

Projeto ótimo de Pilares em Concreto de Alta Resistência Segundo ABNT

NBR 6118:2014

Elcio Cassimiro Alves¹, Paula Mayer dos Santos Souza[†]

RESUMO

O dimensionamento de pilares de concreto armado é, em geral, baseado na experiência do projetista, que analisa as cargas a que estão submetidos e define uma seção que seja capaz de resistir aos esforços solicitantes e de atender às especificações da normalização vigente. Este artigo objetiva apresentar a formulação e os critérios definidos pela ABNT NBR 6118:2014 para o dimensionamento de pilares de concreto armado, retangulares e circulares, com resistências acima de 50MPa e definir a geometria otimizada, a mais econômica, entre as inúmeras capazes de resistir ao carregamento existente. A otimização foi realizada no *software Matlab*, pelo método dos pontos interiores. Serão analisados exemplos numéricos de modo a verificar a viabilidade da utilização de pilares com concreto de alta resistência na obtenção da seção mais econômica. Dessa forma, percebeu-se que pilares com essa resistência são indicados quando há imposição de dimensões ou necessidade de redução de seções.

Palavras Chaves: *Pilares, Ótimo, Concreto, Alta Resistência*

¹ Professor Universidade Federal do Espírito Santo
Av. Fernando Ferrari, 514 – Goiabeiras – Vitória – ES – Brasil Cep 29075-910, [†]
Corresponding author (elcio.calves1@gmail.com)

<http://dx.doi.org/10535/rsaee.v15i1.7169>

INTRODUÇÃO

O dimensionamento de estruturas de concreto armado é, em geral, baseado na experiência do projetista, que faz o lançamento inicial dos pilares, analisa as cargas a que estão submetidos e então atualiza as dimensões de modo que a seção seja capaz de resistir aos esforços solicitantes e de atender às especificações da normalização vigente.

Os avanços tecnológicos e as pesquisas possibilitaram a obtenção de concretos com resistência característica elevada. Assim, foram necessárias adaptações às normalizações vigentes de modo que definissem critérios para a utilização e o dimensionamento de estruturas com esses concretos de elevada resistência.

Técnicas de otimização podem ser inseridas em programas computacionais que realizam cálculos iterativos, que atualizam os valores das variáveis até encontrar o custo mínimo para o pilar. Neste cálculo devem ser verificados os critérios e exigências definidos pelas normas de dimensionamento a fim de que seja definida uma estrutura segura. Este artigo está baseado na normalização atual que determina os procedimentos para o projeto de estruturas de concreto, a ABNT NBR 6118:2014. Assim, utiliza as propriedades dos materiais, as hipóteses básicas do dimensionamento, as restrições (valores máximos e mínimos exigidos) e o método do pilar-padrão com curvatura aproximada para o cálculo dos efeitos de segunda ordem, conforme definidos pela norma para o dimensionamento dos pilares.

O dimensionamento de pilares vem sendo estudado ao longo dos anos, bem como a utilização da otimização para esta finalidade. Dentre os trabalhos mais recentes, pode-se destacar Sias e Alves (2014), Sias (2014), Pires e Silva (2014), Moraes (2013), Franco (2010), Miranda (2008), Rodrigues Júnior (2005) e Smaniotto (2005).

Sias e Alves (2014) e Sias e Alves (2015) estudam o problema de otimização para pilares com esbeltez menor que 90 e concreto com resistência até 50MPa para seções retangulares e circulares e apontam a viabilidade na redução de custos quando implementado o problema de otimização. Souza e Alves (2016) abordam o projeto otimizado de pilares de concreto armado considerando concreto de alta resistência e verificaram que o aumento desta resistência pode reduzir o custo final dos pilares. Pires e Silva (2014), entretanto, reuniram os dois temas, abordando o dimensionamento otimizado de pilares esbeltos, porém não levando em consideração a resistência do concreto que é, ainda, um assunto pouco explorado para concretos de até 50 MPa. Alves et al (2017) apresentam um estudo sobre dimensionamento de pilares esbeltos levando em consideração concreto com resistência acima de 50MPa apontado a viabilidade da implementação do problema de otimização para pilares esbeltos. Borgdigon e

Kripka (2012) apresentam um estudo sobre dimensionamento ótimo de pilares sujeitos a flexão composta para concreto até 50MPa utilizando o método do recozimento simulado e comparam neste estudo a viabilidade de usar métodos discretos de otimização com outros métodos.. Kripka et al (2016) apresentam um estudo sobre otimização topológica de pórticos de concreto armado limitando as seções e apontam que a solução ótima para os problemas estudados são similares ao problema aplicado na prática.

Objetiva-se neste trabalho apresentar a formulação do problema de otimização de pilares medianamente esbeltos submetidos a flexo compressão oblíqua de acordo com a ABNT NBR 6118:2014.

Exemplos de aplicação para seções retangulares e circulares são apresentados para mostrar a aplicação da formulação aqui proposta. O programa para o dimensionamento e otimização foi desenvolvido na plataforma do Matlab utilizando a ferramenta do *guide* e o algoritmo dos pontos interiores foi utilizada para obter a solução do problema de otimização.

2 DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

Os pilares são elementos fundamentais para as estruturas de concreto armado. A ABNT NBR 6118:2014 não permite o dimensionamento de pilares com carga centrada, portanto, os pilares são dimensionados sempre com carga excêntrica, à flexo-compressão normal ou à flexo-compressão oblíqua, considerando-se ao menos um momento mínimo, estabelecido pela norma. As tensões no concreto se distribuem de acordo com o diagrama mostrado na Figura 1.

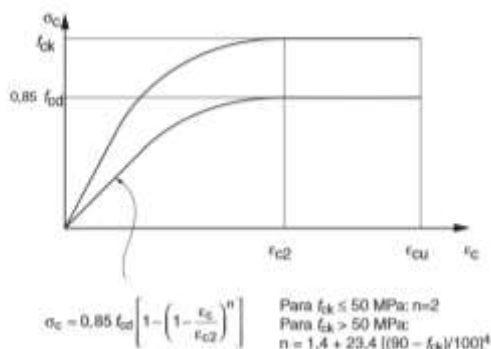


Figura 1. Diagrama tensão-deformação idealizado (ABNT NBR 6118:2014).

Concretos com resistência característica à compressão (f_{ck}) entre 50 e 90MPa, devem ter o valor da tensão de pico ($\alpha_c \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$) substituído por $0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50)/200] \cdot f_{cd}$. Essa tensão de pico é válida para seções em que a largura, medida paralelamente à linha neutra, não diminui a partir desta para a borda comprimida, situação abordada neste trabalho. Nos demais casos, esses valores são reduzidos em 90%.

Além disso, os valores dos parâmetros de deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico (ε_{c2}) e deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (ε_{cu}) variam de acordo com o f_{ck} , e são definidos:

Para $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$

$$\varepsilon_{c2} = 2\text{‰} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad (2)$$

Para $50 < f_{ck} \leq 90\text{MPa}$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (4)$$

1.1. Hipóteses básicas do dimensionamento

A ABNT NBR 6118:2014 define as hipóteses básicas para o dimensionamento de pilares de concreto armado em seu item 17.2.2. São elas: as seções transversais permanecem planas após as deformações; o concreto e o aço estão completamente aderidos um ao outro; se despreza a resistência do concreto à tração no Estado Limite Último; as tensões no concreto se distribuem de acordo com o diagrama parábola-retângulo.

1.2. Dimensões limites

A ABNT NBR 6118:2014 permite a utilização de pilares com dimensão inferiores a 19cm, até o mínimo de 14cm, desde que as ações solicitantes sejam majoradas pelos coeficientes indicados na Tabela 1. Além disso, deve-se observar que, segundo a ABNT NBR 6118:2014, a seção de concreto deve possuir área mínima de 360cm². Outra definição da norma acerca dos pilares é que nos casos em que a maior dimensão excede em 5 vezes a menor dimensão da seção transversal, os mesmos devem ser tratados como pilar-parede.

Tabela 1 - Valores do coeficiente adicional γ_n para pilares e pilares-parede.

b (cm)	19	18	17	16	15	14
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
Onde $\gamma_n = 1,95 - 0,05b$ b a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros (cm). NOTA: O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.						

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, o comprimento equivalente (l_e) de um elemento comprimido suposto vinculado em ambas as extremidades é:

$$l_e = \text{mínimo}(l_0 + h; l) \quad (5)$$

Sendo l_0 a distância entre as faces internas dos elementos que vinculam o pilar, h a altura da seção transversal do pilar medida no plano da estrutura em estudo e l a distância entre eixos dos elementos que vinculam o pilar.

A 1 visa esclarecer essas definições. Na 1-a tem-se um pilar vinculado por vigas e na 1-b um pilar vinculado por lajes.

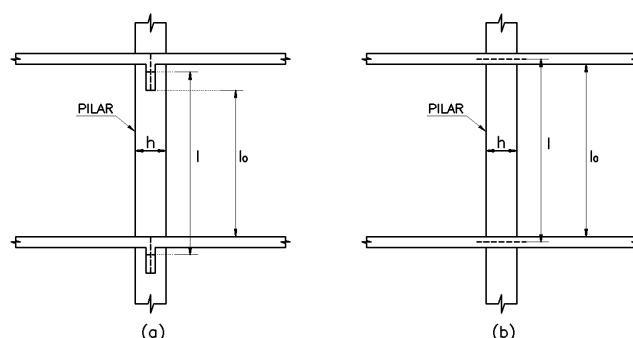


Figura 1 - Definição do comprimento equivalente de um elemento comprimido (Carvalho e Pinheiro (2005)). Nota: Figura adaptada pela autora. Denominação a e b feita pelos autores.

O índice de esbeltez (λ) do pilar é calculado em função de sua geometria e do comprimento equivalente do elemento comprimido (l_e), e deve ser definido para cada direção principal e central de inércia, por:

$$\lambda_x = l_{e,x}/i_y \text{ e } \lambda_y = l_{e,y}/i_x \quad (6)$$

Em que i é o raio de giração em x (i_x) e em y (i_y) definidos pela raiz quadrada da razão entre o momento de inércia (I_x ou I_y) e a área da seção transversal (A_c), conforme:

$$i_y = \sqrt{I_y/A_c} \text{ e } i_x = \sqrt{I_x/A_c} \quad (7)$$

Em função do índice de esbeltez, da geometria da seção e da disposição das armaduras, a ABNT NBR 6118:2014[1] define os métodos de determinação dos efeitos locais de segunda ordem, conforme será mostrado no item 2.5. A norma não admite pilares com índice de esbeltez superior a 200.

1.3. Momentos mínimos

A ABNT NBR 6118 (2014, p.130) explica a necessidade de consideração de um momento mínimo devido as imperfeições globais que estão relacionadas ao desaprumo da edificação, enquanto as imperfeições locais consideram a falta de retilineidade do pilar em questão. Para

combater esses efeitos locais a ABNT NBR 6118:2014 recomenda, no item 11.3.3.4.3, que seja calculado um momento mínimo de 1ª ordem ($M_{1d,min}$), dado pela equação (8). Nesta equação, N_d é a força normal solicitante de cálculo e h é a altura total da seção transversal na direção considerada, em metros.

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (8)$$

Nas estruturas reticuladas usuais, considera-se este efeito atendido se o valor total de momento mínimo for respeitado. Além disso, para os pilares retangulares, tem-se uma envoltória mínima dos momentos de 1ª ordem, mostrada na figura 11.3 da ABNT NBR 6118:2014. Se for necessário determinar os momentos de 2ª ordem, a envoltória a ser utilizada é a envoltória mínima com 2ª ordem, definida na figura 15.2 da referida norma.

1.4. Efeitos locais de segunda ordem

A ABNT NBR 6118:2014 permite que os efeitos locais de segunda ordem sejam desprezados quando o índice de esbeltez do elemento comprimido for menor que o índice limite (λ_1), definido pela equação (9) e limitado em $35 \leq \lambda_1 \leq 90$.

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot e_1/h}{\alpha_b} \quad (9)$$

Em que e_1/h é a excentricidade relativa de 1ª ordem na extremidade do pilar onde ocorre o momento de 1ª ordem de maior valor absoluto e α_b varia de acordo com a vinculação dos extremos do pilar isolado, conforme definido no item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014.

Para $\lambda \leq 90$, pode-se utilizar o método do pilar-padrão com curvatura aproximada ou o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada. Adota-se para $\lambda < 140$ o método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, $1/r$. Para índices acima de 140, deve-se utilizar o método geral. E, quando $\lambda \geq 90$ é necessário considerar os efeitos da fluência.

O método do pilar-padrão com curvatura aproximada pode ser empregado em pilares com $\lambda < 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. Por este método o momento total máximo ($M_{d,tot}$) é calculado pela equação (10).

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (10)$$

Em que $M_{1d,A}$ é o momento de 1ª ordem atuante na seção crítica do pilar, N_d é o esforço normal solicitante de cálculo e $1/r$ é a curvatura da seção crítica, calculada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \cdot (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (11)$$

Sendo h a altura da seção na direção considerada e v a força adimensional, dada por:

$$v = N_d / (A_c \cdot f_{cd}) \quad (12)$$

1.5. Dimensionamento segundo a ABNT NBR 6118:2014

A ABNT NBR 6118:2014 impõe alguns limites para as armaduras utilizadas nas seções de pilares de concreto armado. A área de aço longitudinal deve corresponder a, no mínimo, 0,4% da área de concreto e a, no máximo, 8% da mesma (considerando inclusive as regiões de transpasse das armaduras). Além disso, a área de aço deve ser superior a 15% da razão entre o esforço normal solicitante de cálculo (N_{sd}) e a resistência de cálculo do aço ao escoamento (f_{yd}). Não é permitido o uso de barras longitudinais com diâmetro inferior a 10mm nem superior a 1/8 da menor dimensão da seção transversal.

Em seções poligonais, deve-se ter pelo menos 1 barra em cada vértice, e em seções circulares no mínimo 6 barras distribuídas ao longo do perímetro. O espaçamento máximo entre eixos das barras deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção transversal, sem exceder 40cm e o espaçamento mínimo entre as faces das barras, fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos valores: 20mm; diâmetro da barra; e 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo (Figura 2).

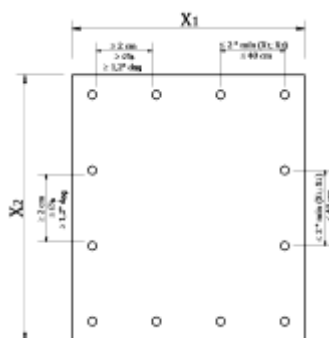


Figura 2 - Espaçamentos mínimo e máximo entre barras longitudinais.

Sendo x_1 a base do pilar, x_2 a altura do pilar, ϕ_b o diâmetro das barras e d_{ag} a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Conforme explicado anteriormente, o problema de otimização se baseia em encontrar a solução ótima que maximize ou minimize a função objetivo. No caso do dimensionamento de pilares, a função objetivo é o custo total do pilar (por metro linear), que engloba o custo do concreto, do aço e das formas utilizadas. Assim, a função objetivo a qual deseja-se minimizar pode ser definida por:

$$f_{(min)} = C_c \cdot A_c + C_a \cdot A_a \cdot \rho + C_f \cdot P_f \quad (13)$$

Em que C_c é o custo do concreto (R\$/m³); A_c é a área da seção transversal de concreto (m²); C_a é o custo do aço (R\$/kg); A_a é a área de aço total na seção transversal de concreto (m²); ρ é o peso específico do aço (kg/m³); C_f é o custo das formas (R\$/m²) e P_f é o perímetro de formas (m), equivalente ao perímetro do pilar.

A solução ótima para a função objetivo acima definida é dada por meio de cálculos iterativos que alteram os valores das variáveis sucessivamente, até obter o ponto de mínimo. Dessa forma, tem-se, no programa computacional desenvolvido, para seções retangulares, conforme mostrado na Figura 3, as seguintes variáveis:

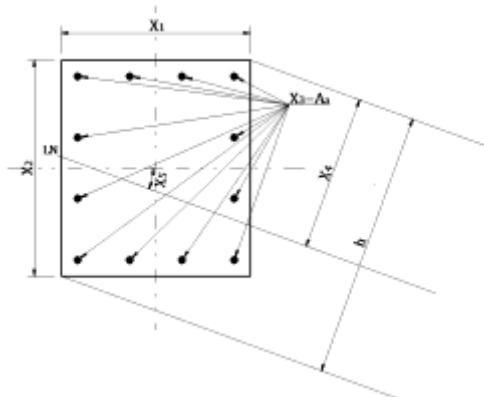


Figura 3 -. Variáveis adotadas para as seções retangulares.

Onde:

x_1 é a base da seção; x_2 é a altura da seção; $x_3 = A_a$ é área de aço total da seção; x_4 é a profundidade da linha neutra; x_5 é o ângulo de inclinação da linha neutra e $x_6 = f_{ck}$ é a resistência característica do concreto à compressão.

De acordo com as opções de otimização selecionadas no programa x_1 , x_2 e x_6 podem ser fixas ou ter seus valores alterados.

As seções circulares, possuem basicamente as mesmas variáveis, porém ao invés das dimensões dos lados do retângulo, tem-se o diâmetro do pilar.

Sendo x_1 o diâmetro da seção; $x_2 = A_a$ a área de aço total da seção; x_3 a profundidade da linha neutra; x_4 o ângulo de inclinação da linha neutra e a resistência característica do concreto à compressão ($x_5 = f_{ck}$).

Neste caso, as opções de otimização selecionadas no programa definem se x_1 e x_5 devem ser fixas ou ter seus valores alterados iterativamente. A Figura 4 mostra as variáveis adotadas para as seções circulares.

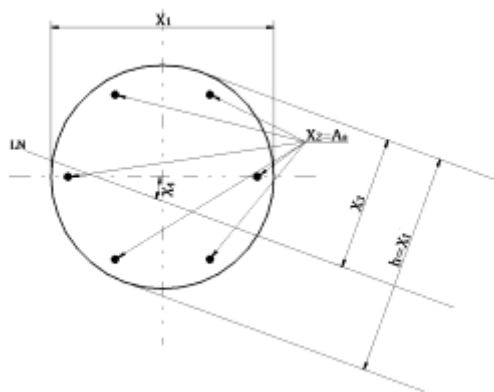


Figura 4 - Variáveis adotadas para as seções circulares.

A solução ótima deve atender às funções de restrições, as quais, em geral, são recomendações e exigências da norma de dimensionamento. As funções de restrições inseridas no programa foram as citadas no item 2.6.

- a) Área mínima da seção transversal:

$$A_c \geq 360 \text{ cm}^2 \quad (14)$$

- b) Número de barras (n_b) mínimo na seção:

- b.1) Pilares retangulares:

$$n_b \geq 4 \quad (15)$$

- b.2) Pilares circulares:

$$n_b \geq 6 \quad (16)$$

- c) Taxas geométricas mínimas e máxima:

$$\text{máximo}(0,004 \cdot A_c; 0,15 \cdot N_{sd} / f_{yd}) \leq A_a \leq 0,04 \cdot A_c \quad (17)$$

- d) Espaçamento mínimo e máximo em cada direção:

- d.1) Pilares retangulares:

$$2 \text{ cm} \leq S_x = (x_1 - 2 \cdot d') / n_{sx} \leq \text{mínimo}[40 \text{ cm}; 2 \cdot \text{mínimo}(x_1; x_2)] \quad (18)$$

$$2 \text{ cm} \leq S_y = (x_2 - 2 \cdot d') / n_{sy} \leq \text{mínimo}[40 \text{ cm}; 2 \cdot \text{mínimo}(x_1; x_2)] \quad (19)$$

Sendo

S_x e S_y os espaçamentos entre as barras nas direções x e y, base e altura da seção, respectivamente;

d' a distância do eixo das barras longitudinais à face externa da seção; e

n_{sx} e n_{sy} os números de espaçamentos entre as barras nas direções x e y.

- d.2) Pilares circulares:

$$2 \text{ cm} \leq S_b = \pi \cdot (x_1 - 2 \cdot d') / n_b \leq 40 \text{ cm} \quad (20)$$

Em que S_b é o espaçamento entre as barras, medido radialmente.

- e) Diâmetro das barras de aço (ϕ), mínimo e máximo. Foi adotado 40mm como limite máximo para o diâmetro da barra devido aos diâmetros comerciais disponíveis.

- e.1) Pilares retangulares:

$$10mm \leq \phi_b = \frac{A_a}{n_b} \leq \text{mínimo} \left[\frac{1}{8} \cdot \text{mínimo}(x_1; x_2); 40mm \right] \quad (21)$$

- e.2) Pilares circulares:

$$10mm \leq \phi_b = \frac{A_a}{n_b} \leq \text{mínimo} \left[\frac{x_1}{8}; 40mm \right] \quad (22)$$

- f) Índice de esbeltez (λ) máximo adotado:

$$\text{máximo}(\lambda_x; \lambda_y) \leq 90 \quad (23)$$

- g) Limites impostos pelos domínios de deformação:

- g.1) Pilares retangulares:

- Domínios 3, 4 e 4a

$$x_4 \leq x_1 \cdot \text{sen}(x_5) + x_2 \cdot \cos(x_5) \leq 10\% \cdot x_4 / \varepsilon_{cu} \quad (24)$$

- Domínio 5

$$x_4 \geq x_1 \cdot \text{sen}(x_5) + x_2 \cdot \cos(x_5) \quad (25)$$

- g.2) Pilares circulares:

- Domínios 3, 4 e 4a

$$x_3 \leq x_1 \leq 10\% \cdot x_3 / \varepsilon_{cu} \quad (26)$$

- Domínio 5

$$x_3 \geq x_1 \quad (27)$$

- h) Resistências devem ser superiores às solicitações:

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \quad (28)$$

$$M_{x,Rd} \geq M_{x,Sd} \quad (29)$$

$$M_{y,Rd} \geq M_{y,Sd} \quad (30)$$

Sendo

N_{Rd} a força resistente de cálculo da seção transversal;

$M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$ os momentos resistentes de cálculo nas direções x e y, respectivamente; e

$M_{x,Sd}$ e $M_{y,Sd}$ os momentos solicitantes de cálculo nas direções x e y, respectivamente.

Finalmente, tem-se o espaço de busca, ou região viável, o qual deverá conter a solução ótima, dada para pilares retangulares por:

$$14cm \leq x_1 \leq 300cm \quad (31)$$

$$14cm \leq x_2 \leq 300cm \quad (32)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,min}) \leq x_6 \leq 90MPa \quad (33)$$

Sendo $f_{ck,min}$ o valor mínimo exigido pela norma para a resistência característica do concreto à compressão em função da classe de agressividade do local da edificação.

E, para pilares circulares por:

$$21cm \leq x_1 \leq 300cm \quad (34)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,min}) \leq x_5 \leq 90MPa \quad (35)$$

O diâmetro dos pilares circulares possui como limite inferior 21cm devido à limitação de área mínima de 360cm², imposta pela ABNT NBR 6118:2014.

Tanto para a formulação do problema para as seções retangular e circular as variáveis de projeto foram consideradas variáveis contínuas. Porém o número de barras das seções foi considerado como variáveis discretas, sendo aumentados progressivamente em cada passa do problema de otimização e limitados a valores mínimos conforme descritos nas Equações (15) e (16) para seção retangular e circular respectivamente e espaçamentos dados nas Equações (18) e (19) para seção retangular e Equação (20) para seção circular.

4 O PROGRAMA DESENVOLVIDO

Para o dimensionamento dos pilares e o desenvolvimento do problema de otimização o programa foi desenvolvido na plataforma do Matlab. A tela de interface do usuário do programa segue na Figura 5. Conforme, pode ser observado, nesta tela, o usuário poderá escolher a seção, editar os valores dos custos dos materiais que vêm previamente carregados, escolher a classe de agressividade, entrar com as dimensões e carregamentos e escolher quais variáveis serão consideradas para o problema de otimização. Caso o usuário não escolha nenhuma variável de otimização, o programa irá verificar e dimensionar a seção para os valores dados como parâmetros de entrada. A solução do problema de otimização é obtido pelo método dos pontos interiores que está disponível na biblioteca do Matlab. A escolha do método de solução do problema de otimização se deu devido as características do problema e por convergir de forma mais rápida que outros métodos anteriormente testados.

Dimensionamento Otimizado de Pilares - Dados de Entrada

Dados de Entrada

Seção transversal
Retangular

Geometria

300 Comprimento Equivalente (l_e) [cm]
3 d' [cm] (cobr. + estribo + 0,5diam.)
30 Largura [cm]
60 Altura [cm]

Materiais

AGRESSIV. AMBIENT. I
20 CONCRETO - f_{ck} [MPa]
500 AÇO - f_{yk} [MPa]

Esforços solicitantes (valores característicos)

1107.14	Nsk [kN]	0	Nsg [kN]
221.43	Mxask [kN.m]	83.03	Myask [kN.m]
0	Mxbsk [kN.m]	0	Mybsk [kN.m]
0	Mxsq [kN.m]	0	Mysq [kN.m]

Obs.:
- Nsk positivo para compressão.
- Mxask e Myask são os maiores valores absolutos do momento ao longo do pilar biapoado.
- Mxbsk e Mybsk são os menores valores absolutos do momento ao longo do pilar biapoado.
- Nsg, Mxsq e Mysq são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente.

Preços dos Materiais

315.00	CONCRETO C20 [R\$/m³]	397.98	CONCRETO C45 [R\$/m³]	707.72	CONCRETO C70 [R\$/m³]
326.57	CONCRETO C25 [R\$/m³]	464.56	CONCRETO C50 [R\$/m³]	768.99	CONCRETO C75 [R\$/m³]
336.22	CONCRETO C30 [R\$/m³]	524.86	CONCRETO C55 [R\$/m³]	830.26	CONCRETO C80 [R\$/m³]
346.84	CONCRETO C35 [R\$/m³]	585.17	CONCRETO C60 [R\$/m³]	891.53	CONCRETO C85 [R\$/m³]
358.42	CONCRETO C40 [R\$/m³]	646.44	CONCRETO C65 [R\$/m³]	952.81	CONCRETO C90 [R\$/m³]
6.00	AÇO [R\$/kg]	50.00	FORMA [R\$/m²]		

Otimização

☐ Otimizar f_{ck}
☐ Otimizar Largura
☐ Otimizar Altura

Figura 5 – Interface do programa de Dimensionamento e Otimização

5 EXEMPLOS

Os resultados gerados pelo programa foram validados com a literatura e com Sias (2014) nos dois primeiros exemplos que seguem, o primeiro referente à seção retangular e o segundo à seção circular. Em seguida novos exemplos foram desenvolvidos.

Os exemplos foram calculados no programa por três vezes. A primeira com a geometria inicial definida (seção original), a segunda com a geometria (ou uma das dimensões) liberada para ser otimizada, e a terceira com a geometria e o f_{ck} liberados para a otimização. O comprimento efetivo considerado foi de 300cm, valor médio para pé-direito de edifícios. Considerou-se também $d' = 3\text{cm}$ e aço CA-50 ($f_{yk} = 500\text{MPa}$).

Para a comparação dos custos, os valores utilizados foram baseados na Tabela SINAPI, da Caixa Econômica Federal, de novembro de 2015 e referente à cidade de Vitória – ES. É importante salientar que a definição precisa dos custos dos materiais influencia direta e fortemente nos resultados fornecidos pelo programa. Dessa forma, os custos devem ser levantados de forma adequada para não se obter resultados distorcidos.

5.1 Exemplo 1

O primeiro exemplo analisado foi retirado do capítulo 4 de Carvalho e Pinheiro (2005), exemplo 4.11. Trata-se de uma seção retangular, submetida à força normal $N_{sd} = 1550kN$, com excentricidades totais $e_x = 7,5cm$ e $e_y = 20cm$, resultando em momento em torno do eixo x de $310kN.m$ e em torno do eixo y de $116,25kN.m$. A seção original definida pelos autores possuía 30cm de base, 60cm de altura e $f_{ck} = 20MPa$. A Figura 6 apresenta a geometria e interface do programa com os dados do problema.

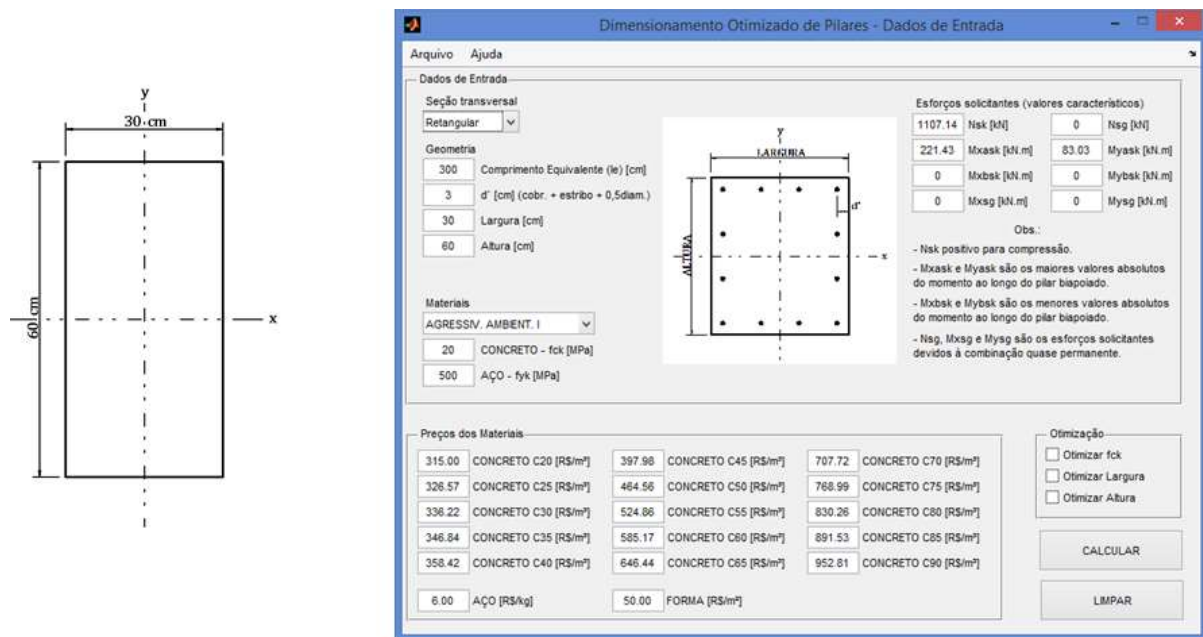


Figura 6 – Dados do Exemplo 1.

Os autores dimensionaram a seção por meio de ábacos. Na primeira tentativa obtiveram área de aço de $48,5cm^2$ com um arranjo inicial da distribuição das barras e, após fazer um rearranjo das barras longitudinais, a segunda tentativa forneceu uma área de aço de $39,6cm^2$. Os resultados obtidos para este exemplo tanto pelos autores quanto pelo *software* desenvolvido estão mostrados na

Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados obtidos para o exemplo 1.

Autor	Análise	Base (cm)	Altura (cm)	Área de aço (cm ²)	f_{ck} (MPa)
Carvalho e Pinheiro [3]	Primeira tentativa	30,00	60,00	48,5	20
	Segunda tentativa	30,00	60,00	39,6	20
Software	Seção original	30,00	60,00	40,3	20
	Geometria otimizada	40,63	70,92	11,53	20
	Geometria e f_{ck} otimizados	31,47	58,95	7,42	45

A partir da análise da

Tabela 2, pode-se observar que, mantendo-se a seção original, a área de aço obtida pelo *software* foi muito próxima da definida pelos autores em sua segunda tentativa. Com apenas a geometria liberada para a otimização, o programa computacional aumentou a área de concreto da seção transversal e reduziu a área de aço, utilizando, inclusive, a área de aço mínima para a seção de concreto encontrada.

Por sua vez, quando o f_{ck} também foi liberado, percebe-se que a seção transversal de concreto voltou a ser próxima da seção definida pelos autores, porém, em virtude do aumento da resistência do concreto (f_{ck}), a área de aço utilizada foi bem inferior à adotada pelos autores.

O custo de cada seção está definido na

Tabela 3. Nesta, pode-se notar que com a geometria otimizada, passou-se a ter uma redução de 24,3% em relação ao valor dos autores, e com a geometria e o f_{ck} otimizados a economia alcançou 41%.

Tabela 3 Comparação dos custos obtidos para o exemplo 1.

Autor	Análise	Consumo de concreto (m ³ /m)	Consumo de aço (kg/m)	Consumo de formas (m ² /m)	Custo total (R\$/m)	Diferença com a segunda tentativa (%)
Carvalho e Pinheiro [3]	Primeira tentativa	0,18	38,07	1,80	381,14	+12,8
	Segunda tentativa	0,18	31,09	1,80	337,62	0
Software	Seção original	0,18	31,64	1,80	341,03	+1,0
	Geometria otimizada	0,29	9,05	2,23	255,28	-24,3
	Geometria e f_{ck} otimizados	0,19	5,82	1,81	199,26	-41,0

5.2 Exemplo 2

A seção definida como a mais econômica para o carregamento estudado por Braga e Ferreira (2011) possuía diâmetro de 60cm e $f_{ck} = 25\text{MPa}$. O esforço normal solicitante de cálculo era de 4071,80kN e não foram introduzidos momentos. Os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 4.

Tabela 4 - Resultados obtidos para o exemplo 2.

Autor	Análise	Diâmetro (cm)	Área de aço (cm ²)	f_{ck} (MPa)
Braga e Ferreira [2]	Seção original	60,00	16,12	25
Software	Seção original	60,00	14,05	25
	Geometria otimizada	54,04	14,05	25
	Geometria e f_{ck} otimizados	40,28	14,05	45

Neste exemplo, nota-se que, para a seção original, a área de aço sofreu uma pequena redução e, em seguida, mesmo com a otimização da seção e do f_{ck} , manteve-se constante. É importante

destacar que tanto a área de concreto quanto a de aço sofreram redução pelo cálculo otimizado, o que resulta em diminuição no custo e, com o aumento do f_{ck} , o diâmetro pode ser ainda mais reduzido. Uma comparação dos custos de cada solução pode ser verificada na Tabela 5.

Tabela 5 Comparação dos custos obtidos para o exemplo 2.

Autor	Análise	Consumo de concreto (m ³ /m)	Consumo de aço (kg/m)	Consumo de formas (m ² /m)	Custo total (R\$/m)	Diferença com a seção original (%)
Braga e Ferreira (2011)	Seção original	0,28	12,65	1,88	262,40	0
Software	Seção original	0,28	11,03	1,88	252,26	-3,9
	Geometria otimizada	0,23	11,03	1,70	225,80	-13,9
	Geometria e f_{ck} otimizados	0,13	11,03	1,27	181,79	-30,7

Pode-se observar que, neste exemplo, mesmo mantendo a seção original o resultado fornecido pelo programa foi satisfatório, gerando uma leve redução no custo linear da seção. Com a seção e o f_{ck} otimizados os resultados foram ainda mais econômicos, conforme esperado, chegando a aproximadamente 31% ao se utilizar o f_{ck} de 45MPa.

5.3 Exemplo 3

Este item visa simular uma imposição arquitetônica de se embutir o pilar em alvenaria, logo, que o mesmo tivesse a dimensão mínima permitida pela norma: 14cm. Para tanto, foi definido como seção original, um pilar retangular com 14cm de base e 60cm de altura, $f_{ck} = 30\text{MPa}$ submetido a um esforço normal de cálculo de 1500kN. Logo após, os cálculos foram refeitos otimizando-se inicialmente a base, em seguida a altura da seção e, por fim, a altura e o f_{ck} . Os resultados podem ser vistos na

Tabela 6.

Tabela 6 Resultados obtidos para o exemplo 3.

Autor	Análise	Base (cm)	Altura (cm)	Área de aço (cm ²)	f_{ck} (MPa)
Software	Seção original	14,00	60,00	8,21	30
	Base otimizada	14,42	60,00	6,36	30
	Altura otimizada	14,00	62,88	6,47	30
	Altura e f_{ck} otimizados	14,00	27,57	6,47	80

O objetivo de se otimizar a base consistiu em verificar que o *software* converge para a dimensão mínima, conforme esperado. Mantendo-se o f_{ck} fixo e variando-se uma das seções, a outra ficou próxima da definida na seção original e a área de aço reduziu um pouco. Porém, com a liberação do f_{ck} , a seção de concreto foi transformada em uma seção de área próxima à mínima definida pela norma, utilizando-se f_{ck} de 80MPa. Os custos obtidos para essas seções estão mostrados na Tabela 7.

Tabela 7 Comparação dos custos obtidos para o exemplo 3.

Autor	Análise	Consumo de concreto (m ³ /m)	Consumo de aço (kg/m)	Consumo de formas (m ² /m)	Custo total (R\$/m)	Diferença com a seção original (%)
Software	Seção original	0,08	6,45	1,48	140,11	0
	Base otimizada	0,09	4,99	1,49	132,30	-5,6
	Altura otimizada	0,09	5,08	1,54	135,71	-3,1
	Altura e f_{ck} otimizados	0,04	5,08	0,83	103,63	-26,0

Após a análise dos custos do exemplo 3, nota-se que, para o f_{ck} de 30MPa, a diferença obtida foi pequena, pois a seção original já possuía dimensões adequadas. Entretanto, quando se otimizou a altura e o f_{ck} , obtendo-se menor área da seção e f_{ck} elevado, a redução foi significativa, ultrapassando 25% do valor original.

5.4 Exemplo 4

Este exemplo trata de um pilar com carga elevada. A seção original definida foi uma seção quadrada de 50x50cm, $f_{ck} = 35\text{MPa}$ e esforço normal de cálculo de 5000kN. Os resultados obtidos estão mostrados na Tabela 8. Com a otimização da geometria a área de concreto pode ser reduzida, e, otimizando-se também o f_{ck} a redução foi ainda maior, devido à utilização do f_{ck} de 45MPa. Mantendo a base fixa e otimizando a altura e o f_{ck} também consegue-se um resultado melhor. Os custos obtidos para este exemplo podem ser vistos na Tabela 9, na qual nota-se que, em todos os casos, a otimização forneceu redução de no mínimo 10% em relação ao custo da seção original.

Tabela 8 Resultados obtidos para o exemplo 4.

Autor	Análise	Base (cm)	Altura (cm)	Área de aço (cm ²)	f_{ck} (MPa)
Software	Seção original	50,00	50,00	17,25	35
	Geometria otimizada	44,86	44,86	17,25	35
	Geometria e f_{ck} otimizados	39,56	39,56	17,25	45
	Base fixa	20,00	55,56	17,25	70

Tabela 9 Comparação dos custos obtidos para o exemplo 4.

Autor	Análise	Consumo de concreto (m ³ /m)	Consumo de aço (kg/m)	Consumo de formas (m ² /m)	Custo total (R\$/m)	Diferença com a seção original (%)
Software	Seção original	0,25	13,54	2,00	267,72	0
	Geometria otimizada	0,20	13,54	1,79	240,88	-10,0
	Geometria e f_{ck} otimizados	0,16	13,54	1,58	224,61	-16,1
	Base fixa	0,11	13,54	1,51	237,56	-11,3

6 CONCLUSÕES

Os exemplos mostraram que mesmo com valores de seção e f_{ck} definidos, o software pode ser utilizado, pois fornece a área de aço necessária em função dos esforços solicitantes e diminui a imprecisão do dimensionamento tradicional, via análise de ábacos. Percebe-se também que

quanto maior o número de parâmetros a serem otimizados, melhor o resultado obtido, em termos de custo. A redução encontrada foi significativa (acima de 15%) em todos os exemplos e chegou a ser superior a 30% em alguns casos.

Nota-se também que a utilização de dimensões inferiores a 19cm forneceu resultados consistentes. E, no caso do exemplo 3, ao se otimizar a altura da seção e o f_{ck} , respeitando-se a imposição arquitetônica de utilização de pilar com base de 14cm, obteve-se uma resistência característica do concreto à compressão de 80MPa, apesar de seu custo ser muito superior às resistências menores.

Dessa forma, conclui-se que os concretos de elevadas resistências são recomendados para situações de projetos de pilares específicas, nas quais há imposição de dimensões ou necessidade de redução de seções, pois o aumento do f_{ck} possibilita a diminuição das dimensões. No entanto, em alguns casos este custo é um pouco superior ao encontrado na solução ótima.

6 REFERÊNCIAS

- Alves, E. C., Souza, P. M. S., Gama, P. V. N. Optimum Design of Reinforced Concrete Slenders Columns, *Engineering and Science*, v. 6, no. 2, 60-75, 2017.
- Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- Bordignon, R.; Kripka, M. Optimum Design of Reinforced Concrete Columns Subjected to Uniaxial Flexural Compression, *Computers and Concrete*, 345-358, 2012
- Braga, A. C. G.; Ferreira, W. G. Pilares mistos aço-concreto e comparativo de custo com pilares de aço e pilares de concreto armado. *Revista Escola de Minas*, v.64, p.407-414, 2011.
- Carvalho, R. C.; Pinheiro, L. M. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado. Volume 2. 1ª Edição. São Paulo: Editora PINI, 2009.
- Franco, T. R. Análise do efeito de segunda ordem em pilares segundo a NBR6118 e pelos métodos exatos. 2010. 67f. Dissertação (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2010.

- Kripka, M.; Boscardini, J. T.; Casteli, S. D.. Topology Optimization of Reinforced Concrete Plane Frames, *Revista Sul Americana de Engenharia Estrutural*, Passo Fundo, v.13, no. 2, p. 45-53. 2016.
- Miranda, L. R. Cálculo e detalhamento prático de pilares para edificações de pequeno e médio porte. 2008. 198f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2008.
- Moraes, S. B. de. Dimensionamento de pilares com concreto de alto desempenho em estruturas de edifícios. 2013. 110f. Dissertação (Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2013.
- Pires, S. de L.; SILVA, M. C. A. T. da. Otimização de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua considerando as não linearidades física e geométrica. VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro, 2014.
- Rodrigues Júnior, S. J. Otimização de pilares de edifícios altos de concreto armado. 2005. 154f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2005.
- Sias, F. M.; Alves, E. C. Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado. *Revista Eletrônica de Engenharia Civil*, v.9, p.16-31, 2014.
- Sias, F. M. Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado. 2014. 153f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2014.
- Smaniotto, A. Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua. 2005. 120f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2005.

Optimum Design of High Strength Concrete Columns According to ABNT NBR 6118: 2014

ABSTRACT

The design of reinforced concrete columns is generally based on the experience of the designer, who analyzes the loads to which they are subjected and defines a section that is capable of resisting the requesting loads and of meeting the specifications of the current normalization. This article aims to present the formulation and the criteria defined by ABNT NBR 6118: 2014 for the design of reinforced concrete, rectangular and circular, with strength above 50MPa and to define the optimized geometry, the most economical among the many capable of resisting to the existing load. The optimization was performed in the *Matlab* software, using the interior points method. Numerical examples will be analyzed in order to verify the viability of the use of columns with high resistance concrete in obtaining the most economical section. In this way, it was realized that columns with this resistance are indicated when there is imposition of dimensions or need to reduce sections.

Keywords: *Columns, Optimum, Concrete, High Strength*

CONCLUSIONS

The examples show that even with defined section and f_{ck} values, the software can be used because it provides the required steel area in function of the requesting forces and reduces the imprecision of the traditional design through abacus analysis. It is also noticed that the greater the number of parameters to be optimized, the better the result obtained in terms of cost. The reduction found was significant (above 15%) in all the examples and reached more than 30% in some cases.

It is also noted that the use of dimensions less than 19 cm provided consistent results. And, in the case of example 3, by optimizing the height of the section and f_{ck} , respecting the architectural imposition of pillar use with a base of 14cm, a characteristic resistance of the concrete to the compression of 80MPa was obtained, in spite of its be much higher than the smaller strength.

In this way, it is concluded that concrete of high strengths is recommended for situations of projects of specific pillars, in which there is imposition of dimensions or necessity of reduction of sections, as the increase of f_{ck} makes possible the diminution of the dimensions. However, in some cases this cost is slightly higher than that found in the optimal solution.