

# Distribución óptima de amortiguadores viscosos e histeréticos en estructuras bajo excitación sísmica

Carlos A. Martínez<sup>1</sup>, Oscar Curadelli<sup>2</sup> <sup>1</sup>, María E. Compagnoni<sup>3</sup>

#### RESUMEN

En los últimos veinte años grandes esfuerzos se llevaron a cabo para desarrollar el concepto de disipación de energía en estructuras y plasmarlo en una tecnología aplicable. Varios dispositivos basados en diferentes principios para disipar energía han sido desarrollados e implementados en todo el mundo. Una de las tareas más importantes para el diseñador es definir la distribución y el tamaño de estos dispositivos de manera de maximizar su eficiencia. En este trabajo se presenta una metodología eficiente que permite definir en una estructura bajo excitación sísmica la distribución espacial y capacidad óptima de disipadores de energía viscosos e histeréticos. Considerando que la principal fuente de incertidumbre es la excitación y con el objetivo de lograr un diseño robusto, la excitación se representa mediante un proceso estocástico estacionario, caracterizado por una densidad espectral de potencia compatible con el espectro de respuesta definido por el código de diseño sísmico de la región. El análisis se realiza en el dominio de la frecuencia y la limitación del comportamiento no lineal para el caso de los disipadores histeréticos es evitada a través del método de linealización estocástica. El procedimiento propuesto se muestra y verifica a través de ejemplos numéricos.

Palabras Clave: Control pasivo, Disipación de energía, Distribución óptima de amortiguadores; Análisis estocástico.

http://dx.doi.org/10.5335/rsee.v11i1.3900

Magíster en Ingeniería Estructural, becario doctoral: cmartinez@fing.uncu.edu.ar. Autor para correspondencia. E-mail: ocuradelli@fing.uncu.edu.ar (O. Curadelli). Tel.:+54-261-4135000-2195, Fax:+54-261-4380120. Dirección postal: Facultad de Ingeniería. Centro Universitario, Parque Gral. San Martín, (5500) Mendoza, Argentina.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Doctor en Ingeniería, Profesor titular: ocuradelli@fing.uncu.edu.ar

Magíster en Ingeniería Estructural, becaria doctoral: mecompagnoni@conicet.gov.ar. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, CONICET - Centro Universitario, Parque Gral. San Martín, (5500) Mendoza, Argentina

#### 1 Introducción

Es ampliamente reconocido como sistema de protección estructural el uso de dispositivos externos para disipar la energía proveniente de una excitación sísmica. La efectividad y eficiencia de estos sistemas depende del tipo de dispositivos, de su capacidad y de la ubicación que poseen en la estructura. A partir de estas consideraciones principalmente en los últimos veinte años, los estudios focalizados en el diseño óptimo de sistemas de disipación de energía han sido de gran interés en el área de ingeniería sísmica.

La distribución óptima de dispositivos lineales (viscosos y viscoelásticos) ha sido ampliamente discutida en la literatura científica en las últimas dos décadas como lo demuestra la gran cantidad de artículos publicados (Takewaki 1997a, 1997b, 1999, 2000a, 2000b; Cimellaro 2007; Aydin et al. 2007; Fujita et al. 2010). La mayoría de los métodos de optimización están basados en la reducción de la amplitud de las funciones de transferencia de parámetros estructurales tales como la suma de las distorsiones de piso, desplazamiento y/o aceleración en el último piso y cortante basal. Otro método basado en gradientes que incluye un índice de desempeño, definido como una suma ponderada de desplazamientos, distorsiones de piso y aceleraciones absolutas fue presentado por Singh y Moreschi (2001). Estrategias interesantes que utilizan algoritmos genéticos fueron desarrolladas por Singh y Moreschi (2002) y Bishop y Striz (2004).

Con respecto a la optimización de sistemas de disipación de energía con comportamiento no lineal, Uetani et al. (2003) describió una metodología de diseño estructural óptimo para estructuras aporticadas provistas de disipadores histeréticos. Ni et al. (2001) estimó la respuesta estocástica de estructuras adyacentes conectadas con disipadores histeréticos, usando linealización estocástica y admitiendo que la estructura permanece en rango elástico. A través de un estudio paramétrico los autores mostraron que existen valores óptimos para algunos parámetros de diseño. Basili y De Angelis (2007) exploraron la misma idea de estructuras interconectadas con dispositivos histeréticos bajo una excitación tipo ruido blanco filtrado utilizando también la técnica de linealización estocástica. La eficiencia del sistema de disipación de energía fue evaluada a través de un índice de desempeño que tiene en cuenta la relación entre la energía que se disipa en los dispositivos y la que entra a la estructura. Moreschi y Singh (2003) presentaron una metodología en el dominio del tiempo, basada en algoritmos genéticos para definir los parámetros óptimos de sistemas de disipación que utilizan dispositivos basados en la fluencia de metales y de fricción. Un estudio que también utiliza un algoritmo genético fue publicado por Ok et al. (2008). Jensen (2006) investigó la optimización de sistemas de disipación de energía no lineales a través de la técnica de linealización estadística equivalente, utilizando como función objetivo una combinación lineal de los momentos estadísticos de la respuesta estructural. Vargas y Bruneau (2007) estudiaron la efectividad en la reducción de los desplazamientos y aceleraciones laterales de sistemas de un grado de libertad en los cuales amortiguadores viscosos y metálicos trabajaban en conjunto. Basados en los resultados obtenidos a partir de un estudio paramétrico de sistemas de un grado de libertad no lineales, Vargas y Bruneau (2008) propusieron un procedimiento de diseño de sistemas de múltiples grados de libertad con "fusibles estructurales". El estudio fue llevado a cabo utilizando barras de pandeo restringido utilizadas como fusibles estructurales y fue verificado mediante ensayos experimentales dinámicos en la Universidad de Búfalo. Benavent-Climent (2011) desarrollaron un método para determinar la resistencia, rigidez y capacidad de disipación de energía de dispositivos histeréticos necesarios en cada piso para lograr un desempeño requerido admitiendo un riesgo predefinido. Leu y Chang (2011) propusieron una estrategia de reubicación de amortiguadores viscosos no lineales en estructuras tridimensionales. El procedimiento empieza con una distribución uniforme e iterativamente mueve los amortiguadores a posiciones de máxima distorsión de piso. Jensen y Sepúlveda (2012) propusieron un procedimiento para diseñar estructuras provistas con sistemas de disipación de energía, considerando las incertidumbres tanto de la estructura como de la excitación. Ohsaki y Nakajima (2012) presentaron un método de optimización para el diseño de pórticos arriostrados excéntricamente, en los cuales la deformación plástica en la unión riostra-viga se usa como dispositivo para disipar energía.

En este trabajo se propone un procedimiento simple y computacionalmente eficiente para definir la ubicación y capacidad de dispositivos viscosos (lineales) e histeréticos (no lineales) para lograr un nivel de desempeño requerido en estructuras bajo excitación sísmica. El análisis se realiza en el dominio de la frecuencia y en el caso de los dispositivos con comportamiento no lineal se usa el modelo histerético de Wen (1976) linealizado. Teniendo en cuenta que, en problemas de ingeniería sísmica la principal contribución a la incertidumbre se debe a la excitación, en este trabajo la misma se representa mediante un proceso estocástico estacionario, caracterizado por una densidad espectral de potencia compatible con el espectro de respuesta definido por el código de diseño sísmico de la región.

#### 2 Modelo de la excitación sísmica

La mayoría de los estudios relacionados a la eficiencia de sistemas de disipación de energía y la influencia que en ella tiene las características de la excitación, son normalmente llevados a cabo en el dominio del tiempo a través de simulación de Montecarlo, usando un número suficientemente grande de registros determinísticos (Soong y Grigoriu 1993). Sin embargo, en problemas de optimización los cuales conllevan un elevado costo computacional debido a las numerosas iteraciones, se requiere una alternativa más eficiente. El análisis estocástico llevado a cabo en el dominio de la frecuencia, resulta un método atractivo, en el cual una función de densidad espectral de potencia (FDEP), en vez de un conjunto de registros sísmicos puede ser utilizada para representar integralmente a la excitación.

#### Derivación de la FDEP compatible con el espectro de respuesta

Debido a que la excitación sísmica es inherentemente aleatoria, los códigos de diseño sísmico generalmente adoptan para representar todas sus características el llamado espectro de diseño (respuesta). Por otro lado, en el análisis estocástico, es necesario elegir una adecuada función de densidad espectral de potencia que describa las características de la excitación. De esta manera, en este trabajo se presenta resumidamente la metodología desarrollada por Vanmarcke (1976) mediante la cual se obtiene una función de densidad espectral de potencia a partir de un espectro de respuesta dado. Teniendo el espectro de respuesta proporcionado por el código de diseño del lugar de emplazamiento de la estructura y admitiendo a la excitación como un proceso estocástico estacionario y gaussiano con media nula, se puede determinar la función de densidad espectral de potencia mediante la siguiente expresión:

$$G(\omega_{j}) = \frac{4\xi}{\omega_{j}\pi - 4\xi_{j}} \left( \frac{S_{a}^{2}(\omega_{j}\xi)}{\eta_{j}^{2}(\omega_{j},\xi)} - \Delta\omega \sum_{k=1}^{j-1} G(\omega_{k}) \right) \qquad \omega_{j} > \omega_{0}$$
 (1)

siendo

$$\eta_{j} = \sqrt{2h \left\{ 2\nu_{j} \left[ 1 - exp\left( -q_{j}^{1.2} \sqrt{\pi h \left( 2\nu_{j} \right)} \right) \right\} \right]}$$
 (2)

$$\upsilon_{j} = \frac{T_{s}}{2\pi} \omega_{j} (-h \ p)^{-1} \tag{3}$$

Y

$$q_{j} = \sqrt{1 - \frac{1}{1 - \xi^{2}} \left( 1 - \frac{2}{\pi} tan^{-1} \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^{2}}} \right)}$$
 (4)

en el cual  $S_a(\omega_j,\xi)$  es la ordenada del espectro de respuesta dado, en la frecuencia  $\omega_j$  para una relación admitida de amortiguamiento  $\xi=0.05;\;\eta_j$ , llamado factor de pico dado por la Ec. (2), representa el factor por el cual hay que multiplicar el desvío estándar de la respuesta del oscilador para predecir su valor pico, la cual permanecerá por debajo del valor  $S_a$  con una probabilidad p=0.5 durante la duración  $T_s=20$ s, del proceso;  $\Delta\omega$  es el paso con el que se discretizó a la frecuencia y  $\omega_o=0.36$  rad/s es el límite inferior del dominio de existencia de la Ec.(1). Cabe mencionar que los valores adoptados para p y  $T_s$  son recomendados por Giaralis y Spanos (2010) para análisis sísmicos.

# 3 Evaluación de la respuesta estocástica del sistema

Consideremos un pórtico plano de n-pisos, en el cual los dispositivos de disipación de energía se encuentran conectados a la estructura principal a través de riostras en forma de "V" invertida como se muestra en la Figura 1:

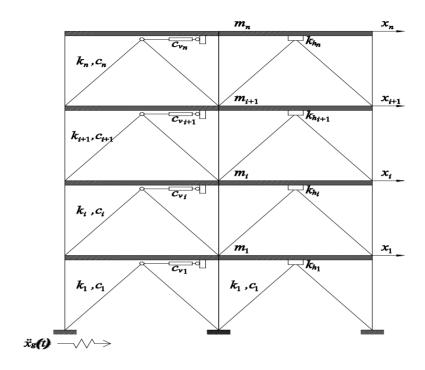


Figura 1: Esquema Pórtico Plano de n-pisos.

Las ecuaciones de movimiento de la estructura con n grados de libertad (para las estructuras estudiadas coincide con el número de pisos), provista con amortiguadores viscosos lineales y dispositivos de disipación de energía histeréticos con comportamiento elastoplástico, y sujeto a excitación sísmica, pueden escribirse en forma matricial como:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_{\mathbf{v}})\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{\mathbf{h}} \mathbf{X}_{\mathbf{v}} \mathbf{z}(t) = -\mathbf{M} \mathbf{r} \ddot{\mathbf{x}}_{\mathbf{g}}(t)$$
 (5)

donde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}$  y  $\mathbf{C}$  son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento propio del sistema de tamaño  $n \times n$ ;  $\mathbf{C}_{\mathbf{v}}$  es la matriz de amortiguamiento debido a los amortiguadores viscosos incorporados,  $\mathbf{K}_{\mathbf{h}}$  y  $\mathbf{X}_{\mathbf{y}}$  son las matrices de rigidez pre-fluencia y de los desplazamientos de fluencia, respectivamente, de los disipadores histeréticos incorporados,  $\mathbf{r}$  es el vector de influencia de la excitación de tamaño  $n \square 1$ ,  $\mathbf{z}(t)$  es la aceleración horizon-

tal del suelo y  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  y  $\mathbf{X}(t)$  son los vectores generalizados de aceleraciones, velocidades y desplazamientos, respectivamente de  $n\times 1$  y  $\mathbf{z}(t)$  es el vector de las variables internas, que satisface la siguiente ecuación diferencial no lineal de primer orden para cada dispositivo (Wen 1976):

$$\dot{z}_{i} = x_{y}^{-1} \left( A \dot{u}_{i} - \gamma |\dot{u}_{i}| z_{i} |z_{i}|^{\eta - 1} - \beta \dot{u}_{i} |z_{i}|^{\eta} \right) \qquad i = 1 \qquad n$$
 (6)

donde A,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\eta$  son los parámetros adimensionales que caracterizan el ciclo de histéresis y se seleccionan de forma tal que el ciclo de histéresis obtenido a partir del modelo aproxime al obtenido experimentalmente;  $\dot{u}_i$  es la velocidad relativa entre los extremos de los disipadores histeréticos (usualmente,  $\dot{u}_i = \dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}$  siendo  $\dot{x}_i$  la velocidad del i-ésimo piso).

Dado que el análisis se realiza en el dominio de la frecuencia, la Ec. (6), que representa las relación constitutiva fuerza-deformación de los dispositivos, es linealizada a partir de la siguiente expresión (Wen, 1980):

$$\dot{z}_i = -k_{\dot{e}} \, z_i - c_{\dot{e}} \, \dot{u}_i \tag{7}$$

en la cual  $k_{ei}$  y  $c_{ei}$  son los coeficientes de linealización, obtenidos al minimizar el error cuadrático medio entre los términos lineales y no lineales de las Ecs. (6) y (7). Para  $\eta = 1$ , las constantes equivalentes  $k_{ei}$  y  $c_{ei}$  están dadas por:

$$k_{\dot{e}} = x_y^{-1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[ \gamma \sqrt{E(\dot{u}_i, \dot{u}_i)} + \beta \frac{E(\dot{u}_i, z_i)}{\sqrt{E(z_i, z_i)}} \right]$$
(8)

$$c_{\dot{e}} = x_y^{-1} \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[ \beta \sqrt{E(z_i, z_i)} + \gamma \frac{E(\dot{u}_i, z_i)}{\sqrt{E(\dot{u}_i, \dot{u}_i)}} \right] - A \right)$$
(9)

siendo E(.) el operador esperanza matemática.

Cuando la excitación es del tipo ruido blanco, las Ecs. (5) y (7), pueden escribirse como el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{y} = \mathbf{G} \mathbf{y} + \mathbf{w} \tag{10}$$

en la cual y es el vector de estado

$$\mathbf{y} = \left\{ \mathbf{x}^T \quad \dot{\mathbf{x}}^T \quad \mathbf{z}^T \right\}^T \tag{11}$$

G la matriz aumentada del sistema dada por:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} [0] & [I] & [0] \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{h}\mathbf{X}_{y} \\ [0] & -\mathbf{C}_{e}\mathbf{T} & -\mathbf{K}_{e} \end{bmatrix}$$
(12)

en la cual [0] e [I] denotan las matrices nula e identidad, de  $n \square n$ , respectivamente;  $\mathbf{M}^{-1}$  es la inversa de la matriz de masa  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C_e}$  y  $\mathbf{K_e}$  son matrices diagonales que contienen los coeficientes de linealización (Ec. 7) y  $\mathbf{T}$  es una matriz constante compuesta de 0, 1 y -1; el vector de excitación es dado por:

$$\mathbf{w} = \{\{0\} \quad \{0\} \quad -\{1\}\ddot{x}_0\}^T \tag{13}$$

donde  $\{0\}$  y  $\{1\}$  representan el vector nulo y el vector unidad, de  $1 \times n$ , respectivamente; y  $\ddot{x}_0(t)$  representa la aceleración del suelo, asumida como un proceso aleatorio con media cero del tipo ruido blanco con un FDEP constante de intensidad  $S_{\circ}$ .

Sea S la matriz de covarianzas de y, con elementos dados por:

$$S_{ij} = E\left(y_i y_j\right) \tag{14}$$

siendo  $y_i$  el i-ésimo elemento del vector  $\mathbf{y}$ , se puede demostrar (Soong y Grogoriu 1993) que para procesos aleatorios con media cero del tipo ruido blanco ,  $\mathbf{S}$  satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{S} = \mathbf{G}\,\mathbf{S}^T + \mathbf{S}\,\mathbf{G}^T + \mathbf{D} \tag{15}$$

en la cual  ${\bf D}$  es la matriz de las esperanzas matemáticas de los productos entre la excitación y la respuesta, siendo  $D_{ij}$  = $E(y_i\,z_j)$  = 0 excepto  $D_{3n,3n}$  =  $2\varpi\,S_0$ .

Dado que la excitación se admite estacionaria,  $\mathbf{D}$  es independiente del tiempo y  $\mathbf{S}$  es constante,, por lo tanto, la solución estacionaria puede obtenerse resolviendo la siguiente ecuación matricial de Lyapunov:

$$\mathbf{G}\,\mathbf{S}^T + \mathbf{S}\,\mathbf{G}^T + \mathbf{D} = \mathbf{0} \tag{16}$$

Como se mencionó anteriormente, la matriz de covarianza S se obtiene mediante la resolución de la Ec. (16) para una excitación de tipo ruido blanco, con FDEP constante de intensidad  $S_o$ . Sin embargo, la Ec. (1) que representa la FDEP de la excitación  $\ddot{x}_g(t)$  considerada en este trabajo no es constante. Este obstáculo puede ser evitado filtrando el ruido blanco  $\ddot{x}_0(t)$  a través de dos filtros lineales de la siguiente manera:

$$\ddot{x}_{g}(t) + 2\xi_{g}\omega_{g}\dot{x}_{g}(t) + \omega_{g}^{2}x_{g}(t) = -(\ddot{x}_{f}(t) + \ddot{x}_{0}(t)), \tag{17}$$

$$\ddot{x}_f(t) + 2\xi_f \omega_f \dot{x}_f(t) + \omega_f^2 x_f(t) = -\ddot{x}_0(t)$$
(18)

donde  $\omega_g$ ,  $\xi_g$ ,  $\omega_f$  y  $\xi_f$ , son los parámetros de los filtros. Nótese que las Ecs. (17) y (18), conducen a la función de densidad espectral de potencia propuesta por Clough y Penzien (1993):

$$G_{\mathcal{C}}\left(\omega_{j}\right) = S_{0} \left(\frac{1 + 4 \xi_{g}^{2} \left(\omega_{j} / \omega_{g}\right)^{2}}{\left[1 - \left(\omega_{j} / \omega_{g}\right)^{2}\right]^{2} + 4 \xi_{g}^{2} \left(\omega_{j} / \omega_{g}\right)^{2}}\right) \left(\frac{\left(\omega_{j} / \omega_{f}\right)^{4}}{\left[1 - \left(\omega_{j} / \omega_{f}\right)^{2}\right]^{2} + 4 \xi_{f}^{2} \left(\omega_{j} / \omega_{f}\right)^{2}}\right)$$
(19)

Por lo tanto, para hacer compatible las FDEP dadas por las Ecs. (1) y (19), los parámetros de los filtros se estiman ajustando ambas funciones.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, la respuesta estocástica se puede obtener resolviendo la Ec. (16), en la cual el vector de estado  $\mathbf{y}$ , la matriz aumentada del sistema  $\mathbf{G}$ , y el vector de excitación  $\mathbf{w}$ , son re-definidos como:

$$\mathbf{y} = \left\{ \mathbf{x}^T \quad \dot{\mathbf{x}}^T \quad \mathbf{z}^T \quad x_f \quad \dot{x}_f \quad x_g \quad \dot{x}_g \right\}^T \tag{20}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} [0] & [I] & [0] & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C} + \mathbf{C}_v) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_h \mathbf{X}_y & -\{1\}^T \omega_f^2 & -\{1\}^T 2\xi_f \omega_f & \{1\}^T \omega_g^2 & \{1\}^T 2\xi_g \omega_g \\ [0] & -\mathbf{C}_e \mathbf{T} & -\mathbf{K}_e & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & -\omega_f^2 & -2\xi_f \omega_f & \omega_g^2 & 2\xi_g \omega_g \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & 0 & 0 & -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}$$
 (21)

$$\mathbf{w} = \{\{0\} \quad \{0\} \quad \{0\} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\ddot{x}_0\}^T \tag{22}$$

y los elementos de la matriz de covarianzas  ${\bf D}$ , de tamaño  $3n+4\times 3n+4$  son  $D_{ij}$  = 0, excepto  $D_{3n+4,3n+4}$  =  $2\varpi$   $S_0$ 

Como se puede observar en las Ecs. (8) y (9), los coeficientes de linealización dependen de la respuesta del sistema, la cual a su vez depende de estos, por lo que se requiere un procedimiento iterativo hasta encontrar valores estables. Los valores iniciales de los coeficientes pueden ser elegidos arbitrariamente y la convergencia se logra con pocas iteraciones (Sadek et al. 2002).

### 4 Desempeño requerido

En la actualidad, la mayoría de los códigos de diseño sísmico imponen limitaciones en las distorsiones de piso para controlar las deformaciones y evitar posibles inestabilidades en los elementos estructurales y no estructurales. En este sentido, para definir la capacidad óptima del sistema de disipación de energía se adoptó como criterio de desempeño, el valor pico de la distorsión máxima de piso.

A partir de la matriz de covarianzas del sistema **S**, el vector que contiene los valores cuadráticos medios (rms) de las distorsiones de cada piso se obtiene de la siguiente manera:

$$\mathbf{\acute{o}_d} = diag(\mathbf{T} \mathbf{S} \mathbf{T}^T)^{1/2}$$
 (23)

donde T es una matriz de transformación lineal que contiene 1, -1 y 0.

La máxima distorsión de piso en valor rms se obtiene como:

$$\dot{o}_{d \max} = \max(\dot{o}_{d}) = \max(\sigma_{d_1}, \sigma_{d_2}, \dots, \sigma_{d_n}) \tag{24}$$

Luego, el valor pico de la distorsión máxima de piso puede calcularse a partir del valor rms determinado con la Ec. (23) a partir de (Der Kieureghian 1980):

$$d_{max} = p_f \sigma_{d max} \tag{25}$$

$$p_f = \sqrt{2 h \ v_e \tau} + \frac{0.5775}{\sqrt{2 h \ v_e \tau}}$$
 (26)

en la cual  $d_{\rm max}$  es el valor pico de la distorsión máxima de piso,  $p_f$  es el factor de pico,  $\sigma_{d\rm max}$  es el valor rms de la máxima distorsión de piso,  $v_e$  es la tasa modificada de cruce por cero de la respuesta, y  $\tau$  es la duración de la excitación. Der Kieureghian (1980) derivó una expresión simple para  $v_e$  para un sistema de un grado de libertad sujeto a excitación tipo ruido blanco:

$$v_e = \begin{cases} (1.90\xi^{0.15} - 0.73)v, & (\xi < 0.54) \\ v, & (\xi \ge 0.54) \end{cases}$$
 (27)

donde

$$v = \frac{\omega_1}{\pi} \tag{28}$$

en la cual v es la tasa de cruce por cero de la respuesta y,  $\omega_l$  y  $\xi$  son la frecuencia natural y la relación de amortiguamiento crítico del sistema, respectivamente. Para sistema de múltiples grados de libertad, se eligen como parámetros los correspondientes al primer modo de vibración, admitiendo que éste domina la respuesta dinámica de la estructura.

# 5 Distribución óptima de disipadores

#### 5.1 Amortiguadores viscosos

El desafío que implica el diseño de un sistema de disipación de energía, consiste en determinar óptimamente las capacidades de los amortiguadores viscosos en cada piso  $c_{vi}$ , expresados en un vector  $\mathbf{c_v} = \{c_{vi}\}$  que minimicen una función objetivo f previamente establecida. Matemáticamente el problema se puede expresar como:

$$\frac{\min}{\mathbf{c}_{\mathbf{v}}} f(\mathbf{c}_{\mathbf{v}}) \tag{29}$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^{n} c_{v_i} = \overline{W}, \qquad i = 1, \dots, n$$
(30)

$$0 \le c_{v_i} \le \overline{W} \tag{31}$$

donde  $\overline{W}$  es la capacidad total de disipación de energía requerida para lograr el desempeño deseado.

#### 5.2 Disipadores histeréticos

De manera similar a los amortiguadores viscosos, el problema de optimización consiste en determinar las capacidades (por ejemplo, fuerzas de fluencia o fricción) de los disipadores histeréticos en cada piso,  $f_{yi}$ , expresados en un vector  $\mathbf{f_y} = \{f_{yi}\}$ , que minimicen una función objetivo f previamente establecida y se puede expresar matemáticamente como:

$$\frac{\min}{\mathbf{f}_{\mathbf{y}}} f(\mathbf{f}_{\mathbf{y}}) \tag{32}$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^{n} f_{y_i} = \overline{W} , \qquad i = 1, \dots, n$$
 (33)

$$0 \le f_{y_i} \le \overline{W} \tag{34}$$

# 5.3 Función objetivo: suma de la máxima distorsión de piso y el corte en la base

Es conocido que el desempeño requerido en el valor pico de la distorsión máxima de piso se puede lograr incrementando la rigidez y/o la disipación de energía del sistema estructural. Como en este estudio se busca principalmente incrementar la capacidad del sistema para disipar energía, es necesario limitar el incremento de la rigidez imponiendo una restricción adicional sobre el corte en la base. Consecuentemente, la función objetivo estará compuesta por una combinación lineal de las variables más importantes en el diseño de una estructura, es decir, el valor máximo de la distorsión de piso y el corte basal, ambos expresados en términos de su desvío estándar (valor rms) y normalizados respecto a sus valores iniciales (estructura sin disipadores). Así, las Ecs. (29) y (32) se expresan de la siguiente manera:

$$\frac{\min}{\mathbf{c}_{\mathbf{v}}} \left( \frac{\sigma_{d \max}}{\sigma_{d_0 \max}} + \frac{\sigma_{\mathbf{v}}}{\sigma_{\mathbf{v}_0}} \right) \tag{35}$$

$$\frac{\min}{\mathbf{c}_{\mathbf{v}}} \left( \frac{\sigma_{d \max}}{\sigma_{d_0 \max}} + \frac{\sigma_{v}}{\sigma_{v_0}} \right) \\
\min_{\mathbf{f}_{\mathbf{y}}} \left( \frac{\sigma_{d \max}}{\sigma_{d_0 \max}} + \frac{\sigma_{v}}{\sigma_{v_0}} \right) \tag{36}$$

en la cual el subíndice 0 indica los valores de la respuesta de la estructura en su estado original.

El valor rms del cortante basal se obtiene a partir de la matriz de covarianzas del sistema S como:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_{v} = \left(\mathbf{r}^{T} \mathbf{V} \mathbf{S} \mathbf{V}^{T} \mathbf{r}\right)^{1/2} \tag{37}$$

en la cual la matriz auxiliar **V**, de  $n\square(3n+4)$ , se define como:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C} & \mathbf{K}_{\mathbf{h}} \mathbf{X}_{\mathbf{v}} & \{0\}^{T} & \{0\}^{T} & \{0\}^{T} & \{0\}^{T} \end{bmatrix}$$
(38)

# 5.4. Procedimiento de Optimización

El problema de optimización formulado mediante las Ecs. (29-31) para los amortiguadores viscosos o Ecs. (32-34) para disipadores histeréticos, se resuelve utilizando un algoritmo iterativo que incluye un método de programación cuadrática secuencial SQP (Sequential Quadratic Programming) (Arora 2004). El algoritmo encuentra secuencialmente la capacidad óptima de disipación de energía (sea  $c_{i}$  o  $f_{i}$ ) en cada ubicación posible (en este estudio se asume un disipador por piso) para cada incremento gradual en la capacidad total del sistema de disipación de energía,  $\overline{W}$ . Una vez alcanzada la capacidad total requerida para lograr el nivel de desempeño deseado, el algoritmo se detiene.

Los diagramas de flujo mostrados en las Figuras 2 y 3 resumen la metodología propuesta para disipadores viscosos e histeréticos, respectivamente. Habiendo definido la excitación a través de la FDEP compatible con el espectro de diseño, el procedimiento empieza estimando la respuesta estocástica de la estructura (Ec. 16) en su estado original. El valor pico de la distorsión máxima de piso, calculado a partir de las Ecs. (23), (24) y (25) se compara con el límite adoptado provisto por los códigos de diseño sísmico. Si se logra el nivel de desempeño deseado, el procedimiento finaliza, en caso contrario, se incrementa la capacidad total  $\overline{W}$  en un valor  $\Delta W$ . El vector que define las capacidades por piso de los disipadores ( $\mathbf{c}_{\mathbf{v}}$  o  $\mathbf{f}_{\mathbf{v}}$ ) se determina a través del algoritmo de optimización SQP, teniendo en cuenta la función objetivo. En el caso de los disipadores no lineales, en cada paso del algoritmo SQP, es necesario un procedimiento iterativo para determinar los coeficientes de linealización de acuerdo a las Ecs. (8) y (9). Una vez calculados  $\mathbf{c}_{\mathrm{v}}$  o  $\mathbf{f}_{\mathrm{y}}$  se actualiza la matriz aumentada  $\mathbf{G}$  (Ec.21) con las correspondientes matrices  $\mathbf{C}_{\mathrm{v}}$ , en el caso de amortiguadores viscosos o,  $\mathbf{K}_{\mathrm{h}}$ ,  $\mathbf{K}_{\mathrm{e}}$  y  $\mathbf{C}_{\mathrm{e}}$  en el caso de disipadores histeréticos y se reevalúa la respuesta estocástica del sistema (Ec.16). El procedimiento continúa hasta lograr el nivel de desempeño deseado.

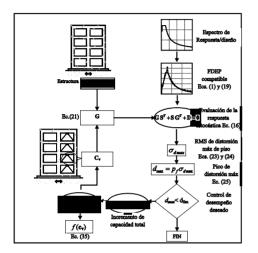


Figura 2: Diagrama de flujo de la metodología propuesta para amortiguadores viscosos.

Figura 3: Diagrama de flujo de la metodología propuesta para disipadores histeréticos.

## 6 Ejemplo numérico

El ejemplo corresponde a uno de los pórticos de hormigón armado perteneciente un edificio de 11 pisos ubicado en la Ciudad de Mendoza, Argentina. La masa por piso que corresponde al pórtico y la altura de piso se encuentran indicadas en la Tabla 1. El periodo fundamental de vibración es  $T_{\mbox{\tiny 1}}=1.06$  s y el amortiguamiento propio adoptado es igual al 5% de la relación de amortiguamiento crítica en sus dos primeros modos de vibración. Se asume que la estructura se mantiene en rango elástico lineal. La matriz de rigidez de la estructura se obtuvo a partir de un modelo de Elementos Finitos considerando a cada piso como un diafragma rígido, y condensado los grados de libertad rotacionales y traslacionales verticales resultando en un grado de libertad horizontal por piso:

	[ 1.7992	-0.8734	0.2485	-0.0457	0.0084	-0.0016	0.0003	-0.0001	0.0000	-0.0002	0.0007
	-0.8734	1.1621	-0.8627	0.2698	-0.0498	0.0092	-0.0017	0.0003	-0.0001	-0.0000	-0.0000
	0.2485	- 0.8627	1.2921	-0.8400	0.2660	-0.0492	0.0091	-0.0017	0.0003	-0.0000	-0.0002
	-0.0457	0.2698	-0.8400	1.2067	-0.8246	0.2633	-0.0487	0.0090	-0.0017	0.0002	0.0002
	0.0084	- 0.0498	0.2660	-0.8246	1.2039	-0.8241	0.2632	-0.0487	0.0091	-0.0017	0.0004
K =	-0.0016	0.0092	-0.0492	0.2633	-0.8241	1.2038	-0.8241	0.2632	- 0.0487	0.0087	- 0.0009
	0.0003	-0.0017	0.0091	-0.0487	0.2632	-0.8241	1.2038	-0.8242	0.2637	-0.0472	0.0059
	-0.0001	0.0003	-0.0017	0.0090	-0.0487	0.2632	- 0.8242	1.2045	-0.8268	0.2551	-0.0307
	0.0000	-0.0001	0.0003	-0.0017	0.0091	-0.0487	0.2637	-0.8268	1.2119	-0.7790	0.1713
	-0.0002	-0.0000	-0.0000	0.0002	-0.0017	0.0087	-0.0472	0.2551	-0.7790	0.9323	-0.3680
	0.0007	-0.0000	-0.0002	0.0002	0.0004	- 0.0009	0.0059	-0.0307	0.1713	-0.3680	0.2206

Tabla 1: Propiedades del modelo

Piso	Masa por piso (10⁴ kg)	Altura de piso (m)
1	4.8304	3.35
2	6.8053	4.70
3	5.7665	3.25
4	5.7665	3.25
5	5.7665	3.25
6	5.7665	3.25
7	5.7665	3.25
8	5.7665	3.25
9	5.7665	3.25
10	5.7665	3.25
11	6.6872	3.55

La excitación ha sido definida a partir del espectro de pseudoaceleraciones dado por el reglamento argentino INPRES CIRSOC 103 (2008) para zona sísmica 4 (Ciudad de Mendoza), suelo tipo II (Figura 4 (a)). La correspondiente FDEP obtenida a partir de la Ec. (1) (línea de trazo) y la aproximación de Clough-Penzien (Ec. 19) (línea continua) se muestran en la Figura 4 (b).

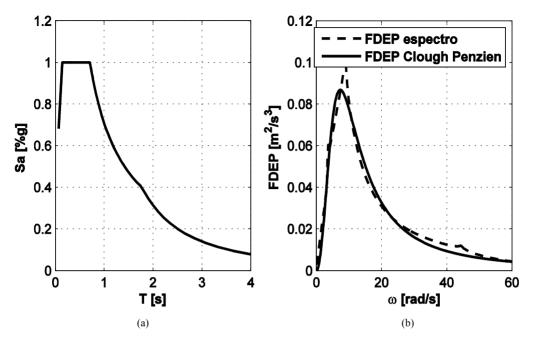
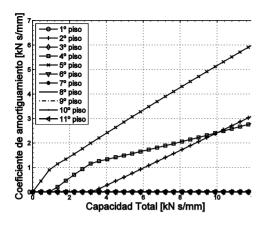


Figura 4: Excitación caracterizada por: (a) Espectro de diseño IC 103 y (b) FDEP compatible.

Con el objetivo de mostrar la aplicación de la metodología propuesta, se definen independientemente la distribución y capacidad de amortiguadores viscosos en un caso y de disipadores histeréticos en otro, necesarios para lograr un desempeño requerido en la distorsión máxima de piso igual a 1% con lo cual se admite un bajo nivel de fisuración de elementos estructurales de hormigón según código Fema 356 ("immediate occupancy structural performance level").

# 6.1 Distribución óptima de amortiguadores viscosos

La Figura 5 muestra la distribución óptima de amortiguadores viscosos para distintas capacidades totales instaladas. El procedimiento indica que para lograr el desempeño requerido (máx. distorsión = 1%) se necesita una capacidad total de 12.14 kN s/mm, distribuidos en los pisos 2º, 4º y 5º, como se observa en la Figura 6. Para poder visualizar la eficiencia de la metodología propuesta, se incluye también una distribución uniforme de los coeficientes de amortiguamiento por piso.



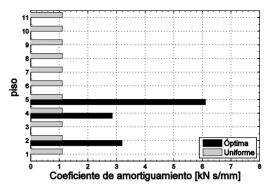


Figura 5: Distribución de los amortiguadores para distintas capacidades totales incorporadas.

Figura 6: Distribución final para lograr el desempeño requerido (máx. distorsión = 1.0%).

La respuesta estructural obtenida con ambas distribuciones (con la misma capacidad total incorporada (12.14 kN s/mm) y la de la estructura en su estado original se muestra en la Figura 7. Como se puede observar en la Figura 7 (a), los valores pico de los desplazamientos absolutos se reducen significativamente con la incorporación de los amortiguadores. Además, el diseño óptimo muestra una reducción en la máxima distorsión de piso (aprox. 12%) mayor que la distribución uniforme (Figura 7 (b)).

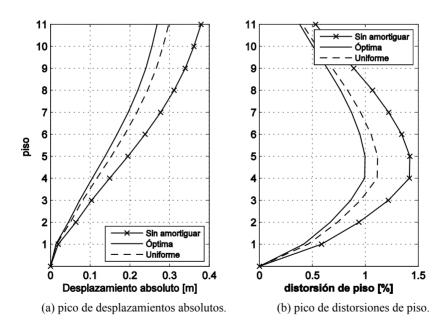


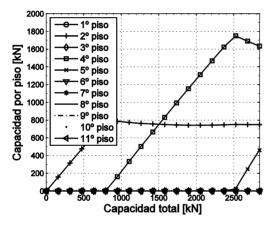
Figura 7: Respuesta estructural (capacidad total instalada, 12.14 kNs/mm).

#### 6.2 Distribución óptima de disipadores histeréticos (no lineales)

De la misma manera que en el caso anterior, la estructura se admite elástica lineal y las no linealidades se concentran sólo en los disipadores cuyo comportamiento se representa mediante el modelo elastoplástico de Wen con parámetros constantes  $x_y = 0.01 \text{ m}$ ; A = 1;  $\beta = \gamma = 0.5$ ;  $\eta = 1$ .

La Figura 8 muestra la distribución óptima de los disipadores no lineales para una capacidad total creciente. Como se puede observar, diferentes distribuciones se obtienen para diferentes capacidades totales, indicando que la distribución cambia para diferentes niveles de desempeño requerido.

La distribución final de los disipadores con la cual se logra el nivel de desempeño requerido (máx. distorsión de piso = 1%) se presenta en la Figura 9. La capacidad total requerida es de 2842 kN, distribuidos entre los pisos 2º, 4º y 5º, pero de manera diferente al caso de los amortiguadores viscosos. Con fines comparativos, se incluye aquí también la distribución uniforme.



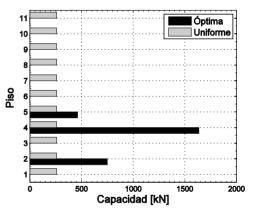


Figura 8: Distribución de los disipadores para distintas capacidades totales incorporadas.

Figura 9: Distribución final para lograr el desempeño requerido (máx. distorsión =1.0%).

La respuesta estructural para las distribuciones, óptima, uniforme y para la estructura original, se muestra en la Figura 10. La Figura 10(a) presenta la reducción en los desplazamientos absolutos que se puede lograr al incorporar disipadores histeréticos. En la Figura 10(b) se evidencia la eficiencia de la distribución obtenida con el procedimiento propuesto, reduciendo la distorsión de piso máxima alrededor de un 16% respecto a la distribución uniforme y un 42% respecto de la estructura sin controlar.

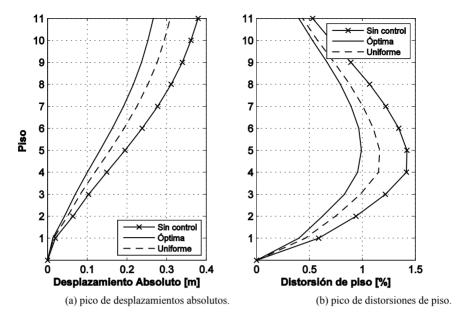


Figura 10: Respuesta estructural (capacidad total instalada, 30320 kN).

#### 7 Conclusiones

A diferencia de otros métodos basados en procedimientos con alto costo computacional tales como algoritmo genético entre otros, este trabajo presenta una nueva y eficiente metodología para el diseño óptimo de sistemas pasivos de control de vibraciones provistos tanto de amortiguadores viscosos (con comportamiento lineal), como histeréticos (no lineales) en estructuras lineales tipo pórtico plano. La metodología permite distribuir óptimamente la capacidad mínima de disipación de energía requerida para lograr un nivel de desempeño estructural. De acuerdo con las disposiciones de los códigos sísmicos más importantes, como criterio de desempeño se utilizó la máxima distorsión de piso permitida para evitar daños importantes en los elementos estructurales. Se consideró como función objetivo a minimizar una combinación lineal entre la máxima distorsión de piso y la fuerza cortante en la base, asegurando de esta manera una efectiva disipación de energía. Con el objetivo de conseguir un diseño del sistema de disipación robusto, la respuesta estructural se determina mediante la teoría de vibraciones estocásticas en el dominio de la frecuencia asumiendo la excitación como un proceso estocástico estacionario caracterizado por una densidad espectral de potencia compatible con el espectro de diseño. Esta característica hace el procedimiento computacionalmente eficiente en contraste con otros métodos basados en múltiples análisis en el dominio del tiempo. Los resultados muestran que la distribución de disipadores definida mediante el proceso de optimización propuesto es más eficiente que una distribución uniforme. Actualmente se trabaja en ampliar la metodología propuesta para sistemas estructurales tridimensionales.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo económico de CONICET y Universidad Nacional de Cuyo.

#### Referencias

Arora J.S. (2004). Introduction to optimum design, 2nd ed. Elsevier Ltd., San Diego, USA.

Aydin, E.; Boduroglu, M.H.; Guney D. (2007). Optimal damper distribution for seismic rehabilitation of planar building structures. Eng. Struct., v. 29, p. 176-185.

Basili, M. y De Angelis, M. (2007). Optimal passive control of adjacent structures interconnected with nonlinear hysteretic devices. J. Sound Vib., v. 301, n. 1–2, p. 106-125.

Benavent-Climent, A. (2011). An energy-based method for seismic retrofit of existing frames using hysteretic dampers. Soil Dyn. Earthq. Eng., v. 31, n. 10, p. 1385-1396.

Bishop, J.A. y Striz A.G. (2004). On using genetic algorithms for optimum damper placement in space trusses. Struct. Multidiscip. Optim., v. 28, p. 136-145.

Cimellaro, G.P. (2007). Simultaneous stiffness—damping optimization of structures with respect to acceleration displacement and base shear. Eng. Struct., v. 29, p. 2853-2870.

Clough, R.W. y Penzien J. (1993). Dynamics of Structures, 2nd ed. Mc-GrawHill, New York, USA.

Der Kiureghian, A. (1980). Structural response to stationary excitation. J. Eng. Mech. Div. ASCE, v. 106, p. 1195–1213.

FEMA 356, Federal Emergency Management Agency (2000). "Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings".

Fujita, K.; Moustafa, A.; Takewaki, I. (2010). Optimal placement of visco-elastic dampers and supporting members under variable critical excitations. Earthq. Struct., v. 1, p. 43-67.

Giaralis A, Spanos PD. (2010). Effective linear damping and stiffness coefficients of non-linear systems for design spectrum based analysis. Soil Dyn. Earthq. Eng. v. 30, p. 798–810.

INPRES CIRSOC 103 (2008). Reglamento Argentino para construcciones Sismorresistentes Parte I: Construcciones en general, INTI, Argentina.

Jensen, H.A. (2006). Structural optimization of non-linear systems under stochastic excitation. Probab. Eng. Mech., v. 21, p. 397-409.

Jensen, H.A. y Sepúlveda, J.G. (2012). On the reliability-based design of structures including passive energy dissipation systems. Structural Safety, v. 34, n. 1, p. 390-400.

Leu, L.J. y Chang, J.T. (2011). Optimal Allocation of Non-Linear Viscous Dampers for Three-Dimensional Building Structures. Procedia Engineering, v. 14, p. 2489-2497.

Moreschi, L.M. y Singh, M.P. (2003). Design of yielding metallic and friction dampers for optimal seismic performance. Earthquake Engng. Struct. Dyn., v. 32, p. 1291-1311.

Ni, Y.Q.; Ko, J.M.; Ying Z.G. (2001). Random seismic response analysis of adjacent buildings coupled with non-linear hysteretic dampers. J. Sound Vib., v. 246, p. 403-417.

Ohsaki, M. y Nakajima, T. (2012). Optimization of link member of eccentrically braced frames for maximum energy dissipation. J. Constr. Steel Res., v. 75, p. 38-44.

Ok, S.Y.; Song J.; Park, K.S. (2008). Optimal design of hysteretic dampers connecting adjacent structures using multi-objective genetic algorithm and stochastic linearization method. Eng. Struct., v. 30, n. 5, p. 1240-1249.

Sadek, F.; Ftima, M.B.; El-Borgi, S.; McCormick, J.; Riley, M.A. (2002). Control of hysteretic structures using  $H\infty$  algorithm and stochastic linearization techniques, Proc. Seventh U.S. National Conference Earthquake Eng., Boston, Massachusetts.

Singh, M.P. y Moreschi, L.M. (2001). Optimal seismic response control with dampers. Earthq. Eng. Struct. Dyn., v. 30 p. 553-572.

Singh, M.P. y Moreschi, L.M. (2002). Optimal placement of dampers for passive response control. Earthq. Eng. Struct. Dyn., v. 31, p. 955-976.

Soong, T.T. y Grigoriu, M. (1993). Random vibration of mechanical and structural systems, Prentice Hall, New Jersey, USA.

Takewaki, I. (1997a). Efficient redesign of damped structural systems for target transfer functions. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., v. 147, p. 275-86.

Takewaki I. (1997b). Optimal damper placement for minimum transfer functions. Earthq. Eng. Struct. Dyn., v. 26, p. 1113-1124.

Takewaki, I. (1999). Optimal damper placement for critical excitation. Probab. Eng. Mech., v. 15, p. 317-325.

Takewaki, I. (2000a) Optimum damper placement for planar building frames using transfer functions. Struct. Multidiscip. Optim., v. 20, p. 280-287.

Takewaki, I. (2000b). An approach to stiffness-damping simultaneous optimization. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., v. 189, p. 641-650.

Uetani, K.; Tsuji, M.; Takewaki, I. (2003). Application of an optimum design method to practical building frames with viscous dampers and hysteretic dampers. Eng. Struct., v. 25, p. 579-592.

Vanmarcke, E.H. (1976). Structural response to earthquakes. In: Lomnitz C, Rosenblueth E, editors. Seismic Risk and Engineering Decisions. Elsevier, Amsterdam, Holland.

Vargas, R. y Bruneau, M. (2007). Effect of supplemental viscous damping on the seismic response of structural systems with metallic dampers. J. Struct. Eng., v. 133, p. 1434-1444.

Vargas, R. y Bruneau, M. (2008). Experimental validation of the structural fuse concept. 14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, China.

Wen, Y.K. (1976). Method for Random Vibration of Hysteretic Systems. J. Eng. Mech. Div. ASCE, v. 2, p. 249–263.

Wen, Y.K. (1980). Equivalent Linearization for Hysteretic Systems under Random Excitation. J. Appl. Mech. ASME, v. 47, p. 150-164.

# Optimal placement of linear and nonlinear dampers in structures under seismic excitation

#### **ABSTRACT**

In the last twenty years great efforts were carried out to develop the concept of energy dissipation in structures to bring it into an applicable technology. Several devices based on different energy dissipation principles have been developed and implemented worldwide. One of the most important tasks for the designer is to define the locations and sizes of these devices in order to maximize their efficiency and safety. In this work, an efficiently procedure to optimally define the energy dissipation capacity of added linear and nonlinear hysteretic dampers, to meet an expected level of performance on planar structures under seismic excitation is proposed. Knowing that the main contribution to the total uncertainty is due to the excitation and with the aim of achieving a robust design, the excitation is modeled as a stationary stochastic process characterized by a power spectral density compatible with a response spectrum defined by seismic code provisions of the region. The analysis is performed in the frequency domain, the nonlinear behavior of hysteretic dampers is included through stochastic equivalent linearization of Wen hysteretic model. The proposed procedure is verified numerically.

Keywords: Passive control, Energy dissipation, Optimal damper placement; Stochastic analysis.

#### Introduction

It is well known that, in order to reduce the structural response, external energy dissipation devices may be advantageously used. The effectiveness of these systems depends on the type and capacity of energy dissipation, as well as, the placement of dampers into the structure. In view of these considerations, optimum design studies on energy dissipation systems have been of great interest, principally in earthquake engineering over the last twenty years.

While many studies have been proposed to optimize viscous damper placement, only a few of them deal with nonlinear dampers and explicitly define the total capacity of the dissipation system to achieve an expected seismic performance. In this paper, a simple procedure to optimally define the location and size of linear viscous and nonlinear hysteretic dampers to meet an expected level of performance on structures under seismic excitation is proposed. The analysis is performed in the frequency domain including the nonlinear behavior of hysteretic dampers through the stochastic equivalent linearization of the Wen (1976) hysteretic model. Assuming that, in seismic problems, the main contribution to the total uncertainty is due to the excitation, a stationary stochastic process characterized by a power spectral density function com-

patible with the response spectrum defined by seismic code provisions was chosen to represent the excitation.

#### Optimization procedure

In this study, the optimization problem stated by Eqs. (29-36), is solved by using an iterative algorithm that includes a Sequential Quadratic Programming (SQP) method (Arora, 2004). The algorithm finds sequentially the dissipation capacity ( $c_{vi}$  or  $f_{yi}$ ), in every possible location (in this study, one damper in each story is assumed) for a gradual increase in the total damping capacity until the required performance is achieved.

The flowchart of Figures 2 and 3 summarizes the proposed methodology as follows: Having defined the excitation PSDF, the proposed procedure starts by estimating the stochastic response (Eq. (16)) considering the structure without added dampers. The mean peak of the maximum interstory drift calculated from Eqs. (23), (24) and (25) is compared with the limit provided by the seismic code provision. If the desired performance level is achieved, the procedure ends, else, the total dissipation capacity  $\overline{W}$  is increased by an appropriate step  $\Delta W$ . The vector of the capacities of added dampers ( $\mathbf{c}_{\mathbf{v}}$  or  $\mathbf{f}_{\mathbf{y}}$ ) is optimally determined through the SQP algorithm, taking into account the selected objective function. For nonlinear dampers, in every step of the SQP algorithm, an iterative procedure is required to determine the linearization coefficients according to Eqs. (8) and (9). Once  $\mathbf{c}_{\mathbf{v}}$  or  $\mathbf{f}_{\mathbf{y}}$  has been optimally calculated, the augmented matrix  $\mathbf{G}$  (Eq. (21)) is updated with the matrices  $\mathbf{C}_{\mathbf{v}}$ , for the linear case, or  $\mathbf{K}_{\mathbf{h}}$ ,  $\mathbf{K}_{\mathbf{e}}$  and  $\mathbf{C}_{\mathbf{e}}$  for the nonlinear case, then the stochastic response is re-evaluated. The procedure continues until the expected level of performance is achieved.

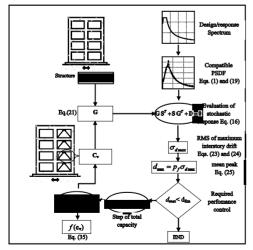


Figure 2: Flowchart of the proposed methodology for viscous dampers.

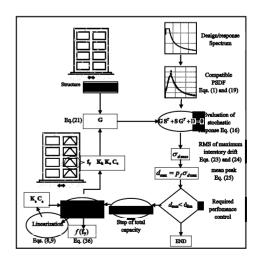


Figure 3: Flowchart of the proposed methodology for hysteretic dampers.

#### Conclusions

Unlike others methods based on cumbersome procedures such as genetic algorithm and others, this paper presents a new and efficient methodology to optimally design passive linear and nonlinear hysteretic energy dissipation systems in linear behaving buildings. The methodology allows defining the minimal energy dissipation capacity required to achieve a desired level of structural performance. According to the most important seismic codes provisions, the maximum allowed interstory drift was used as performance criterion. To ensure effective energy dissipation a linear combination between maximum interstory drift and base shear force is considered as objective function to be minimized. With the aim of achieving a robust design of the dissipation system, the structural response is stochastically determined in the frequency domain assuming as excitation a stationary stochastic process characterized by a design spectrum compatible power spectral density. This feature makes the procedure computationally efficient in contrast to other methods based on multiple time history analysis.

Numerical results showed that with the optimal damper design, it can be achieved greater efficiency than with a uniform distribution. This fact confirms the importance of the optimal damper placement in the energy dissipation system.