, mainly lattice reinforced joists. This work purposes to analyze the costs involved in the production process of lattice reinforced joists, during transport, assembly and slab casting. The cost was evaluated by the method of optimization of generic gradient (GRG) for ceramic and EPS infill blocks. The design variables considered for cost minimization were the height and the resistance of the concrete layer. For slabs with EPS the distance between lattice reinforcement joists was also considered. The variation of more or less 40% was considered in the cost of concrete and the reinforcement in order to evaluate their effect in the final cost. In slabs with ceramic blocks, around 12% of increase and decrease in the final cost was observed. The final cost of slabs with EPS (which distance between lattices reinforcement joists was optimized) was close to 8% for variations in the price of the concrete and from 6 to 11% for variations in the price of the reinforcement.

Keywords: slabs, lattice reinforcement joists, cost, optimization, minimization.

1. Introduction

The use of slabs formed by prefabricated elements in structures of pavements becomes more and more spread in the Brazilian market, mainly lattice reinforced joists. In precast concrete elements, part of the problem is the transitory stages of production, transportation and assembly, which may impose more unfavorable loads on these elements than on cast-in-place structures. These stages consist of production – execution of precast concrete elements; transportation – moving from the production to the building site and assembly – placement of the elements in their permanent position and execution of the connections. This work purposes to analyze the costs involved in the production process of lattice-reinforced joists. The design variables considered for cost minimization were the height and the resistance of the concrete layer and the distance between joists.

2. Total cost function

The definition of the cost minimization function for the precast concrete elements studied here was based on the costs of fabrication, external transport and application (Forni, 2005).

3. Introduction to the optimization problem

The GRG2 is a nonlinear optimization program used by the Microsoft Excel Solver to solve minimization and maximization problems. Basically, GRG2 uses an implementation of the Generalized Reduced Gradient algorithm (GRG). To generalize the GRG algorithm, the functions gradient is used, thus ensuring that, regardless of the expression, a linear relation among the variables is always obtained. The cost function was represented by three variables: height of the cast-in-place concrete, the concrete's compressive strength and distance between joists. The slab cost optimization problem therefore consists of the problem of minimization of $F(\text{cost})$, subject to the restrictions of the service limit and ultimate limit states.

4. Analysis of cost function performance – price variations

In order to evaluate the behavior of the cost function vis-à-vis market variations, the following analyses listed were made for the slabs L1, L2 and L3. The performance analyses evaluated the impact of variations in concrete and reinforcement prices and in labor cost against the total cost.

In slabs with ceramic blocks, around 12% of increase and decrease in the final cost was observed. The final cost of slabs with EPS (which distance between lattices reinforcement joists was optimized) was close to 8% for variations in the price of the concrete and from 6 to 11% for variations in the price of the reinforcement. It is observed that in slabs with ceramic infill blocks, the increase and decrease in the final slabs cost was around 12%, for the two situations.

5. Conclusions

The main conclusions of this work are described as bellow:

- In the optimization using GRG2, it is observed that in slabs with minor spans, which additional reinforced is not necessary, the obtained results are practically equal to that obtained applying the cost function. In slabs with larger spans, more expressive economy in the final cost obtained from the optimization method is observed;
- The effect of concrete and reinforcement price variation was evaluated in three slabs. It is observed that in slabs with ceramic infill blocks, the increase and decrease in the final slabs cost was around 12%, for the two situations. However, in slabs with EPS, once the distance between lattice reinforcement joists is also a variable of the optimization process, the final costs changed around 7 to 8% for variations in the concrete price and from 6 to 11% for variations in the reinforcement price;
- Slabs with EPS showed an economy from the minimization process (GRG2) due to the increase of the distance between lattice reinforcement joists, resulting in smaller concrete volume and smaller number of lattice reinforcement joists. It was also observed an increase of the f_{ck} and of the additional reinforcement area, however, not so significant.