

Análisis dinámico de un puente peatonal arco biarticulado de madera laminada encolada

Leandro D. Domenech (C) ⁽¹⁾, Martín Severi ⁽²⁾, Vanesa Baño ⁽³⁾, Atilio A. Morquio ⁽⁴⁾

Resumen

En este trabajo se presenta el análisis dinámico de una pasarela arco biarticulada de madera laminada encolada (MLE) en Montevideo, Uruguay. La pasarela fue diseñada como propuesta de sustitución del puente peatonal existente, muy deteriorado como consecuencia de su edad y falta de mantenimiento. La pasarela de MLE fue modelada mediante el método de los elementos finitos (MEF), considerando el comportamiento ortótropo y no lineal de la madera, y mediante modelos analíticos simplificados. En el caso del modelo basado en el MEF se realizó un análisis lineal y no lineal desde el punto de vista geométrico. Se efectuó un estudio modal y se obtuvieron las frecuencias naturales y los modos de vibración para cada caso. A su vez, se obtuvieron las respuestas de la pasarela para las cargas dinámicas de un peatón y una multitud. Las respuestas obtenidas muestran que existen importantes diferencias entre los distintos modelos de carga de una multitud. Los criterios de servicio establecidos en la bibliografía son muy variables, por lo que resulta recomendable el estudio detallado para cada puente en particular.

Palabras clave: puente peatonal, arco biarticulado, madera laminada encolada, vibraciones, análisis dinámico

1. Introducción

¹ Ing. Civil, Asistente. E-mail: ldaguiar@fing.edu.uy (autor correspondiente)

² Ing. Civil. E-mail: severi.martin@gmail.com

³ Dr. Ing. Montes, Prof. Adjunto. E-mail: vanesab@fing.edu.uy

⁴ Dr. Ing. Civil, Prof. Titular. E-mail: atilio@fing.edu.uy

Universidad de la República, Facultad de Ingeniería, Montevideo, Uruguay

1.1. Historia y normativa de los puentes peatonales

Cualquier intento por narrar la historia y evolución de los puentes comienza por las pasarelas o puentes peatonales. Los primeros puentes se atribuyen a antiguas civilizaciones establecidas en Mesopotamia y Asia Menor hace más de 2000 años (Jensen 2001). Estos, que eran erigidos de madera y piedra, tenían como objetivo el paso de peatones y animales sobre accidentes naturales. Desde entonces, los grandes progresos en la ingeniería estructural han dado lugar a pasarelas con mayores luces, más esbeltas, livianas y optimizadas (Manterola 1984). Esta evolución condujo a estructuras con frecuencias naturales más bajas, y por lo tanto, generalmente más cercanas a la frecuencia de excitación de los peatones; y más fácilmente excitables, por su menor masa y, en muchos casos, menor atenuación (Baus and Schlaich 2008).

De acuerdo al conocimiento de los autores, existen muy pocos casos en los cuales las vibraciones provocadas por un grupo de peatones causaron la falla estructural de un puente peatonal. Probablemente el caso más antiguo documentado en detalle ocurrió en 1831, en Broughton, Reino Unido, cuando una pasarela colapsó durante la marcha de 60 soldados (Živanović, Pavic and Reynolds 2005). En la historia reciente se conoce el colapso de un puente en Cantón, China, en 1994 (FIB 2005).

A pesar de que la falla o incluso el daño estructural de una pasarela por los efectos dinámicos que provocan los peatones es un evento poco frecuente, es cada vez más importante la comprobación del confort conforme los puentes se vuelven más esbultos y livianos. Algunos incidentes ocurridos en los últimos años han conducido a un mayor interés y estudio del fenómeno, y a un afán creciente por que este sea incluido en la normativa (Kobayashi 2011). El episodio más conocido es el del *Millennium Bridge*, construido en Londres e inicialmente inaugurado en 2000. Dos días después de su apertura la pasarela debió cerrarse para efectuarle modificaciones debido a las inesperadas vibraciones laterales que se produjeron bajo las acciones de los peatones (Dallard

et al. 2001). El otro caso de renombre es el de la *Passerelle Solférino*, construida en París e inaugurada en 1999 (Sétra/AFGC 2006). En ambos casos las vibraciones laterales se produjeron por un fenómeno hasta entonces no estudiado, hoy conocido como excitación lateral síncrona (SLE, por su sigla en inglés: *Synchronous Lateral Excitation*) (Ingólfsson, Georgakis and Jönsson 2012).

Han pasado más de 15 años desde que el *Millennium Bridge* y la *Passerelle Solférino* se inauguraron y aún no existe un claro consenso de en qué casos o cómo deben estudiarse las vibraciones inducidas por los peatones (Kobayashi 2011). Las diferencias entre algunos de los principales documentos técnicos —como *Guidelines for the design of footbridges* (FIB 2005) o *Footbridges: Assessment of vibrational behaviour of footbridges* (Sétra/AFGC 2006)— desvelan este hecho, por ejemplo, al comparar los rangos de frecuencias naturales de riesgo, o los métodos para obtener las aceleraciones máximas producidas o los criterios de confort de los usuarios. Como se muestra luego en el artículo, algunas de estas diferencias pueden ser determinantes en el diseño de un puente peatonal.

1.2. Antecedentes y descripción de la pasarela

Uniendo las canteras del Parque Rodó, en Montevideo, Uruguay, se encuentra un puente peatonal construido a mediados de la década de 1950. Se trata de una pasarela triarticulada de hormigón armado con una luz aproximada de 30 m y un ancho de calzada de alrededor de 2,50 m. La estructura presenta diversos signos de deterioro como consecuencia de la falta de mantenimiento y los efectos de las acciones climáticas a lo largo del tiempo. Atendiendo a la situación planteada, en un trabajo previo (Domenech and Severi 2015), se propuso la sustitución del puente existente por una pasarela arco biarticulada de madera laminada encolada (MLE). En su concepción se priorizó mantener una geometría similar a la del puente existente de forma de reutilizar sus fundaciones; utilizar madera impregnable y de procedencia local (*Pinus*

elliottii/taeda) y procesos existentes en la industria nacional; y cumplir con las normas locales e internacionales en cuanto a la seguridad, durabilidad, confortabilidad y accesibilidad de la estructura.

La pasarela diseñada, que es mostrada en las Figuras 1 y 2, mantiene la luz de 30 m y modifica el ancho de calzada a 1,80 m. Cada uno de los dos arcos biarticulados —que se encuentran arriostrados entre sí— sobre los que apoya el resto de la estructura está compuesto por dos vigas simétricas de MLE. Las cuatro vigas tienen una longitud medida en el eje de 15 m, un radio de curvatura de 85 m y una sección de 185 x 1.386 mm —están formadas por 42 láminas de 33 mm de altura—. El resto de los elementos de madera que conforman la pasarela son presentados en la Tabla 1.

De acuerdo a la clasificación visual exigida y a la propuesta de calidad visual de la madera de *Pinus elliottii/taeda* de procedencia uruguaya (Baño *et al.* 2016; Moya *et al.* 2017), las propiedades de la madera aserrada se obtuvieron a partir de considerarla perteneciente a una clase resistente C14 según lo establece la norma UNE-EN 338 (CEN 2009). Las propiedades de la MLE se hallaron en función de lo que indica la norma UNE-EN 14080 (CEN 2013), utilizando la madera aserrada descrita para la confección de las láminas. Además, se consideró el diferente comportamiento lineal a tracción y compresión y una relación entre los módulos de elasticidad correspondientes igual a 1,2 (Baño *et al.* 2012). En la Tabla 2 se indican las propiedades medias elásticas ortótropas y de densidad del material consideradas en los cálculos y modelos.

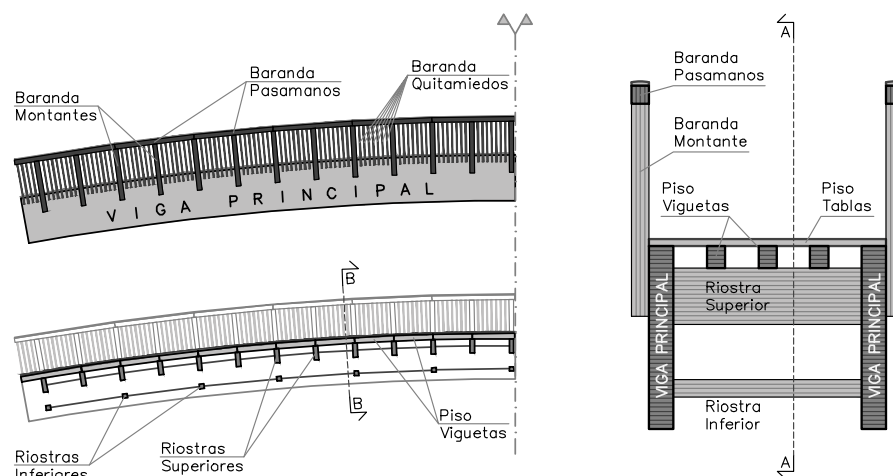


Figura 1. Alzado lateral, corte A-A (izquierda) y corte B-B (derecha) de la pasarela diseñada



Figura 2. Render y fotomontaje de la pasarela diseñada

Tabla 1. Propiedades geométricas de los elementos de madera de la pasarela

Elemento	Madera	Separación (m)	Canto (mm)	Altura (mm)	Láminas
Riostras superiores	MLE	1,19	138	429	13
Riostras inferiores	MLE	2,39	138	132	4
Piso – Viguetas	MLE	0,40	138	165	5
Piso – Tablas	Aserrada	–	132	53	–
Baranda – Montantes	MLE	1,19	138	132	5
Baranda – Pasamanos	MLE	–	138	132	5
Baranda – Quitamiedos	Aserrada	0,20	41	41	–

Tabla 2. Propiedades de la MLE de los elementos de la pasarela

Propiedad	Nomenclatura	Valor
Módulo de elasticidad a flexión paralelo a la fibra	$E_{f,0,m}$	7,35 GPa
Módulo de elasticidad a tracción paralelo a la fibra	$E_{t,0,m}$	8,07 GPa
Módulo de elasticidad a compresión paralelo a la fibra	$E_{c,0,m}$	6,72 GPa
Módulo de elasticidad perpendicular a la fibra	$E_{90,m}$	300 MPa
Módulo de elasticidad transversal	G_m	650 MPa
Módulo de elasticidad de cortante de rodadura	$G_{r,m}$	65 MPa
Densidad	ρ_m	426 kg/m ³

Las acciones y combinaciones de acciones consideradas para el diseño del puente peatonal se obtuvieron a partir de las normas EN 1990 (CEN 2005), UNE-EN 1991-1-1 (CEN 2003), UNE-EN 1991-1-4 (CEN 2007) e IAP-11 (Ministerio de Fomento 2012), mientras que el cálculo estructural se realizó conforme a las normas UNE-EN 1995-1-1 (CEN 2006), CTE-DB SE-M (Ministerio de Fomento 2009) e IAP-11 (Ministerio de Fomento 2012). La IAP-11 (Ministerio de Fomento 2012) limita la flecha vertical máxima correspondiente al valor frecuente de la sobrecarga de uso a la luz del vano sobre 1.200 en pasarelas. Esta verificación, que estrictamente se exige a los efectos del comportamiento dinámico de la estructura y del nivel de vibraciones del puente, resultó la más limitante para los arcos principales de la pasarela.

1.3. Objetivos del trabajo

El objetivo principal del trabajo es analizar el comportamiento dinámico de la pasarela diseñada para las acciones de un peatón y una multitud de acuerdo a las recomendaciones vigentes de la bibliografía técnica.

Para ello, el puente peatonal de MLE fue modelado mediante el método de los elementos finitos (MEF) —efectuándose un análisis lineal y no lineal desde el punto de vista geométrico—, y mediante modelos simplificados. Luego se obtuvo la respuesta de la pasarela para las cargas dinámicas de un peatón y una multitud mediante varios modelos de carga. Como primer objetivo

particular, en el trabajo se comparan las frecuencias naturales obtenidas de los estudios modales para cada caso. Por otra parte, como segundo objetivo particular, se comparan las respuestas obtenidas según los diferentes modelos de carga entre sí y con los criterios de servicio establecidos en la bibliografía técnica.

2. Estado del conocimiento

El enfoque general para determinar los efectos dinámicos producidos por los peatones en una pasarela en la etapa de diseño puede separarse en cuatro partes (FIB 2005):

- a) Elaborar un modelo numérico —o un oscilador de un grado de libertad equivalente—.
- b) Adoptar un modelo de carga —un peatón o una multitud, caminando o corriendo—.
- c) Analizar las frecuencias naturales de la pasarela y la respuesta de aceleraciones.
- d) Comparar los resultados con los valores límites establecidos en los criterios de servicio.

2.1. Dinámica de estructuras y puentes peatonales

2.1.1. Oscilador de un grado de libertad

Un oscilador simple consiste en una masa m con un solo grado de libertad (GDL), conectada a un soporte por un resorte lineal de constante elástica k y un amortiguador viscoso lineal de constante c —sistema masa-resorte-amortiguador—, y sometida a una fuerza externa variable en el tiempo $F(t)$. Los parámetros específicos de este oscilador —frecuencia circular natural (ω_0), frecuencia natural (f_0) y razón de amortiguamiento crítico (ξ)— se relacionan según las Ecuaciones (1) y (2) (Clough and Penzien 1995).

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{k/m} \quad (1)$$

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{k m}} \quad (2)$$

Si $F(t)$ varía de manera sinusoidal con el tiempo —con amplitud F_{max} y razón entre la frecuencia circular de excitación y frecuencia circular natural de vibración Ω — la amplitud

máxima de la aceleración A en estado estacionario viene dada por la Ecuación (3) (Clough and Penzien 1995). En la Figura 3 se grafica el factor de amplificación dinámica de aceleración R_a —según es definido en la Ecuación (3)— en función de Ω para distintos valores de ξ .

$$A = \frac{F_{max}}{m} \cdot R_a = \frac{F_{max}}{m} \cdot \frac{\Omega^2}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2 \xi \Omega)^2}} \quad (3)$$

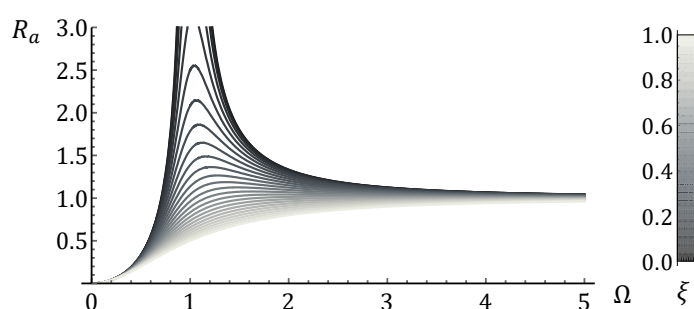


Figura 3. Gráfico de R_a en función de Ω para distintos valores de ξ

El cálculo de las estructuras sometidas a cargas dinámicas no puede realizarse considerando solo la máxima intensidad de la carga. Teniendo en cuenta que ξ suele ser muy pequeño en la práctica, el fenómeno de resonancia ocurre para Ω aproximadamente igual a 1; en este caso R_a resulta igual a $1/(2\xi)$. Como puede verse, la amplificación está directamente relacionada con f_0 y ξ , por lo que en el diseño resulta fundamental la correcta estimación de ambos parámetros.

2.1.2. Sistemas de varios grados de libertad

Muchas estructuras pueden ser estudiadas mediante sistemas generalizados de un GDL. Si bien esta es una técnica útil en muchos casos (Chopra 2014), en la actualidad lo más frecuente es el empleo de modelos basados en el MEF —sistema de varios GDL—. Un sistema de n GDL puede ser modelado por la Ecuación (4) (Clough and Penzien 1995), donde $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ y $\mathbf{K}$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema —de orden $n \times n$ —, y $\mathbf{x}(t)$ y $\mathbf{F}(t)$ los vectores de desplazamiento y fuerza externa —de orden n —.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (4)$$

La mayor dificultad en el planteamiento de la Ecuación (4) consiste en la determinación de las propiedades de amortiguamiento. Asumiendo que este cumple ciertas características —linealidad y proporcionalidad—, lo cual es normalmente aceptado en la mayoría de las pasarelas, el sistema de n ecuaciones acopladas con n incógnitas puede ser desacoplado en n ecuaciones, cada una con una única variable; es decir en n sistemas con un solo GDL (Živanović, Pavic and Reynolds 2005).

Hoy en día los diseñadores disponen de excelentes *softwares* basados en el MEF que permiten construir las matrices $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ y $\mathbf{K}$ y el vector $\mathbf{F}(t)$ —a partir de la geometría, las propiedades elásticas, de masa y amortiguamiento, y las cargas ingresadas— y obtener las frecuencias naturales y los modos de vibración de la pasarela, así como resolver la Ecuación (4) para cualquier carga, ya sea mediante un análisis modal o de integración numérica directa.

2.2. Acciones dinámicas inducidas por los peatones

Las acciones dinámicas inducidas por los peatones son complejas de estudiar, entre otros motivos, porque dependen de varios factores como la cantidad de personas —una, un grupo o una multitud—, el tipo de acción ejercida —peatones caminando o corriendo—, la frecuencia de los pasos, el peso, sexo y calzado de las personas o la superficie del piso (Bachmann and Ammann 1987). De acuerdo con trabajos previos (Galbraith and Barton 1970; Bachmann and Ammann 1987), los factores más determinantes son los tres primeros —cantidad de personas, tipo de acción ejercida y frecuencia de los pasos—.

2.2.1. Acción ejercida por un solo peatón

Independientemente del tipo de acción o de la frecuencia de los pasos, la acción ejercida por un peatón tiene una componente vertical, una longitudinal y una transversal que varían en el

tiempo (Nilsson and Thorstensson 1989). El gráfico típico de la componente vertical de la acción de un peatón al caminar es presentado en la Figura 4 (Bachmann, Pretlove and Rainer 1995); en ella puede verse cómo la fuerza ejercida se encuentra caracterizada por dos picos que se generan cuando la persona apoya el talón y cuando despegla la punta del pie (Smith 1988).

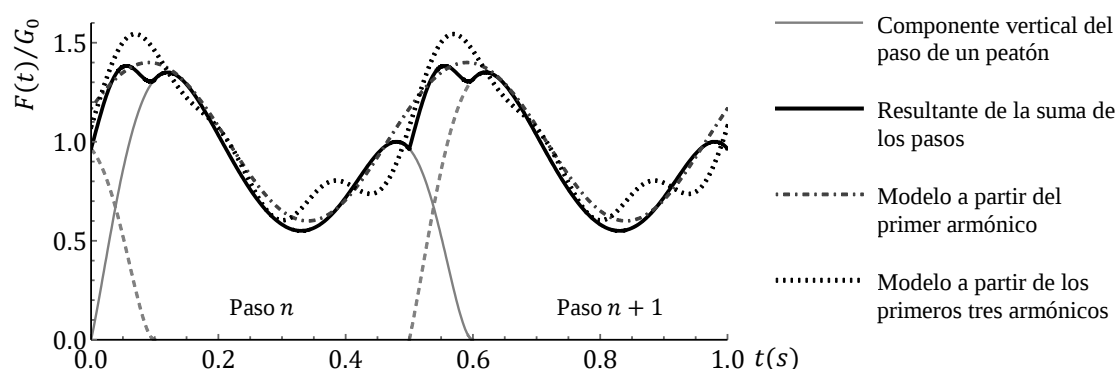


Figura 4. Relación entre la fuerza vertical $F(t)$ y el peso estático G_0 en función del tiempo $t(s)$

La frecuencia de los pasos de los peatones al caminar f_p ha sido estudiada por muchos autores (Sétra/AFGC 2006; Kobayashi 2011; Štimac 2015). En general, f_p puede describirse mediante una distribución normal, con un valor medio de 1,8 a 2,0 Hz y una desviación estándar de 0,1 y 0,2 Hz. Igualmente, debe tenerse en cuenta que f_p depende de la velocidad y densidad de los peatones (FIB 2005).

La suma de las fuerzas verticales ejercidas por los pasos de un peatón $F(t)$, representada con un trazo más grueso en la Figura 4, puede ser aproximada mediante una serie de Fourier, tal como es indicado en la Ecuación (5) (Bachmann and Ammann 1987) —donde G_0 es el peso estático, G_k es la amplitud del armónico k , φ_k es la fase del armónico k en relación al primero y n es la cantidad de armónicos tenidos en cuenta—. En este trabajo se emplean los coeficientes recomendados por uno de los tantos trabajos al respecto (Bachmann and Ammann 1987); estos son $G_1 = 0.4 G_0$, $G_2 = G_3 = 0.1 G_0$ y $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$. A su vez, también se utiliza la simplificación propuesta en *Guidelines for the design of footbridge* (FIB 2005) y *Footbridges:*

Assessment of vibrational behaviur of footbridges (Sétra/AFGC 2006) que considera únicamente el primer armónico de la serie. Estas dos aproximaciones son graficadas en la Figura 4.

$$F(t) = G_0 + G_1 \sin(2\pi f_p t) + \sum_{k=2}^n G_k \sin(2\pi k f_p t - \varphi_k) \quad (5)$$

2.2.2. Acción ejercida por un grupo de peatones o multitud

En la práctica, las pasarelas están sometidas a las acciones ejercidas por un grupo de peatones o una multitud. El análisis dinámico se torna mucho más difícil que en el caso anterior ya que las características de cada peatón — f_p , velocidad y peso— y las fases iniciales varían de persona a persona. Más aún, el comportamiento de los humanos es tan complejo que pueden modificar el paso y sincronizarse dependiendo de la cantidad de peatones presentes en la pasarela y de las aceleraciones que esta verifica (Newland 2004).

El presente trabajo utiliza el modelo probabilístico descrito en *Footbridges: Assessment of vibrational behaviur of footbridges* (Sétra/AFGC 2006) para evaluar el comportamiento de la pasarela bajo las acciones de una multitud. En él se sugiere utilizar un número equivalente de peatones N_{eq} sincronizados que depende de la cantidad de peatones sobre la pasarela N y la amortiguación de esta ξ , según la Ecuación (6).

$$N_{eq} = 10,8 \sqrt{N \xi} \quad (6)$$

La Ecuación (6) es válida para un grupo de peatones disperso o una multitud densa —pero no muy densa— y fue obtenida a partir de una simulación probabilística de Monte Carlo, en la que se consideraron como variables las características y fases iniciales de cada peatón. En la igualdad, N_{eq} corresponde a la cantidad de peatones sobre la pasarela que, perfectamente sincronizados con la frecuencia natural de esta, producen la misma o una mayor aceleración máxima que N peatones al azar en el 95% de los casos simulados.

2.3. Criterios de confort relativos a las vibraciones en pasarelas

Los humanos son muy sensibles a las vibraciones y normalmente son perturbados por intensidades muy bajas en relación a las que comprometen el comportamiento estructural (Smith 1988). Por esta razón los efectos dinámicos inducidos por los peatones constituyen un estado límite de servicio que muchas veces resulta determinante en el diseño de una pasarela. Desde comienzos de la década de 1930 se han efectuado muchos esfuerzos con el objetivo de definir criterios adecuados de exposición a las vibraciones (Živanović, Pavic and Reynolds 2005). En la Tabla 3 se presenta una recopilación de rangos de frecuencias naturales f considerados de riesgo para vibraciones verticales, así como de valores límites máximos de aceleraciones verticales a_{max} y de valores límites medios cuadráticos de aceleraciones verticales a_{rms} .

No debe llamar la atención las diferencias entre los criterios, particularmente entre los valores de a_{max} recomendados. La percepción de los humanos de las vibraciones depende de muchos factores, entre los que se pueden citar las propiedades físicas de las vibraciones — particularmente la amplitud y la frecuencia—, las características fisiológicas de la persona, las expectativas y el estado psicológico del individuo, o la forma en que se transmiten las vibraciones de la pasarela al peatón (Smith 1988; Sétra/AFGC 2006).

Tabla 3. Rango de f de riesgo y valores a_{max} recomendados en la bibliografía

Publicación	Rango de f de riesgo	Valores de a_{max} y a_{rms} recomendados
ISO 10137* <i>Serviceability of buildings and walkways against vibrations</i> (ISO 2007)	—	$a_{rms} = 0,6\sqrt{1/f}$ m/s ² si $1 \leq f < 4$ Hz $a_{rms} = 0,3$ m/s ² si $4 \leq f \leq 8$ Hz $a_{rms} = 0,0375 f$ m/s ² si $8 < f \leq 80$ Hz

EN 1990 – Anexo 2 (CEN 2005)	$f \leq 5 \text{ Hz}$	$a_{max} = 0,7 \text{ m/s}^2$
EN 1995-2 (CEN 2004)	$f \leq 5 \text{ Hz}$	$a_{max} = 0,7 \text{ m/s}^2$
<i>Guide Specifications for Design of Pedestrian Bridges</i> (AASHTO 1997)	$f \leq 3 \text{ Hz}$	–
<i>Footbridges: Assessment of vibrational behaviour of footbridges</i> (Sétra/AFGC 2006)	$f \leq 5 \text{ Hz}$ y $f \geq 1 \text{ Hz}$	Confort máximo: $a_{max} \leq 0,5 \text{ m/s}^2$ Confort medio: $0,5 \leq a_{max} \leq 1,0 \text{ m/s}^2$ Confort mínimo: $1,0 \leq a_{max} \leq 2,5 \text{ m/s}^2$

* La norma ISO 10137 limita el valor RMS (*Root-Mean-Square*) de la aceleración a_{rms} . Si la respuesta obtenida es de tipo sinusoidal, los valores de a_{max} pueden hallarse como: $a_{max} = \sqrt{2} a_{rms}$.

3. Metodología

3.1. Modelo basado en el MEF y modelos simplificados de la pasarela

La pasarela de MLE fue modelada mediante el MEF en el *software* comercial *SAP2000*, considerando el comportamiento ortótropo y no lineal de la madera. Las vigas arco principales y las riostras superiores se modelaron mediante elementos de área *Shell Layered/Nonlinear* de manera de simular la ortotropía de la madera y el diferente comportamiento elástico a tracción y compresión (Domenech and Severi 2015). El resto de los elementos presentados en la Tabla 1 se modelaron mediante elementos de barra. Los herrajes se supusieron rígidos y los apoyos se consideraron fijos y articulados —hipótesis razonable teniendo en cuenta el diseño de estos—. En la Figura 5 se muestra una vista en tres dimensiones del modelo de la pasarela.

Además del modelo computacional se realizaron dos modelos analíticos simplificados, uno de una viga simplemente apoyada para determinar la frecuencia natural del modo horizontal de vibración y otro de un arco con apoyos fijos en los extremos para determinar la frecuencia del modo vertical. En todos los modelos se consideraron las propiedades del material presentadas en la Tabla 2 (Domenech and Severi 2015).

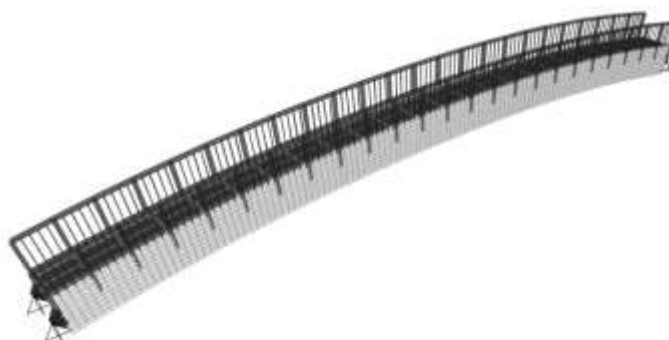


Figura 5. Vista en tres dimensiones del modelo computacional de la pasarela

3.2. Análisis dinámico de la pasarela y comparación de los resultados

El primer paso del análisis dinámico de la pasarela consistió en realizar un estudio modal, en el que se hallaron las frecuencias naturales y los modos de vibración a partir del modelo basado en el MEF y de los modelos simplificados. En el caso del modelo computacional las frecuencias se obtuvieron para los casos lineal y no lineal desde el punto de vista geométrico. En cuanto a los modelos simplificados, estos se tuvieron en cuenta con el objetivo de contrastar y verificar los resultados obtenidos del modelo computacional. Las frecuencias obtenidas se compararon entre sí y con los rangos de f de riesgo presentados en la Tabla 3.

Una vez efectuado el análisis modal se analizó el comportamiento dinámico del puente peatonal bajo las acciones de un peatón para el modelo de carga vertical de un paso presentado en el punto 2.2.1. La fuerza ejercida por el peatón se introdujo variando el punto de aplicación de la carga en el tiempo de manera de simular los pasos de la persona de extremo a extremo de la pasarela.

También se analizó la respuesta dinámica del puente peatonal bajo la acción de un conjunto de peatones o una multitud. En este caso se consideraron los tres modelos de carga vertical presentados en el punto 2.2.1 —modelo a partir de la resultante de los pasos, del primer armónico y de los primeros tres armónicos—, y se utilizó el método del número equivalente de peatones

sincronizados explicado en el punto 2.2.2. Las aceleraciones obtenidas para cada modelo de carga considerado se compararon entre sí y con los valores de a_{max} y a_{rms} recomendados para pasarelas, según lo presentado en la Tabla 3 del punto 2.3.

4. Resultados y discusión

4.1. Resultados del estudio modal de la pasarela

En la Tabla 4 se presentan las frecuencias naturales de los primeros modos vertical, lateral y torsional, hallados a partir del modelo computacional —mediante el análisis lineal y no lineal—, y de los modelos simplificados, para distintos valores de sobrecargas. Las sobrecargas corresponden a dos hipótesis de carga: a) pasarela vacía y b) pasarela con la carga de un peatón por m^2 (Sétra/AFGC 2006). Para el rango de sobrecargas estudiado el lateral, vertical y torsional resultaron el primer, segundo y tercer modo en orden.

Tabla 4. Frecuencias fundamentales obtenidas mediante distintos modelos

Modo de vibración – Sobrecarga	Modelo basado en el MEF						Modelos simplificados	
	Análisis lineal			Análisis no lineal				
	Vertical	Lateral	Torsional	Vertical	Lateral	Torsional	Vertical	Lateral
0 kN	6,97 Hz	6,29 Hz	8,67 Hz	6,96 Hz	6,27 Hz	8,66 Hz	6,86 Hz	6,08 Hz
0.7 kN	5.85 Hz	5.28 Hz	8.13 Hz	5.84 Hz	5.26 Hz	8.11 Hz	5.81 Hz	5.14 Hz

Para obtener las frecuencias naturales a partir de los modelos simplificados se utilizaron las Ecuaciones (7) y (8) (Bachmann and Ammann 1987). La primera expresión corresponde a la frecuencia natural del primer modo vertical/radial ω_1^{vert} de la pasarela —en la cual I_z es la inercia de los arcos según el eje fuerte de la sección, r_z es el radio de giro respectivo, α y R son el sector del ángulo y el radio de curvatura de la pasarela, y m es la masa por unidad del largo—. La segunda expresión corresponde a la frecuencia natural del primer modo lateral ω_1^{lat} de la pasarela —en la cual I_y es la inercia perpendicular a I_x de los arcos principales, L es la luz de la pasarela, y β es un factor que se determina a partir del grado de empotramiento en los apoyos—.

$$\omega_1^{vert} = \sqrt{1 + \frac{\pi^4 r_z^2}{\alpha^4 R^2}} \cdot \sqrt{\frac{E I_z}{m R^2 r^2}} \quad (7)$$

$$\omega_1^{lat} = \beta^2 \cdot \sqrt{\frac{E I_y}{m L^4}} \quad (8)$$

Al comparar las frecuencias naturales obtenidas del modelo basado en el MEF mediante el análisis lineal y no lineal se advierte que no existen diferencias significativas entre los resultados. Si bien los arcos principales de la pasarela trabajan principalmente a compresión, la máxima sobrecarga de uso provocada por los peatones es significativamente menor a la sobrecarga que provocaría el pandeo elástico teórico de la estructura, por lo que los efectos de segundo orden son de poca importancia (Clough and Penzien 1995). Este resultado, que se obtuvo a partir de un análisis del tipo *Buckling* del puente peatonal en el *software SAP2000*, muestra que un análisis lineal es lo suficientemente preciso para los cálculos siguientes. En cuanto a los modelos simplificados, la diferencia entre las frecuencias naturales obtenidas a partir de estos y de los modelos computacionales es menor al 2 % en promedio.

Las frecuencias naturales del primer modo vertical, lateral —cuyas f de riesgo son menores a las de otros modos— y torsional de la pasarela quedan fuera de los rangos indicados como de riesgo en la literatura para los dos valores de sobrecargas estudiados. Sin embargo, dado que la frecuencia de excitación del tercer armónico de los modelos de carga de un peatón puede coincidir con la frecuencia natural vertical de la pasarela, se optó por efectuar un análisis dinámico en este caso, según lo explicado en 3.2.

4.2. Respuesta de la pasarela bajo la acción de un peatón

En la Figura 6 se grafica la respuesta de aceleración del punto medio de la pasarela cuando un peatón de 700 N la recorre caminando con una f_p igual a 2,32 Hz. Como se describió en 3.2, la fuerza ejercida por el peatón se introdujo variando el punto de aplicación de la carga en el tiempo. La f_p se eligió de manera que la frecuencia del tercer armónico de la aproximación por series de Fourier coincida con la frecuencia natural del primer modo vertical de la pasarela descargada (6,97 Hz) y así se produzca el fenómeno de resonancia según se explicó en el punto 2.1. La separación entre los pasos se tomó igual a 1,0 m y se obtuvo a partir de trabajos que vinculan este parámetro con la frecuencia de los mismos (FIB 2005). En cuanto al valor de la razón crítica de amortiguamiento ξ , este se consideró igual a 1 % (Sétra/AFGC 2006).

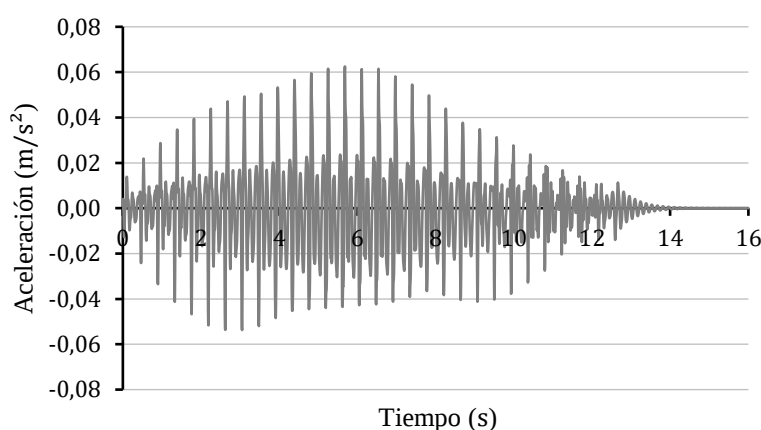


Figura 6. Respuesta de aceleración del punto medio de la pasarela al caminar un peatón

La aceleración máxima en valor absoluto obtenida es 0,063 m/s². Este valor se puede comparar con los valores límites de aceleraciones verticales establecidos en la norma ISO 10137 (ISO 2007), que para el caso de un solo peatón transitando —y midiendo las aceleraciones en la mitad del puente— establece la mitad de los valores límites presentados en la Tabla 3 —especificados para una multitud—. Para la frecuencia natural del puente este valor límite corresponde a 0,212 m/s².

4.3. Respuesta de la pasarela bajo la acción de una multitud

La respuesta de la pasarela bajo la acción dinámica de una multitud se obtuvo a partir de considerar un número equivalente de peatones N_{eq} , de acuerdo a la Ecuación (6). Se asumió una densidad de 0,8 peatones por m^2 y el mismo valor de ξ indicado en el punto anterior (Sétra/AFGC 2006); sustituyendo N_{eq} resultó aproximadamente igual a 7. Como se expresó en el punto 3.2, se utilizaron los tres modelos de carga presentados en el punto 2.2.1. A diferencia del punto anterior, se tomó una frecuencia de pasos igual a 1,95 Hz, de manera que la frecuencia del tercer armónico de la aproximación por series de Fourier coincida con la frecuencia natural del primer modo vertical de la pasarela cargada (5,85 Hz).

En la Figura 7 se grafican las aceleraciones del punto medio del puente peatonal en estado estacionario para los tres modelos de carga. En la escala de tiempo se representa un período completo de los modelos de carga, valor que coincide con tres períodos del primer modo vertical de la pasarela. Las aceleraciones máximas obtenidas son: 0,450 m/s^2 para el modelo a partir de la suma de los pasos, 0,023 m/s^2 para el modelo que considera solo el primer armónico, y 2,345 m/s^2 para el modelo que considera los primeros tres armónicos.

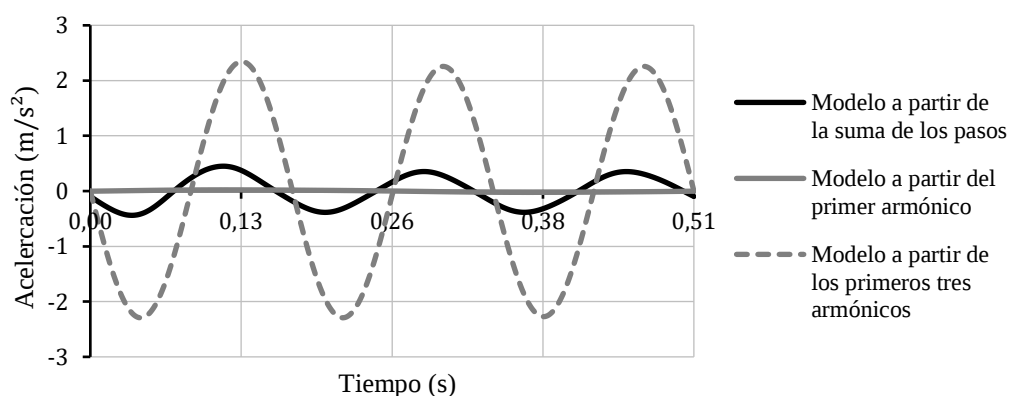


Figura 7. Respuesta de aceleración del punto medio de la pasarela para distintos modelos de carga

Los resultados presentados muestran una importante diferencia entre las respuestas obtenidas a partir de los distintos modelos de carga. La aceleración máxima obtenida a partir del

modelo que considera los primeros tres armónicos es aproximadamente 5 veces mayor a la del modelo de la resultante de los pasos, que a su vez es casi 20 veces mayor a la del modelo que considera solo el primer armónico.

Las diferencias pueden interpretarse en función de lo expuesto en la parte 2.1. De acuerdo al punto 2.1.2, la Ecuación (4) puede desacoplarse en varios sistemas de un GDL, los cuales pueden estudiarse según el punto 2.1.1. La intensidad de la fuerza del modelo a partir del primer armónico varía de forma sinusoidal con el tiempo, con una frecuencia de excitación de 1,95 Hz. Como consecuencia, Ω es igual a $1/3$ y, de la Ecuación (3), el factor de amplificación dinámica de aceleración asociado al primer modo vertical de la pasarela $R_{a,1}$ vale 0,125. Si se desprecian las dos primeras componentes del modelo a partir de los primeros tres armónicos, la intensidad de la fuerza también varía de forma sinusoidal, pero con una frecuencia de excitación de 5,85 Hz. En este caso Ω es igual a 1 y $R_{a,3}$ resulta igual a 50. Se concluye entonces que la relación entre los factores $R_{a,3}$ y $R_{a,1}$ es igual a 400. Por otra parte, según el punto 2.2.1, la relación entre las amplitudes de las fuerzas del primer y tercer armónico (G_3/G_1) es $1/4$. De estos dos resultados y de la Ecuación (3) puede concluirse que la relación entre las amplitudes máximas de las aceleraciones (A_3/A_1) en estado estacionario es aproximadamente igual a 100. Este valor coincide con los resultados de aceleraciones máximas obtenidos del modelo computacional: $2,345 \text{ m/s}^2$ en el caso de A_3 y $0,023 \text{ m/s}^2$ en el de A_1 .

La aceleración máxima obtenida a partir del modelo de la resultante de los pasos da un valor intermedio a los otros dos. En este caso la diferencia se puede deber a que la intensidad del tercer armónico de este modelo —expresado como serie infinita de Fourier según la Ecuación (5)— sea menor a la del modelo que considera los primeros tres armónicos y/o a que los restantes armónicos de la serie de Fourier aminoren el efecto resonante del tercer armónico. En cualquier

caso, se entiende que este resultado es el que mejor aproxima al comportamiento real de la pasarela puesto que se realizan menos simplificaciones en el modelo de carga de los pasos de los peatones y la aceleración obtenida es aproximadamente igual a N_{eq} multiplicado por la aceleración producida por un único peatón, presentada en el punto 4.2 ($7 \cdot 0,063 \text{ m/s}^2 \cong 0,450 \text{ m/s}^2$).

Considerando el modelo a partir de la suma de los pasos, la aceleración máxima en valor absoluto es $0,450 \text{ m/s}^2$ y el valor RMS de la aceleración $0,273 \text{ m/s}^2$. De esta forma, se verifican todos los valores límites de aceleraciones recomendados en la bibliografía e indicados en la Tabla 3.

5. Conclusiones

En el trabajo se presentó el análisis dinámico de un puente peatonal arco biarticulado de madera laminada encolada. De acuerdo a las frecuencias naturales de la pasarela y a las aceleraciones máximas obtenidas bajo las acciones de un peatón y una multitud, se determinó que el comportamiento dinámico de esta es adecuado conforme a las recomendaciones vigentes de la bibliografía técnica. Los valores de aceleraciones máximas verticales recomendados en la bibliografía son ligeramente mayores a los obtenidos, por lo que se considera que la pasarela no está sobredimensionada para el estado límite de vibraciones.

Las frecuencias naturales obtenidas del modelo computacional mediante el análisis lineal y no lineal no mostraron diferencias significativas ya que los efectos de segundo orden son de poca importancia. En cuanto a los modelos simplificados, estos arrojaron valores muy cercanos a los obtenidos mediante el modelo computacional. En general se entiende conveniente la realización de modelos simplificados porque permiten contrastar los resultados obtenidos mediante aproximaciones más complejas, así como comprender cómo afectan los principales parámetros del puente peatonal en el diseño estructural.

Existen importantes diferencias entre las aceleraciones obtenidas a partir de los distintos modelos de carga considerados. Debido al bajo amortiguamiento que normalmente presentan las pasarelas, la cantidad de armónicos —así como los coeficientes de la aproximación de Fourier— tenidos en cuenta afectan notablemente la respuesta de la pasarela. En este sentido, y considerando que la dificultad de utilizar diferentes modelos de carga fue similar, se entiende favorable la utilización de un modelo de carga con un menor número de simplificaciones. Finalmente, es destacable que los criterios de servicio establecidos en la bibliografía son muy variables. Por estos motivos resulta recomendable el estudio detallado para cada puente en particular.

Referencias bibliográficas

- AASHTO: American Association of State Highway and Transportation Officials (1997). *Guide Specifications for Design of Pedestrian Bridges*. Washington, USA.
- Bachmann, H. and Ammann, W. (1987). *Vibrations in structures: Induced by Man and Machines*. IABSE-AIPC-IVH, ETH-Hönggerberg, Zurich, Switzerland.
- Bachmann, H.; Pretlove, A.J. and Rainer, H. (1995). Dynamic forces from rhythmical human body motions. In Bachmann, H.; Ammann, W.; Deischl, F.; Eisenmann, J.; Floegl, I.; Hirsch, G.H.; et al., *Vibrations Problems in Structures: Practical Guidelines*, p. 185-190. Birkhäuser Verlag, Zurich, Switzerland.
- Baño, V.; Argüelles-Bustillo, R.; Regueira, R. and Guaita, M. (2012). Determinación de la curva tensión-deformación en madera de 'Pinus sylvestris' para la simulación numérica de madera libre de defectos. *Mater. Construcc.*, v. 62, n. 306, p. 269-284.
- Baño, V.; Moya, L.; O'Neill, H.; Cardoso, A.; Cagno, M.; Cetrangolo, G.P. and Domenech, L. (2016). *Documentos técnicos base para la normalización de estructuras y construcción con madera*. Technical Report PR N° 3823/013, LATU-FING-ORT, Montevideo, Uruguay.

- Baus, U. and Schlaich, M. (2008). *Footbridges: Structure, Design, History*. Birkhäuser Verlag, Basel, Switzerland.
- CEN: Comité Europeo de Normalización (2003). *UNE-EN 1991-1-1. Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 1-1: Acciones generales – Pesos específicos, pesos propios, y sobrecargas de uso en edificios*. AENOR, Madrid, Spain.
- CEN: Comité Europeo de Normalización (2004). *EN 1995-2. Eurocode 5: Design of timber structures. Part 2: Bridges*. Brussels, Belgium.
- CEN: Comité Europeo de Normalización (2005). *EN 1990 (2002) + A1 (2005). Eurocode. Basis of structural design*. Brussels, Belgium.
- CEN: Comité Europeo de Normalización (2006). *UNE-EN 1995-1-1. Eurocódigo 5: Proyecto de estructuras de madera. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación*. AENOR, Madrid, Spain.
- CEN: Comité Europeo de Normalización (2007). *UNE-EN 1991-1-4. Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 1-4: Acciones generales – Acciones de viento*. AENOR, Madrid, Spain.
- CEN: Comité Europeo de Normalización (2009). *UNE-EN 338. Madera estructural: Clases resistentes*. AENOR, Madrid, Spain.
- CEN: Comité Europeo de Normalización (2013). *UNE-EN 14080. Estructuras de madera: Madera laminada encolada y madera maciza encolada – Requisitos*. AENOR, Madrid, Spain.
- Chopra, A.K. (2014). *Dinámica de estructuras*. Pearson Educación, Naucalpan de Juárez, Mexico.
- Clough, R.W. and Penzien, J. (1995). *Dynamics of structures*. Computers & Structures, Berkeley, CA, USA.
- Dallard, P.; Fitzpatrick, A.J.; Flint, A.; Le Bourva, S.; Low, A., Ridsdill Smith, R.M. and Willford, M. (2001). The London Millennium Footbridge. *The Structural Engineer*, v. 79, n. 22, p. 17-33.

- Domenech, L.D. and Severi, M. (2015). *Puente peatonal en el Parque Rodó*. MS Dissertation, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay.
- FIB: International Federation for Structural Concrete (2005). *Guidelines for the design of footbridges*. Lausanne, Switzerland.
- Galbraith, F.W. and Barton, M.V. (1970). Ground Loading from Footsteps. *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 48, n. 5B, p. 1288-1292.
- Ingólfsson, E.T.; Georgakis, C.T. and Jönsson, J. (2012). Pedestrian-induced lateral vibrations of footbridges: A literature review. *Eng. Struct.*, v. 45, p. 21-52.
- ISO: International Organization for Standardization (2007). *Bases for design of structures: Serviceability of buildings and walkways against vibrations*. Zurich, Switzerland.
- Jensen, J.J. (2001). *History of Bridges: A philatelic review*. Tapir Academic Press, Trondheim, Norway.
- Kobayashi, M. (2011). *Prediction and Control of Pedestrian Induced Vibration on an Interior Footbridge*. MS Thesis, Technical University of Denmark, Kgs. Lyngby, Denmark.
- Manterola, J. (1984). Evolución de los puentes en la historia reciente. *Inf. Constr.*, v. 35, n. 359-360, p. 5-35.
- Ministerio de Fomento (2009). *CTE-DB SE-M. Código Técnico de la Edificación: Documento Básico. Seguridad Estructural: Madera*. Madrid, Spain.
- Ministerio de Fomento (2012). *IAP-11. Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera*. Madrid, Spain.
- Moya, L.; Domenech, L.; Cardoso, A.; O'Neill, H. and Baño, V. (2017). Proposal of visual strength grading rules for Uruguayan pine timber. *Eur. J. Wood Prod.*, v. 75, n. 6, p. 1017-1019.

- Newland, D.E. (2004). Pedestrian excitation of bridges. *J. Mech. Eng. Sci.*, v. 218, n. 5, p. 477-492.
- Nilsson, J. and Thorstensson, A. (1989). Ground reactions forces at different speeds of human walking and running. *Acta Physiol. Scand.*, v. 136, n. 2, p. 217-227.
- Sétra/AFGC working group (2006). *Footbridges: Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*. Paris, France.
- Smith, J.W. (1988). *Vibrations of Structures: Applications in civil engineering design*. Chapman and Hall, London, UK.
- Štimac, I. (2015). Serviceability verification of pedestrian bridges under pedestrian loading. *Tehnički vjesnik: Technical Gazette*, v. 22, n. 2, p. 527-537.
- Živanović, S.; Pavic, A. and Reynolds, P. (2005). Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. *J. Sound Vib.*, v. 279, n. 1-2, p. 1-74.

Dynamic analysis of a glulam two-hinge arch footbridge

Abstract

This paper presents the dynamic analysis of a glulam two-hinge arch footbridge in Montevideo, Uruguay. The footbridge was designed as a proposal to replace an existing one, which is structurally deteriorated. The glulam footbridge was modeled using the finite element method (FEM), considering the orthotropic and nonlinear behavior of wood, and by means of simplified models. In the case of the FEM-based model, a linear and nonlinear geometrical analysis was carried out. The natural frequencies and vibration modes were obtained for each case from a modal analysis. Furthermore, the dynamic responses to an applied load of a pedestrian and a crowd were obtained. The obtained responses show that there are significant differences between the different crowd load models. The service criteria established in the bibliography are highly variable, so a detailed dynamic study for each particular bridge is recommended.

Keywords: footbridge, two-hinge arch, glulam, vibrations, dynamic analysis

1. Introduction

Progress in structural engineering has led to the construction of footbridges more prone to present vibration problems due to their lower natural frequencies —generally closer to the dynamic loading frequency of pedestrians—, lower weight, and usually lower damping (Baus and Schlaich 2008). Although the failure or even the structural damage of footbridges are very rare happenings, it is increasingly important to verify the user comfort under the dynamic loads of pedestrians as they become lighter and slender. Some incidents occurred in recent years —e.g. Millennium Bridge or *Passerelle Solférino*— have led to a greater interest and study of the phenomenon and a greater demand for its inclusion in structural codes. However, nowadays there is not a clear

consensus regarding when or how pedestrian-induced vibrations should be studied (Kobayashi 2011). Differences in the range of critical frequencies and in the design methods proposed by different technical documents (FIB 2005, Sétra/AFGC 2006) reveal this fact.

The timber footbridge presented in this paper was designed as a proposal to replace an existing concrete footbridge from the 50's, which is structurally deteriorated. The designed footbridge, showed in Figures 1 and 2, has a span of 30 m and a width of 1,80 m. The structure is supported by two arches, each one composed of two glulam beams with a radius of curvature of 85 m and a cross-section of 185 x 1.386 mm. Table 1 presents the geometrical properties of the rest of the timber elements. Table 2 summarizes the considered glulam properties (CEN 2009; CEN 2013), which were obtained after classifying the sawn timber (Uruguayan *Pinus elliottii/taeda*) as C14 strength class (Baño *et al.* 2016; Moya *et al.* 2017;). European standards (Eurocodes) were used to establish both the actions and the combination of actions, and to structural design the footbridge.

The main objective of this work is to analyze the dynamic behavior of the footbridge under several dynamic loads, in line with the current recommendations of literature. For that purpose, the footbridge was modeled using the finite element method (FEM) —making a linear and nonlinear P-Delta analysis— and by means of simplified analytical models. Then, the dynamic responses of the footbridge under the actions of a pedestrian and a crowd were obtained using several load models. The particular objectives are: i) to compare the natural frequencies obtained from the modal analyses; and ii) to compare the dynamic responses obtained from the different load models with the service criteria established in the technical literature.

2. State of the art

The general approach to determine the vibrations produced by pedestrians on a footbridge at the design stage can be separated into four steps (FIB 2005). The first step consists of building a numerical model —or an equivalent single degree-of-freedom (DOF) oscillator— of the structure. Assuming a mass-spring-damper system subjected to a harmonically varying load of sine-wave form —with an amplitude F_{max} and a loading – natural free-vibration frequency ratio Ω —, the dynamic acceleration amplification factor A is given by Equation (3) (Clough and Penzien 1995) —where m is the mass and ξ the damping ratio of the system—.

The second step is to choose a load model —single person or group, walking or running—. In general, the force created by a pedestrian comprises a vertical and a horizontal component (Nilsson and Thorstensson 1989). The typical vertical force exerted by a walking pedestrian is represented in Figure 4 (Bachmann, Pretlove and Rainer 1995). The sum of the vertical forces may be expressed into a Fourier series as presented in Equation (5) (Bachmann and Ammann 1987) —where G_0 is the static force, G_k the k -th harmonic amplitude, φ_k the phase angle of the k -th harmonic and n the number of harmonics—. The coefficients considered in this work are $G_1 = 0.4 G_0$, $G_2 = G_3 = 0.1 G_0$ and $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$ (Bachmann and Ammann 1987), and $G_1 = 0.4 G_0$ (FIB 2005, Sétra/AFGC 2006). The dynamic analysis of a footbridge under the action of a crowd becomes much more difficult than in the previous case since the characteristics of each pedestrian differ from person to person. A probabilistic model (Sétra/AFGC 2006) was used to evaluate the behavior of the footbridge under the action of a crowd. This model suggests to use an equivalent number of synchronized pedestrians N_{eq} as showed in Equation (6) —where N is the total number of pedestrians—.

The third step consists of obtaining the natural frequencies of the footbridge and the accelerations caused by the chosen load model, either by means of a modal analysis or solving the

equations of motions by direct time integration. Having obtained these values, the fourth step is to compare them to the limit values. Table 3 presents a collection of critical ranges for natural vertical frequencies f and maximum (a_{max}) and root mean square (a_{rms}) limit values for vertical accelerations.

3. Methodology

The glulam footbridge was modeled by the FEM in *SAP2000* software, considering the orthotropic and nonlinear behavior of wood. Figure 5 shows a three dimensional view of the footbridge model. In addition to the computational model, two simplified analytical models were made: one of a simply supported beam to determine the fundamental frequency of the horizontal mode, and another of an arch with fixed pin-pin supports to determine the fundamental frequency of the vertical mode.

The study consisted of four steps, as follows. Firstly, the natural frequencies and the vibration modes of the footbridge were obtained from the described models and a linear and nonlinear geometrical —P-Delta— analysis was carried out using the FEM-based model. Secondly, the dynamic behavior of the footbridge under the action of a single pedestrian was studied. This load —of 700 N— was introduced varying the point of its application in time to simulate his walk along the footbridge. Then, the dynamic response under a crowd load was analyzed, considering the three load models presented in Section 2 and Figure 4. Finally, the obtained results were compared among themselves and with the limits presented in Table 3.

4. Results and discussion

Table 4 presents the fundamental frequencies of the principal modes of the footbridge obtained from the FEM-based model and the simplified models —calculated by Equations (7) and

(8) —. The two live loads employed correspond to the empty footbridge and with a load of one pedestrian per m^2 (Sétra/AFGC 2006). The results show that there are no significant differences between the natural frequencies obtained from the linear and non-linear FEM-based model, and that the average difference between the natural frequencies obtained by the computational model and the simplified models is less than 2 %. The fundamental frequencies of the principal modes are outside the critical ranges indicated in literature for the studied loads. However, given that the third harmonic frequency of the pedestrian's load models and the fundamental vertical frequency of the footbridge can match, a dynamic analysis was performed, as explained in Section 3.

Figure 6 shows the acceleration response at the mid-point of the footbridge for a pedestrian step frequency of 2,32 Hz, a step separation of 1,0 m (FIB 2005) and ξ equal to 1 % (Sétra/AFGC 2006). The absolute maximum of the acceleration is $0,063 \text{ m/s}^2$. Figure 7 shows the steady-state acceleration responses at the mid-point of the footbridge for the three load models studied with a step frequency of 1,95 Hz, a density of 0,8 pedestrians per m^2 , N_{eq} approximately equal to 7, and ξ equal to 1 % (Sétra/AFGC 2006). The absolute maximum accelerations are: $0,450 \text{ m/s}^2$ for the load model based on the sum of the exerted vertical forces, $0,023 \text{ m/s}^2$ for the load model considering only the first harmonic, and $2,345 \text{ m/s}^2$ for the load model considering the first three harmonics. These values show that there are important differences between the acceleration responses of the three load models. The maximum acceleration obtained from the model based on the sum of the forces results in an intermediate value to the other two and lower than the limit values recommended in literature and indicated in Table 3.

5. Conclusions

A dynamic analysis of a glulam two-hinge arch footbridge under the actions of a pedestrian and a crowd was performed. This showed that the obtained natural frequencies and accelerations

were according to the current recommendations of the technical literature. Since the recommended maximum accelerations are slightly higher than those obtained, the footbridge was not oversized for the limit state of vibrations.

The natural frequencies obtained from the FEM-based model —making a linear and nonlinear P-Delta analysis— and the simplified models did not present significant differences among them. On the other hand, there are important differences between the acceleration responses of the different load models. In this sense, the authors understand the use of a load model with a smaller number of simplifications as favorable. It is also remarkable that the service criteria established in the bibliography are highly variable. For these reasons, a detailed dynamic study for each particular bridge is recommended.