

ANÁLISE DO EFEITO DE TAMANHO EM ESTRUTURAS DE CONCRETO VIA MODELO DE DANO NÃO LOCAL

**Pedro Lúcio Ferreira Brasil de Souza¹, Samuel Silva Penna², Roque Luiz da Silva Pitangueira³
Rodrigo Guerra Peixoto⁴**

Resumo

Modelos constitutivos baseados em dano ortotrópico são amplamente utilizados para simular o comportamento fisicamente não linear de estruturas de concreto. Contudo, a ocorrência do fenômeno de localização de deformações numericamente induzidas pode conduzir a análises a resultados não representativos. Tais fenômenos surgem devido à dependência de malha inerente à modelos numéricos e podem ser tratados a partir de mecanismos de regularização como os modelos não locais. Nestes modelos, o cálculo de uma grandeza pré-determinada passa a depender também de sua vizinhança, assim, problemas numéricos associados a um ponto em específico são atenuados, ou até eliminados, ao se considerar o domínio de influência. Neste trabalho, um modelo de dano ortotrópico não local é utilizado para a modelagem de um problema de flexão em três pontos com efeito de tamanho. No modelo adotado a variável histórica é tratada como o parâmetro não local, pois apresenta caráter crescente ao longo de toda a análise. Por fim, os resultados obtidos com a modelagem não local são confrontados com resultados experimentais sendo avaliado também o desempenho do modelo para leis de dano lineares, polinomiais e exponenciais.

Palavras-chave: Modelos Não Locais, Dano Ortotrópico, Efeito de Tamanho, Elementos Finitos.

¹ Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais; pedrolfbs@gmail.com

² Professor Adjunto do Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais; spenna@dees.ufmg.br

³ Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais; roque@dees.ufmg.br

⁴ Professor Adjunto do Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais; rodrigo.peixoto@dees.ufmg.br
Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627, Escola de Engenharia, Bloco 1, 4º andar, CEP 31270-901, Pampulha, Belo Horizonte, MG.

<http://dx.doi.org/10535/rsae.v14i1.6489>

1 Introdução

A fissuração é um fenômeno que pode provocar um outro fenômeno, a localização de deformações, fenômeno este que constitui um tema de extrema relevância na análise de problemas fisicamente não lineares.

Sob carregamento incremental, o material pode apresentar perda de rigidez, e esta perda, quando muito acentuada, conduz a estrutura a elevadas deformações. Naturalmente, a região na qual a perda de rigidez levou a estrutura a elevadas deformações será a zona crítica de ruptura da estrutura, zona esta que caracterizará os limites de resistência e ductilidade da estrutura. Assim, a má caracterização dessa região pode levar a estimativas equivocadas desses limites.

De uma maneira geral, a localização pode ser ocasionada por características geométricas da estrutura, como quinas e pontas, zonas concentradoras de tensão, ou ainda por instabilidades no material, como o caso de fissuras e trincas. Entretanto, deve-se ainda ter em consideração que a localização de deformações pode ocorrer de forma relativamente aleatória, uma vez que, o concreto é um material heterogêneo e a fissuração se inicia nas regiões de interface da matriz cimentícia com os agregados. Assim sendo, mesmo em estruturas submetidas a um estado constante de tensão, pode haver a presença de uma zona de localização, disposta de forma aleatória, como observado no ensaio apresentado por Shah et al. (1995). Nesse ensaio (Figuras 1 e 2), uma chapa de concreto é submetida à tração e, com o aumento do nível do carregamento, microfissuras internas se propagam de uma forma distribuída ao longo da chapa. Quando o carregamento alcança aproximadamente 80% do carregamento crítico (Ponto C na Figura 1), as microfissuras aumentam de tamanho e se localizam em uma região específica da peça (LVDT4 na Figura 1), onde uma fissura maior começa a se desenvolver. Ou seja, o processo de fissuração passa a ser concentrado em uma determinada região, característica que demonstra a existência do fenômeno de localização de deformações, enquanto fenômeno real, tornando a resposta estrutural dependente de uma combinação dos comportamentos observados na região de localização (LVDT4 na Figura 1) e nas regiões de descarregamento (LVDT1, 2 e 3 na Figura 1). A partir deste ponto, esta região da peça apresenta deslocamento crescente e as demais regiões exibem deslocamentos decrescentes, como ilustrado na Figura 1. O comportamento não linear da peça é conduzido pela região compreendida pelo LVDT-4, enquanto nas demais regiões ocorre descarregamento, conforme ilustrado na Figura 2.

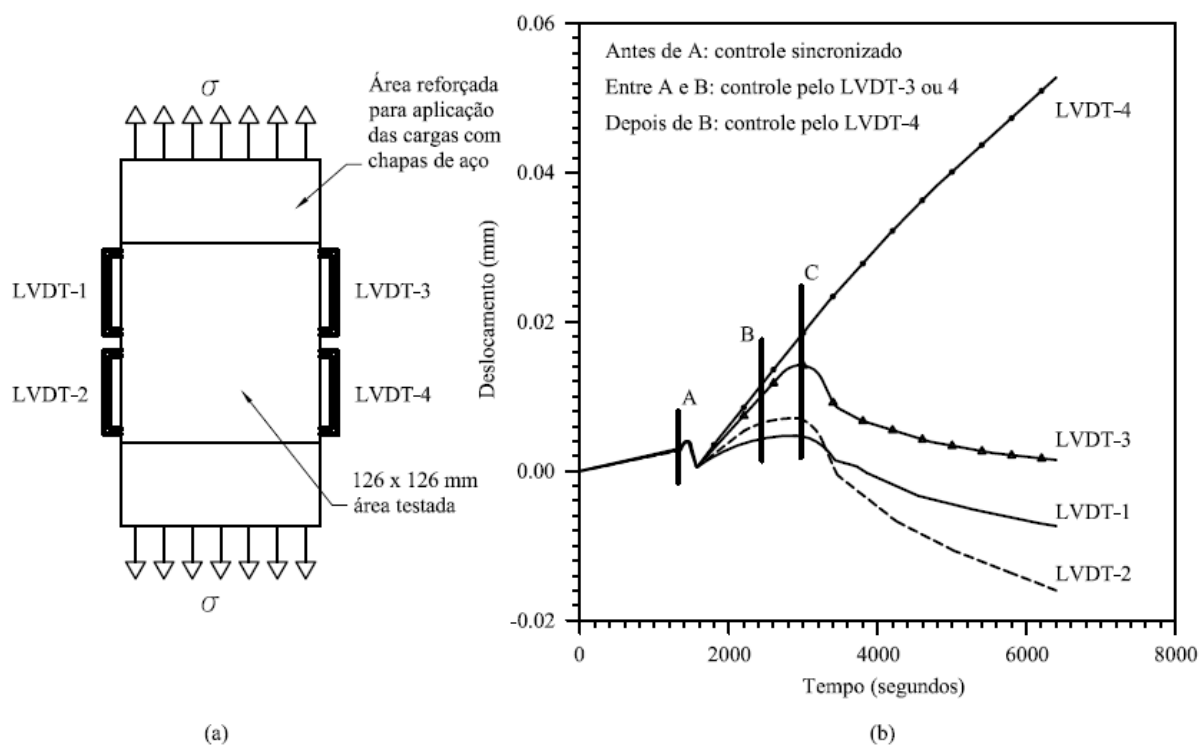


Figura 1: Chapa de concreto sujeita à tração: (a) geometria da amostra e disposição dos LVDTs, (b) relações entre deslocamentos e tempo decorrido de teste (Shah et al.,1995)

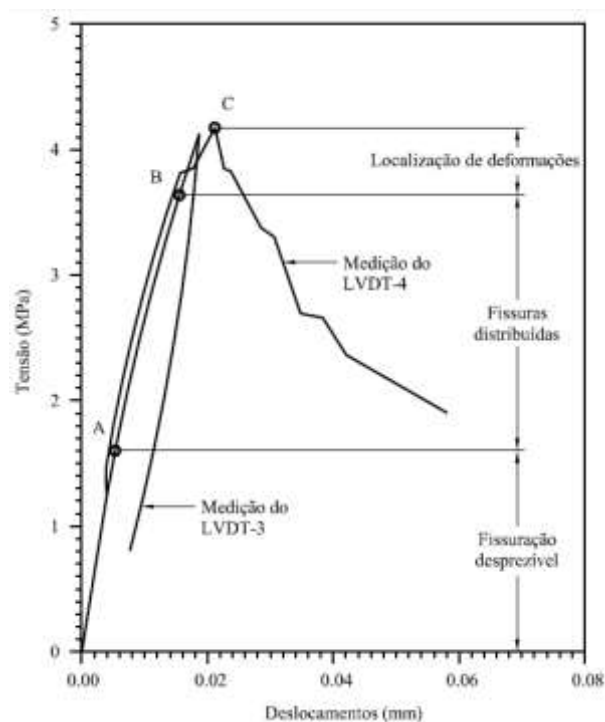


Figura 2: Relação tensão-deslocamento e estágios diferentes da fissuração (Shah et al., 1995)

Na análise numérica de problemas fisicamente não lineares, os modelos devem ser capazes de traduzir o fenômeno acima descrito, especialmente em regime inelástico, para que se tenha uma solução adequada para o problema e para que não se confunda o fenômeno real com a denominada localização de deformações numericamente induzida.

O fenômeno de localização de deformações numericamente induzida possui características semelhantes às do fenômeno real, descrito anteriormente, porém tem origem em inconsistências unicamente numéricas, sem nenhuma relação com características físicas do problema, relacionadas à natureza heterogênea do meio. Assim, a modelagem numérica pode levar a resultados não representativos dos limites de resistência e ductilidade da estrutura.

Este fenômeno numérico pode ser facilmente constatado quando uma mesma estrutura, submetida a um mesmo estado de carregamento, apresenta resultados extremamente diferentes, quando modelada com malhas distintas. Normalmente, malhas mais refinadas estão mais sujeitas a este fenômeno. Tais inconsistências na resposta estrutural ocorrem de forma que, quanto maior o número de elementos finitos, maior o "erro" introduzido por esta inconsistência, fazendo com que as deformações se localizem em uma determinada região da malha (Fuina, 2009). Como exemplo, apresenta-se um ensaio de tração em uma chapa plana, modelado com diferentes malhas (Figura 3). Mesmo considerando todos os elementos das malhas com as mesmas propriedades mecânicas, os resultados representados por curvas de carga (F) versus deslocamento (u) são diferentes para cada uma das malhas utilizadas.

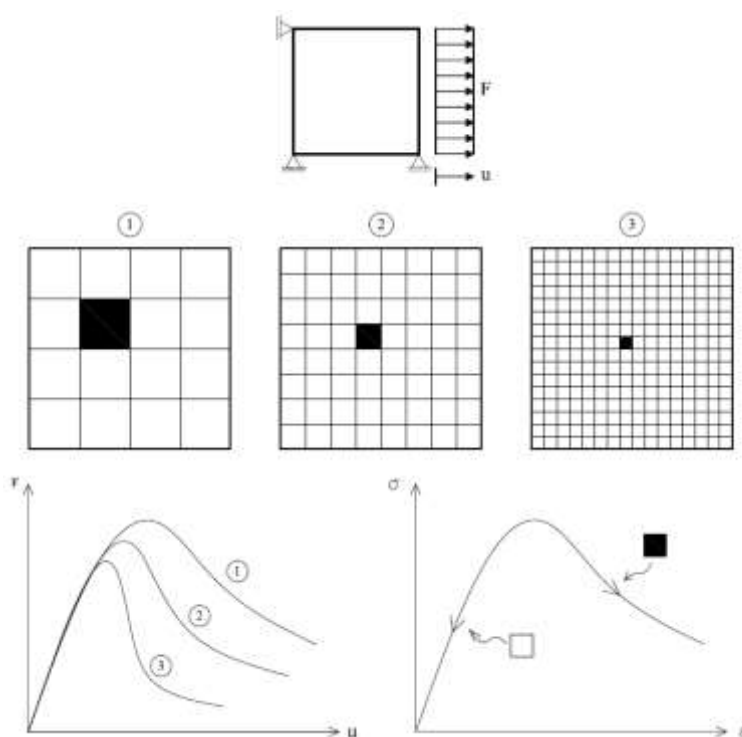


Figura 3: Localização de deformações numericamente induzida (Fuina, 2009)

Neste exemplo, observa-se que quanto menores os elementos da malha menor é a região em que ocorre a deformação, afetando a resposta da estrutura como ilustrado pelos gráficos da Figura 3.

Entretanto, o fenômeno pode ser ainda mais complicado e de difícil constatação em situações em que, mesmo malhas diferentes levam o problema a resultados semelhantes, mas, ainda assim, não

representativos. Com isso, percebe-se a gravidade e a dificuldade em lidar com tal fenômeno de origem numérica.

2 Modelos Não Locais

A formulação não local visa minimizar os problemas descritos, fazendo com que a modelagem seja menos afetada por instabilidades numéricas, menos dependente da malha e, consequentemente, mais estável. Esta formulação considera que as variáveis do problema são grandezas não locais, ou seja, os valores obtidos na análise, para cada ponto do domínio, sofrem influência de sua vizinhança. Assim sendo, a formulação é capaz de suavizar os resultados não representativos de pontos cujos valores, por exemplo, de deformações, foram alterados em decorrência de imprecisões numéricas.

Com isso, a variável de controle do problema passa a ser uma média ponderada dos valores contidos em um domínio de influência. Caso a solução local tenha apresentado pontos com resposta discrepantes, terão, após a ponderação, um resultado que agora também depende de sua vizinhança, tornando sua solução muito mais adequada e representativa.

Para a análise de um problema, segundo a formulação não local, é fundamental a escolha da variável do modelo constitutivo a ser tratada como não local. O presente estudo segue as recomendações de Bažant e Cabot (1987) e Bažant e Lin (1988) para a escolha dessa variável. Nestes trabalhos, os autores afirmam que o tratamento não local deve ser dado apenas às variáveis de comportamento crescente ao longo da análise. O dano é uma variável que possui valores sempre nulos dentro do regime de deformações elásticas e, depois de atingida a deformação elástica limite, seu valor varia de forma crescente até 1, sendo, portanto, uma variável adequada à formulação. Diferentemente do dano, a deformação é uma variável que deve ser tratada como local, pois seus valores, ao longo da história de carregamento, não necessariamente se comportam de maneira crescente em todos os pontos. Outra escolha adequada para a abordagem não local é a variável histórica do modelo constitutivo, que representa o valor máximo já obtido por determinada grandeza do modelo, durante o processo de solução, sendo, portanto, uma variável crescente. Escolhida a variável não local, seu valor é calculado por:

$$\bar{\varepsilon}_{nl} = \frac{1}{V_r(x)} \int_V \alpha(\|s - x\|) \langle \bar{\varepsilon}(s) \rangle dV = \int_V \alpha'(x, s) \bar{\varepsilon}(s) dV \quad (1)$$

sendo: $\bar{\varepsilon}$ a variável local; $\bar{\varepsilon}_{nl}$ o valor não local da variável; $V_r(x) = \int_V \alpha(\|s - x\|) dV$ ou seja, o volume

do sólido de revolução gerado pela distribuição estatística adotada; $\alpha'(x, s) = \frac{\alpha(\|s - x\|)}{V_r(x)}$; x é o vetor

de coordenadas do ponto avaliado e s é o vetor de coordenadas dos pontos na região de influência do ponto, conforme pode ser observado na Figura 4(a).

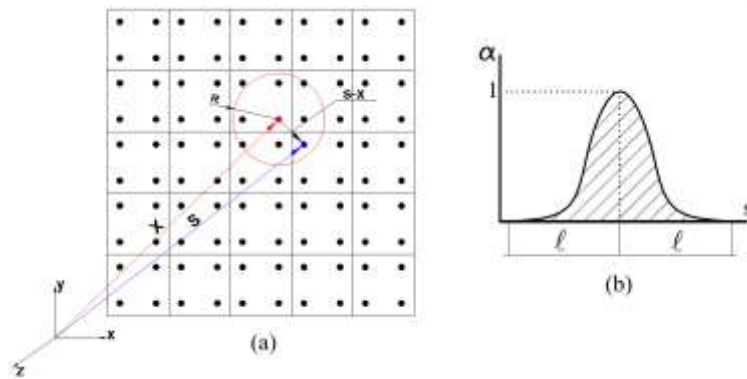


Figura 4: (a) Domínio não Local, (b) Função de Ponderação

A função de ponderação (α), também denominada função de distribuição, ou função peso, será aquela que irá determinar o peso que cada variável do domínio terá na obtenção da variável não local (Figura 4(b)). A função utilizada neste trabalho é a função de ponderação baseada na distribuição normal ou Gaussiana, que é uma das funções de ponderação mais utilizadas na formulação não local, sendo dada por:

$$\alpha(x) = \exp\left(-k \frac{x^2}{2\ell^2}\right) \quad (2)$$

onde ℓ é denominado comprimento interno da distribuição, ou domínio da distribuição, e k é responsável pelo formato da curva tornando-a mais acentuada ou menos acentuada.

Conforme apresentado por Jirasek (2004), para a que a formulação não local possa ser utilizada em problemas de elementos finitos, é necessário a substituição da integral da Equação (1), pelo somatório apresentado na Equação (3).

$$\bar{\varepsilon}_k(x) = \sum_{l=1}^{NPG} w_l J_l \alpha_{kl} \varepsilon_l \quad (3)$$

sendo w o peso do ponto de Gauss e J o Jacobiano do elemento finito e

$$\alpha_{kl} = \frac{\alpha_0(\|x_k - x_l\|)}{\sum_{m=1}^{NPG} w_m J_m \alpha_0(\|x_k - x_l\|)} \quad (4)$$

Destaca-se que a ponderação, dada por α_{kl} é utilizada apenas se a distância entre os pontos de coordenadas x_k e x_l for menor que o tamanho do domínio da distribuição, ou seja, esteja dentro do espaço compreendido pelo círculo de raio ℓ (comprimento interno da distribuição) e centro na coordenada x_k .

3 Modelo Constitutivo de Dano Ortotrópico

Modelos constitutivos baseados na Teoria de Dano adicionam ao problema mais uma variável, o dano, para as relações constitutivas dos materiais. Esta variável mede a degradação do módulo de elasticidade do material, em função dos estados de tensão e deformação ao qual este está submetido. O dano pode ser representado em função do módulo de elasticidade original e o módulo secante do material, conforme apresentado pela Equação (5)

$$\omega = 1 - \frac{E_s}{E_0} \quad (5)$$

sendo: ω , a variável dano; E_s , o módulo de elasticidade secante do material (função da deformação); E_0 , o módulo de elasticidade do material íntegro.

O modelo de dano isotrópico é bastante elementar, tendo em vista que a propagação do dano ocorre igualmente em todas as direções do material. Neste modelo, tem-se:

$$\{\sigma\} = (1 - \omega)[D^e]\{\varepsilon\} \quad (6)$$

sendo: ω , a variável dano, que varia de 0 a 1, sendo 1 o estado de perda total de rigidez, $[D^e]$, a matriz constitutiva elástica.

Logo, a matriz constitutiva em Estado Plano de Tensões (EPT) é definida como:

$$[D] = \frac{(1 - \omega)}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} E_0 & E_0\nu & 0 \\ E_0\nu & E_0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_r G \end{bmatrix} \quad (7)$$

sendo: D a rigidez do elemento, E o módulo de elasticidade, igual nas três direções, ν o coeficiente de Poisson e β_r o fator de retenção de cisalhamento.

Pode-se observar a partir da Equação (7) que o dano se propaga igualmente em todas as direções do material.

Por outro lado, nas formulações ortotrópicas, tem-se comportamentos distintos nas direções de ortotropia do material, entretanto, de Borst e Gutiérrez (1999) propõe um modelo simplificado, no qual há apenas uma variável de dano, sendo esta medida a partir da deformação principal de tração, denotada por ω_1 . Neste modelo, para Estado Plano de Tensões, a relação secante entre tensões $\{\sigma_{ns}\}$ e deformações $\{\varepsilon_{ns}\}$, no sistema local (ns) de fissuração, é dada por:

$$\{\sigma_{ns}\} = [D_{ns}^s]\{\varepsilon_{ns}\} \quad (8)$$

onde $[D_{ns}^s]$ é a matriz constitutiva e é definida por:

$$[D_{ns}^s] = \frac{1}{1 - (1 - \omega_1)\nu^2} \begin{bmatrix} \frac{E_0(1 - \omega_1)}{1 - (1 - \omega_1)\nu^2} & \frac{E_0(1 - \omega_1)\nu}{1 - (1 - \omega_1)\nu^2} & 0 \\ \frac{E_0(1 - \omega_1)\nu}{1 - (1 - \omega_1)\nu^2} & \frac{E_0}{1 - (1 - \omega_1)\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_r G \end{bmatrix} \quad (9)$$

A Figura 5 ilustra a relação entre o sistema local e global do modelo, sendo n a direção normal ao plano da fissura e s a direção tangencial ao plano da fissura e, como já definido, a fissura ocorre na direção da deformação principal de tração.

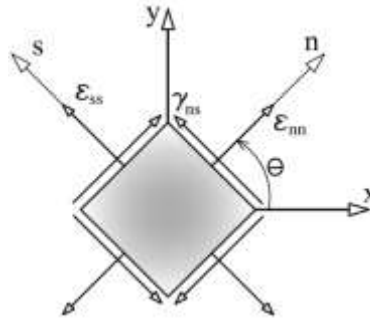


Figura 5: Sistema de coordenadas global (xy) e local (ns) (Penna, 2011)

A relação total pode ser reescrita rotacionando o sistema de coordenadas do modelo, inicialmente escrita no sistema local, para o sistema global de coordenadas pela Equação (10), dada por:

$$\{\sigma_{xy}\} = [T^\sigma(\theta)]^{-1} [D_{ns}^s] [T^\varepsilon(\theta)] \{\varepsilon_{xy}\} \quad (10)$$

A Equação (10) é válida tanto para modelo com direção de dano fixa, quanto para dano com direção variável. Para o modelo com direção fixa, a relação tensão-deformação tangente, necessária em processos incrementais iterativos que utilizam o método de Newton Raphson, pode ser obtida derivando-se a Equação (10), obtendo-se a seguinte relação:

$$\{d\sigma_{xy}\} = [T^\sigma(\theta_0)]^{-1} ([D_{ns}^s] - [\Delta D_{ns}]) [T^\varepsilon(\theta_0)] \{d\varepsilon_{xy}\} \quad (11)$$

sendo: θ_0 , o ângulo fixo da direção do dano, $[T^\sigma(\theta_0)]$, a matriz de transformação para a variável de tensão, $[T^\varepsilon(\theta_0)]$, a matriz de transformação para a variável de deformação e $[\Delta D_{ns}]$ definido como:

$$[\Delta D_{ns}] = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ \nu d_{11} & 0 & 0 \\ d_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde: $d_{11} = \frac{\partial \omega_1}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{nn}} \frac{E(\varepsilon_{nn} + \nu \varepsilon_{ss})}{(1 - (1 - \omega_1)\nu^2)^2}$; $d_{31} = \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{nn}} G \gamma_{ns}$; $\frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_{nn}} = 1$ em carregamento e 0 nas demais situações.

Conforme já mencionado, após a degradação do material, as relações entre tensão e deformação são dadas pela matriz constitutiva secante, apresentada na Equação (9).

Neste trabalho, serão utilizadas três leis de evolução de dano: exponencial (Equação (13)), polinomial (Equação (14)) e bi-linear (Equação (15)), definidas como:

$$\omega(\varepsilon) = 1 - \frac{\kappa_0}{\varepsilon} \left[1 - \alpha + \alpha e^{-\beta(\varepsilon - \kappa_0)} \right] \quad (13)$$

sendo: ε a deformação equivalente corrente; κ_0 , o valor da deformação equivalente associada ao limite elástico; α , parâmetro que representa o maior valor de dano admitido para o material; β parâmetro que representa a intensidade do crescimento do dano.

$$\omega(\varepsilon) = 1 - \frac{1}{E\varepsilon} \frac{k \frac{f_t \varepsilon}{\varepsilon_t}}{k-1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_t}\right)^k} \quad \text{com} \quad k = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_t}{\varepsilon_t E}\right)^k}$$

(14)

sendo: E , o módulo de elasticidade do material; ε a deformação equivalente corrente; f_t , a tensão de resistência à tração; ε_t , é a deformação associada à resistência f_t .

$$\omega(\varepsilon) = \frac{\kappa_f}{\kappa_f - \kappa_0} \left(1 - \frac{\kappa_0}{\varepsilon} \right) \quad (15)$$

sendo: κ_0 , a deformação equivalente associada ao limite elástico; κ_f , a deformação equivalente máxima assumida para o material; ε a deformação equivalente corrente.

Ressalta-se a natureza heterogênea do meio não é levada em consideração no modelo não local aqui apresentado, uma vez que, por hipótese, o modelo constitutivo adotado admite o meio material como sendo elástico, linear, homogêneo e isotrópico antes do processo de dano e, após a degradação do material, o meio passa a ser tratado como não linear, inelástico, ortotrópico, contudo, mantém-se homogêneo tendo suas propriedades modificadas em conformidade com o estado degradado do material. Quando a heterogeneidade do meio, causada pelo processo de dano, for relevante na descrição do fenômeno real o modelo aqui estudado não representará com fidelidade o comportamento estrutural.

Outra limitação é que o processo de dano se dá em um meio contínuo, tal hipótese não considerar a descontinuidade do meio material pelo surgimento de trincas. Para tanto, pode-se citar os trabalhos de Wolf (2010), Silva (2016), Peixoto (2016) que se ocupam em descrever modelos cuja a presença de uma trinca explícita, portanto um meio descontínuo, são considerados. Nestes modelos, a descrição constitutiva do material pode ou não ser considerada, assim, os referidos problemas relativos às instabilidades numéricas irão surgir em maior ou menor intensidade.

4 Simulação Numérica

Para se avaliar o comportamento do modelo de dano ortotrópico não local diante de um problema experimental, tomou-se como referência o trabalho de Álvarez et al. (2012), que trata de um problema de flexão em três pontos, em uma viga com trinca centrada. Neste trabalho, são apresentados resultados experimentais e numéricos para vigas de diferentes tamanhos, com o objetivo de se avaliar o comportamento de modelos numéricos em relação ao efeito de tamanho das peças.

A partir dos resultados obtidos por Álvarez et al. (2012), é avaliado o comportamento do modelo não local aqui adotado, implementado no software INSANE (*INteractive Structural ANalysis Environment*), desenvolvido no Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais. Com isso, além de se ter um comparativo entre o modelo implementado e dados experimentais, este estudo se propõe a avaliar a influência das leis de dano exponencial, polinomial e bi-linear, comparando as respostas entre elas.

As Figuras 6 e 7 apresentam os dados do ensaio, de modo que a primeira apresenta a geometria, condições de carregamento e contorno, enquanto a segunda apresenta a proporcionalidade entre os três tamanhos estudados.

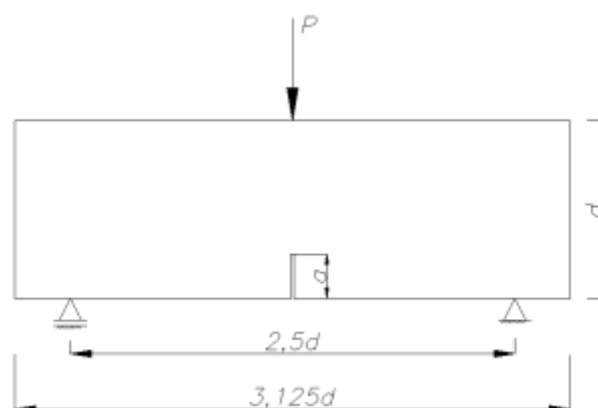


Figura 6: Geometria, condições de carregamento e contorno

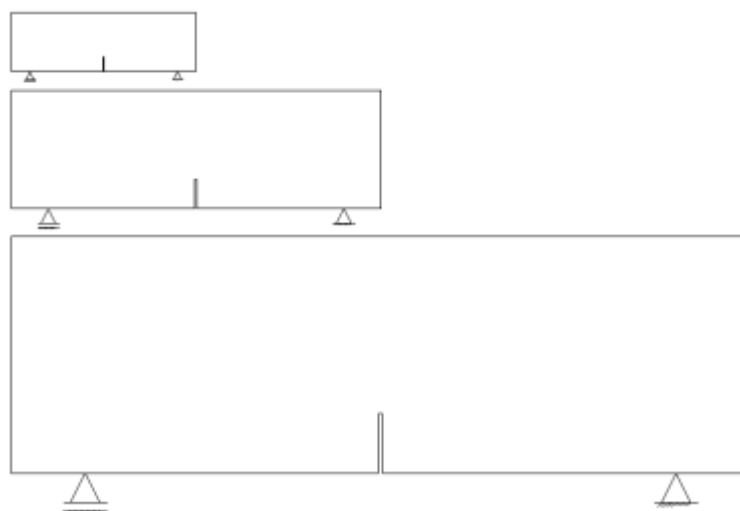


Figura 7: Proporção entre tamanhos

No ensaio realizado por Álvarez et al. (2012), os parâmetros geométricos adotados foram: $d = 80$ mm para o Tamanho 1, 160 mm para o Tamanho 2 e 320 mm para o Tamanho 3, a relação $d/a=4$ para todos os tamanhos, assim como a espessura da viga, 50 mm.

No modelo, a trinca foi inserida como uma descontinuidade da malha com largura de 2 mm. Esta espessura não foi apresentada por Álvarez et al. (2012), e por isso, adotou-se um valor aproximado de uma serra para corte de concreto. Além disso, foram utilizadas malhas com elementos triangulares dispostos aleatoriamente no domínio da estrutura, com um refinamento acentuado na região da trinca. Para cada um dos tamanhos, foram adotados os mesmos parâmetros de malha, ou seja, as dimensões de cada um dos elementos na região da trinca foram mantidas constantes. Portanto, na região da trinca, os elementos foram gerados com lado de tamanho igual 2 mm. As Figuras 8, 9 e 10 apresentam as malhas utilizadas para o problema.

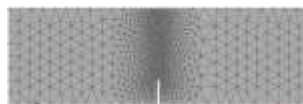


Figura 8: Malha para Tamanho 1: 250 x 80 mm.

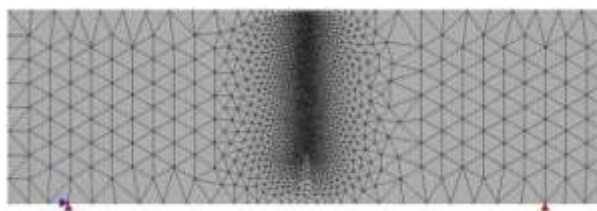


Figura 9: Malha para Tamanho 2: 560 x 160 mm.

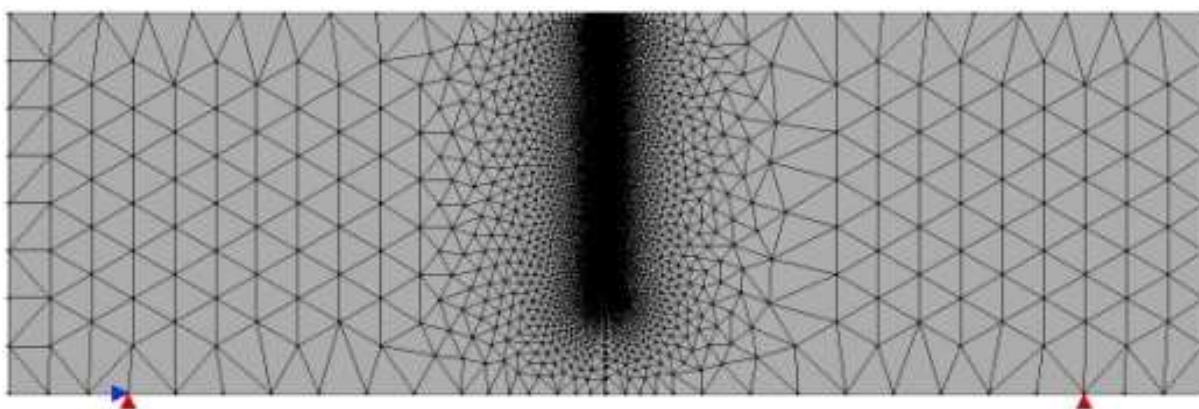


Figura 10: Malha para Tamanho 3: 320 x 1000 mm.

As propriedades do concreto, por sua vez, foram: $f_t = 3,5\text{MPa}$, $E_c = 33800\text{MPa}$, $\varepsilon_t = 0,0001036$, $G_f = 80\text{ N/m}$ e comprimento característico de 22 cm. O modelo de dano ortotrópico, para a análise de problemas não lineares, necessita de uma lei de evolução de dano específica, portanto, foram adotadas três leis de evolução de dano (dadas pelas Equações (13), (14) e (15)) na modelagem das vigas, podendo-se assim, comparar a representatividade de cada uma delas, em comparação aos resultados experimentais. Foram adotados os seguintes parâmetros: $\alpha = 0,99$, $\beta = 950$ e $\kappa = 0,00010355$, para a lei exponencial; $\varepsilon_t = 0,0002071$, para a lei polinomial; e $\kappa_0 = 0,00010355$ e $\kappa_f = 0,002$, para a lei bi-linear.

As trajetórias de equilíbrio foram obtidas com o método de controle direto de deslocamento, com um incremento do deslocamento vertical de 0,001 mm, no ponto de aplicação da carga, tolerância para convergência de 0,0001 e carga de referência $P = 1,0\text{ kN}$.

Sabe-se que, em um problema de flexão em três pontos, com a viga apresentando trinca, tem-se uma região de concentração de tensão e deformação nos arredores desta, sendo esta região aquela com maior instabilidade numérica e propensa à localização de deformações numericamente induzidas. Com isso, para que se possam obter resultados representativos nesta análise, é fundamental que os pontos presentes nesta região tenham seus valores dependentes de pontos mais afastados, e por isso, adotou-se um raio no valor de 30mm. Por outro lado, mesmo considerando pontos mais afastados, adotou-se a constante (k) da função de ponderação igual a 8,0. Tal valor limita a influência de nós mais afastados da ponta da trinca.

A Figura 14 apresenta as trajetórias de equilíbrio para cada uma das três malhas e três leis de evolução do dano, comparando-as com os resultados experimentais de Álvarez et al.(2012).

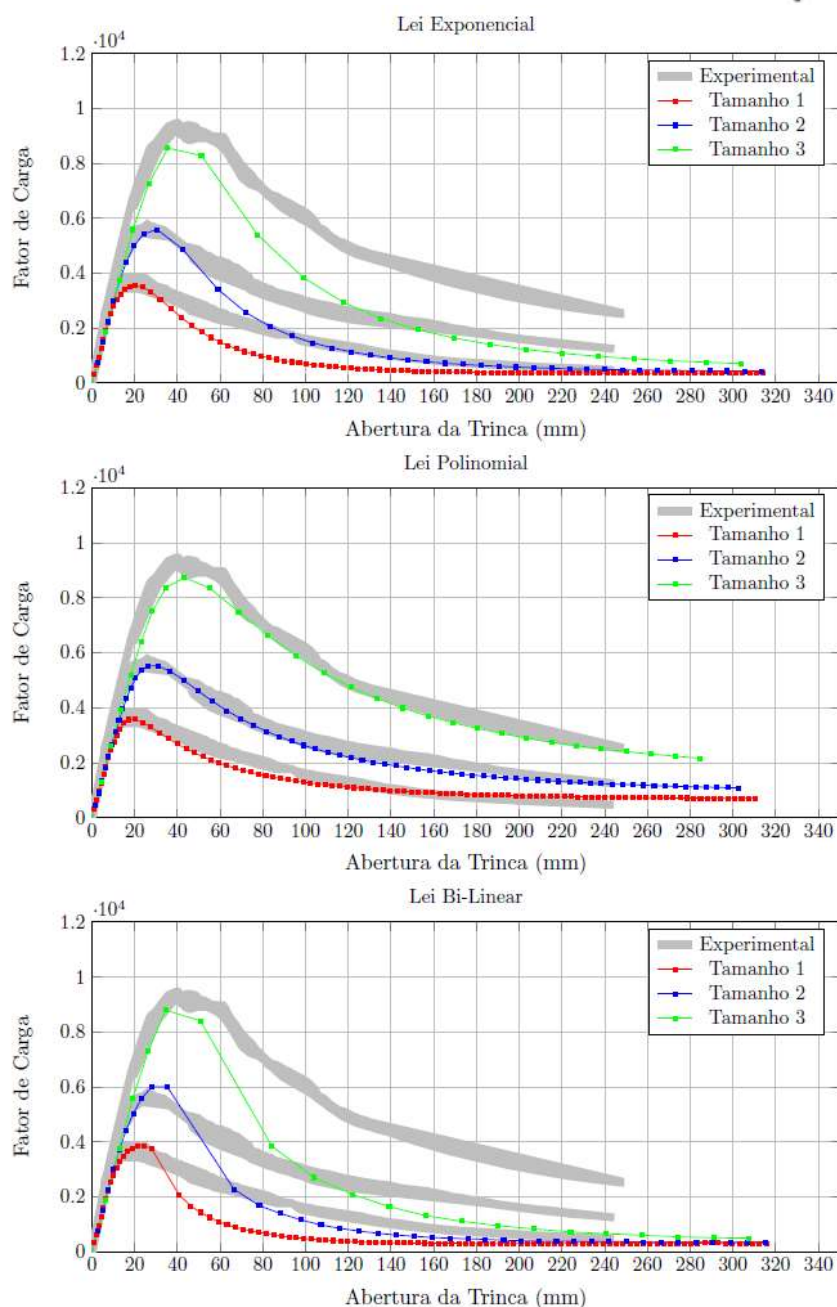


Figura 14: Trajetórias de Equilíbrio para Modelos Não Locais - Variação da Função de Evolução do Dano

A partir dos resultados apresentados, nota-se que, para todos os tamanhos considerados, a lei de carregamento polinomial apresentou os melhores resultados, comparados aos resultados experimentais. Para esta lei, pode-se observar que o ramo inelástico, na trajetória de equilíbrio, mostrou-se mais suave e coincidente com o espectro experimental. Pode-se concluir ainda que a função de evolução de dano adotada possui bastante influência no formato geral da trajetória de equilíbrio, principalmente no comportamento de seu ramo descendente e na estabilidade do modelo.

5 Conclusão

Este artigo apresentou um estudo do comportamento de um modelo não local, na regularização de resultados de análises fisicamente não lineares em comparação com um ensaio real. Por se tratar de um estudo que compara resultados numéricos via análise não local com resultados experimentais, este se mostrou importante na validação dos resultados obtidos. Os resultados obtidos, de uma maneira geral, se mostraram satisfatórios e próximos aos resultados experimentais, indicando que os modelos não locais constituem um importante recurso na regularização de resultados em análises fisicamente não lineares.

Com relação aos resultados obtidos por meio da variação das leis de evolução de dano, pode-se dizer estas influenciam consideravelmente o formato das trajetórias de equilíbrio, sendo a função polinomial aquela que mais se aproximou do formato da curva obtida via análise experimental.

6 Referências

- ÁLVAREZ, V. O. G., GETTU, R. E. & CAROL, I., 2012. Analysis of mixed-mode fracture in concrete using interface elements and a cohesive crack model. *Sadhana, Indian Academy of Sciences*, vol 37, pp. 187-205.
- BAŽANT, Z. P. & PIAUDIER-CABOT, G. (1987). Modeling of distributed damage by nonlocal continuum with local strain. Preprints. *4th Intern. Conf. on Numerical Methods in Fracture Mechanics*, A. R. Luxmore, D. R. J. Owen, and M. F. Kanninen, eds., held in San Antonio, Texas, Mar., 411-432.
- BAŽANT, Z. P. & LIN, F. B., (1988). Non local smeared cracking model for concrete fracture. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 114 (11), 2493-2511.
- DE BORST, R. & GUTIERREZ, M. A., (1999). A unified framework for concrete damage and fracture models including size effects. *International Journal of Fracture* 95, 261-277.
- FUINA, J. S.(2009). Formulações de Modelos Constitutivos de Microplanos para Contínuos Generalizados. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- JIRASEK, M., (2004). Non-local damage mechanics with application to concrete. Failure, Degradation and Instabilities, *RFGC*, vol. 8, pp. 683-707.
- SILVA, L. L., Fevereiro 2016. Sistema gráfico interativo para análise de nucleação e propagação de trincas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- PEIXOTO, R. G., Abril 2016. Análise de Degradação Material Bifurcação e Transição entre Descontinuidades Fracas e Fortes através do Método dos Elementos de Contorno. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- PENNA, S. S., (2011). Formulação multipotencial para modelos de degradação elástica: unificação teórica, proposta de um novo modelo, implementação computacional e modelagem de estruturas

de concreto. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.

SHAH, S. P., SWARTZ, S. E., & OUYANG, C., (1995). Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and other Quasi-Brittle Materials. John Wiley & Sons, Inc., 605 Third Avenue, New York, NY 10158- 0012.

WOLFF, K. P., Agosto 2010. Implementação computacional de um modelo de fissuração para o concreto baseado no método dos elementos finitos estendido (xfem). Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Abstract Extended

Constitutive models based on orthotropic damage are widely used to simulate physically nonlinear behavior of concrete structures. However, the occurrence of numerically induced strain localization phenomenon can lead to unrepresentative analysis results. Such phenomena arise due to the mesh dependence inherent to numerical models as can be treated from regularization mechanisms as non local models. In these models, the calculation of a predetermined variable depends also on its neighborhood, thus, numerical problems associated with a specific point are attenuated, or even eliminated, by considering the influence domain. In this paper, a nonlocal orthotropic damage model is used for modeling a three point bending problem with size effect. In the adopted model, the historical variable is treated as the non local parameter because it presents an increase character throughout the analysis. Finally, the results obtained with non local modeling are confronted with experimental results and the performance of linear, polynomial and exponential damage laws is also evaluated.

Keywords: Non local Models, Orthotropic Damage, Size Effect, Finite Element.

Conclusion

This paper presented a study of the behavior of a non-local model for regularization of results of physically nonlinear analysis compared to an actual test. Because it is a trial comparing numerical results via nonlocal analysis with experimental results, the study proved to have an important role in the validation of results. The obtained results, in general, seemed satisfactory and close to experimental ones, indicating that non-local models are an important feature in the regularization of results in physically nonlinear analysis.

Regarding the results obtained by varying the damage evolution laws, it can be said that such laws has a considerable influence on the equilibrium paths shape, with the polynomial function the one that came closest to the curve shape obtained via experimental analysis.