

ESTUDO DA RIGIDEZ ROTACIONAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO CONTÍNUAS COM LAJES DE CONCRETO ARMADO

Mateus Z. Dietrich ⁽¹⁾; Adenilcia F. G. Calenzani ⁽²⁾; Janaina P. S. Oliveira ⁽³⁾; Ricardo H. Fakury ⁽⁴⁾.

Resumo

Nas vigas mistas de aço e concreto contínuas, nas regiões de momento negativo, deve ser verificado o estado limite último de flambagem lateral com distorção (FLD). A norma brasileira de projeto de estruturas mistas de aço e concreto, ABNT NBR 8800:2008, fornece um procedimento aproximado para verificação desse estado limite com base no comportamento do mecanismo “U” invertido. O momento resistente à FLD é obtido a partir do momento crítico elástico de um modelo analítico constituído pelo perfil de aço e uma mola de rigidez igual à rigidez rotacional da viga mista, que simula o comportamento do mecanismo “U” invertido. Neste trabalho, modelos numéricos foram desenvolvidos, via método dos elementos finitos, para se estudar o comportamento das vigas mistas contínuas de alma plana em regiões de momento negativo, com ênfase na determinação da rigidez rotacional dessas vigas e avaliação do procedimento adotado pela ABNT NBR 8800:2008 para sua obtenção. Foram avaliadas as contribuições das rigidezes rotacionais do perfil de aço com alma plana, da laje maciça em concreto armado e da conexão de cisalhamento, com 1 ou 2 conectores tipo pino com cabeça.

(1) Engenheiro Civil, Mestrando, Universidade Federal do Espírito Santo, Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, Vitória, ES – CEP 29075-910, Brasil. E-mail: mateuszimmerdietrich@gmail.com

(2) Doutora Professora, Universidade Federal do Espírito Santo, Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, Vitória, ES – CEP 29075-910, Brasil. E-mail: afcalenzani@gmail.com

(3) Mestra, Professora, Faesa, Av. Vitória, 2220, Monte Belo, Vitória, ES – CEP 29053-360, Brasil. E-mail: janainapenas@gmail.com

(4) Doutor Professor, Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, Belo Horizonte, MG – CEP 31270-901, Brasil. E-mail: fakury@dees.ufmg.br
Endereço para correspondência: afcalenzani@gmail.com.

<http://dx.doi.org/10535/rsae.v14i3.6720>

Conclusões a respeito dos fatores que influenciam o valor da rigidez rotacional da viga mista foram obtidas.

Palavras-chave: Viga Mista de Aço e Concreto; Flambagem Lateral com Distorção; Rigidez Rotacional.

1. INTRODUÇÃO

As vigas mistas contínuas e semicontínuas ficam com a mesa inferior comprimida nas proximidades dos apoios internos, isto faz com que a mesa tenha a tendência de flambar em relação ao seu eixo de maior inércia, já que a alma impede a flambagem em relação ao seu eixo de menor inércia. Não tendo rigidez suficiente à flexão lateral, a alma flete (distorce) e a mesa comprimida sofre um deslocamento lateral, δ , acompanhado de uma torção, θ , num estado limite último denominado flambagem lateral com distorção (FLD). Facilitam a manifestação desse fenômeno a flexão da laje e a deformação da conexão da laje com a face superior do perfil de aço (conexão de cisalhamento), que possibilitam a torção da seção de aço praticamente como corpo rígido. A Figura 1 mostra esse fenômeno.

O fenômeno da FLD é estudado segundo o mecanismo “U” invertido, que é composto de duas ou mais vigas adjacentes de aço fixadas a uma laje de concreto por meio de conectores de cisalhamento. Há dois tipos de mecanismo “U” invertido: o contínuo e o discreto. O primeiro é caracterizado pelo uso de enrijecedores verticais e contraventamentos laterais somente nos apoios internos da viga mista, o que implica restrição contínua da mesa inferior (mesa comprimida) apenas devido à laje de concreto e à alma não enrijecida de aço. O segundo tipo de mecanismo compõe-se de vigas mistas com vários enrijecedores transversais soldados à alma na região de momento negativo próximo ao apoio interno, desta forma há uma restrição local da mesa comprimida pelos enrijecedores transversais.

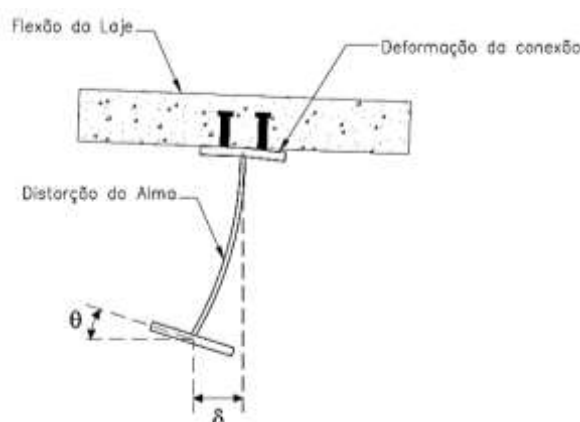


Figura 1 – Deslocamento da mesa inferior na FLD

Segundo Fan (1990), o mecanismo “U” invertido deve ser utilizado para determinação de resistência à FLD no lugar da seção “T”, pois o mecanismo “U” consegue retratar melhor as restrições ao deslocamento lateral e à torção impostas à mesa inferior do perfil de aço pela alma, conexão de cisalhamento e laje de concreto que ocorrem nas estruturas reais.

A ABNT NBR 8800:2008, tendo como base a EN 1994-1-1:2004, propõe um procedimento de cálculo para a determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção de vigas mistas na região de momento negativo. Como passo inicial, esse procedimento prevê o cálculo do momento crítico elástico, M_{cr} , conforme Equação (1), proposta por Roik *et al.* (1990).

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2} \right) EI_{af,y}} \quad (1)$$

sendo E o módulo de elasticidade do aço; G módulo de elasticidade transversal do aço; J a constante de torção do perfil do aço; L o comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios); $I_{af,y}$ o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y (eixo de menor inércia); C_{dist} o coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L ; k_r a rigidez rotacional da viga mista, por unidade de comprimento da viga e α_g o fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista.

Pela Equação (1), nota-se que o momento crítico elástico depende da rigidez rotacional da viga mista (k_r), calculada pela Equação (2) segundo a ABNT NBR 8800:2008.

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (2)$$

sendo k_1 a rigidez à flexão da laje de concreto e k_2 a rigidez à flexão da alma plana do perfil de aço.

As rigidezes à flexão laje e da alma são dadas, respectivamente, por:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (3)$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4h_0(1-\nu_a^2)} \quad (4)$$

sendo α o coeficiente que depende da posição da viga, igual a 2 para vigas de borda, com ou sem balanço, e 3 para vigas internas (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar α igual a 4); $(EI)_2$ a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje por unidade de comprimento da viga, desprezando o concreto tracionado, tomada como o menor valor, considerando o meio do vão da laje, para momento positivo, e um apoio interno da laje, para momento negativo; a a distância entre as vigas; E_a o módulo de elasticidade do aço; ν_a o coeficiente de Poisson do aço; t_w a espessura da alma do perfil de aço e h_0 a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço.

A rigidez rotacional da conexão de cisalhamento para o mecanismo “U” contínuo é desprezada tanto pela norma ABNT NBR 8800:2008 como pela norma EN 1994-1-1:2004, isto porque os valores desta rigidez são elevados quando comparados com as rigidezes rotacionais da laje de concreto e da alma plana do perfil de aço. Johnson e Molenstra (1990), em teste com vigas mistas para pontes, mostraram que a conexão de cisalhamento corresponde a menos de 1% da rigidez rotacional total.

Alguns estudos têm sido feito com o intuito de compreender melhor o comportamento do fenômeno da flambagem lateral com distorção, sobretudo da rigidez rotacional da viga mista e das parcelas de contribuição da flexibilidade da laje de concreto, da alma do perfil e da conexão de cisalhamento.

Chen (1992) realizou ensaios em quatro modelos em escala real de vigas mistas com mecanismos “U” contínuo e discreto, seu intuito foi pesquisar o comportamento do mecanismo “U” discreto uma vez que a norma ENV 1994-1-1:1991 não contemplava tal configuração. Como conclusão do seu estudo, Chen (1992) constatou que vigas mistas compostas por mecanismo “U” discreto são mais resistentes à flambagem lateral com distorção e que a flexibilidade da conexão de cisalhamento não pode ser desprezada, correspondendo a 46% da flexibilidade rotacional para mecanismo com enrijecedores duplos e 61% para mecanismo com enrijecedores simples.

Calenzani (2008) também realizou testes em quatro modelos de escala real com vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço de alma senoidal. Seu intento foi avaliar a rigidez rotacional desse tipo de perfil por meio de ensaios de mecanismos “U” contínuos isolados. Após a análise dos seus modelos numéricos, Calenzani (2008) concluiu que, diferentemente dos perfis de alma plana, a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento não pode ser desprezada, pois contribui com valores de até 24% da rigidez rotacional total. Calenzani (2008) propôs um procedimento para avaliação da rigidez rotacional total que leva em conta as três parcelas: laje de concreto, alma senoidal do perfil de aço e da conexão de cisalhamento. A última parcela é avaliada segundo tabelas que leva em conta o tipo da laje (maciça ou mista), a largura e espessura da mesa superior do perfil, o espaçamento entre conectores e o número de conectores na seção transversal.

O presente trabalho teve como objetivo desenvolver modelos numéricos, com auxílio do programa Ansys Mechanical 17.0 (2016), para avaliar a precisão do método adotado pela ABNT NBR 8800: 2008 para obtenção da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto contínuas compostas de laje de concreto maciça e alma plana não enrijecida. A modelagem numérica foi aferida tendo como base os ensaios realizados por Calenzani (2008). Para avaliar a formulação proposta pela referida norma, foram processados quarenta modelos numéricos de vigas mistas.

2. ANÁLISE NUMÉRICA

Modelos numéricos tridimensionais em elementos finitos foram desenvolvidos para simular, com certo grau de confiança, os resultados experimentais obtidos por Calenzani (2008). A escolha da modelagem dos protótipos de vigas mistas com perfis de alma senoidal, não plana, deve-se ao fato do maior número de informações disponíveis no trabalho de Calenzani (2008). Após a validação, procedeu-se a uma análise paramétrica a fim de avaliar a rigidez rotacional de vigas mistas contínuas na região de momento negativo.

Os modelos numéricos consideraram a não linearidade física devido às relações constitutivas dos materiais e a não linearidade devido ao contato dos elementos da mesa superior do perfil de aço e da superfície inferior da laje do concreto. Neste item, estão descritos: as características dos elementos utilizados nos modelos (subitem 2.1); as relações constitutivas dos materiais utilizados (subitem 2.2); as condições de contorno aplicadas aos modelos numéricos (subitem 2.3); o estudo da malha e técnicas de solução (subitem 0); e os resultados dos modelos numéricos de validação (subitem 2.5).

2.1. Características dos elementos utilizados

O *SOLID65* foi utilizado para representar o material concreto armado. Esse elemento permite o uso, ou não, de barras de reforço (*rebar*), distribuídas por unidade de volume, e é capaz de fissurar quando submetido a tensões de tração e de esmagar quando submetido a tensões de compressão. O *SOLID185* foi usado para modelar os conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça. Para a modelagem do perfil de aço, optou-se por utilizar o *SHELL181*.

Os elementos *CONTA173* e *TARGE170* trabalham em par e foram utilizados para representar o contato entre a laje de concreto e a mesa superior de aço. O *CONTA173* representa o contato e o deslizamento entre a superfície deformável definida por este elemento e a superfície-alvo definida pelo elemento *TARGE170*. O contato se dá quando há penetração de um elemento *CONTA173* em um elemento alvo *TARGE170*. Neste trabalho, adotou-se um coeficiente de atrito nulo entre as superfícies do par de elementos de contato. A rigidez normal do contato é definida por meio das constantes reais *FKN* e *FTOLN* do elemento *CONTA173*. A

constante FKN é um fator de rigidez normal do contato e possui um intervalo de 0,01 a 1, sendo 1 o valor preestabelecido pelo Ansys. Contudo, o valor adotado foi o de 0,1, pois o Ansys recomenda este valor quando a deformação predominante é a de flexão. Para a constante FTOLN, fator de tolerância que verifica a compatibilidade da penetração, foi adotado o valor 0,1 preestabelecido pelo ANSYS.

2.2. Relações constitutivas dos materiais

Os aços empregados no perfil, nos conectores de cisalhamento e nas armaduras da laje tiveram seu comportamento uniaxial adotado como elastoplástico bilinear, sendo o coeficiente angular da primeira reta correspondente ao módulo de elasticidade do aço. Para se evitar problemas de convergência, o coeficiente angular da segunda reta foi tomado igual a $1/100000$ do módulo de elasticidade do aço, no lugar de se trabalhar com tangente nula, Figura 2-(a). Os valores atribuídos ao módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson dos aços foi igual a 205000 MPa e 0,30, respectivamente.

A Figura 2-(b) mostra a curva tensão *versus* deformação atribuída ao concreto da laje. Esta curva é indicada pela norma ABNT NBR 6118: 2014 e possui uma relação linear elástica até a metade da resistência à compressão do concreto ($0,5 f_{ck}$), uma relação parabólica até que a resistência à compressão do concreto seja alcançada (f_{ck}) para uma deformação específica ε_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e, por último, um trecho plástico. O coeficiente de Poisson adotado para o concreto foi de 0,20.

U1-P e U2-P são as designações dos protótipos ensaiados por Calenzani (2008) que significam, respectivamente, modelo com laje plana com 1 e 2 conectores de cisalhamento na seção transversal. As propriedades dos materiais dos modelos de validação são idênticas às utilizadas por Calenzani (2008).

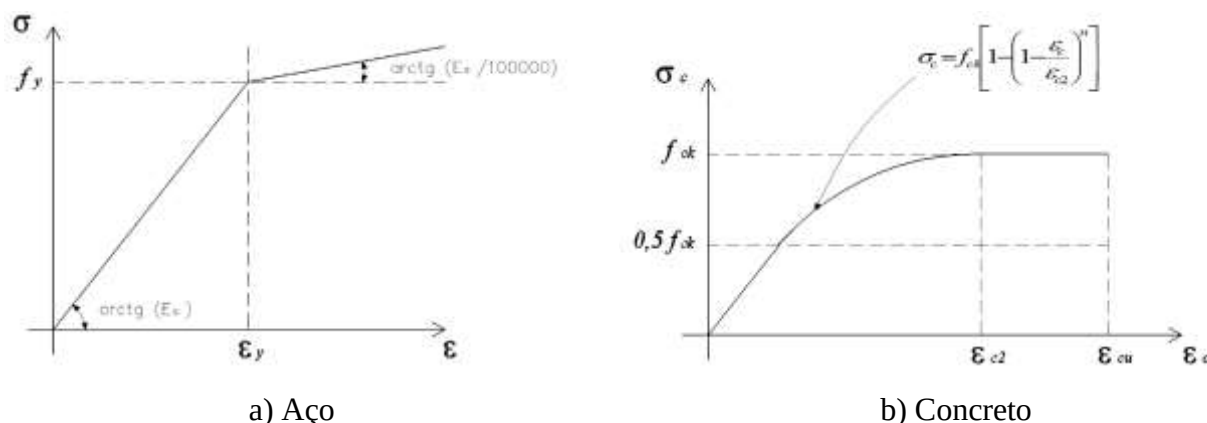


Figura 2 - Curvas tensão versus deformação dos modelos de validação

O critério de falha escolhido para o concreto foi o de William e Warnke (1975). Além das tensões uniaxiais de tração e de compressão (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**), foram adotados para os coeficientes de transferência de cisalhamento para fissuras abertas e fechadas os valores de 0,3 e 0,8, respectivamente. Esses coeficientes podem variar de 0 a 1, sendo 0 a representação de uma fissura lisa (perda completa de transferência de cisalhamento) e 1 a de uma fissura rugosa (nenhuma perda de transferência de cisalhamento).

2.3. Condições de contorno aplicadas aos modelos numéricos

Para simular as condições de apoio dos modelos experimentais, foram impedidas as translações em x , y e z nos nós da superfície superior da laje de concreto contidos no plano médio da alma do perfil de aço (Figura 3). Duas forças concentradas de 5kN foram aplicadas na mesa inferior de cada perfil de aço no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido.

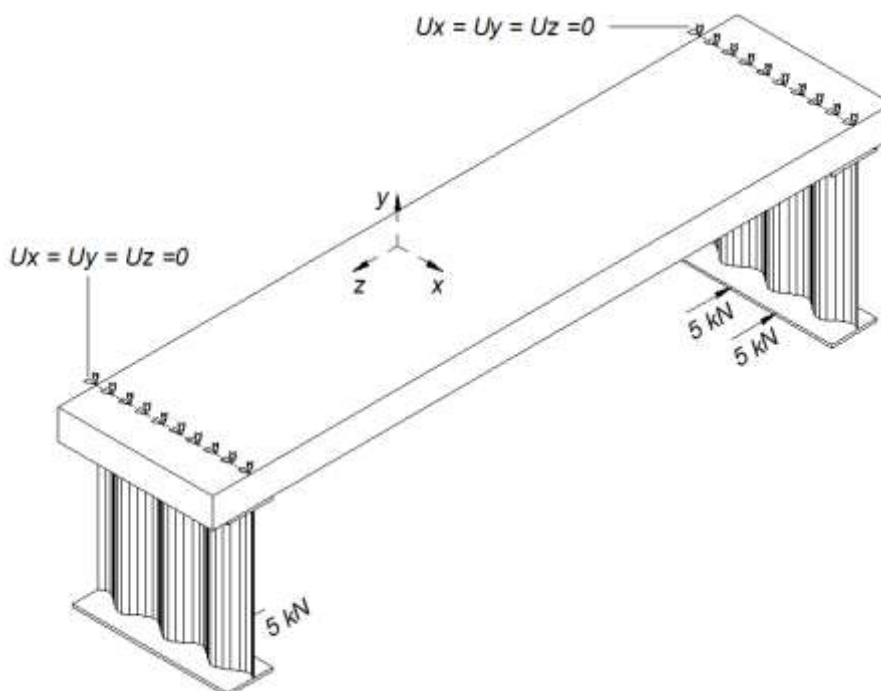


Figura 3 - Condições de contorno

2.4. Estudo da malha e técnicas de solução

Não foi realizado um estudo da malha nos modelos numéricos, tendo em vista a geometria do perfil com alma senoidal e do conector de cisalhamento. A alma senoidal, de espessura igual a 2 mm, impõe ao perfil de aço uma malha bem refinada, enquanto o conector de cisalhamento, devido ao formato geométrico entre o corpo e a cabeça do conector, faz com que a laje possua uma boa discretização dos seus elementos. Todas as estas características geométricas contribuíram para a não elaboração de um estudo da malha dos modelos numéricos.

As análises numéricas implementadas foram não lineares, devido a: (a) não linearidade de material (consideração de fissuração e esmagamento no concreto e de plasticidade nos aços); (b) não linearidade de “status” referente às superfícies de contato existentes entre a laje e a mesa superior do perfil de aço.

Neste trabalho, foi utilizado o método de *Newton-Raphson* completo, no qual a matriz tangente é atualizada em cada iteração. Também foram utilizadas as técnicas do *Adaptive Descent*, que torna a matriz tangente mais rígida quando há problemas de convergência, e *Line*

Search para ajudar no controle dos deslocamentos de cada iteração, proporcionando uma solução estável e convergente.

2.5. Resultado dos modelos numéricos de validação

A aferição da modelagem numérica se deu comparando as curvas de momento *versus* rotação total dos modelos numéricos e experimentais. A rotação total é composta da rotação da laje de concreto, da alma senoidal do perfil de aço e da conexão de cisalhamento e o momento é determinado pelo produto da força aplicada na mesa inferior e a distância entre os centros geométricos das mesas inferior e superior do perfil de aço.

A Figura 4 mostra as curvas momento *versus* rotação total, experimental e numéricas, do protótipo U1-P. Nas três curvas a ligação ponto a ponto foi feita por retas. Semelhantemente, a Figura 5 mostra as curvas momento *versus* rotação total, experimental e numéricas, do protótipo U2-P. Pode-se observar uma boa concordância entre as curvas do protótipo U1-P, que possui um conector de cisalhamento por seção transversal, onde a curva numérica desse trabalho se aproxima mais da experimental do que a desenvolvida por Calenzani (2008).

Para o protótipo U2-P, que possui dois conectores de cisalhamento por seção transversal, os desvios em relação aos resultados experimentais aumentam com o valor do momento aplicado, entretanto, no trecho elástico linear, a concordância é razoável. De uma forma geral, as curvas momento *versus* rotação total para ambos os protótipos mostraram a adequação da modelagem numérica à aplicação a que se propõe, de determinação da rigidez rotacional da viga mista em regime elástico. Por isso, considera-se a modelagem numérica validada.

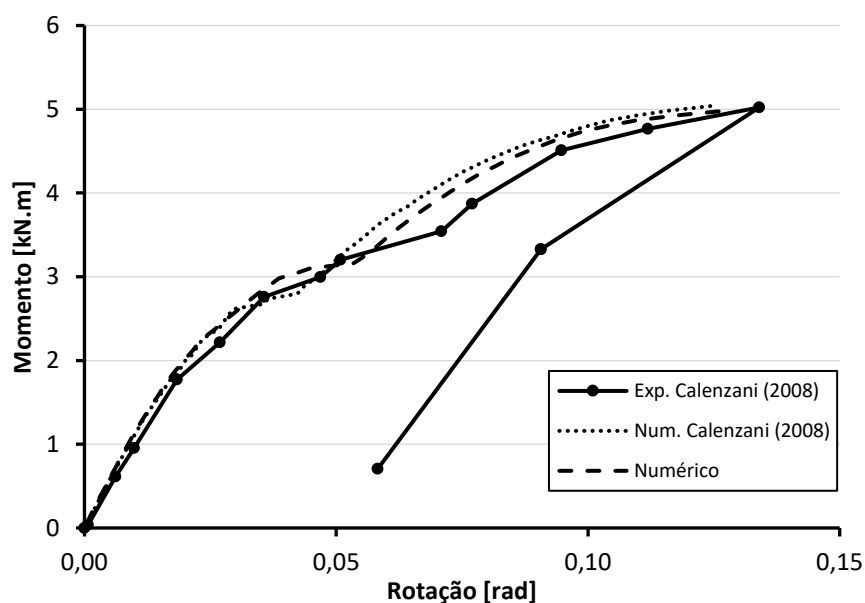


Figura 4 - Curvas momento *versus* rotação total do modelo U1-P

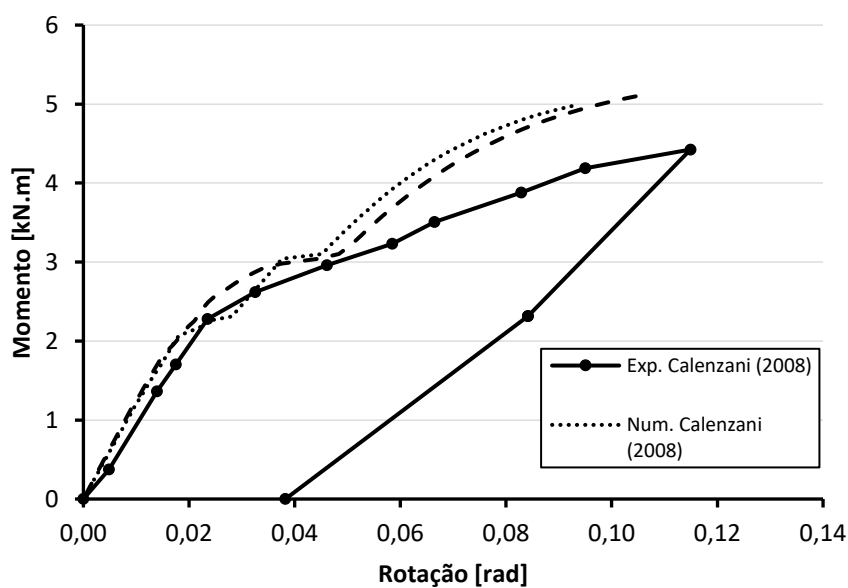


Figura 5 - Curvas momento *versus* rotação total do modelo U2-P

3. ANÁLISE PARAMÉTRICA

3.1. Generalidades

Os modelos de parametrização foram implementados com as mesmas características dos modelos numéricos de validação, exceto pela alma senoidal que foi substituída por uma alma

plana e pela carga, que foi aplicada como carregamento distribuído uniformemente na mesa inferior do perfil.

Os valores das propriedades dos materiais utilizados nos modelos paramétricos estão inseridos na Tabela 1.

Tabela 1 - Propriedades dos materiais dos modelos paramétricos

	Propriedades	Valor [MPa]
Concreto	Resistência à compressão característica	25
	Resistência à tração	2,5
	Módulo de elasticidade	24.150
Aço	Resistência ao escoamento do perfil	345
	Resistência ao escoamento do conector de cisalhamento	350
	Resistência ao escoamento das armaduras	500
	Módulo de elasticidade do aço	200.000
	Módulo de elasticidade do aço das armaduras	210.000

A relação constitutiva do material aço permaneceu a mesma, contudo, para o material concreto, essa relação foi modificada: o primeiro trecho da curva não apresenta uma relação linear para tensões abaixo de $0,5f_{ck}$, mas, sim, o mesmo comportamento parabólico até que a resistência à compressão característica seja alcançada.

3.2. Estudo da malha

O estudo da malha avaliou as dimensões dos elementos que representam o concreto, *SOLID65*, bem como o número de divisões na altura da alma (h_w) do perfil de aço. O parâmetro escolhido para avaliar a precisão do modelo foi o deslocamento lateral, no sentido da aplicação da força, do ponto central da alma junto à mesa inferior do perfil de aço. Os deslocamentos foram medidos quando da ação de uma força de 7 kN uniformemente distribuída na mesa inferior do perfil de aço do modelo U1 da Tabela 3. A Tabela 2 mostra os resultados obtidos.

Tabela 2 - Estudo da malha

Divisões em h_w	Elemento da laje	Desl. [cm]	Divisões em h_w	Elemento da laje	Desl. [cm]	Divisões em h_w	Elemento da laje	Desl. [cm]
5	3,4x2,9x2,2 [cm]	6,845	5	2,3x2,3x2,2 [cm]	6,853	5	2,2x1,8x1,7 [cm]	6,817
10		6,887	10		6,889	10		6,782
15		6,917	15		6,938	15		6,829

Uma vez que as respostas dos deslocamentos apresentaram uma pequena diferença relativa, desvio relativo máximo de 1,24%, optou-se por trabalhar com um número de divisões na altura da alma igual a 10, que corresponde a uma dimensão de 4,9 cm, e para o concreto foi estabelecido dimensão máxima de 2,3 cm. As mesas do perfil também se limitaram a dimensão máxima de 2,3 cm.

3.3. Modelos paramétricos

Os parâmetros a serem analisados foram determinados consoante as Equações (3) e (4). Desta maneira, os parâmetros que afetam a rigidez rotacional da laje de concreto são: altura da laje, distância entre as vigas paralelas e as taxas das armaduras. Por sua vez, os parâmetros que afetam a rigidez rotacional da alma são: distância geométrica entre os centros geométricos das mesas do perfil (h_0) e espessura da alma (t_w).

Os parâmetros da conexão de cisalhamento que influenciam a rigidez rotacional da viga mista, segundo os trabalhos de Chen (1992) e de Calenzani (2008), são: número de conectores na seção (N), espaçamento longitudinal entre linhas de conectores (s), altura do conector (h_c), largura (b_f) e espessura (t_f) da mesa superior do perfil de aço. Nesse trabalho, a variação dos parâmetros s , h_c , b_f e t_f somente foi realizada para $N=1$, isto porque a contribuição da rigidez da conexão de cisalhamento no valor da rigidez rotacional da viga mista é menor que 1% quando $N=2$, conforme mostra Tabela 4 no item 4.

Assim, a Tabela 3 mostra a quantidade de modelos analisados e os valores dos seus parâmetros. Cada linha destacada representa um modelo padrão, a partir do qual são feitas

variações, sempre destacadas, para que os diversos parâmetros possam ser avaliados. Os modelos “U31” ao “U40” foram inseridos para avaliar a influência da relação k_1/k_2 .

Os modelos contidos na Tabela 3 tiveram seus comprimentos totais iguais a três vezes a distância entre linhas de conectores (s): dois espaçamentos longitudinais entre linha de conectores e borda do perfil iguais $s/2$ e dois espaçamentos longitudinais entre linhas de conectores iguais a s .

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados da análise paramétrica foram dispostos na Tabela 4, na qual se propôs avaliar as rigidezes rotacionais numéricas da laje de concreto ($k_{1,n}$), da alma do perfil de aço ($k_{2,n}$), da conexão de cisalhamento ($k_{3,n}$) e a total ($k_{r,n}$), bem como as rigidezes rotacionais da laje de concreto ($k_{1,a}$), da alma do perfil de aço ($k_{2,a}$) e a total ($k_{r,a}$) segundo a ABNT NBR 8800:2008. Na mesma tabela, também foram dispostas: (a) as relações entre as rigidezes rotacionais numéricas e analíticas, para a laje de concreto, para a alma do perfil de aço e para a rigidez rotacional total; (b) as contribuições parciais das rigidezes numéricas isoladas em relação à rigidez rotacional da viga mista e (c) a razão k_1/k_2 segundo as respostas analíticas.

Ao analisar os dados da Tabela 4, foi possível perceber que a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento possui pouca influencia na rigidez rotacional da viga mista, já que sua contribuição se restringiu a, no máximo, 4,1%, para um conector de cisalhamento na seção transversal. Quando há dois conectores de cisalhamento na seção transversal, a contribuição é nula ou praticamente nula. Essa conclusão vai ao encontro do procedimento da ABNT NBR 8800:2008 que despreza a rigidez da conexão de cisalhamento no cálculo da rigidez rotacional da viga mista.

Os valores numéricos da rigidez rotacional da alma do perfil, por sua vez, praticamente coincidiram com os valores analíticos da Equação (4), possuindo um desvio máximo de 6% para o modelo “U25”.

Tabela 3 - Tabela de parametrização para modelos da laje maciça

Modelo	Parâmetros da laje			Parâmetros da alma		Parâmetros da conexão de cisalhamento					
	Altura [mm]	Dist. Vigas [mm]	Taxas das armaduras	h_0 [mm]	t_w [mm]	N	s [mm]	h_c [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	d [mm]
U1	110	2000	$A_{sup}=8c/200$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U2	110	2000	$A_{inf}=8c/200$	490.5	8	2	200	75	165	9.5	500
U3	150	2000	$A_{sup}=8c/200$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U4	150	2000	$A_{inf}=8c/200$	490.5	8	2	200	75	165	9.5	500
U5	110	3200	$A_{sup}=8c/200$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U6	110	3200	$A_{inf}=8c/200$	490.5	8	2	200	75	165	9.5	500
U7	110	2000	$A_{sup}=8c/120$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U8	110	2000	$A_{inf}=8c/120$	490.5	8	2	200	75	165	9.5	500
U9	110	2000	$A_{sup}=8c/200$	490.5	4.8	1	200	75	165	9.5	500
U10	110	2000	$A_{inf}=8c/200$	490.5	4.8	2	200	75	165	9.5	500
U11	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	490.5	8	1	350	75	165	9.5	500
U12	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	490.5	8	1	200	100	165	9.5	500
U13	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	490.5	8	1	200	75	250	9.5	500
U14	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	487.5	8	1	200	75	165	12.5	500
U15	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	290.5	8	1	200	75	165	9.5	300
U16	110	2000	$A_{sup}=8c/200$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U17	110	2000	$A_{inf}=8c/200$	984	9.5	2	200	75	300	16	1000
U18	150	2000	$A_{sup}=8c/200$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U19	150	2000	$A_{inf}=8c/200$	984	9.5	2	200	75	300	16	1000
U20	110	3200	$A_{sup}=8c/200$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U21	110	3200	$A_{inf}=8c/200$	984	9.5	2	200	75	300	16	1000
U22	110	2000	$A_{sup}=8c/120$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U23	110	2000	$A_{inf}=8c/120$	984	9.5	2	200	75	300	16	1000
U24	110	2000	$A_{sup}=8c/200$	984	12.5	1	200	75	300	16	1000
U25	110	2000	$A_{inf}=8c/200$	984	12.5	2	200	75	300	16	1000
U26	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	984	9.5	1	300	75	300	16	1000
U27	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	984	9.5	1	200	100	300	16	1000
U28	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	984	9.5	1	200	75	400	16	1000
U29	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	976	9.5	1	200	75	300	24	1000
U30	110	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/200$	734	9.5	1	200	75	300	16	750
U31	150	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/150$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U32	150	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/120$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U33	150	2000	$A_{sup}=A_{inf}=10c/150$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U34	150	2000	$A_{sup}=A_{inf}=10c/120$	490.5	8	1	200	75	165	9.5	500
U35	90	2500	$A_{sup}=A_{inf}=6.3c/200$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U36	120	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/120$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U37	130	2000	$A_{sup}=A_{inf}=10c/150$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U38	140	2000	$A_{sup}=A_{inf}=10c/150$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U39	150	2000	$A_{sup}=A_{inf}=8c/100$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000
U40	150	2000	$A_{sup}=A_{inf}=10c/120$	984	9.5	1	200	75	300	16	1000

Tabela 4 - Resultados da análise paramétrica

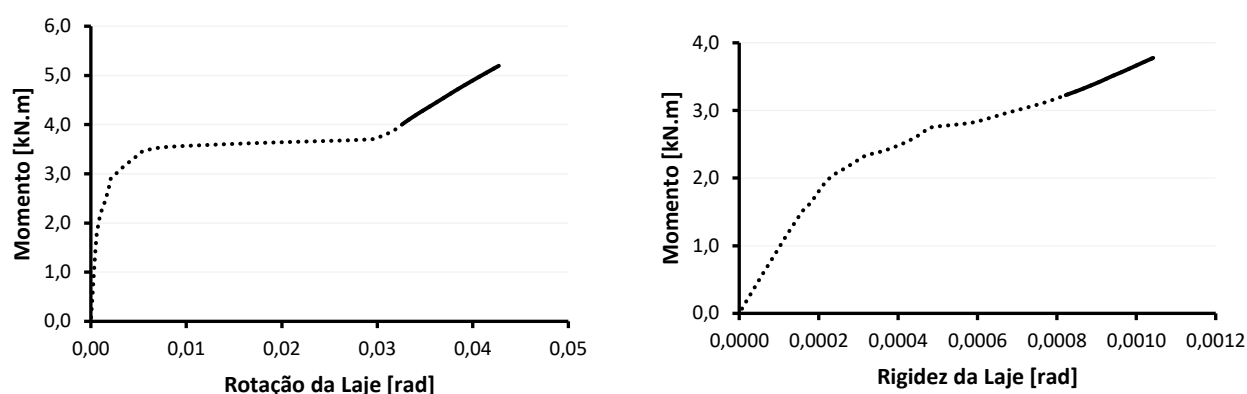
Modelo	Rigidez rotacional numérica [kN.m/rad.m]				Rigidez rotacional analítica [kN.m/rad.m]			Razão Numérico / Analítico			Rigidezes Parciais Numérica			
	k _{1,n}	k _{2,n}	k _{3,n}	k _{r,n}	k _{1,a}	k _{2,a}	k _{r,a}	k _{1,n} /k _{1,a}	k _{2,n} /k _{2,a}	k _{r,n} /k _{r,a}	k _{1,n}	k _{2,n}	k _{3,n}	k _{1,a} /k _{2,a}
U1	289.2	55.4	1505.3	45.1	223.1	57.4	45.6	1.30	0.97	0.99	15.6%	81.4%	3.0%	3.9
U2	285.2	54.8	6297.0	45.7				1.28	0.96	1.00	16.0%	83.3%	0.7%	
U3	1342.3	55.3	1572.1	51.4	542.2	57.4	51.9	-	0.96	0.99	3.8%	92.9%	3.3%	9.5
U4	1181.1	54.8	6485.7	52.0				-	0.96	1.00	4.4%	94.8%	0.8%	
U5	192.0	55.3	1567.0	41.8	139.4	57.4	40.6	1.38	0.96	1.03	21.8%	75.6%	2.7%	2.4
U6	187.7	54.8	6175.2	42.2				1.35	0.96	1.04	22.5%	76.9%	0.7%	
U7	355.2	55.3	1553.2	46.4	341.4	57.4	49.1	-	0.96	0.95	13.1%	83.9%	3.0%	6.0
U8	311.8	54.8	6475.2	46.3				-	0.96	0.94	14.9%	84.4%	0.7%	
U9	7045.8	12.0	1512.6	11.9	223.1	12.4	11.7	-	0.97	1.01	0.2%	99.0%	0.8%	18.0
U10	7355.7	12.0	6172.5	12.0				-	0.97	1.02	0.2%	99.6%	0.2%	
U11	279.3	55.7	1182.9	44.7	223.1	57.4	45.6	1.25	0.97	0.98	16.0%	80.2%	3.8%	3.9
U12	305.4	55.3	1520.3	45.4	258.4	57.4	46.9	1.18	0.96	0.97	14.9%	82.1%	3.0%	4.5
U13	286.5	55.3	1575.5	45.0	223.1	57.4	45.6	1.28	0.96	0.99	15.7%	81.4%	2.9%	3.9
U14	270.5	56.1	2287.8	45.6	223.1	57.4	45.6	1.21	0.98	1.00	16.8%	81.2%	2.0%	3.9
U15	241.8	93.1	1571.6	64.5	223.1	96.8	67.5	1.08	0.96	0.95	26.7%	69.2%	4.1%	2.3
U16	303.4	45.7	3360.7	39.3	223.1	47.9	39.4	1.36	0.95	1.00	12.9%	85.9%	1.2%	4.7
U17	312.5	45.5	44651.7	39.7				1.40	0.95	1.01	12.7%	87.2%	0.1%	
U18	538.5	45.7	3501.0	41.6	542.2	47.9	44.0	-	0.95	0.95	7.7%	91.1%	1.2%	11.3
U19	495.3	45.5	45975.0	41.6				-	0.95	0.95	8.4%	91.5%	0.1%	
U20	195.4	45.7	3336.0	36.6	139.4	47.9	35.6	1.40	0.95	1.03	18.8%	80.1%	1.1%	2.9
U21	199.8	45.5	44070.0	37.0				1.43	0.95	1.04	18.5%	81.4%	0.1%	
U22	530.8	45.7	3360.8	41.6	341.4	47.9	42.0	1.56	0.95	0.99	7.8%	90.9%	1.2%	7.1
U23	504.5	45.5	44586.7	41.7				1.48	0.95	0.99	8.3%	91.6%	0.1%	
U24	303.4	103.7	3404.7	75.6	223.1	109.1	73.3	1.36	0.95	1.03	24.9%	72.9%	2.2%	2.0
U25	306.7	102.6	45043.3	76.7				1.37	0.94	1.05	25.0%	74.8%	0.2%	
U26	305.0	46.3	2892.1	39.7	223.1	47.9	39.4	1.37	0.97	1.01	13.0%	85.6%	1.4%	4.7
U27	352.6	45.7	3378.0	40.0	258.4	47.9	40.4	1.36	0.95	0.99	11.3%	87.5%	1.2%	5.4
U28	310.6	45.7	3430.5	39.4	223.1	47.9	39.4	1.39	0.95	1.00	12.7%	86.2%	1.1%	4.7
U29	303.7	46.2	6584.5	39.8	223.1	47.9	39.4	1.36	0.96	1.01	13.1%	86.3%	0.6%	4.7
U30	295.8	61.8	3447.2	50.4	223.1	64.2	49.8	1.33	0.96	1.01	17.0%	81.5%	1.5%	3.5
U31	1505.2	55.3	1571.9	51.6	696.5	57.4	53.0	-	0.96	0.97	3.4%	93.3%	3.3%	12.1
U32	2736.5	55.3	1572.3	52.4	842.5	57.4	53.7	-	0.96	0.98	1.9%	94.8%	3.3%	14.7
U33	4011.8	55.3	1573.9	52.7	1015.5	57.4	54.3	-	0.96	0.97	1.3%	95.3%	3.4%	17.7
U34	4012.0	55.3	1576.0	52.7	1219.2	57.4	54.8	-	0.96	0.96	1.3%	95.3%	3.3%	21.3
U35	131.1	45.7	3308.3	33.5	120.6	47.9	34.3	1.09	0.95	0.98	25.6%	73.4%	1.0%	2.5
U36	460.0	45.7	3453.7	41.1	444.9	47.9	43.2	-	0.95	0.95	8.9%	89.9%	1.2%	9.3
U37	727.3	45.7	3474.5	42.5	676.2	47.9	44.7	-	0.95	0.95	5.8%	92.9%	1.2%	14.1
U38	2278.2	45.7	3500.5	44.2	836.9	47.9	45.3	-	0.95	0.98	1.9%	96.8%	1.3%	17.5
U39	3168.5	45.7	3483.5	44.5	981.7	47.9	45.6	-	0.95	0.97	1.4%	97.3%	1.3%	20.5
U40	5960.0	45.7	3480.5	44.8	1219.2	47.9	46.1	-	0.95	0.97	0.8%	98.0%	1.3%	25.5

Com relação aos valores numéricos da rigidez rotacional da laje de concreto, é importante esclarecer que houve dois tipos de gráficos momento *versus* rotação da laje: (i) laje com um patamar de fissuração (Figura 6-a); (ii) laje sem patamar de fissuração porque o escoamento da alma antecede a fissuração da laje (Figura 6-b). A ABNT NBR 8800:2008 estabelece que o valor da rigidez da laje deve ser tomado após a fissuração do concreto, portanto, esse procedimento foi

feito no primeiro caso e, para o segundo caso, a rigidez foi tomada como a tangente aos pontos imediatamente anteriores ao escoamento da alma.

Na Tabela 4, estão em destaque, em *itálico e negrito*, as rigidezes da laje calculadas antes do patamar de fissuração da laje. Esses valores, evidentemente, não puderam ser comparados com a expressão analítica da norma.

Os valores numéricos da rigidez rotacional da laje de concreto, para os casos em que houve o patamar de fissuração da laje, foram sempre maiores que os valores analíticos, variando desde 1,09 a 1,56, o que demonstra a necessidade de mais estudos sobre a equação da rigidez da laje prescrita pela ABNT NBR 8800:2008.

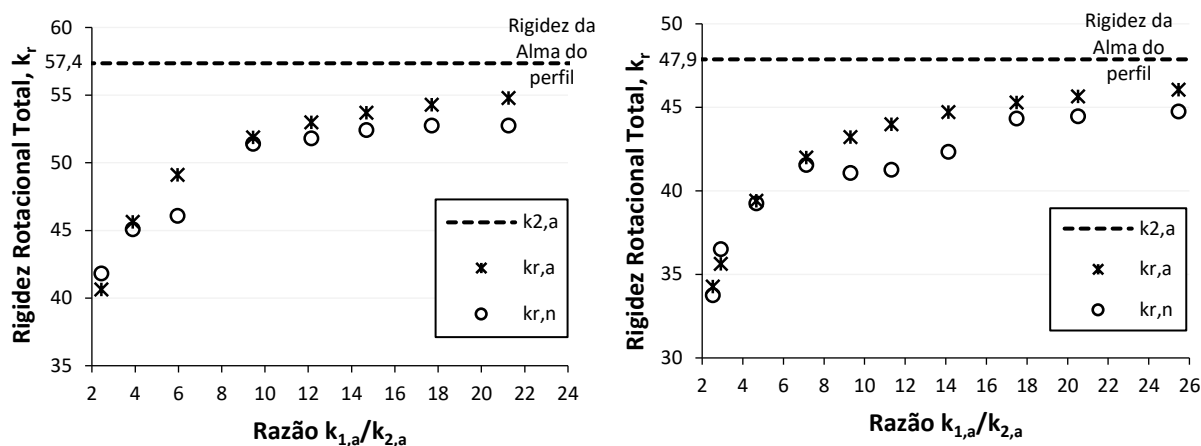


a) Modelo "U20", razão $k_{1,a}/k_{2,a} = 2,9$

b) Modelo "U33", razão $k_{1,a}/k_{2,a} = 17,7$

Figura 6 - Gráficos Rotação da Laje *versus* Momento

Pela análise dos resultados, foi possível deduzir que quanto maior a relação $k_{1,a}/k_{2,a}$ maior é a contribuição da rigidez da alma do perfil na rigidez total da viga mista. Tal contribuição corresponde a valores acima de 95% para a análise numérica, quando aquela razão é maior que 17. Isto fica bem mais perceptível ao analisar o gráfico da Figura 7. Para os modelos estudados, com razões $k_{1,a}/k_{2,a}$ maiores que 17, a contribuição da rigidez da laje no valor da rigidez rotacional da viga mista foi muito pequena e poderia, portanto, ser desprezada.



a) Perfil com altura $d=500$ mm

b) Perfil com altura $d=1000$ mm

Figura 7 - Gráfico da Rigidez Rotacional Total versus Razão $k_{1,a}/k_{2,a}$

5. CONCLUSÕES

Neste artigo, modelos numéricos foram desenvolvidos, via método dos elementos finitos, para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto contínuas com lajes de concreto armado. O objetivo foi avaliar o procedimento adotado pela ABNT NBR 8800:2008 para obtenção das rigidezes rotacionais isoladas da laje de concreto e da alma do perfil de aço e, consequentemente, da rigidez rotacional total dessas vigas.

Os valores numéricos obtidos para a rigidez rotacional da laje de concreto, para os casos em que a curva momento *versus* rotação apresentou patamar de fissuração, foram sempre maiores que os valores da equação da ABNT NBR 8800:2008, variando desde 1,09 a 1,56, o que demonstra a necessidade de mais estudos a respeito dessa equação.

Os valores numéricos da rigidez rotacional da alma do perfil, por sua vez, praticamente coincidiram com os valores analíticos da ABNT NBR 8800:2008, possuindo um desvio máximo de 6%. Portanto, a equação analítica prevê de forma adequada a rigidez rotacional da alma.

Foi possível perceber que a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento praticamente não contribui para o valor da rigidez rotacional da viga mista, já que se restringiu a menos que 4% do valor desta. Essa conclusão vai ao encontro do procedimento da ABNT NBR 8800:2008

que despreza a rigidez da conexão de cisalhamento no cálculo da rigidez rotacional da viga mista.

De maneira geral, o procedimento para a determinação da rigidez rotacional de uma viga mista de aço e concreto contínua com lajes de concreto armado se mostrou eficiente, tendo em vista que os desvios relativos, referentes aos modelos que apresentaram patamar de fissuração para a laje de concreto, foram menores ou iguais a 5%.

Pela análise dos resultados, foi possível deduzir que quanto maior a relação entre as rigidezes analíticas da laje e da alma, $k_{1,a}/k_{2,a}$, maior é a contribuição da rigidez da alma do perfil na rigidez total da viga mista. Para os modelos estudados, com razões $k_{1,a}/k_{2,a}$ maiores que 17, a contribuição da rigidez da laje no valor da rigidez rotacional da viga mista foi muito pequena, menor que 5%, e poderia, portanto, ser desprezada.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio ao desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ansys, INC (2011). Release 11.0 Documentation for ANSYS. Canonsburg: [s.n.].
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2008). Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. ANBT NBR 8800:2008. Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014). Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. ANBT NBR 6118:2014. Rio de Janeiro.
- Calenzani, A.F.G. (2008). Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal. Tese, Belo Horizonte, Universidade Federal de Minas Gerais.
- CEN, Eurocode 4 (2004). Design of composite steel and concrete structures- Part 1-1: general rules and rules for buildings. EN 1994-1-1:2004. Bruxelas.

- Chen, S. (1992). Instability of composite beams in hogging bending. Thesis, U.K., University of Warwick.
- Fan, C.K.R. (1990). Buckling in continuous composite beams. Thesis, U.K., University of Warwick.
- Johnson, R.P. (2004). Composite structures of steel and concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings. 3 ed. Warwick, U.K.: Blackwell.
- Johnson, R.P. and Molenstra, N. (1990). Strength and stiffness of shear connections for discrete U-frame action in composite plate girders. Struct. Eng., v68, p. 386-392.
- Roik K., Hanswille G., Kina J. (1990). Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams. Stahlbau, v59, p. 327-332 [in German].

STUDY OF ROTATIONAL STIFFNESS OF CONTINUOUS COMPOSITE STEEL AND CONCRETE BEAMS WITH REINFORCED CONCRETE SLAB

Abstract

In continuous composite steel and concrete beams, in hogging moment regions, the ultimate limit state of lateral-distortional buckling should be checked. The Brazilian design standard of the steel and concrete composite structures, ABNT NBR 8800:2008, provides an approximate procedure to check this limit state based on behavior of the U-frame mechanism. The moment resistance to the lateral-distortional buckling is obtained from the elastic critical moment of an analytical model constituted by steel profile and a spring with stiffness equal to the rotational stiffness of the composite beam, which simulates the behavior of the U-frame mechanism. In this paper, numerical models have been developed, by the finite element method, to study the behavior of the continuous composite beams in hogging moment regions, with an emphasis on determining the rotational stiffness of these beams and evaluation of the procedure adopted by ABNT NBR 8800:2008. The rotational stiffnesses of the steel profile web, of the reinforced concrete slab and of the shear connection (comprised by single or pairs of studs bolted welded at the flange of the steel profile) were evaluated. Conclusions regarding the factors that influence the value of the rotational stiffness of the composite beams were obtained.

Keywords: Composite Steel and Concrete Beams; Lateral-distortional Buckling; Rotational Stiffness.

1. INTRODUCTION

Continuous and semi-continuous composite steel and concrete beams have the bottom flange compressed in the vicinity of the internal supports, this causes the flange to have a tendency to buckle in relation to its major axis of bending, since the web prevents buckling in relation to its minor axis. Not having sufficient stiffness to the lateral flexion, the web distorts and the compressed flange is subjected to a lateral displacement, δ , and a rotation, θ , in an ultimate limit state denominated lateral-distortional buckling. The slab bending and the deformation of shear connection facilitate the manifestation of this phenomenon, which allow the twisting of the steel section practically as a rigid body. Figure 1 shows this phenomenon.

The Brazilian design standard ABNT NBR 8800:2008, based on EN 1994-1-1:2004, proposes a design procedure for the determination of resistant bending moment to lateral-distortional buckling of composite beams in the hogging moment region. As an initial step, this procedure predicts the elastic critical moment, M_{cr} , according to Equation (1), proposed by Roik *et al.* (1990). The elastic critical moment depends on the rotational stiffness of the composite beam (k_r), calculated by Equation (2), according to ABNT NBR 8800:2008. The flexural rigidities of the slab and web are given, respectively, by Equations (3) and (4), with the stiffness of the shear connection being neglected.

The objective of this paper was to develop numerical models, with the support of Ansys Mechanical 17.0 (2016), to evaluate the accuracy of the method adopted by ABNT NBR 8800:2008 to obtain the rotational stiffness of continuous composite beams composed of reinforced concrete slab and non-stiffened web steel profile. Numerical modeling was validated by means of tests performed by Calenzani (2008), who obtained the rotational stiffness of composite beams comprised by reinforced concrete slab and sinusoidal web steel profile. In order to evaluate the formulation proposed by the mentioned standard, forty numerical models of composite beams were processed.

2. NUMERICAL ANALYSIS

Three-dimensional numerical models in finite elements were developed to simulate the experimental results obtained by Calenzani (2008). There were used the following elements: *SOLID65* for the reinforced concrete slab; *SOLID185* for shear connectors; *SHELL181* for the steel profile and *CONTA173/TARGE170* for the contact between the top flange of the steel profile and the underside of the concrete slab. The numerical models considered the physical nonlinearity due to the constitutive relations of the materials and the nonlinearity due to the contact. We adopted the Newton-Raphson complete resolution method and the Adaptive Descent and Line Search techniques to help in the control of the displacements of each iteration, providing a stable and convergent solution.

The stress-strain curves of the steel and concrete material can be seen in Figure 2. The failure criterion adopted for the concrete was that of William and Warnke (1975), being established for the shear transfer coefficients for open and closed cracks values of 0.3 and 0.8,

respectively. Figure 3 shows the boundary conditions and the loading applied to the numerical models.

The study to define the dimensions of the mesh was not carried out in this step, due to the large discretization of the elements of the steel profile, because of the sinusoidal web geometric shape which has only 2 mm thick.

The numerical modeling was checked by comparing moment versus total rotation curves of numerical and experimental models. The total rotation is composed by the rotation of the concrete slab, the sinusoidal web of the steel profile and the shear connection and the moment is determined by the product of the force applied to the bottom flange and the distance between the geometric centers of the bottom and top flanges of the steel profile. Figures 5 and 6 show the numerical and experimental responses for the U1-P and U2-P models, respectively. In general, the moment versus total rotation curves for both prototypes showed the adequacy of numerical modeling to the proposed application.

3. PARAMETRIC ANALYSIS

After the validation, a parametric analysis was carried out to evaluate the rotational stiffness of continuous composite beams. The parameterization models were implemented with the same characteristics as numerical validation models, except for the sinusoidal web that was replaced by a plan web and the load, which was applied as a uniformly distributed load on the bottom flange of steel profile.

The values of the material properties used in the parametric models are included in Table 1. The constitutive relation of the steel material remained the same, however, for the concrete material, this relation was modified: the curve does not present a linear relation for tensions below $0.5f_{ck}$, but rather the same parabolic behavior until the characteristic compressive strength is achieved.

Table 3 shows the parametric models developed and the parameters established for the concrete slab, steel profile web and shear connection.

4. ANALYSIS OF THE RESULTS

The results of the parametric analysis were presented in Table 4, in which it is possible to evaluate the numerical rotational rigidities of the concrete slab ($k_{1,n}$), the steel profile web ($k_{2,n}$), the shear connection ($k_{3,n}$) and the total ($k_{r,n}$), as well as the rotational rigidities of the concrete slab ($k_{1,a}$), the steel profile web ($k_{2,a}$) and total ($k_{r,a}$) according to ABNT NBR 8800:2008.

Analyzing the data in Table 4, it was observed that the rotational stiffness of the shear connection has little influence on the rotational stiffness of the composite beam, since its contribution was limited to a maximum of 4.1%, to one shear connector in the cross section. When there are two shear connectors in the cross section, the contribution is practically zero.

The numerical values of the rotational stiffness of the steel profile web practically coincided with the analytical values of Equation (4), with a maximum deviation of 6% for the "U25" model. The numerical values of the slab rotational stiffness values were always greater than the analytical, for the slab that completely cracks, varying from 1.09 to 1.56. This demonstrates the need for further studies about the slab stiffness equation prescribed by ABNT NBR 8800:2008.

By the analysis of the results, it was possible to deduce that the higher the relation $k_{1,a}/k_{2,a}$, the greater the contribution of the rotational stiffness of the steel profile web in the total rotational stiffness of the composite beam. This contribution corresponds to values above 95% for the numerical analysis, when that ratio is higher than 17 (Figure 7).

5. CONCLUSIONS

Numerical models using finite element method were developed in this paper to determine the rotational stiffness of composite steel and concrete beams with reinforced concrete slabs. The objective was to evaluate the procedure adopted by ABNT NBR 8800:2008 to obtain the rotational rigidities from the concrete slab and steel profile web and, consequently, the total rotational stiffness of these beams.

The numerical values obtained for the rotational stiffness of the concrete slab were always greater than the values of the ABNT NBR 8800:2008 equation, for the slab that

completely cracks, ranging from 1.09 to 1.56. This demonstrates the need for further studies on this equation.

The numerical values of the rotational stiffness of the steel profile web practically coincided with the analytical values of ABNT NBR 8800:2008 equation, with a maximum deviation of 6%. Therefore, the analytical equation adequately predicts the rotational stiffness of steel profile web.

It was possible to notice that the rotational stiffness of the shear connection practically does not contribute to the value of the rotational stiffness of the composite beam. This conclusion is in line with the procedure of ABNT NBR 8800:2008 which neglects the rigidity of the shear connection in the calculation of the rotational stiffness of the composite beam.