



# PARÂMETROS PARA O DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE PERFIS U FORMADOS A FRIO SUBMETIDOS À FLEXÃO SIMPLES

Moacir Kripka<sup>(1)</sup>, Rodrigo Bordignon<sup>(2)</sup>, Zacarias Martin Chamberlain Pravia<sup>(3)</sup>

Universidade de Passo Fundo, Faculdade de Engenharia e Arquitetura Campus I - Bairro São José, 99001-970 - Passo Fundo, RS

### Resumo

Este trabalho apresenta um estudo numérico de otimização de perfis U formados a frio, com e sem enrijecedores de borda, submetidos à flexão simples. Com o objetivo de fornecer parâmetros para o dimensionamento otimizado desses perfis, o problema foi formulado buscando-se a determinação das dimensões que conduzem à minimização da seção transversal e, consequentemente, do consumo de material. A metodologia para a obtenção das dimensões ótimas da seção é o Método das Seções Efetivas (MSE), tomando como referência o texto base de revisão da norma brasileira ABNT NBR 14762, "Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio". Os resultados numéricos obtidos evidenciaram a grande economia proporcionada pelo emprego de técnicas de otimização ao problema proposto.

Palavras-chave: Otimização. Perfis conformados a frio. Perfil U.

## 1 INTRODUÇÃO

Perfis formados a frio têm sido empregados em larga escala na construção civil, principalmente devido à facilidade de produção e versatilidade nas dimensões exigidas em projeto. A busca do máximo desempenho de elementos estruturais, aliada ao menor consumo de materiais, consiste num dos desafios da engenharia, propiciando a viabilidade de muitos empreendimentos do ponto de vista da economia, segurança e estética. A proposta do presente

<sup>1</sup> Prof. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade de Passo Fundo, (PPGEC-UPF). Campus I, C.P. 611, Passo Fundo, CEP 99001-970, RS, Brasil. Tel. +55 54 3316 8233. E-mail: mkrikpka@upf.br

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Estudante de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade de Passo Fundo, (PPGEC-UPF). Campus I, C.P. 611, Passo Fundo, CEP 99001-970, RS, Brasil. Tel. +55 54 3316 8233. Email: robordginon@terra.com.br

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Prof. Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo (FEAR/UPF). Campus I, C.P. 611, Passo Fundo, CEP 99001-970, RS, Brasil. Tel. +55 54 3316 8219. E-mail: zacarias@upf.br

trabalho consiste na aplicação de técnica de otimização no dimensionamento de elementos submetidos à flexão simples de perfis formados a frio, visando a determinação de parâmetros para o dimensionamento econômico desses perfis. Abordam-se especificamente perfis de seção U com e sem enrijecedores, os quais são largamente utilizados como terças de coberturas ou em outros elementos estruturais. A capacidade de trabalho dos perfis é obtida segundo a proposta do texto base de revisão da norma brasileira ABNT NBR 14762 (2009), empregando o Método da Seção Efetiva (MSE). Partindo da formulação desenvolvida foram obtidas as dimensões mínimas da seção, para perfis com e sem enrijecedores de borda, submetidos a carregamentos crescentes.

Diversos artigos podem ser encontrados na literatura técnica enfocando a otimização de seção de perfis metálicos, envolvendo maior ou menor grau de simplificação, bem como diferentes perfis, solicitações e técnicas. No entanto, a otimização de perfis conformados a frio ainda é incipiente. Além disso, não é de conhecimento dos autores do presente trabalho uma abordagem envolvendo os procedimentos empregados na proposta de revisão da ABNT NBR 14762:2001.

Seaburg e Salmon (1971) estudaram o peso mínimo de seções tipo cartola usando os métodos direto e do gradiente para a minimização da função peso, apresentando apenas um único exemplo devido a complexidade numérica do problema.

Dinovitzer (1992) otimizou o comprimento do enrijecedor de uma seção U de acordo com a norma canadense. O procedimento empregado para a otimização não foi baseado na resistência da peça, e sim na capacidade de incrementar o momento resistente da seção enquanto minimizava a área da seção transversal.

Castelluci et al (1997) apresentaram um perfil otimizado para flexão, baseado em um perfil U com enrijecedores de borda, porém com dois enrijecedores intermediários na alma. Esses autores afirmam que a carga de colapso é 15% maior que a da seção genérica proposta, obtida com apenas 5% de incremento de área. O trabalho, no entanto, não faz menção a nenhuma técnica de otimização.

Adeli e Karim (1997) desenvolveram um modelo de redes neurais para problemas não lineares, e o aplicaram a vigas simplesmente apoiadas com seções transversais I e Z. Para a verificação das seções utilizaram como referência as normas AISI de tensões admissíveis (ASD).

Al-Mosawi e Saka (2000) incluíram em seu procedimento de otimização as tensões de empenamento de seções conformadas a frio e obtiveram seções ótimas de perfis U simétricos e assimétricos e seções Z submetidas a cargas transversais uniformemente distribuídas.

Porém, no processo de otimização, consideraram apenas as restrições de tensão normal e de deslocamento.

Tian (2003) apresentou um estudo teórico e experimental para obtenção do peso mínimo da seção transversal de perfis U sujeitas a compressão prescrevendo um comprimento fixo e uma carga axial resistente. Para os cálculos de resistência empregou como referência a norma Britânica BS 5959, e um método não linear (SQP, ou programação quadrática sequencial). Apresentou ainda um método de simplificado, no qual as tensões de flambagem são igualadas. O autor concluiu que, em perfis U, existe uma relação ótima constante entre as larguras da alma e da aba. As seções estudadas forneceram aumento de cerca de 50% na capacidade de resistência à compressão axial sem aumentar a área da seção transversal.

Kripka e Guerra (2008) desenvolveram uma formulação para a determinação da configuração ótima de paredes de silos metálicos prismáticos, tendo como variáveis de projeto o ângulo, o comprimento da onda e a espessura da chapa. O problema foi resolvido com o emprego do Excel Solver.

Pravia e Kripka (2008) efetuaram a otimização de seções comprimidas perfis U com e sem enrijecedores de borda, empregando a norma norte-americana AISI (2001) para comprimento e carga definidos a priori. A otimização foi efetuada através do Método do Recozimento Simulado (Simulated Annealing).

No item seguinte descreve-se de forma sucinta o problema em estudo, incluindo os procedimentos propostos pela revisão da norma brasileira ABNT NBR 14762(2009) e também a formulação do problema de otimização. O método da seção efetiva, aqui empregado, deriva de estudos desenvolvidos por Batista(2009).

Na terceira parte deste trabalho são apresentados os resultados das simulações numéricas efetuadas para determinar a área bruta mínima da seção de perfis com e sem enrijecedores de borda submetidos a flexão simples. Estes resultados foram obtidos com o emprego do Microsoft Excel Solver. O trabalho é finalizado com as conclusões e considerações finais.

## 2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

### 2.1 Verificação de perfis U e Ue sujeitos à flexão simples

A verificação da capacidade de carga dos perfis foi baseada na proposta de revisão da norma brasileira NBR:14762 (2009), descrito de forma resumida a seguir.

Na seção 9.8 da referida proposta de norma, o momento fletor resistente de cálculo  $M_{Rd}$  deve ser tomado como o menor valor calculado para que não ocorra o início do escoamento da seção efetiva, a flambagem lateral com torção e a flambagem distorcional, onde aplicável.

O início do escoamento da seção efetiva, segundo a proposta de revisão deve se calculada conforme equação (1):

$$M_{Rd} = W_{ef} f_{y} / \gamma \qquad M_{Rd} = W_{ef} f_{y} / \gamma$$

$$\gamma = 1.10$$
(1)

onde:

$$W_{ef} = W \left( 1 - \frac{0.22}{\lambda_p} \right) \frac{1}{\lambda_p} \le W \tag{2}$$

$$\lambda_p = \left(\frac{W f_y}{M_\ell}\right)^{0.5} \tag{3}$$

$$M_{\ell} = k_{\ell} \frac{\pi^2 E}{12(1 - v^2)(b_w/t)^2} W_c \tag{4}$$

Os valores do coeficiente de flambagem local para a seção completa,  $k_l$ , podem ser calculados pelas expressões indicadas na Tabela 1 ou obtidos diretamente da Tabela 2.

Tabela 1: Coeficiente de flambagem local  $k_l$  para a seção completa em barras sob flexão simples em torno do eixo de maior inércia

Seção U e Z simples Caso a  $k_l = \eta^{-1,843}$  $(0,1 \le \eta \le 1,0)$ Seção U e Z enrijecido Caso b As expressões a seguir são válidas para  $0.2 \le \eta \le 1.0$  e para os valores de  $\mu$  indicados  $k_e = a - b(\mu - 0.2)$  $a = 81 - 730\eta + 4261\eta^2 - 12304\eta^3 + 17919\eta^4 - 12796\eta^5 + 3574\eta^6$ para  $0.1 \le \mu \le 0.2 = 0.2 \le \eta \le 1.0$ para  $0.2 < \mu \le 0.3$  e  $0.6 < \eta \le 1.0$ b = 0 $b = 320 - 2788\eta + 13458\eta^2 - 27667\eta^3 + 19167\eta^4$ para  $0.2 < \mu \le 0.3 = 0.2 \le \eta \le .6$ NOTA 1  $b_h b_w e D$  são as dimensões nominais dos elementos, conforme indicado na figura correspondente. NOTA 2  $\eta = b_f / b_w$ . NOTA 3  $\mu = D/b_w$ 

Fonte: Projeto de Revisão da ABNT:NBR 14762

Tabela 2: Valores do coeficiente de flambagem local  $k_l$  da seção completa em barras sob flexão simples em torno do eixo de maior inércia

	Caso a	Caso b Seção U enrijecido e Seção Z enrijecido			Caso c Seção tubular retangular (solda de costura contínua)		
$\eta = b_f / b_w$	Seção U simples e Seção Z simples						
		μ ≤ 0,2	$\mu = 0.25$	$\mu = 0.3$			
0,2	18,4	32,0	25,8	21,2	31,0		
0,3	9,6	29,3	23,8	19,7	28,9		
0,4	5,6	24,8	20,7	18,2	25,6		
0,5	3,6	18,7	17,6	16,0	19,5		
0,6	2,6	13,6	13,3	13,0	14,2		
0,7	1,9	10,2	10,1	10,1	10,6		
0,8	1,5	7,9	7,9	7,9	8,2		
0,9	1,2	6,2	6,3	6,3	6,6		
1,0	1,0	5,1	5,1	5,1	5,3		

NOTA 1  $b_f$ ,  $b_w$  e D são a largura nominal da mesa, da alma e do enrijecedor de borda, respectivamente.

NOTA 2  $\mu = D/b_w$ 

NOTA 3 Para valores intermediários interpolar linearmente.

Fonte: Projeto de Revisão da ABNT:NBR 14762 (2009).

A flambagem lateral com torção é evitada calculando o momento fletor resistente de cálculo conforme equação (5), tomando-se um trecho compreendido entre seções contidas lateralmente:

$$M_{Rd} = \chi_{FLT} W_{c,ef} f_{v} / \gamma \qquad M_{Rd} = \chi_{FLT} W_{c,ef} f_{v} / \gamma \qquad \gamma = 1,10$$
 (5)

onde

$$W_{c,ef} = W_c \left( 1 - \frac{0.22}{\lambda_p} \right) \frac{1}{\lambda_p} \le W_c \tag{6}$$

$$\lambda_p = \left(\frac{\chi_{FLT} W_c f_y}{M_{\ell}}\right)^{0.5} \tag{7}$$

$$M_{\ell} = k_{\ell} \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)(b_w/t)^2} W_c$$
 (8)

 $\chi_{FLT}$  é determinado a partir da equação (9).

- para 
$$\lambda_0 \le 0.6$$
:  $\chi_{FLT} = 1.0$ 

- para  $0.6 < \lambda_0 \le 1.336$ :  $\chi_{FLT} = 1.1.1(1 - 0.278\lambda_0^2)$ 

- para  $\lambda_0 \ge 1.336$ :  $\chi_{FLT} = 1/\lambda_0^2$ 

$$\lambda_0 = \left(\frac{W_c f_y}{M_e}\right)^{0.5} \tag{10}$$

No caso, para barras com seção duplamente simétrica ou monossimétrica, sujeitas à flexão em torno do eixo de simetria (eixo x),  $M_e$  é determinado pela equação (11).

$$M_{e} = C_{b} r_{0} (N_{ey} N_{ez})^{0.5}$$
(11)

$$C_b = \frac{12.5M_{\text{max}}}{2.5M_{\text{max}} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$
 (12)

$$r_0 = \left[r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2\right]^{0.5} \tag{13}$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{\left(K_y L_y\right)^2} \tag{14}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right]$$
 (15)

Para as barras sujeitas à flambagem distorcional, o momento fletor resistente de cálculo deve ser determinado pela equação (16).

$$M_{Rd} = \chi_{dist} W_c f_y / \gamma \qquad \gamma = 1{,}10$$
 (16)

$$\chi_{dist} = 1$$
 para  $\lambda_{dist} \le 0,673$ 

$$\chi_{dist} = \left(1 - \frac{0.22}{\lambda_{dist}}\right) \frac{1}{\lambda_{dist}} \qquad \text{para} \qquad \lambda_{dist} > 0.673$$
 (17)

$$\lambda_{dist} = \left(W_c f_v / M_{dist}\right)^{0.5} \tag{18}$$

Para barras com seção U enrijecido e seção Z enrijecido, se a relação *D/bw* for igual ou superior aos valores indicados na Tabela 3, a verificação da flambagem distorcional pode ser dispensada.

Tabela 3:  $\underline{\text{Valores mı́nimos da}}$  relação  $\underline{\text{D/bw}}$  de seções do tipo  $\underline{\text{U}}$  enrijecido e  $\underline{\text{Z}}$  .

b <sub>f</sub> /b <sub>w</sub>			b <sub>w</sub> /t		
	250	200	125	100	50
0,4	0,05	0,06	0,10	0,12	0,25
0,6	0,05	0,06	0,10	0,12	0,25
0,8	0,05	0,06	0,09	0,12	0,22
1,0	0,05	0,06	0,09	0,11	0,22
1,2	0,05	0,06	0,09	0,11	0,20
1,4	0,05	0,06	0,09	0,10	0,20
1,6	0,05	0,06	0,09	0,10	0,20
1,8	0,05	0,06	0,09	0,10	0,19
2,0	0,05	0,06	0,09	0,10	0,19

NOTA 1  $b_f$ ,  $b_w$ , e D são as dimensões nominais dos elementos, conforme indicado nas figuras da Tabela 9.

NOTA 2 Para valores intermediários interpolar linearmente.

Fonte: Projeto de Revisão da ABNT:NBR 14762 (2009).

### 2.2 Formulação do problema de otimização

Um problema de otimização tem como objetivo extremizar uma determinada função, isto é, determinar o conjunto de variáveis, das quais tal função é dependente, de modo a encontrar seu valor máximo ou mínimo. Matematicamente, um problema de otimização pode ser enunciado da seguinte forma:

Minimizar (ou maximizar):

$$F(X)$$
 (função objetivo) (19)

Sujeito a:

$$g_{j}(X) \le 0$$
  $j = 1, m$  (restrições de desigualdade) (20)

$$h_k(X) = 0$$
  $k = 1, 1$  (restrições de igualdade) (21)

$$X_i^1 \le X \le X_i^u$$
  $i = 1, n$  (restrições laterais) (22)

onde 
$$\mathbf{X} = \begin{cases} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{cases}$$
 (variáveis de projeto)

Na equação (22), as letras l e u indicam os limites inferior e superior, respectivamente, nos valores que poderão ser assumidos pelas variáveis de projeto.

Para o presente estudo, uma vez conhecido o esforço solicitante  $M_{sd}$ , busca-se determinar as dimensões da seção bruta transversal do perfil que resista ao carregamento aplicado com o menor consumo de material (menor massa de aço, ou menor seção bruta  $A_g$ ). Dessa forma, designando as dimensões por A, B, C e t (conforme ilustrado na Fig.1), a função objetivo a ser minimizada pode ser escrita conforme a equação (24):

$$A_{\sigma} = f(A, B.C, t)$$
 (24)

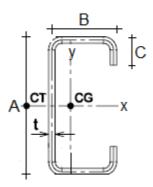


Figura 1: Seção do Perfil U

A área da seção bruta  $A_g$  pode ser reescrita como função explicita das variáveis de projeto, da forma apresentada pela equação (25).

$$A_{g} = t[a + 2b + 2u + \alpha(2c + 2u))]$$
 (25)

onde

$$a = A - (2r + t) \tag{26}$$

$$b = B - \left[ r + \frac{t}{2} + \alpha \left( r + \frac{t}{2} \right) \right] \tag{27}$$

$$c = \alpha \left[ C - \left( r + \frac{t}{2} \right) \right] \tag{28}$$

$$u = \frac{\pi r}{2} \tag{29}$$

$$\alpha \left\{ \frac{1 \to C \neq 0}{0 \to C = 0} \right\} \tag{30}$$

Por questão de simplificação, o raio de dobramento *r* é considerado igual à espessura *t*. Inicialmente, todas as dimensões foram consideradas como variáveis contínuas. Num segundo momento, as espessuras foram limitadas aos valores encontrados comercialmente (1,0mm, 1,2mm, 1,5mm, 2,0mm e 2,25mm).

Os limites inferior e superior, para cada dimensão, foram definidos em função das limitações de fabricação e recomendações da ABNT NBR 6355:2003, "Perfis estruturais de aço formados a frio - Padronização", conforme inequações (31) a (34).

$$50 \text{ mm} \le A \le 300 \text{ mm}$$
 (31)

$$30 \text{ mm} \le B \le A/2 \text{ mm} \tag{32}$$

$$50 \text{ mm} < A < 300 \text{ mm}$$
 (33)

$$1 \text{ mm} < t < 25 \text{ mm} \tag{34}$$

Além dos limites dimensionais, consiste também em restrição do problema que o esforço resistente do perfil,  $M_{Rd}$ , seja igual ou superior ao esforço solicitante  $M_{sd}$ , conforme inequação 35.

$$M_{Sd} \le M_{Rd} \tag{35}$$

Dessa forma, um perfil com as dimensões da seção que atendem aos limites impostos, bem como com capacidade resistente superior ao esforço solicitante, pode ser considerado como uma solução factível para o problema de otimização. O objetivo, portanto, consiste em encontrar, dentre todas as soluções factíveis, a que corresponda ao menor consumo de aço.

Uma vez formulado o problema, diversos são os processos de solução, e sua escolha depende fundamentalmente do ambiente no qual se dá a busca, do objetivo a ser alcançado, das características das variáveis e das condições que devem ser aceitas pela solução. No caso, a formulação proposta foi implementada no Microsoft Excel Solver, o qual consiste numa ferramenta disponibilizada juntamente com a planilha eletrônica do Microsoft Excel. O Solver incorpora o código de otimização não linear baseado no método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG2). A opção pelo emprego desta ferramenta fundamentou-se principalmente em sua ampla disponibilidade, bem como na facilidade de utilização. O Solver já foi empregado com bons resultados em outros problemas de otimização estrutural, como no

estudo desenvolvido por Kripka e Guerra (2008) para a otimização estrutural de paredes trapezoidais e ziguezague de silos prismáticos.

A formulação descrita foi implementada em planilhas no Microsoft Excel. A figura 2 apresenta a planilha desenvolvida para a otimização de perfis com enrijecedor de borda.

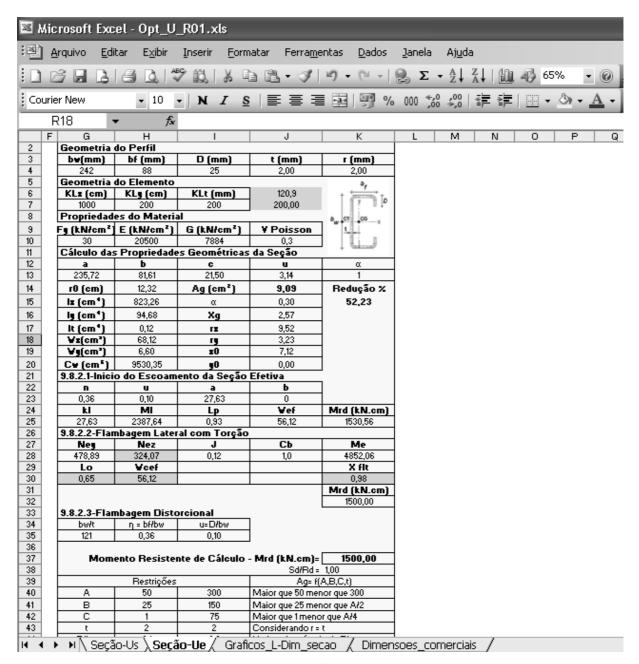


Figura 2: Planilha desenvolvida no Microsoft Excel (perfil com enrijecedores)

Na planilha, a partir dos dados de entrada (geometria e material), são calculadas as propriedades do perfil correspondente, bem como sua capacidade resistente. Estes dados, juntamente com as restrições impostas ao problema, alimentarão o Solver, no qual são

definidos como parâmetros para a otimização o objetivo, as variáveis e as restrições, conforme ilustrado na figura 3.



Figura 3: Parâmetros do Microsoft Excel Solver para a otimização dos perfís

### **3 RESULTADOS**

A seguir são apresentados alguns dos resultados obtidos a partir da implementação da formulação do problema de minimização da área da seção do perfil. Como parâmetros de material, em todos os casos estudados foi empregado aço estrutural com módulo de elasticidade longitudinal E=200 GPa, coeficiente de Poisson  $\nu=0.3$  e resistência ao escoamento  $f_{\nu}=250$  MPa.

Inicialmente, buscou-se dimensionar um perfil U simples de uma viga biapoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão. O valor da carga linear de cálculo aplicada foi de 1,2 kN/m. Para esse carregamento, foram considerados vãos de 4000 a 1000 mm, com variação de 100 em 100 mm. Para todos os vãos foi mantido um travamento fora do plano de 2000mm.

Partindo-se de diferentes soluções iniciais, buscou-se a determinação dos perfis ótimos com e sem enrijecedores. A Tabela 4 apresenta os resultados da área bruta mínima  $A_g$  obtidos tanto para os perfis sem enrijecedores otimizados (U) como para os perfis com enrijecedores otimizados (Ue), para os diferentes comprimentos dos vãos e respectivos momentos atuantes máximos Msd. Esses dados são apresentados graficamente na Figura 4.

Tabela 4: Valores da área bruta mínima Ag para os diferentes perfis e esforços

Vão (m)	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
Msd (kN.cm)	240	375	540	735	960	1215	1500
U (cm²)	3,76	4,93	5,95	7,38	8,47	9,59	10,47
Ue (cm²)	3,09	3,99	4,95	5,92	7,02	8,00	9,09
% Redução Ue/U	17,8	19,1	16,8	19,8	17,1	16,6	13,2

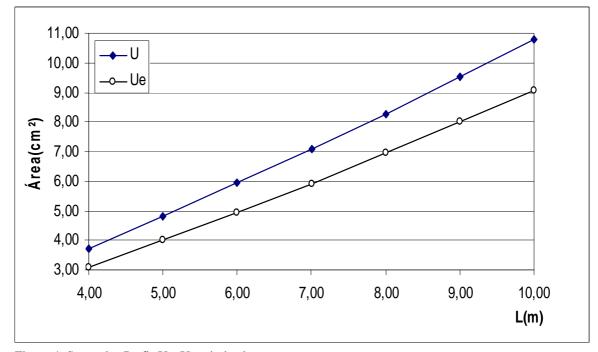


Figura 4: Seção dos Perfis U e Ue otimizados

Com base tanto na Figura 4 como na Tabela 4, observa-se a grande redução na seção do perfil obtida com o emprego de enrijecedores de borda. Na última linha da Tabela 4 são apresentados os dados de redução percentual do consumo de material, entre os perfis sem enrijecedor (*U*) e com enrijecedor (*Ue*). A redução para os vãos analisados variou entre 13,2 e 19,8%, isto é, os perfis com enrijecedores otimizados permitira obter uma economia média superior a 17% nas seções dos perfis. Ratifica-se assim a observação de que os enrijecedores de borda são fundamentais na melhora do desempenho do perfil também para solicitação de flexão. Resultados semelhantes já haviam sido obtidos para perfis submetidos à compressão em estudos anteriores de Chamberlain e Kripka (2008).

Os resultados obtidos a partir das simulações efetuadas com a consideração de variáveis contínuas foram, na sequência, comparados com os valores ótimos resultantes da limitação da espessura aos valores encontrados comercialmente, quais sejam, 1,0mm, 1,2mm, 1,5mm, 2,0mm e 2,25mm. Observou-se que os resultados não apresentaram mudanças significativas.

Com o objetivo de fornecer subsídios para o pré-dimensionamento de perfis submetidos à flexão, a Figura 5 apresenta a relação entre o comprimento do vão e a altura ótima correspondente. Para os perfis U otimizados sem enrijecedor de borda a relação  $L/b_w$  resultou numa média de 24. Para os mesmos perfis, porém com enrijecedor de borda, esta relação ficou na média de 36. Como referência, Bellei (2004) apresenta esta relação como sendo igual a 40 para perfis U laminados. Adicionalmente, os resultados obtidos permitem constatar que os enrijecedores, além da redução na seção do perfil, possibilitam ainda uma redução significativa na altura da seção.

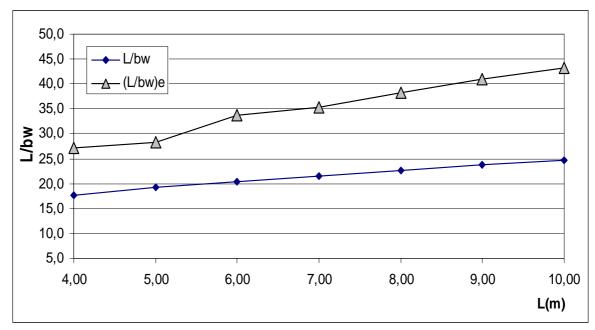


Figura 5: Relação entre a altura do perfil e o vão de estudo para os perfis U e Ue otimizados

As figuras 6 e 7 apresentam as relações obtidas, para os vãos estudados, entre a largura da mesa  $b_f$  e a altura da alma  $b_w$  dos perfis otimizados, respectivamente com e sem enrijecedores. Observa-se que, para perfis sem enrijecedores, a relação ótima  $b_f/b_w$  variou entre 0,16 e 0,26, com valor médio de 0,22. Já para perfis enrijecidos a relação ótima  $b_f/b_w$  apresenta menor variação, com valores entre 0,36 e 0,40 (média de 0,36).

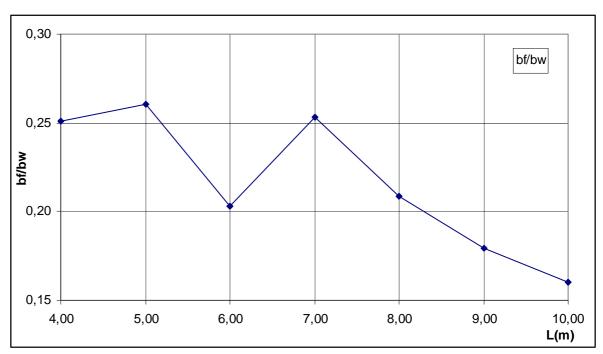


Figura 6: Relação largura da mesa/altura da alma (perfis sem enrijecedores)

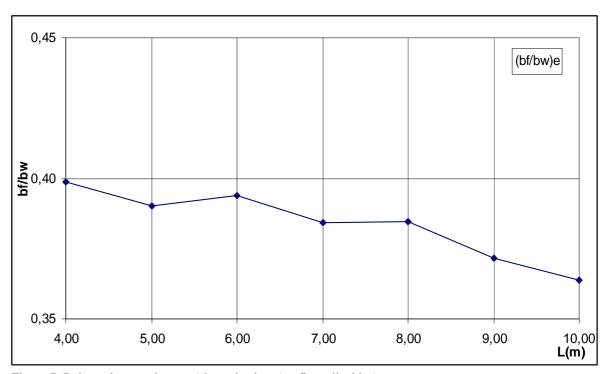


Figura 7: Relação largura da mesa/altura da alma (perfis enrijecidos)

Observou-se que, em todas as otimizações, as relações  $D/b_w$  e  $b_f/b_w$  ficaram dentro dos limites expressos no projeto de norma NBR 14762, não sendo necessária a verificação com relação a ocorrência de flambagem distorcional.

### 4 COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Este estudo apresentou resultados de otimização de perfis U com ou sem enrijecedores de borda sujeitos a flexão, analisados como a utilização do método de dimensionamento das seções efetivas apresentado no projeto de norma da NBR 14762. O objetivo consistiu na minimização da área da seção bruta, tendo como variáveis de projeto a altura, a largura, a espessura e o comprimento do enrijecedor (quando considerado). Inicialmente todas as variáveis foram consideradas como contínuas, sendo, na sequência, estendido o estudo para o emprego de espassuras comerciais.

Os resultados obtidos evidenciaram grandes vantagens na otimização dos tipos de seção analisados. Os perfis com enrijecedores de borda apresentaram aproximadamente uma economia, em média, poucossuperior a 17% com relação a perfís sem enrijecedores. Por outro lado, estudando a relação entre vão e altura ótima do perfil, foi possível obter recomendações para o pré-dimensionamento, sendo as relações médias  $L/b_w = 24$  para os perfis U sem enrijecedores de borda, e  $L/b_w = 36$  para aqueles com enrijecedores.

O método das seções efetivas é eficiente e bastante explicíto no cálculo da capacidade resistente dos perfis formados a frio, permitindo que o processo de otimização seja de fácil realização.

### **5 REFERÊNCIAS**

ADELI, H. & KARIM, A., 1997. Neural network model for optimization of cold-formed steel sections. Journal of Structural Engineering ASCE, No. 123(11), pp. 1525-1543.

AL-MOSAWI, S. & SAKA, M.P., 2000. Optimum shape design of cold-formed thin-walled steel sections, Advances in Engineering Software, Vol. 31, 851-862

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (AISI). Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, Washington, D.C., USA, 2001

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio - Procedimentos. (texto base de revisão), 2009.

\_\_\_\_\_. NBR 63552:2003: Perfis estruturais de aço formados a frio - Padronização. Rio de Janeiro, 2001.

BATISTA, E.M. Local—global buckling interaction procedures for the design of cold-formed columns: Effective width and direct method integrated approach. Thin Walled Struct (2009), doi:10.1016/j.tws.2009.04.004

BELLEI, I.H., Edifícios Industriais em Aço. 5. ed. São Paulo: Editora Pini, 2004.

CASTELUCCI, M.A., PILLINGER, I., HARTLEY, P., DEELEY, G.T., 1997. The optimization of cold rolled formed products, Thin-Walled Structures, Nr. 1-4, Vol. 29, 159-174

DINOVITZER, A.S., 1992. Optimization of cold formed steel C-sections using Standard Can/CSA-S316-M89. Canadian Jornal of Civil Engineering, No. 19, pp. 39-50.

KRIPKA, M. & GUERRA, P.A. Otimização estrutural das paredes enrijecidas de silos metálicos. In: KRIPKA, M., CHAMBERLAIN, Z.M. (org): *Novos estudos e pesquisas em construção metálica*. Passo Fundo: UPF Editora, 2008. p. 148-169.

PRAVIA, Zacarias M. Chamberlain; KRIPKA, Moacir. Otimização númerica e experimental de perfis U formados a frio sujeitos à compressão. Rem: Rev. Esc. Minas, Ouro Preto, v. 61, n. 3, Set. 2008, doi: 10.1590/S0370-44672008000300016

SEABURG, P.A. & SALMON, C.G., 1971. Minimum weight design of light gauge steel members. Journal of Structural Division ASCE, No. 97(1), pp. 203-222.

TIAN, Y.S., 2003. Optimal Design of Cold-formed Steel Sections and Panels. Ph.D. thesis, Cambridge University Engineering Department.

# PARAMETERS FOR THE OPTIMAL DESIGN OF COLD-FORMED CHANNEL SECTIONS IN BENDING

#### Abstract

The present study aim to show a numerical study that concerns with the optimal design of cold-formed channel section subjected to bending, with and without stiffeners. The main goal is to offer parameters for the optimal design for that kind of cold-formed profiles, with the objective to reduce the cross section element. The methodology used is based on the effective section method (ESM), referenced by the revision of the Brazilian Standard for cold-formed Steel Structures ABNT NBR 14762, "Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio". Numerical results achieved in this job evidence economy in section design by the application of optimization techniques to the problem proposed.

Key words: Optimization. Cold-formed section. Channels.

### 1 INTRODUCTION

Cold-Formed steel sections has been used in large scale in building industry, mainly by due to the easy ay to produce them and by the several alternatives to the section geometry dimensions. The search by the maximum structural efficiency, associated to the low consume of material, is one of the big challenges of structural engineering, making possible several investments form the point of view of economy, safe and aesthetic. The proposal of this study aims to apply optimization techniques for the design of Cold-formed channel section of steel subjected to pure bending, with the objective to get several parameters for the minimum section of the profile, i.e., reduction of material consumption. The sections evaluated are channel with or without stiffeners, which are large used as purlins and other similar elements. The resistance load used in the objective function, for the optimization process, is based on the effective section method (ESM) according the revision of the Brazilian Standard ABNT NBR 14762 (2009) From the formulation developed, optimal dimensions for the section were obtained for channel sections with and without stiffeners, subjected to increase loads

Several references can be found focusing on the optimization of steel sections, with major or little simplification degree, as several sections, loads and optimization techniques. Therefore, the optimization of cold-formed profiles still is in incipient. Also, the authors does not have notices for the application of the present approach (effective section method) based on Brazilian standard for cold-formed steel members ABNT NBR 14762 revision for the optimization objective function, mainly the methods used are effective width method (EWM) and direct strength method (DSM).

### **2 PROBLEM DESCRIPTION**

### 2.1 Design of channel with and without stiffeners subjected to bending

The design load capacity of the profiles was based on the proposed revision of the Brazilian standard NBR: 14762 (2009), described briefly below.

In Section 9.8 of the supra cited standard, the bending moment resistance design (Mrd) must be taken as the lowest calculated value that does not take place in the beginning of the effective yield section, the lateral Torsional buckling and distortional buckling, where applicable.

The initial yield of effective section, according to the proposed revision should be calculated according to the equations 1 to 4.

The coefficient of local buckling for the section, kl, can be calculated by the expressions listed in Table 1 or obtained directly from Table 2. For beams with doubly symmetric or simple symmetric section, subject to bending around the axis of symmetry (x axis), can be obtained from the equations 5 to 8.

For the bars subject to distortional buckling, the bending moment resistance design should be determined by the expressions of equations 16 to 18. For stiffened channel and stiffened section Z beams, if the ratio D/bw is equal or greater than the values shown in Table 3, the verification of the distortional buckling may be waived.

### 2.2 Optimization process formulation

An optimization problem aims to gets the extremes of a particular function, i.e., determine the set of variables, of which this function is dependent, in order to find its maximum or minimum. The optimization problem can be stated according to the equations 19 to 23.

In equation 22, the letters 1 and u denotes lower and upper limits, respectively, and which values that can be assumed by the project variables.

For the present study, once known the solicitation  $M_{sd}$  bending, the idea is to research the dimensions of the cross section area of the profile that resists the applied load with the lowest consumption of material (less mass of steel, or lower section gross Ag). Thus, referring to the dimensions of A, B, C and t (as shown in Fig.1), the objective function to be minimized can be written according to equations 24 and 30.

To simplify the process, the bending radius r is considered equal to the thickness t. Initially, all dimensions were considered as continuous variables. In a second analysis, the thicknesses were limited to those found commercially (1.0 mm, 1.2 mm, 1.5 mm, 2.0 mm and 2.25 mm).

The lower and upper limits for each dimension were defined in terms of manufacturing limitations and recommendations of the Brazilian Standard NBR 6355:2003, "Cold-Formed steel structural – Standards sections", and are given by inequalities 31 to 34.

In addition to the dimensional restrictions, also the problem has a restriction on bending design capacity of the section,  $M_{Rd}$ , it has to be equal or greater than the bending applied  $M_{sd}$ . (equation 35).

Thus, a profile with the dimensions of the section that has those restriction limits, as well as bending capacity than the applied may be considered as a feasible solution to the optimization problem. The goal, therefore, is to find, among all feasible solutions, which corresponds to the lower consumption of steel material.

For the proposed formulation, an implementation was made in Microsoft Excel Solver, which is a tool provided with the spreadsheet in Microsoft Excel. Solver code incorporates the non-linear optimization method based on the Generalized Reduced Gradient (GRG2). The option for the use of this tool was based mainly on its wide availability and ease of use. Solver has been used successfully in other problems of structural optimization, as in the study by Kripka and Guerra (2008) for structural optimization of trapezoidal and zigzag walls of silos.

Figure 2 shows the spreadsheet developed for the optimization of profiles with lips. In this worksheet, from the input data (geometry and material), are calculated the properties of the corresponding profile, and its bending capacity. These data, together with the restrictions of the problem, feed the Solver, which are defined as parameters for optimizing the objective, the variables and constraints, as illustrated in Figure 3.

### **3 NUMERICAL RESULTS**

The following are some of the results from the implementation of the formulation of the problem for minimizing the area of the profile section. As parameters of material in all cases studied, were used structural steel with E=200 GPa, Poisson's ratio  $\nu=0.3$  and yield stress fy = 250 MPa. Initially, we attempted to scale a profile of a simple channel simple supported beam subjected to a load uniformly distributed along the span. The value of the

linear load calculation applied was 1.2 kN / m For this loading bays were considered from 4000 to 1000 mm, with multiples of 100 mm. For all the spans a lateral bracing restriction was considered every 2000mm.

Starting from different initial solutions was searched optimal profiles with and without stiffeners. Table 4 presents the results of the minimum gross area  $A_g$  obtained for both profiles optimized without stiffeners (U) and for profiles with optimized stiffeners (Ue) for different spans and their maximum applied bending Msd. These data are presented graphically in Figure 4.

In lieu of results of Table 4 and Figure 4, a large reduction in the cross section with the use of lips (edge stiffeners) was observed. In the last line of Table 4 presents the data of percentage reduction in consumption of material between the profiles without lips (U) and with lips (Ue). The reduction varied between 13.2 and 19.8%, i.e., profiles with optimized stiffeners allowed to get an average savings of material more than 17% in section. Thus confirms the observation that the edge stiffeners are fundamental in improving the performance of the profile also in bending. Similar results had been obtained for sections subjected to compression in previous studies of Chamberlain and Kripka (2008).

The results obtained from simulations carried out with consideration of continuous variables were further compared with the optimal values of limiting the thickness to those found commercially, namely, 1.0 mm, 1.2 mm, 1.5 mm, 2,0mm and 2.25 mm. It was observed that the results showed no significant change. In order to provide subsidies for pre-sizing profiles subjected to bending, Figure 5 shows the relationship between the span length and the corresponding optimum height. For the channel profiles optimized without lips a relation of L / bw resulted in an average of 24. For the same profiles, but with lips, this relationship was an average of 36. As a reference, Bellei (2004) gives this relationship as being equal to 40 for rolled channel profiles. Additionally, the results indicate that the existences of stiffeners, and the reduction in the section of the profile, yet allow a significant reduction in the height of the section. Figures 6 and 7 show the ratios obtained for the spans studied, between the width of the flange  $b_f$  and height of the web  $b_w$  for optimized profiles, respectively with and without stiffeners. It is observed that, for sections without stiffeners, the optimal relation relationship  $b_f/b_w$  ranged between 0.16 and 0.26, with a mean value of 0.22. And for the channels with lips this relation less variation, with values between 0.36 and 0.40 (average 0.36).

In all the cases studied, the relationships  $D/b_w$  and  $b_f/b_w$ , was in the limits of the Brazilian Standard revision project ABNT NBR 14762, not necessary to do a check for the occurrence of distortional buckling.

### **4 FINAL COMMENTS**

This study presented results of channels profiles with or without edge stiffeners subjected to bending, as analyzed using the design method of effective sections made in the draft standard NBR 14762. The objective was to minimize the area of gross section, with the design variables height, width, thickness and length of the stiffener (when considered). Initially all variables were considered as continuous, and as a result, extended the study to the use of commercial thickness.

The results shows great advantages in the optimization it the sections examined. The profiles with edge stiffeners had about an economy, on average, just over 17% compared to the sections without stiffeners. Moreover, studying the relationship between span and optimum height of the section  $(b_w)$ , it is feasible to recommend for pre-sizing channels without lips a relationships given by  $L/b_w = 24$ , and  $L/b_w = 36$  for those with stiffeners. The method of effective sections is efficient and quite explicit in the calculation of the bending capacity of cold formed steel section, allowing the optimization process in an easy way to perform it.