

Automatização do dimensionamento de pavimentos de edifício em concreto armado segundo o método das charneiras plásticas

Luttgardes de Oliveira Neto¹, Fabricio Fogolin Prado²

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma aplicação de formulação do Método das Charnieras Plásticas para a determinação de esforços solicitantes e de reações de apoio de placas. O objetivo principal é o de automatizar este procedimento de cálculo, fundamental para o dimensionamento em lajes de piso em edificações de concreto armado. A sua fundamentação teórica é apresentada procurando demonstrar as motivações desta escolha e faz-se a resolução de exemplo numérico de placa isolada, com vinculações rígidas, visando a comprovação da formulação e do código computacional proposto. Desta maneira procura-se demonstrar sua aplicabilidade prática e simplicidade de implementação, tanto como aplicativo educativo como ferramenta segura à comunidade de profissionais responsáveis pelo dimensionamento deste tipo de estrutura. O programa computacional C-Laje foi elaborado utilizando-se os aplicativos Visual Basic e Visual Lisp, permitindo sua utilização em ambiente Windows e a interligação com o aplicativo AutoCad. Este programa é resultado de pesquisa de Iniciação Científica financiado pela FAPESP.

Palavras-chave: Método das Charnieras Plásticas; Esforços solicitantes; Dimensionamento de armaduras; Detalhamento de armaduras; Programa computacional.

¹ Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Faculdade de Engenharia (FE) - UNESP - Câmpus de Bauru, SP, Brasil, e-mail: lutt@feb.unesp.br

² Arquiteto, pela Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação (FAAC) - UNESP, Câmpus de Bauru, SP, Brasil, e-mail: ffogolin@hotmail.com

1 Introdução

Nos dias de hoje, os programas computacionais têm servido cada vez mais como ferramentas educacionais, profissionais e de pesquisa, tanto pelas possibilidades infinitas de simulações como de visualização de problemas como pela rapidez de processamento.

Estas características permitem sua rápida expansão, diversificação e implementação nos cursos de graduação e escritórios técnicos de engenharia, principalmente de engenharia estrutural.

As placas, elementos estruturais planos, submetidos a carregamentos transversais ao seu plano médio, utilizadas como lajes de piso, paredes de reservatórios e de arrimo, são estudo de disciplinas de estruturas de concreto armado, porém sua análise é feita de maneira simplificada. Utilizam-se tabelas cujos valores são obtidos por meio de expressões analíticas e fornecem apenas valores máximos de deslocamento, esforços e reações de apoio.

Numericamente, o cálculo de esforços é feito por meio de programas, acadêmicos ou comerciais, elaborados por formulações de grelha ou do método dos elementos finitos, demandando alto custo computacional. Alguns deles já são programas que executam os cálculos completos de edifícios, portanto muito complexos para serem utilizados em um primeiro momento nas disciplinas de estruturas de concreto armado na graduação de engenharia civil. Este trabalho visa cobrir esta lacuna, procurando apresentar uma ferramenta que possa, além de iniciar o estudante de graduação a se familiarizar com os programas computacionais e com os procedimentos de cálculo de esforços e de dimensionamento de pavimentos de edifícios.

Porém, conhece-se o comportamento não-linear do concreto e do aço quando a estrutura aproxima-se da ruptura e as hipóteses definidas para a determinação de sua resistência última admitem esta condição. O comportamento não-linear das placas de concreto armado é melhor representado pela Teoria das Charneiras Plásticas (Método Plástico), onde admitem-se configurações de fissuração e de ruptura e calculam-se os esforços solicitantes correspondentes a estas configurações, momentos de plastificação e reações de apoio.

Nas disciplinas de graduação sobre estruturas de concreto armado devem-se apresentar os dois métodos de análise de lajes, Método Elástico e Método Plástico, e as comparações de seus resultados, para seu melhor entendimento.

Neste trabalho, portanto, apresenta-se uma aplicação do Método das Charneiras Plásticas em placas para automatização do procedimento de determinação de reações de apoio e de momentos fletores solicitantes neste elemento estrutural, além de possibilitar o dimensionamento e detalhamento de um pavimento de edifício com diversas lajes conjugadas ou de tabuleiros de pontes, simulando tanto lajes isoladas como contínuas.

2 Métodos de cálculo dos esforços em lajes maciças

A análise das estruturas em concreto armado, atualmente, é feita com base na teoria de elasticidade, porém este método não permite a determinação precisa da carga de ruína, pois nesta condição o material não se comporta linearmente. Neste caso, o cálculo no regime plástico seria mais adequado enquanto o regime elástico pode ser utilizado para o pré-dimensionamento dos elementos estruturais.

Dois métodos de cálculo são utilizados para a determinação dos esforços solicitantes em lajes maciças; são o Método Elástico e o Método Elasto-Plástico (Método das Charneiras Plásticas). O Método Elástico foi utilizado por diversos autores com o intuito de se obterem fórmulas analíticas ou pelo Processo das Diferenças Finitas e tabelas auxiliares para a obtenção dos esforços em lajes considerando suas dimensões e vinculações de borda. Estas fórmulas podem ser encontradas nos trabalhos de, por exemplo, BARES (1972), CZERNY (1976), PINHEIRO (1986).

O Método das Charneiras Plásticas também foi estudado com este intuito de se obterem fórmulas semelhantes. Em LANGENDONCK (1970) e PINHEIRO (1988) encontram-se os fundamentos teóricos destes métodos e as fórmulas correlatas a eles. Tais fórmulas são aqui utilizadas no programa computacional para execução desta etapa automaticamente.

A seguir apresentam-se as variáveis, os procedimentos, as tabelas e as fórmulas correspondentes aos dois métodos de cálculo dos esforços em lajes maciças.

2.1 Método Elástico

O pré-dimensionamento de lajes retangulares com carregamento uniformemente distribuído, com bordas engastadas ou apoiadas, é obtido calculando-se a altura útil d pela Equação (1).

$$d \geq \frac{L_x}{\Psi_2 \Psi_3} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{L_y}{L_x} \quad \frac{\text{lado maior}}{\text{lado menor}} \quad (2)$$

Se $\lambda \leq 2$ Laje armada em duas direções

Se $\lambda > 2$ Laje armada em uma direção

Os valores de Ψ_2 e Ψ_3 são estabelecidos por norma técnica (NBR6118/2014).

2.2 Esforços Solicitantes

Momento fletor m

Os momentos fletores podem ser calculados utilizando-se a Equação (3) por meio de tabelas, onde podem ser obtidos os valores do coeficiente μ em função do carregamento p e das dimensões e vinculações das lajes.

$$m = \mu \frac{pL_x^2}{100} \quad (3)$$

Reações de Apoio r

As reações de apoio das lajes também são calculadas de maneira semelhante, utilizando-se a Equação (4), onde podem ser obtidos os valores do coeficiente ρ em função das dimensões e das vinculações das lajes.

$$r = \rho \frac{pL_x^2}{10} \quad (4)$$

Flechas v

As flechas são calculadas, utilizando-se a Equação (5), com valores do coeficiente α também tabelados.

$$v = \frac{\alpha}{100} \frac{pL_x^4}{Eh^3} \quad (5)$$

2.3 Método das Charneiras Plásticas (PINHEIRO, 1988)

As lajes de concreto armado, quando submetidas à flexão, podem atingir ruína por ruptura do concreto (super-armadas) ou por excessivo alongamento da armadura (sub-armadas); a primeira forma de ruptura ocorre de maneira súbita e é anti-econômica, portanto deve ser evitada. A estrutura em concreto armado, quando sub-armada, tem a vantagem de se obterem valores mais próximos dos esforços solicitantes atuantes e uma estrutura mais econômica, em relação ao cálculo no regime elástico.

2.4 Cálculo das lajes retangulares pela Teoria das Charneiras Plásticas

Segundo apresenta Pinheiro (1988), o procedimento de cálculo dos esforços de lajes será feito considerando-se, como no caso do Método Elástico, a laje isótropa, a carga uniformemente distribuída, com bordas simplesmente apoiadas ou engastadas e com qualquer razão dos vãos.

Define-se como grau de engastamento ϕ_i (Equação 6) a relação entre os momentos negativos m' em cada borda i e positivos m na direção correspondente. Caso se

adote o grau de engastamento menor que o obtido no cálculo elástico, a laje deixa de se comportar como perfeitamente engastada, ocorrendo assim uma redistribuição dos momentos positivos nos vãos. O valor de k , índice de ortotropia (Equação 7), também é obtido a partir do cálculo elástico.

$$\phi_i = \frac{m'}{m} \quad (6)$$

$$k = \frac{1}{\lambda^2} \quad (7)$$

Inicialmente as charneiras são consideradas tendo uma configuração comum, ou seja, a charneira central configura-se paralelamente ao maior lado da laje.

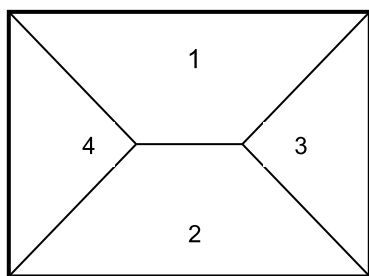
Utilizando-se como dados iniciais os parâmetros obtidos pelo cálculo elástico (Equações 1, 2, 6 e 7), faz-se a verificação desta hipótese:

Verificação da configuração:

Considera-se inicialmente para a configuração comum os seguintes valores:

$$a = L_x \quad b = \frac{L_y}{\sqrt{k}} \quad (8)$$

$$a_r = \frac{2a}{\sqrt{(1+\phi_1)+(1+\phi_2)}} \quad b_r = \frac{2b}{\sqrt{(1+\phi_3)+(1+\phi_4)}}$$



Se $a_r \leq b_r$, então a configuração da charneira plástica é comum.

Na configuração comum a charneira central é paralela ao maior lado.

A numeração das charneiras é feita de forma que as regiões 1 e 2 fiquem sempre adjacentes aos maiores lados.

Se $a_r > b_r$, então a configuração da charneira plástica é eventual.

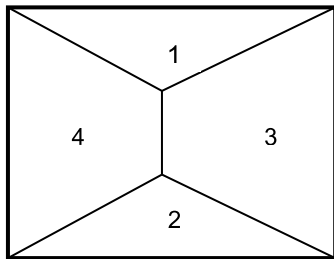
Para configuração eventual considera-se então:

$$a = \frac{L_y}{\sqrt{k}} \quad b = L_x \quad (9)$$

$$a_r = \frac{2a}{\sqrt{(1+\phi_3)+(1+\phi_4)}} \quad b_r = \frac{2b}{\sqrt{(1+\phi_1)+(1+\phi_2)}}$$

Na configuração eventual a charneira central é paralela ao menor lado.

Depois de definidos os valores de a_r e b_r , determina-se o valor de c :



$$c = \frac{a_r}{2} \left[\sqrt{3 + \left(\frac{a_r}{b_r} \right)^2} - \frac{a_r}{b_r} \right] \quad (10)$$

3.2 Esforços Solicitantes

Momento fletor m

Os momentos fletores na placa e em bordas engastadas, se houver, podem ser calculados utilizando-se os valores de a_r , b_r e c , por meio das seguintes expressões:

$$m = \frac{pc^2}{6} \quad m_x = m \quad m_y = k \cdot m \quad (11)$$

$$m_2 = \phi_2 \cdot m$$

Reações de Apoio r

As reações de apoio são também calculadas utilizando-se os valores de a_r , b_r e c , sendo necessário o conhecimento das inclinações e dimensões das charneiras plásticas que se formam na laje, segundo a configuração obtida. Segue-se um roteiro de cálculo, elaborado por Pinheiro (1988), finalizando-se com as expressões correspondentes às reações médias nas bordas das lajes:

Roteiro de cálculo

a) Cálculo dos ângulos adjacentes ao lado maior:

Se a configuração for comum têm-se:

$$\begin{aligned}\alpha_{31} &= \arctg \cdot \left(\frac{2c}{a_r} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_3}{1+\phi_1} \right] \right)} & \alpha_{41} &= \arctg \cdot \left(\frac{2c}{a_r} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_4}{1+\phi_1} \right] \right)} \\ \alpha_{32} &= \arctg \cdot \left(\frac{2c}{a_r} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_3}{1+\phi_2} \right] \right)} & \alpha_{42} &= \arctg \cdot \left(\frac{2c}{a_r} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_4}{1+\phi_2} \right] \right)}\end{aligned}\quad (12a)$$

Na configuração eventual têm-se:

$$\begin{aligned}\alpha_{31} &= \arctg \cdot \left(\frac{a_r}{2c} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_3}{1+\phi_1} \right] \right)} & \alpha_{41} &= \arctg \cdot \left(\frac{a_r}{2c} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_4}{1+\phi_1} \right] \right)} \\ \alpha_{32} &= \arctg \cdot \left(\frac{a_r}{2c} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_3}{1+\phi_2} \right] \right)} & \alpha_{42} &= \arctg \cdot \left(\frac{a_r}{2c} \right) \cdot \sqrt{\left(k \cdot \left[\frac{1+\phi_4}{1+\phi_2} \right] \right)}\end{aligned}\quad (12b)$$

b) Cálculo das reações de canto (R)

$$\begin{aligned}KA1 &= m(1 + \phi_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{31} \\ KA3 &= k.m(1 + \phi_3) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{31} \\ KB3 &= k.m(1 + \phi_3) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{32} \\ KB2 &= m(1 + \phi_2) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{32} \\ KC2 &= m(1 + \phi_2) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{42} \\ KC4 &= k.m(1 + \phi_4) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{42} \\ KD4 &= k.m(1 + \phi_4) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{41} \\ KD1 &= m(1 + \phi_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{41}\end{aligned}\quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 RA &= -(KA1+KA3) \\
 RB &= -(KB3+KB2) \\
 RC &= -(KC2+KC4) \\
 RD &= -(KD4+KD1)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

c) Reações nas bordas (r)

Caso a configuração da charneira seja comum têm-se:

$$\begin{aligned}
 b_5 &= \frac{L_y}{\sqrt{k}} - c \cdot (\sqrt{1+\phi_3} + \sqrt{1+\phi_4}) \\
 r_1 &= \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_1} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_5}{L_y} \right) - \left(k \cdot \frac{b_5^2}{L_y^2} \right) \right] \quad r_3 = \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_3)} \\
 r_2 &= \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_2} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_5}{L_y} \right) - \left(k \cdot \frac{b_5^2}{L_y^2} \right) \right] \quad r_4 = \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_4)}
 \end{aligned}
 \tag{15a}$$

Caso a configuração da charneira seja eventual têm-se:

$$\begin{aligned}
 b_6 &= L_x - c \cdot (\sqrt{1+\phi_1} + \sqrt{1+\phi_2}) \\
 r_1 &= \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_1)} \quad r_3 = \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_3} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_6}{L_x} \right) - \left(k \cdot \frac{b_6^2}{L_x^2} \right) \right] \\
 r_2 &= \frac{2}{3} \cdot p \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot (1+\phi_2)} \quad r_4 = \frac{p \cdot a_r}{6} \cdot \sqrt{1+\phi_4} \cdot \left[\left(2 + 2\sqrt{k} \cdot \frac{b_6}{L_x} \right) - \left(k \cdot \frac{b_6^2}{L_x^2} \right) \right]
 \end{aligned}
 \tag{15b}$$

d) Reações médias nas bordas (r_m)

$$\begin{aligned}
 r_{m1} &= r_1 - \frac{KA_1 + KD_1}{L_y} \quad r_{m3} = r_3 - \frac{KA_3 + KB_3}{L_x} \\
 r_{m2} &= r_2 - \frac{KB_2 + KC_2}{L_y} \quad r_{m4} = r_4 - \frac{KC_4 + KD_4}{L_x}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

São as reações médias que serão comparadas com as reações de borda obtidas pelo Método Elástico.

3 Programa computacional

O programa computacional foi elaborado utilizando-se os aplicativos *Visual Basic* e *Visual Lisp*. O cálculo, impressão e criação de arquivos são feitos por meio de um programa computacional “C-laje”. O detalhamento de armaduras em um pavimento já é realizado no ambiente do aplicativo AutoCAD.

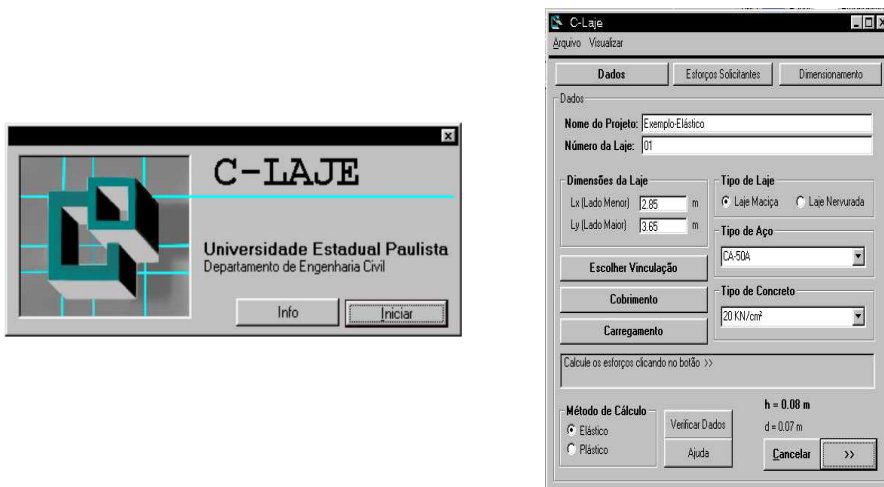
O programa computacional utiliza diretamente a planta de fôrmas do pavimento no aplicativo AutoCAD, onde são definidas as disposições e dimensões das lajes. Por meio do programa C-laje, as reações de apoio e os momentos fletores são calculados individualmente segundo o método escolhido pelo usuário. Após esta etapa, o programa possibilita o cálculo das armaduras do conjunto de lajes, a compatibilização automática dos momentos fletores negativos de interação entre lajes e o detalhamento final destas armaduras no esquema estático geral do pavimento.

A seguir será mostrado procedimento completo de dimensionamento de uma laje isolada pelos dois métodos de cálculo citados, juntamente com a explicação de funcionamento do programa.

3.1 Execução do Programa

Ao executar o arquivo *C-Laje.exe* surgirá a tela de apresentação (Fig. 1) e inicia-se a execução do Programa no botão “Iniciar”.

Figura 1: Telas de apresentação e principal do programa C-Laje.

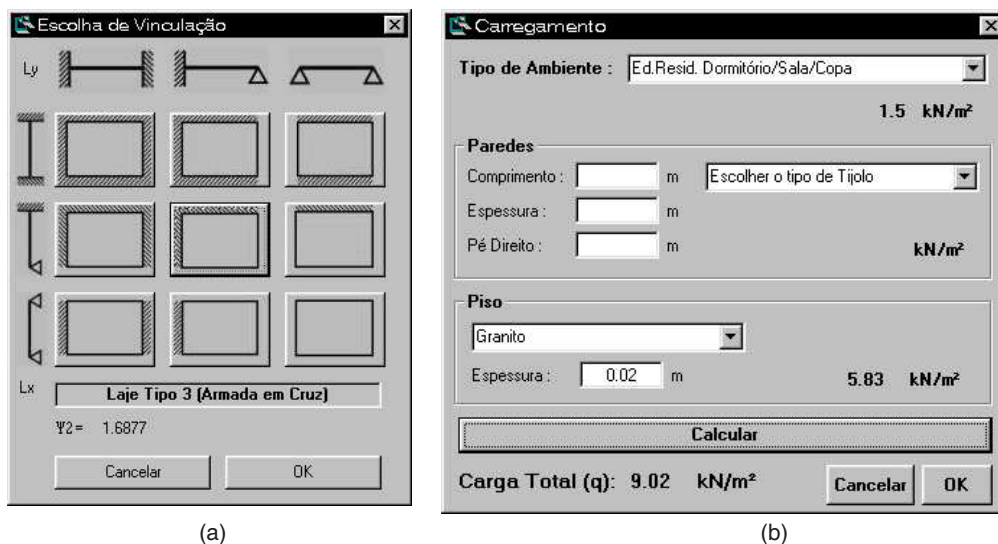


Na tela principal do programa devem-se preencher todos os dados, seguindo o projeto de formas. Deve-se escolher o tipo de aço (neste caso, aço CA-50A) e do concreto (C20) a serem utilizados.

Acessado o botão “Escolher Vinculação”, aparecerá uma tela, como mostra a Fig. 2, que permite escolher o tipo de vinculação (no caso, tipo 3, com engastes em 1 lado maior e em 1 lado menor).

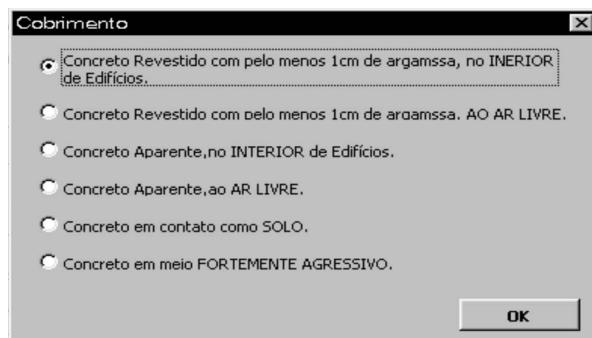
Para a definição do carregamento, a escolha do tipo de ambiente definirá a sobrecarga adotada e o tipo de piso (neste exemplo foi usado “Granito” com espessura de 2cm, na Fig. 2).

Figura 2: Telas de vinculações de borda (a) e de entrada de dados do carregamento (b)



Escolhido o tipo de vinculação, escolhe-se o cobrimento de armadura necessário, segundo a localização do elemento de laje (Fig. 3).

Figura 3: Tela de escolha do cobrimento.



O item paredes é opcional, caso haja paredes sobre as lajes. É necessário também escolher o tipo de tijolo que comporá a parede.

Completa-se a determinação dos carregamentos da laje, fazendo a verificação dos dados acessando o botão “Calcular” (Fig. 2b).

Retornando à tela principal, depois de selecionar a opção Método de Cálculo, pode-se “Verificar Dados” (Fig. 4a). Caso não seja preenchido algum dado aparecerá uma tela de aviso, como mostra a Fig. 4b, para correção dos dados indicados.

Figura 4: Telas de verificação de dados (a) e de aviso (b).



A tela de Verificação de Dados é dividida em duas colunas principais. A coluna da esquerda, intitulada "Dimensões", contém campos para: Lx (menor vão) = 2.85 m, Ly (maior vão) = 3.65 m, d (altura útil) = 0.07 m, h (altura) = 0.08 m, Tipo de aço: CA-50A, Tipo de concreto: C-20, Tipo de Laje: Maciça, Carregamento: 9.02 KN/m² e Cálculo no Regime: Elástico. A coluna da direita, intitulada "Coeficientes", contém campos para: $\Psi_2 = 1.68$ e $\Psi_3 = 25$. Abaixo dos coeficientes há um ícone de uma parede e um botão ">>".

(a)



(b)

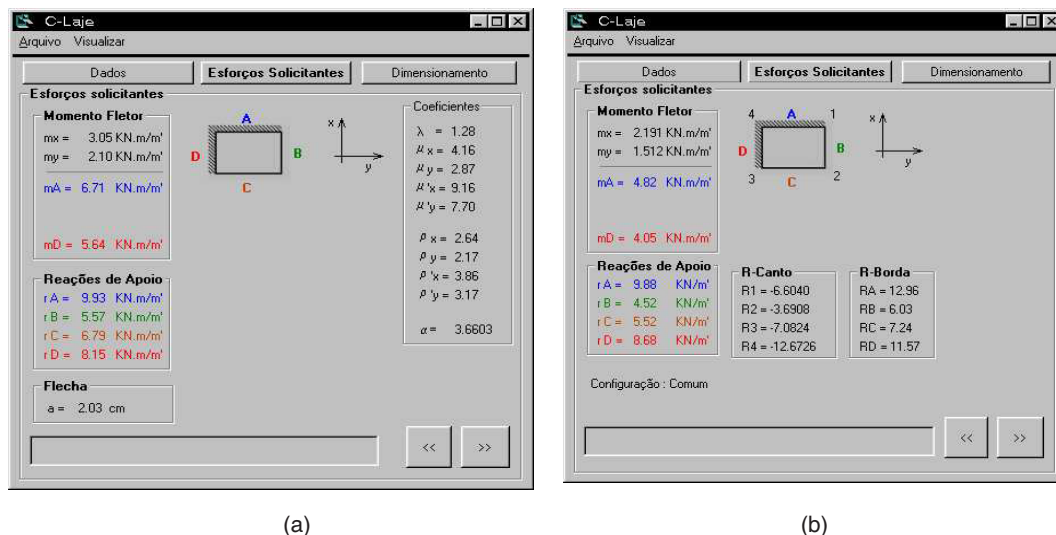
Na tela principal, pelo botão ">>" ou "Esforços Solicitantes" serão executados os cálculos dos esforços.

A seguir são mostrados os resultados dos dois métodos, para que possam ser comparados (telas da Fig. 5).

Pelo Método Elástico são mostrados na tela principal (Fig. 5a) os valores dos coeficientes analíticos calculados (e tabelados em PINHEIRO, 1986). Já para o Método Plástico, os resultados intermediários são os referentes às equações 14 a 16 (tela da Fig. 5b).

Esta etapa de verificação dos resultados é facilitada, pois podem ser visualizados os resultados intermediários, tornando o procedimento didático e claro.

Figura 5: Telas de resultados dos esforços pelo Método Elástico (a) e pelo Método Plástico (b).



Outra vantagem de cálculo pelo Método Plástico são as de que podem-se conhecer as reações de canto, além da melhor definição dos momentos fletores por serem mais realistas, no caso de se desejar conhecer a resistência última da laje.

Nota-se que as reações de apoio têm mesma ordem de grandeza, porém os valores de momentos fletores diferem muito entre os dois métodos. No Método Plástico, tanto os momentos negativos, em módulo, quanto os momentos positivos são menores. Este estudo das relações entre momentos positivos e negativos já foi realizado com propriedade por AMARAL (1968).

O dimensionamento das armaduras positivas é feito na seqüência, pela tela principal, por meio do botão "Dimensionamento" (Fig. 1b).

Surge a tela para dimensionamento das armaduras (Fig. 6a) com os valores de momentos fletores de cálculo já calculados, para orientação do usuário, assim como os valores dos coeficientes K_c e K_s e dos comprimentos de armadura, já consideradas as barras a serem interrompidas em faixas de momentos menores junto às bordas. No exemplo, as barras na direção Y tiveram o mesmo valor, pois resultaram como armaduras mínimas, em função da carga ser muito pequena. Pode-se ter uma visualização da distribuição das armaduras pelo botão "Visualizar Detalhamento".

Nas telas referentes ao dimensionamento das armaduras (Figura 6a), para executar o cálculo, deve-se acrescentar qual o valor a ser fixado, o diâmetro da armadura ou seu espaçamento. As armaduras negativas podem também ser dimensionadas; a tela auxiliar (Fig. 6b) é semelhante à anterior, mas aqui devem-se conhecer os momentos negativos das lajes adjacentes para a sua compatibilização.

Figura 6: Dimensionamento das armaduras positivas (a) e negativas (b). Método Plástico.

(a)

(b)

A tela seguinte é a de finalização dos procedimentos de cálculo desta laje (Fig. 7). Pode-se por meio desta tela ter uma visualização do arquivo-texto de dados e de resultados e salvar o arquivo de detalhamento das armaduras.

Figura 7: Tela de finalização do programa.

Para uma melhor visualização dos resultados obtidos no exemplo pelo programa C-Laje, são mostradas as Tabelas 1 e 2, onde são comparados.

Analisando-se as tabelas observa-se que os esforços e o consumo de armadura no regime plástico são menores.

No exemplo, as barras na direção Y tiveram o mesmo valor pois resultaram como armaduras mínimas, em função da carga ser muito pequena.

Tabela 1: Dados e resultados dos esforços na laje 1.

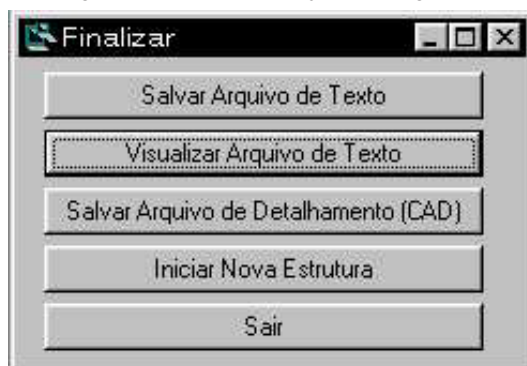
Laje 01	Elástico	Plástico	
L_x	2.85	2.85	m
L_y	3.65	3.65	m
h	0.08	0.08	m
m_x	3.05	2.19	kN.m
m_y	2.10	1.51	kN.m
Mom. Neg Lado A	6.71	4.82	kN.m
Mom. Neg Lado B	-	-	kN.m
Mom. Neg Lado C	-	-	kN.m
Mom. Neg Lado D	5.64	4.05	kN.m
Reação de Apoio Lado A	9.93	9.88	kN.m
Reação de Apoio Lado B	4.70	4.52	kN.m
Reação de Apoio Lado C	5.74	5.52	kN.m
Reação de Apoio Lado D	8.15	8.68	kN.m

Tabela 2: Comparação das armaduras entre os métodos analisados.

Armadura Positiva - direção X	ϕ (mm)	Espaçamento (cm)		Comp.(cm)	Número de barras	
		Elástico	Plástico		Elástico	Plástico
Início no lado A	5	13.00	18.50	257	22	15
Início no lado C	5	13.00	18.50	214	22	15
Armadura Positiva - direção Y						
Início no lado B	5	18.50	18.50	274	20	20
Início no lado D	5	18.50	18.50	329	20	20
Armadura Negativa						
Lado A	4	10.5	15	105	35	24
Lado B	-	-	-	-	-	-
Lado C	-	-	-	-	-	-
Lado D	4	9	14	148.7	32	20

A tela seguinte é a de finalização dos procedimentos de cálculo desta laje (Fig. 8). Deve-se salvar o arquivo de texto (extensão “txt”) antes de visualizá-lo.

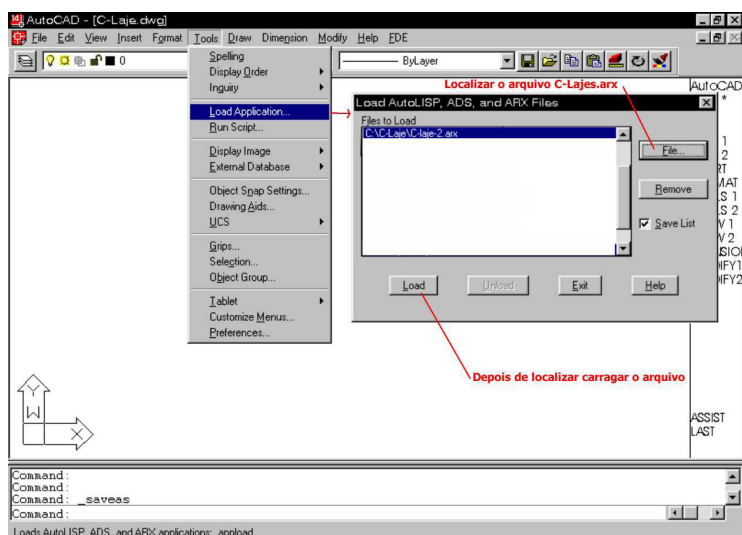
Figura 8: Tela de finalização do programa.



O programa baseia-se na entrada de dados com base numa planta de fôrma e as lajes são calculadas individualmente; o programa dá a possibilidade de cálculo de um conjunto de lajes, sendo que os momentos negativos de interação entre lajes podem ser compatibilizados automaticamente.

Gravados os arquivos em uma pasta definida pelo usuário, inicia-se o aplicativo AutoCAD (Fig. 9a), onde pode-se executar o arquivo *C-Lajes.arx* na janela de comandos do aplicativo.

Figura 9: Tela principal do aplicativo AutoCad (a) e de comandos (b)



(a)



(b)

1 Ø5.00mm c/13cm c=257cm
2 Ø5.00mm c/13cm c=214cm
3 Ø5.00mm c/18.5cm c=329cm
4 Ø5.00mm c/18.5cm c=274cm
5 Ø=5mm c/10.5cm c=105cm
6 .
7 .
8 Ø=6.3mm c/9cm c=148.75cm
9 01
0 H= 0.08 m

Trata-se, portanto de uma ferramenta muito útil aos docentes de disciplinas de graduação de concreto armado e aos profissionais da área de estruturas. O programa está disponível às comunidades acadêmica e profissional, podendo ser solicitado por e-mail aos autores.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo auxílio financeiro na realização deste projeto de pesquisa de Iniciação Científica.

Referências bibliográficas

ABNT - NBR6118/2014. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento
ABNT - NBR6120/1980. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações.
ABNT - NBR7480/1996. Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado.
ABNT - NBR8681/2004. Ações e segurança nas estruturas.
ABNT – NBR7191/1982. Execução de desenhos para obras de concreto simples ou armado.
AMARAL, O. C. Sobre as lajes contínuas. Separata de Revista da escola de Engenharia, n. 6, Belo Horizonte, UFMG, nov.1964.
BARES, R. Tablas para el calculo de placas e vigas pared. G. Gili, Barcelona. 1972.
CZERNY, F. Tafeln für vierseitig und dreiseitig gelagert Rechteckplatten (Tabelas para placas retangulares apoiadas em quarto e em três lados). Betonkalender, Berlim, 65, (1), 305-381, 1976.
GIONGO, J.S. Concreto armado: Projeto estrutural de edifícios. (apostila) EESC-USP. SC. 1994.

GHUSSN, R. Análise de lajes retangulares de edifícios no regime elástico e no regime plástico, Graduação, Trabalho Final de Graduação. Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia, Bauru. 1995.

JOHANSEN, K.W. Linhas de ruptura: Teoria e prática. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1962.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. Construções de concreto: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro, Interciência. 1978.

LANGENDONCK, T. van. Teoria elementar das charneiras plásticas. Vols. 1 e 2. Associação Brasileira de Cimento Portland. São Paulo, 1970.

PINHEIRO, L.M. Concreto Armado. Tabelas e Ábacos. (apostila) EESC-USP. São Carlos. 1986.

PINHEIRO, L.M. Análise elástica e plástica de lajes retangulares de edifícios (Tese de Doutorado). EESC-USP São Carlos, 1988.

Automatical design procedure of reinforced concrete slabs by yield line theory

ABSTRACT

In this work an application of the Yield Line Theory is presented to analyze rectangular bending plates under uniform load. The main objective is to automate this procedure, basic for the design of reinforced concrete plates. The theoretical recital and a numerical example of single plate, with rigid supports, are presented aiming at the evidence of the formulation and the computational code.

Keywords: Yield Line Theory; Bending plate; Reinforced concrete design; Computational code.

Introduction

Bending elastic plates have been calculated by tables elaborated from analytical expressions. Numerical methods, mainly using MEF formulations, are also used to analyze beams or plates as single structural elements, grid and multiple slabs or multi-storey building structures. This numerical method demands refined discretization of the structure and high computational work. In this way, the authors intend to present a practical and simple application as an educative and safe tool to calculate single or conjugated plates. The authors elaborate the code using Elastic and Plastic Theories to obtain bending moments, average distributed reactions along the boundary and the corner reactions. The computational code also calculates the quantities of reinforced bars according the Brazilian Code (NBR 6118/2014) and permits to distribute and to display reinforced bars in whole building slabs automatically.

Elastic and plastic theory formulations

The Elastic Theory (or Elastic Method) was used by several authors to obtain analytical expressions or using Finite Differences Method to calculate boundary reactions and efforts in isolate plates with various shapes and boundary conditions. The main works are BARES (1972) and CZERNY (1976).

The Yield Line Theory (Plastic Method) formulation can be found in works as LANGENDONCK (1970) and PINHEIRO (1988) to analyze only rectangular plates with several boundary conditions and dimensional rates.

Computacional code and numerical example

A numerical example is presented in which the main windows of the computational code have been displayed to demonstrate the steps to use it. A comparison of the results obtained by both theories is shown, with values of border reactions, bending moments and the respective reinforced bars. Finally, Figure 10 shows conjugated rectangular slabs with the reinforced bars distributed automatically.

Conclude remarks

The authors have intended to present an academic computational code as a safe tool for using by structure engineers or professors at universities to calculate bending efforts and respective reinforced bars in single or conjugate plates. The code permits also to display the conjugated slabs with reinforced bars detailed automatically. The authors formulated the computational code using Elastic and Plastic Theories and they elaborated it using the Visual Basic and AutoCAD applications with Object-Oriented Programming Languages.