

Modelos de concepção para estruturas de concreto armado com comportamento não linear obtidos pelo método de bielas e tirantes e otimização topológica

Marcela Bruna Braga França Guerra¹, Marcelo Greco^{2}*

RESUMO

O modelo de bielas e tirantes é adotado no presente artigo para o dimensionamento de alguns elementos estruturais em concreto armado e para regiões em que são observadas modificações geométricas e concentrações de tensões, chamadas regiões “D”. Este modelo permite uma melhor representação do comportamento estrutural e mecanismos de resistência nas estruturas de concreto. No entanto, a escolha do modelo topológico depende da experiência do projetista em compatibilizar o fluxo interno de esforços e a geometria do contorno em relação às condições iniciais a que está sujeito o elemento estrutural. Com isso, há certa dificuldade em se aplicar o método, já que a concepção do modelo apresenta incertezas. Neste contexto, o presente artigo tem como objetivo a aplicação do modelo de bielas e tirantes para elementos estruturais não lineares, juntamente com métodos avançados de otimização topológica. O método de otimização topológica adotado considera a redução da rigidez progressiva de elementos finitos com valores baixos de tensões. As análises realizadas poderão proporcionar ao projetista estrutural melhor entendimento de processos de concepção estrutural, garantindo a segurança e a confiabilidade na resolução de problemas complexos envolvendo o concreto estrutural.

Palavras-chave: Concreto Armado, Bielas e Tirantes, Abaqus, MEF, Otimização Topológica.

¹ Doutoranda, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, marcelinhabrana@gmail.com

² Doutor, Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, mgreco@dees.ufmg.br

* Autor correspondente

<http://dx.doi.org/10535/rsaee.v14i1.6510>

Introdução

Atualmente, o dimensionamento da maior parte dos elementos lineares em concreto na engenharia de estruturas ocorre de modo simplificado, adotando-se a Hipótese de Bernoulli-Euler. É importante ressaltar, entretanto, que essa hipótese é válida para trechos em que a influência das deformações devido ao esforço cortante é desprezível. A aplicação dessa hipótese para todo o elemento estrutural pode levar ao super ou subdimensionamento de certas regiões da estrutura. Tais regiões são denominadas na literatura como “Regiões D”, de descontinuidade. Nestas, as tensões de cisalhamento são significativas e a distribuição das deformações na seção transversal não é linear. Portanto, para alguns tipos de elementos estruturais, as Hipóteses de Bernoulli-Euler de flexão não representam de maneira apropriada a distribuições de tensões e o comportamento estrutural.

O modelo de Bielas e Tirantes é um método simples adotado para realizar análises mais realistas em relação ao comportamento físico nas regiões de descontinuidades. Entretanto, exige do projetista considerável experiência em relação a escolha e distribuição dos elementos comprimidos (bielas) e tracionados (tirantes) para melhor representar o fluxo de tensões e o comportamento real da região descontínua. A garantia da escolha adequada torna necessária a utilização de ferramentas que automatizem e simplifiquem o processo.

Alguns estudos podem ser citados envolvendo o tema. Liang, Xie e Steven (2000) propõem a utilização da Otimização Topológica Evolucionária para automatização da escolha do modelo de bielas e tirantes, porém considerando o comportamento linear do material. O método proposto considera a energia de deformação de elementos virtuais para realizar a remoção, que é monitorada por um índice de desempenho. Os elementos discretos são removidos sistematicamente a partir de sua contribuição para a rigidez no elemento estrutural em concreto, estabelecendo uma configuração final do modelo de bielas e tirantes, com os mecanismos de transferência de cargas correspondentes. Almeida, Simonetti e Neto (2013b) propõem uma ferramenta eficaz para o desenvolvimento dos modelos lineares de bielas e tirantes para elementos estruturais bidimensionais. A técnica de otimização topológica adotada, denominada SESO (Smoothing ESO), é uma variante do método clássico chamado ESO (Evolutionary Structural Optimization). A filosofia principal do método baseia-se na observação da necessidade do elemento na estrutura. Com auxílio do MEF, após análise elástica, todos elementos que não são necessários à estrutura têm a contribuição de sua rigidez reduzida, naturalmente e de forma progressiva, até que não tenha mais influência. O elemento é então removido de forma suave, suavizando os valores da matriz constitutiva do elemento, como se estivesse em um processo de danificação, dando origem a configuração ideal para o modelo de bielas e tirantes.

Shah, Haq e Khan (2011) apresentam um estudo comparando-se as cargas de rupturas teóricas e experimentais consideradas em elementos estruturais em que é possível aferir a disposição das bielas e dos tirantes a partir das áreas fissuradas. Outro estudo realizado em Najafian e Vollum (2013) aponta a necessidade em se considerar a não linearidade do material para a definição do modelo de bielas e tirantes. Já que a distribuição de tensões para a análise linear apresenta diferença quando comparada com a análise não linear pelo MEF.

O estudo realizado em Zhang *et. al* (2014) utiliza uma automatização da obtenção do modelo de bielas e tirantes por meio da otimização topológica. No entanto, é adotada uma técnica probabilística de otimização, denominada GESO que utiliza operadores de Algoritmos Genéticos. A não linearidade do material é levada em consideração e os resultados apontam a necessidade em se utilizar menos aço ao se dimensionar a estrutura, quando comparados com a análise linear.

O presente artigo busca contribuir para o estudo e a investigação de metodologias adequadas para a obtenção de modelos de bielas e tirantes, aplicáveis a estruturas de concreto com comportamento não linear, por meio de técnicas automatizadas de otimização topológica.

2 Modelo constitutivo elástico e dano plástico

Os elementos estruturais apresentados no presente artigo são analisados considerando-se tanto o comportamento elástico linear quanto o comportamento não linear do concreto.

De acordo com Che e Han (1988), as seções das curvas de ruptura do concreto no plano antiesférico de tensões apresentam alterações na forma de seus traços, sendo quase triangulares para a região de tração e assumindo pequenos valores para as tensões de compressão. Para valores de tensões de compressão mais elevados (altas pressões hidrostáticas) a forma da distribuição se torna abaulada próxima à circular.

A Equação (1) representa o comportamento dos materiais no regime elástico-linear, de acordo com a lei de Hooke generalizada.

$$\sigma = C \cdot \varepsilon \quad (1)$$

Em que:

σ = Tensor de tensões;

C = Tensor constitutivo de quarta ordem, que está relacionado com as constantes elásticas do material;

ε = Tensor de deformações.

Já para o comportamento não linear de dano plástico, no caso uniaxial de tensões, é possível apresentar as relações tensão-deformação de maneira mais geral. Estas relações baseiam-se no dano elástico escalar, como pode ser visto na Equação (2) a seguir.

$$\sigma = (1 - d)E_0 \cdot (\varepsilon^e - \tilde{\varepsilon}^{pl}) \quad (2)$$

Em que:

E_0 = Módulo de elasticidade inicial e $(1 - d)E_0$ o módulo de elasticidade plástico ou efetivo;

d = Variável de dano escalar (relação entre área danificada e área total da seção transversal). Para o caso de dano isotrópico é igual a 0 (zero) para o caso de material não danificado e é igual a 1 (um) para material completamente danificado ($0 \leq d \leq 1$);

$(\varepsilon^e - \tilde{\varepsilon}^{pl})$ = Tensor de deformações plásticas. Sendo que a evolução da superfície de ruptura é controlada por duas variáveis ($\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ e $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$) que correspondem aos mecanismos de danificação devido à perda de resistência a tração e à compressão, respectivamente.

A regra do escoamento plástico permite determinar a evolução das deformações na estrutura a partir de incrementos de deformação plástica, à medida que o carregamento é aplicado, e são obtidos por meio da derivada de uma função potencial (G).

A função potencial G é uma função escalar do tensor de tensões através da qual os incrementos de deformação plástica podem ser determinados por meio de derivadas parciais em relação aos componentes do tensor de tensões.

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = d\gamma \frac{dG}{d\sigma_{ij}} \quad (3)$$

Em que:

$d\gamma$ = constante de proporcionalidade maior que zero, denominada multiplicador plástico.

A regra de escoamento pode ser classificada em associativa ou não associativa, sendo que a primeira, geralmente é adequada para materiais dúcteis e ocorre quando o potencial plástico coincide com a função de escoamento. A segunda regra, recomendada para materiais granulares, é aplicável quando o potencial plástico não coincide com a função de escoamento.

A função potencial plástica, no modelo constitutivo adotado, é definida no espaço das tensões efetivas a partir da função hiperbólica de Drucker-Prager apresentada na Equação (4) a seguir.

$$G = \sqrt{(\sigma_{c0} - \kappa\sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{p}^2} - \xi \tan \psi - \sigma \quad (4)$$

Em que:

σ_{t0} e σ_{c0} = tensões resistentes de tração e compressão do concreto, respectivamente;

ψ = ângulo de dilatação medido no plano meridional ($\xi - \bar{p}$) em altas pressões confinantes;

κ = excentricidade da superfície potencial plástica, que não coincide com a superfície de escoamento, ou seja, é não associativa.

3 Método de bielas e tirantes

Ritter e Mörsch foram os primeiros pesquisadores a realizarem estudos que deram origem ao modelo chamado de “Método das Bielas e Tirantes” para dimensionamento, no início do século XX, a partir de uma analogia do modelo de treliça para vigas. Esta analogia associa a distribuição de tensões em uma viga de concreto armado a uma estrutura treliçada equivalente, sendo que os elementos discretos (barras) representam os campos de tensões de tração (denominados tirantes) e de compressão (denominados bielas) que são ligados entre si por nós.

Na engenharia de estruturas, os elementos lineares em concreto são geralmente dimensionados, de maneira simplificada, considerando-se a Hipótese de Bernoulli-Euler. Isso facilita o dimensionamento, já que em todos os estágios de carregamento considera-se que a distribuição de deformação ao longo da seção transversal segue uma relação linear. Nas regiões da peça em que não ocorrem interferências, a hipótese pode ser levada em consideração. Essas são denominadas “Regiões B”.

Em elementos estruturais contendo regiões especiais como aberturas em vigas, ligações entre viga-coluna, consolos, blocos de fundação entre outros e descontinuidades geométricas, as Hipóteses de Bernoulli-Euler de flexão não representam de maneira apropriada a distribuições de tensões e o comportamento estrutural da peça.

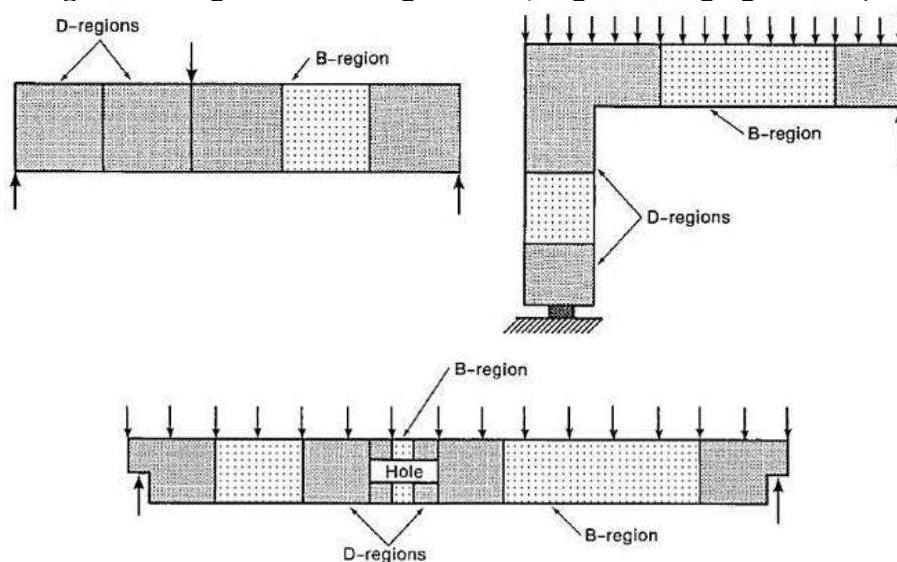
A aplicação da hipótese simplificadora para todo o elemento estrutural pode levar ao super ou subdimensionamento de certas partes da estrutura. Estas regiões são chamadas de “Regiões D”. Nestas regiões as tensões de cisalhamento são significativas e a distribuição das deformações na seção transversal não é linear.

O modelo de bielas e tirantes é adotado para se realizar uma representação idealizada do comportamento estrutural e mecanismos resistentes de elementos de concreto armado e servir de ferramenta para o dimensionamento e disposição das armaduras.

As principais recomendações existentes para a utilização do Método de Bielas e Tirantes, em elementos contendo descontinuidades, são prescritas em normas como o CEB-FIP Model Code (2010), CSA-A23.3-04 (2004), EHE (2008) e ACI-318 (1995, 2005), Eurocode 2 (2002).

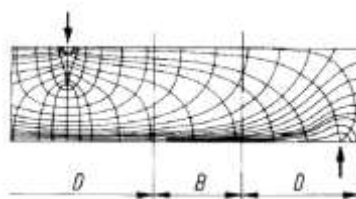
Existe uma dependência das regiões “B” e “D” em relação aos seus distanciamentos dos apoios e dos pontos de aplicação de cargas concentradas no elemento. Tal dependência pode ser explicada pelo Princípio de Saint-Venant. De acordo com Schlaich, Schafer e Jennewein (1987), o Princípio de Saint-Venant estabelece que as trajetórias das tensões são mais suaves nas regiões identificadas como “Regiões B”, quando comparadas com as formas das perturbações próximas às regiões de descontinuidade. As tensões diminuem consideravelmente com a distância da origem do ponto de aplicação da carga concentrada. Este comportamento é considerado para identificar as regiões “B” e “D” na estrutura. A Figura 1 apresenta alguns exemplos de elementos com a identificação de suas respectivas “Regiões B” e “Regiões D”.

Figura 1: “Regiões B” e “Regiões D” (Wight e Macgregor, 2012).



De acordo com Schlaich; Schafer e Jennewein (1987), a partir da trajetória das tensões é também possível identificar a diferença entre as “Regiões B”, nas quais a Lei de Hooke generalizada pode ser aplicável, e as “Regiões D” de descontinuidades, considerando que próximo as cargas concentradas as distribuições dos campos de tensão são mais complexas, conforme mostra Figura 2.

Figura 2: Trajetórias de tensões e as Regiões B e D (Schlaich, Schafer e Jennewein,1987).



Os principais aspectos a serem considerados para a definição da geometria do modelo de bielas e tirantes, segundo Silva e Giongo (2000), se referem aos tipos de ações atuantes no elemento, ao ângulo existente entre as bielas e os tirantes e às condições de contorno. Também ao número de camadas da armadura e ao cobrimento da mesma.

Na literatura, são apontados alguns critérios comumente adotados para a escolha do modelo de bielas e tirantes. Dentre estes critérios, pode-se citar os prescritos em códigos normativos, o critério adotado pelo processo do caminho das cargas (“Load Path Approach”), a partir de análises elásticas pelo MEF, por meio de análises não lineares com a consideração da fissuração do concreto, por meio de ensaios experimentais e pela automatização da escolha do modelo.

No presente trabalho, são considerados os critérios a partir de análises pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), por meio de análises não lineares com a consideração da danificação do concreto e a automatização da escolha do modelo adotando uma técnica de otimização topológica evolucionária.

De acordo com Schäfer e Schlaich (1991), no caso das análises elásticas, a direção das bielas é determinada considerando a direção média das tensões principais de compressão. Ou as bielas e os tirantes são determinadas a partir do centro de gravidade do diagrama de tensões nas seções típicas do elemento estrutural. Considerando-se as direções das falhas no elemento de concreto fissurado é também possível definir as trajetórias das bielas e dos tirantes do modelo, uma vez que ao fluxo de tensões de tração é perpendicular ao fluxo de tensões de compressão. Também é possível definir as trajetórias das bielas e dos tirantes do modelo.

E por último, aponta-se a automatização da escolha do modelo que, devido à falta de uma padronização do método ideal para escolha da disposição adequada das bielas e dos tirantes em peças estruturais de concreto. O objetivo é auxiliar no processo de determinação dessa configuração, proporcionando maior segurança e simplificando a realização do dimensionamento estrutural para elementos especiais.

4 Otimização Estrutural Evolucionária

Na década de 1980, com a evolução e popularização dos *softwares* voltados para aplicações de engenharia, foram desenvolvidos diversos estudos envolvendo a otimização estrutural com o auxílio do Método dos Elementos Finitos (MEF) podendo-se citar os trabalhos de Chen e Olhoff (1981), Rozvany *et al.* (1982) e Kohon e Strang (1986). Nesta mesma década, surgiram os primeiros estudos relacionados à otimização topológica devido à necessidade de resolver problemas relacionados com atualização da malha de elementos finitos. Surgem também conceitos relacionados aos tipos de otimização, podendo-se citar três principais abordagens em problemas de otimização estrutural: a otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica.

Bendsøe e Kikuchi (1988) realizaram um dos primeiros estudos a fim de aprimorar o método de otimização de forma permitindo a obtenção topologias e formas ótimas das

estruturas. Nos anos posteriores, diversos estudos foram realizados visando unir os métodos de otimização (topológica, paramétrica e de forma) para obter melhores resultados podendo-se citar o trabalho desenvolvido por Olhoff, Bendsøe e Rasmussen (1991). Posteriormente, ocorreu uma ampliação dos estudos relacionados à otimização topológica e diversos métodos foram desenvolvidos.

A Otimização Estrutural Evolucionária é uma técnica na qual a forma e a topologia são determinadas de maneira simultânea e tem sua origem baseada no procedimento denominado “Hard-Kill” que consiste na remoção definitiva de elementos que não atendem a um critério de rejeição estabelecido. As análises realizadas no presente artigo levam em consideração a técnica ESO (*Evolutionary Structural Optimization*) utilizada na otimização topológica para realizar a automatização da escolha do modelo de bielas e tirantes. A técnica ESO de otimização é um processo heurístico de remoção de elementos, realizado de maneira gradual e iterativo, considerando critérios de rejeição predefinidos aplicada a problemas lineares. É uma técnica de modificação da topologia estrutural considerada simples. A técnica ESO remove de forma gradual elementos finitos da malha correspondentes a regiões que não contribuem efetivamente para desempenho mecânico eficiente da estrutura. Assim, o objetivo é encontrar a melhor distribuição de material, num domínio de projeto fixo, satisfazendo às restrições que lhe são impostas.

O critério de rejeição adotado é baseado no critério de tensão, ou seja, no nível máximo de tensão equivalente de von Mises, em cada elemento finito, obtido a partir das análises pelo MEF. Os elementos submetidos a baixas tensões estão sujeitos à remoção (Xie e Steven, 1997).

De acordo com Liang *et al.* (1999), a otimização de estruturas contínuas sujeitas a restrições de tensão é obtida ao se atingir o valor mínimo da somatória dos produtos entre os pesos e espessuras de todos os elementos, conforme equação a seguir.

$$\min : \left(\sum_{e=1}^N w_e t_e \right) \quad (5)$$

$$\text{restrição : } \sigma_{\max}^{VM} \leq \sigma^*$$

Em que:

w_e = peso do e -ésimo elemento;

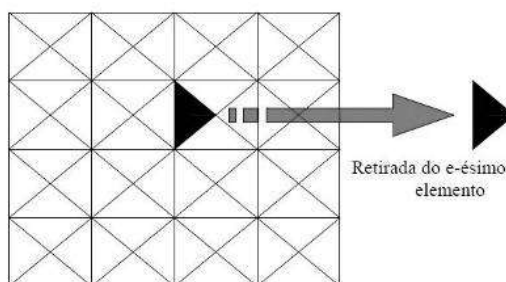
t_e = espessura do e -ésimo elemento;

$\sigma_{\max}^{VM}$ = tensão equivalente de von Mises no elemento;

σ^* = tensão limite prescrita;

Dessa forma, a redução de volume estrutural é realizada a partir do critério de tensão máxima na estrutura, no qual os elementos com menores valores de tensão em toda a estrutura são selecionados e desconsiderados na malha. A Figura 3 ilustra a realização da retirada do elemento pelo critério de tensão adotado.

Figura 3: Remoção do elemento da malha pelo método de otimização evolucionária (Adaptado de Almeida, Simonetti e Neto, 2013a).



O processo de remoção, realizado por meio do método de otimização evolucionária adotando-se a tensão como restrição, é descrito pela Inequação (6) a seguir:

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{MAX}^{vm}} < RR_i \quad (6)$$

Em que:

σ_e^{vM} = Tensão de von Mises do elemento analisado;

RR_i = Razão de Rejeição, adotada para retardar o processo de remoção;

σ_{MAX}^{vM} = Tensão máxima de von Mises da iteração.

O ciclo de remoção dos elementos ocorrerá até que não se possa remover mais elementos num dado valor de RR_i . Ao se alcançar esse nível de equilíbrio sem atingir, porém, a configuração ótima, o processo evolutivo é redefinido adicionando-se à RR_i uma razão de evolução (ER). Um novo ciclo de evolução se iniciaria até que não existam mais elementos a serem eliminados com essa nova razão de rejeição. Porém ao se atingir novamente o equilíbrio, a razão de rejeição (RR_i) é novamente atualizada. A Equação (7) descreve esse processo.

$$RR_{i+1} = RR_i \cdot ER \quad i = 0, 2, 3, \dots \quad (7)$$

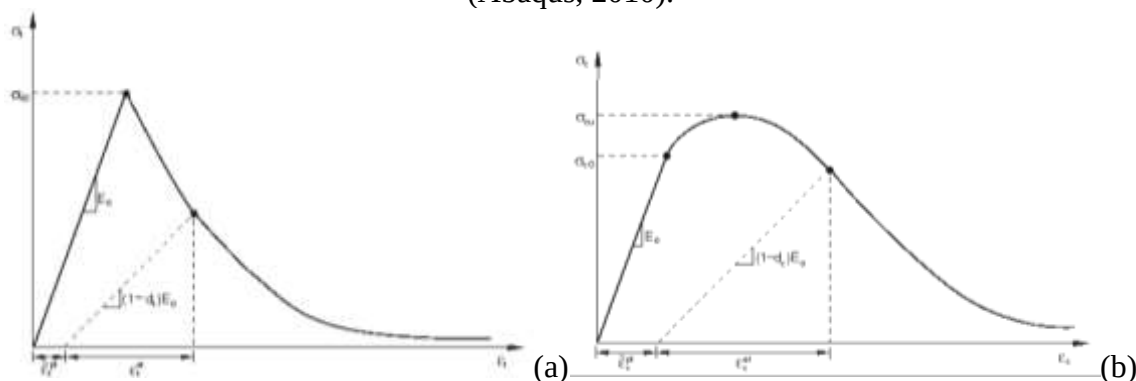
A razão de rejeição (RR) é atualizada até a obtenção de uma configuração otimizada, correspondente à relação entre os volumes inicial e final desejada. É importante ressaltar que a tensão de von Mises é adotada apenas como critério de remoção do material no processo evolucionário e não tem relação com o modelo não linear do material, considerado neste artigo. A tensão equivalente de von Mises é um parâmetro escalar interessante para ser utilizado neste tipo de comparação, pois considera todas as componentes do tensor das tensões de cada elemento finito.

O modelo constitutivo de dano plástico disponível no *software* Abaqus® é adotado no presente estudo, para a análise não linear de alguns elementos em concreto armado pelo MEF, e é denominado CDP (Concrete Damaged Plasticity).

Esse modelo foi inicialmente proposto por Lubliner *et al.* (1989) e posteriormente incorporou as modificações propostas em Lee e Fenves (1998) para simular o comportamento multiaxial de tensões do concreto e considera que a deformação plástica representa todas as deformações irreversíveis, até mesmo as causadas pela fissuração.

Os mecanismos de danificação devido à perda de resistência a tração e à compressão, respectivamente são caracterizadas, independentemente, conforme mostra a Figura 4.

Figura 4: Respostas do concreto para carregamento uniaxial (a) em tração (b) em compressão (Abaqus, 2010).



A superfície de falha é representada pela equação a seguir, em função não somente da tensão como também da variável de dano plástico.

$$f(\sigma, \bar{d}_p) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\alpha I_1 + \sqrt{3J_2} + \beta(\bar{d}_p)(\sigma_{m\acute{a}x}) - c_c(\bar{d}_p) \right] \quad (8)$$

Em que:

α, β = constantes adimensionais do material;

I_1 = primeiro invariante de tensões;

J_2 = segundo invariante de tensões no plano desviador;

$\sigma_{m\acute{a}x}$ = valor algébrico máximo das tensões principais;

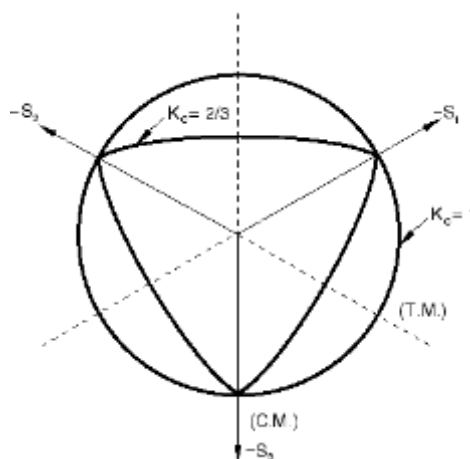
$\bar{d}_p = \begin{bmatrix} d_{pt} \\ d_{pc} \end{bmatrix}$ = dano plástico representado por um vetor composto por duas variáveis, uma para tração e outra para compressão;

C_c = variável de coesão para compressão;

Além da definição da variável de dano na tração e na compressão durante a evolução das deformações de compressão e de tração, é necessário definir alguns parâmetros para a utilização do modelo constitutivo de dano plástico disponível no *software* Abaqus®. Esses parâmetros e os valores adotados para a representação dos efeitos do estado multiaxial de tensões são listados a seguir:

- K_c = razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador, varia entre 0,5 e 1,0 (sendo $K_c = 2/3$ o mais adotado). Quando assume o valor igual a 1,0 a seção transversal da superfície de falha no plano antiesférico passa a ter a forma de uma circunferência, como no critério clássico de Drucker-Prager, conforme apresentado na Figura 5.

Figura 5: Superfícies de ruptura para diferentes parâmetros.



- 68

e) Passo 5: repetir os passos 2 a 4 até que o projeto ótimo seja alcançado.

Na rotina desenvolvida, a remoção dos elementos no sistema não ocorre com a retirada literal dos mesmos. Após a identificação de uma região considerada ineficiente as propriedades mecânicas dessa região são alteradas para uma seção ou um material com características estruturais desprezíveis, quando comparadas com suas características mecânicas iniciais. Sendo assim, a rotina requer que o próprio usuário estabeleça tais características físicas (como baixos módulos de elasticidade e densidade, entre outros) para a desativação estrutural dos elementos componentes do domínio.

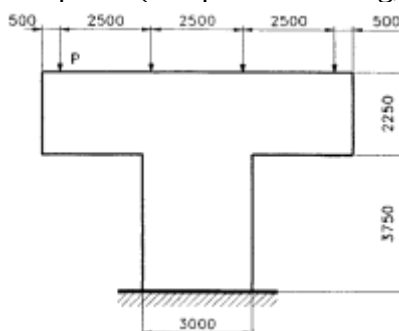
5 Resultados e discussões das análises numéricas

Com a finalidade de validar o método proposto de automatização da escolha da topologia do modelo de bielas e tirantes a partir da aplicação do método ESO de otimização topológica, são realizadas análises comparativas, por meio de exemplos clássicos disponíveis na literatura. Além disso, é realizada a comparação e discussão entre a topologia obtida adotando-se análise linear e não linear. Os parâmetros de otimização são ajustados de maneira empírica, de acordo com cada tipo de problema e de modo que os valores considerados permitiram uma melhor convergência evitando que uma grande região do domínio fosse removida. Foram testados diferentes parâmetros para os exemplos numéricos que conduziram a soluções ótimas semelhantes para níveis de remoção de material equivalentes. Para o mesmo nível de volume a solução otimizada é praticamente a mesma para diferentes parâmetros de otimização. No entanto, é importante destacar que razões de remoção elevadas podem inviabilizar o processo evolutivo e, por outro lado, fatores de remoção muito baixos demandam passos excessivos de otimização, podendo causar instabilidades numéricas. Os valores apresentados são valores médios das análises realizadas. Como critério de parada foi utilizada uma porcentagem final da estrutura em relação ao volume inicial.

5.1 Exemplo 1: Pilar de Ponte

O primeiro elemento estrutural analisado trata-se de um pilar de ponte. Sua geometria, carga aplicada e condições de contorno estão apresentadas na Figura 6.

Figura 6: Pilar de ponte (Adaptado de Liang, Uy e Steven, 2002).



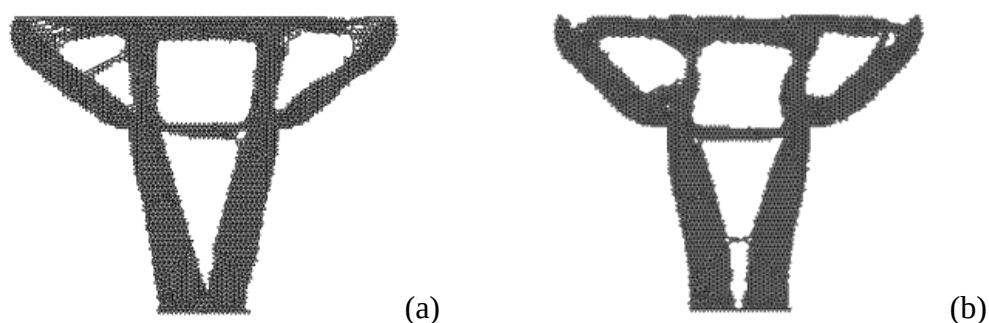
As propriedades adotadas do material foram as mesmas apresentadas em Liang, Uy e Steven (2002), sendo o módulo de elasticidade igual a $E = 28600$ MPa e coeficiente de Poisson igual a $\nu = 0,15$.

Para a modelagem do elemento no *software* Abaqus® foi considerada uma malha de elementos finitos lineares quadrilaterais do tipo CPS3 (Continuum / Plane-Stress / Shell elements / 3 Node Element). A estrutura foi representada por 8331 elementos e 4336 nós.

Os parâmetros utilizados para a otimização via ESO foram: Razão de Rejeição (RR) = 4,0% e o Razão de Evolução (ER) = 4,0%. A topologia ótima é obtida para um volume de aproximadamente 50% do volume inicial.

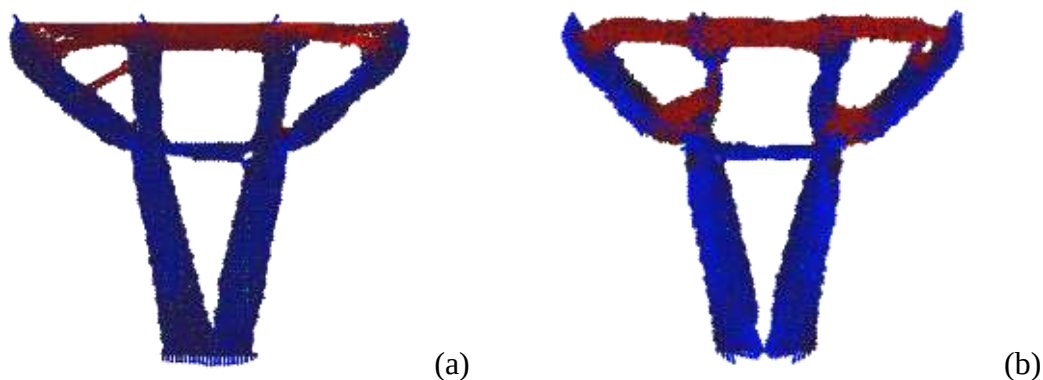
As soluções, considerando o comportamento elástico e não linear do material, são apresentadas nas Figs. 7(a)-(b) a seguir.

Figura 7: Topologias ótimas obtidas (a) Solução considerando o comportamento linear do material (b) Solução considerando o comportamento não linear do material.



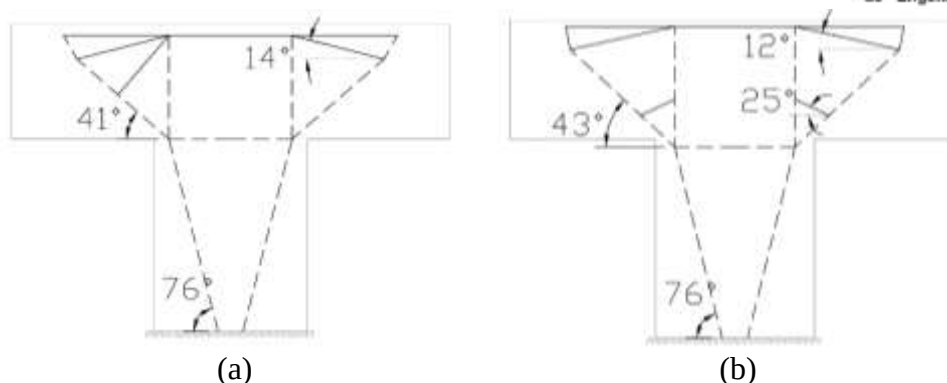
As Figuras 8(a)-(b) apresentam respostas para a distribuição de tensões de compressão (em azul) e tração (em vermelho).

Figura 8: Distribuições de tensões compressão / tração (a) Solução considerando o comportamento linear do material (b) Solução considerando o comportamento não linear do material.



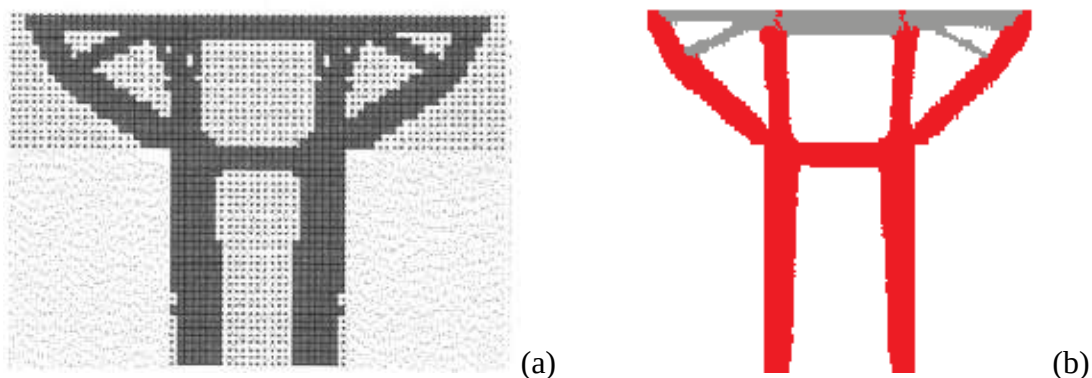
Na Figura 9 são apresentados os ângulos de alguns elementos do modelo de bielas e tirantes, considerando-se os comportamentos linear e não linear do concreto. As linhas pontilhadas representam as bielas e as linhas contínuas representam os tirantes.

Figura 9: Modelo de bielas e tirantes (a) comportamento linear (b) comportamento não linear.



As topologias ótimas, obtidas em outros estudos são apresentadas nas Figuras 10(a)-(b).

Figura 10: (a) Solução apresentada em Liang e Uy e Steven (2002) – adotando a técnica ESO (b) Solução apresentada em Almeida, Simonetti e Neto (2013b) – adotando a técnica SESO.



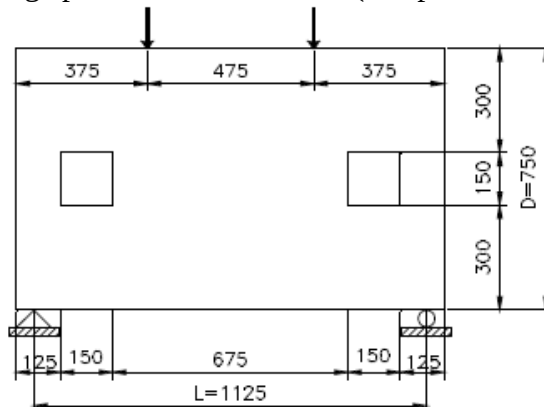
Sendo que na resposta apresentada na Figura 8(a), foi adotada a cor azul para representar as regiões com tensões de compressão e vermelho para as regiões de tração. Nesse também foi utilizada a técnica de otimização denominada SESO, que correspondem a uma modificação da técnica ESO.

Para esse exemplo, comparando-se as soluções apresentadas na Figura 8(b) e Figura 8(b) com as soluções da literatura, Figuras 10(a)-(b), também é possível observar que os resultados obtidos pela aplicação da rotina, via ESO, são coerentes com os obtidos nos estudos citados. Em relação aos resultados obtidos considerando o comportamento elástico e não linear do material é possível observar alguma diferença em suas topologias ótimas. Observam-se ainda certas diferenças em relação à distribuição de tensões de compressão e tração. O que ocasionaria em uma possível alteração das quantidades e do posicionamento da armadura na estrutura na qual se considerou o comportamento não linear do material, quando comparado com o comportamento linear.

5.2 – Exemplo 2: Viga Parede com Dois Furos

O segundo elemento estrutural analisado trata-se de uma viga com dois furos. Sua geometria, carga aplicada e condições de contorno estão apresentadas na Figura 11.

Figura 11: Viga parede com dois furos (Adaptado de Liang *et al.*,1999).



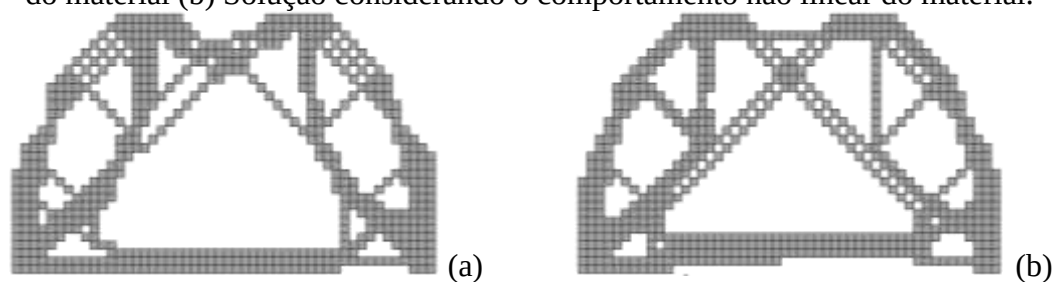
As propriedades adotadas do material foram as mesmas apresentadas em Liang *et al.* (1999), sendo o módulo de elasticidade igual a $E = 30088 \text{ MPa}$ e coeficiente de Poisson igual a $\nu=0,15$.

Para a modelagem do elemento no *software* Abaqus® foi considerada uma malha de elementos finitos lineares quadrilaterais do tipo CPS4R (*Continuum / Plane-Stress / Shell elements / 4 Node Element*). A estrutura foi representada por 1478 elementos e 1582 nós.

Os parâmetros utilizados para a otimização via ESO foram: Razão de Rejeição (RR) = 4,0% e o Razão de Evolução (ER) = 2,0%. A topologia ótima é obtida, para um volume de aproximadamente 40% do volume inicial.

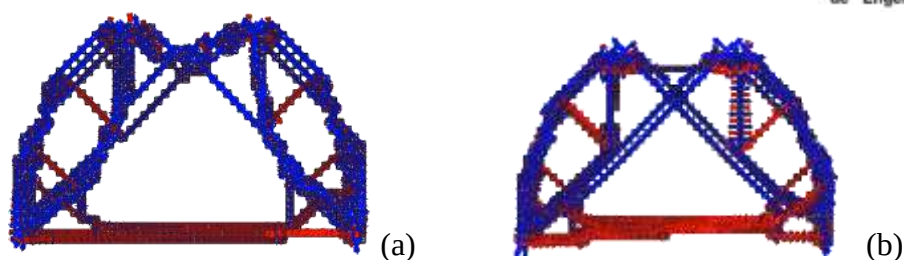
As soluções, considerando o comportamento elástico e não linear do material, são apresentadas nas Figuras 12(a)-(b) a seguir.

Figura 12: Topologias ótimas obtidas (a) Solução considerando o comportamento linear do material (b) Solução considerando o comportamento não linear do material.



A Figura 13 apresenta as respostas para a distribuição de tensões de compressão (em azul) e tração (em vermelho).

Figura 13: Distribuições de tensões compressão / tração (a) Solução considerando o comportamento linear do material (b) Solução considerando o comportamento não linear do material.



Na Figura 14 são apresentados os ângulos de alguns elementos do modelo de bielas e tirantes, considerando-se os comportamentos linear e não linear do concreto. As linhas pontilhadas representam as bielas e as linhas contínuas representam os tirantes. A topologia ótima obtida em Liang *et al.* (1999) é apresentada na Figura 15.

Figura 14: Modelo de bielas e tirantes (a) comportamento linear (b) comportamento não linear.

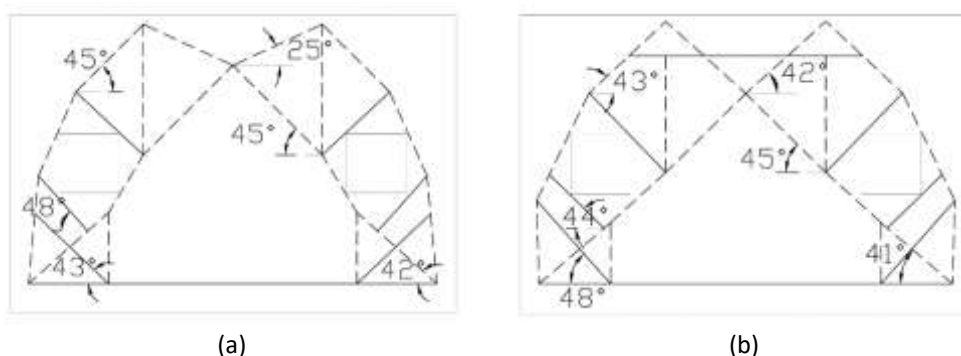
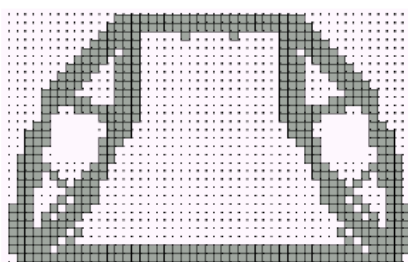


Figura 15: Solução apresentada em Liang *et al.* (1999) – adotando a técnica ESO.



Para o segundo exemplo, comparando-se as soluções apresentadas na Figura 13(a) com a solução da literatura, Figura 15, também é possível observar que os resultados obtidos pela aplicação da rotina, via ESO, são coerentes com os obtidos nos estudos citados. Para o segundo exemplo numérico, diferenças entre as malhas de elementos finitos e a quantidade permitida de abertura de cavidades durante o processo evolutivo explicam a diferença de topologia com o artigo de Liang, Uy e Steven (2002). Os resultados obtidos considerando o comportamento linear e não linear do material apresentaram algumas diferenças em suas topologias ótimas e em relação à distribuição de tensões. Uma possível alteração das quantidades e do posicionamento da armadura na estrutura na qual se considerou o comportamento não linear do material, quando comparado com o comportamento linear, é observada.

6 Conclusões

Considerando as simulações numéricas realizadas, pode-se dizer que as soluções obtidas, para a proposta do presente trabalho, são relevantes para a engenharia de estruturas, já que poderão proporcionar aos projetistas estruturais melhor entendimento do funcionamento do método de bielas e tirantes, simplificando o processo de concepção do modelo e facilitando a resolução de problemas complexos envolvendo estruturas especiais com comportamento não linear.

Em relação às análises comparativas entre os resultados obtidos para o comportamento linear e não linear do material, pode-se dizer que as soluções apresentaram certas diferenças na topologia ótima para os exemplos abordados, conforme pode ser observado nas Figuras 9(a)-(b) e 14(a)-(b). Com isso, conclui-se que o posicionamento da armadura pode ser diferente para o caso não linear.

Por fim, destaca-se que apesar de existirem diversos algoritmos disponíveis em alguns *softwares* comerciais, a otimização topológica é muito dependente dos parâmetros adotados e a pesquisa sobre o tema possibilita aplicações e escolha de parâmetros de otimização mais fundamentada.

Agradecimentos

Os autores agradecem os apoios financeiros concedidos pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG.

7 Referências

- ABAQUS. Abaqus analysis user's manual, Version 6.10, Dassault Systèmes, 2010.
- ALMEIDA, V.S.; SIMONETTI, H.L.; NETO, L.O. Análise de modelos de bielas e tirantes para estruturas de concreto armado via uma técnica numérica. *Revista Ibracon de estruturas e materiais*, v. 6, n. 1, p. 139-157, 2013a.
- ALMEIDA, V.S.; SIMONETTI, H.L.; NETO, L.O. Comparative analysis of strut-and-tie models using Smooth Evolutionary Structural Optimization. *Engineering structures*, v. 56, p. 1665–1675, 2013b.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318/05 - *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*, APPENDIX A: Strut-And-Tie Models. Detroit, Michigan, 2005.
- BENDSØE, M.P.; KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 71, n. 2, p. 197-224, 1988.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. *CSA Standard-A23.3-04 – Design of Concrete Structures*. Ontario, Rexdale, 2004.

- CHENG, T.K., OLHOFF, N. Regularized Formulation for Optimal Design of Axisymmetric Plates. *International journal of solids structures*, v.18, n. 2, 153-169, 1982.
- EUROCODE 2: *Design of Concrete Structures*. General Rules and Rules for Buildings, 2002.
- EHE. *Instrucción de Hormigón Estructural*. Ministerio de La Presidencia, 2008.
- FERNANDES, W.S. (2016). *Método das somas ponderadas aplicado à otimização multiobjetivo de estruturas lineares e não lineares usando computação evolucionária*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, MG.
- KMIECIK, P.; KAMIŃSKI, M. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, v. 11, n. 3, p.623-636, 2011.
- LANES, R.M.; GRECO, M. Aplicação de um método de otimização topológica evolucionária desenvolvido em script Python. *Ciência & Engenharia*, v. 22, p. 1-11, 2013.
- LEE, J.; FENVES, G.L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of engineering mechanics*, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.
- LIANG, Q.Q., XIE, Y.M., STEVEN, G.P.; SCHMIDT, L.C. *Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Non-Flexural Reinforced Concrete Members*. International Conference on Mechanics of Structures, Materials and Systems, p. 17-19 Wollongong, Australia February, 1999.
- LIANG, Q. Q.; XIE Y. M.; STEVEN, G.P. Topology optimization of strut-and-tie models in reinforced concrete structures using an evolutionary procedure. *ACI Struct. J.* 97(2):322–330, 2000.
- LIANG, Q.Q., UY, B.; STEVEN, G.P. Performance-Based Optimization for Strut-Tie Modeling of Structural Concrete. *Journal of structural engineering*, v. 128, n. 6, p. 815-823, 2002.
- LUBLINER J.; OLIVER J.; OLLER, S.; OÑATE, E. A plastic-damage model for concrete, *International journal of solids and structures*, v. 25, p. 299–329, 1989.
- NAJAFIAN, H.A., VOLLUM, R.L. Design of planar reinforced concrete D regions with nonlinear finite element analysis. *Engineering structures*, v.51, p.211–225, 2013.
- OLHOFF, N.; BENDSØE, M.P.; RASMUSSEN, J. On CAD-integrated structural topology and design optimization. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 89, p. 259-279, 1991.
- ROZVANY, G.I.N.; OLHOFF, N.; CHENG, K.; TAYLOR, J.E. On the Solid Plate Paradox in Structural Optimization. *Journal of structural mechanics*, v.10, p. 1-32, 1982.
- SHAH, A., HAQ, E.; KHAN, S. Analysis and Design of Disturbed Regions in Concrete Structures. *Procedia engineering*, v.14, p. 3317–3324, 2011.
- SCHÄFER, K.; SCHLAICH, J. Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models. *Structural engineer*, v. 69, n. 6, p. 113-125, 1991
- SCHLAICH, J; SCHAFFER, K; JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of structural concrete. *PCI-Journal*, v. 32, n.3, p. 74–150, 1987.

SILVA, R.C.; GIONGO, J.S. *Modelo de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado*. São Carlos: EESC-USP, 2000.

WIGHT, J.K.; MACGREGOR, J.G. *Reinforced concrete mechanics and design*. Ed. Prentice-Hall International (UK) Limited, 3rd. ed., p. 879-972, London, 2012.

XIE, Y.M.; STEVEN, G.P. *Evolutionary Structural Optimization*. Springer-Verlag, Berlim, 1997.

ZHANG, H.Z., LIU, X.; YI, W.J. Reinforcement Layout Optimization of RC D-regions. *Advances in structural engineering*, v.17, n. 7, p. 979-992, 2014.

Design models for reinforced concrete structures with nonlinear behavior obtained by strut-and-tie models and topological optimization

ABSTRACT

The strut-and-tie model is used here to the structural design for some reinforced concrete elements and to the regions where geometrical discontinuities and stress concentrations are observed, called regions “D”. This method allows a better structural behavior representation for strength mechanisms in the concrete structures. Nonetheless, the topological model choice depends on the designer experience regarding the compatibility between internal efforts flux and geometry of boundary conditions considering the prescribed initial conditions. Thus, there is some difficulty to apply the method, once the model conception presents uncertainties. In this context, the present paper aims the application of the strut-and-tie model to nonlinear structural elements together with advanced topological optimization methods. The topological optimization method adopted considers the progressive stiffness reduction of finite elements with low stress values. The performed analyses may provide the structural designer a better understand of structural conceptions, guaranteeing the safety and the reliability in the resolution of complex problems involving structural concrete.

Keywords: Reinforced Concrete, Strut-and-Tie, Abaqus, FEM, Topological Optimization.

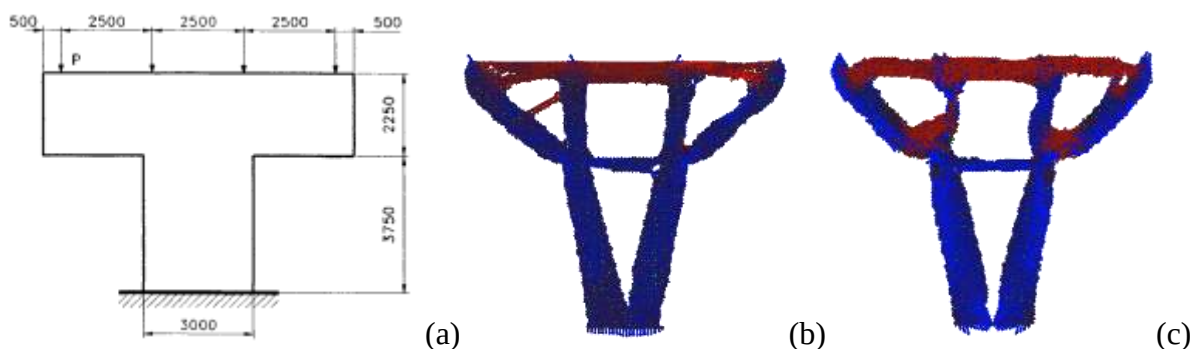
Introduction

The strut-and-tie model is a simple method adopted to perform more realistic analyzes in relation to the physical behavior of the discontinuity regions. However, it demands from the designer a lot of experience in choosing and distributing the elements of the model to better represent the stress flow and the actual behavior of the discontinuous region. The guarantee of that choice is suitable, and its reliability, makes necessary the use tools that automate and simplify the process. The present paper aims to contribute to the study and investigation of methodologies for obtaining suitable models, applicable to concrete structures with nonlinear behavior, through topological optimization techniques, in order to automate the process.

2 Results

The bridge column presented in Liang, Uy and Steven (2002) is optimized here considering material linear behavior and material nonlinear behavior, considering the Concrete Damaged Plasticity (CDP) available in Abaqus software (ABAQUS, 2010). The strut-and-tie model was obtained using the Evolutionary Structural Optimization (ESO) script developed in Lanes and Greco (2013). Results obtained from the proposed methodology are presented in Figure A1.

Figure A1: (a) Bridge column geometry (b) strut-and-tie model for linear material behavior (c) strut-and-tie model for nonlinear material behavior



3 Conclusions

Considering the numerical simulations, it can be said that the solutions obtained for the purpose of this study are relevant for engineering structures, as they may provide structural designers better understanding of the strut-and-tie mechanical behavior, simplifying model of the design process and facilitating the resolution of complex problems involving special structures with nonlinear behavior. Regarding the comparative analysis between the results obtained for linear and nonlinear behavior of the material, it can be said that the solutions

showed some differences regarding the optimal topology for the analyzed examples. Therefore, it can be concluded that the position of the armature can be different for the nonlinear case.

Finally, despite the considerable amount of optimization algorithms available in some commercial software, the topological optimization is very dependent on the adopted parameters and the current research enables consistent applications considering optimization parameters.

4 References

- LANES, R.M.; GRECO, M. Application of a topological evolutionary optimization method developed through Python script. *Science & Engineering*, v. 22, p. 1-11, 2013. (in portuguese)
- LIANG, Q.Q., UY, B.; STEVEN, G.P. Performance-Based Optimization for Strut-Tie Modeling of Structural Concrete. *Journal of structural engineering*, v. 128, n. 6, p. 815-823, 2002.