

DETERMINAÇÃO DA TENSÃO ELÁSTICA DE FLAMBAGEM DISTORCIONAL EM PERFIS Z ENRIJECIDOS

Durval de Oliveira Pinto Neto¹, Koji de Jesus Nagahama^{2*}, Anderson de Souza Matos Gádea³

Resumo

A adição dos enrijecedores de borda nos perfis de aço formados a frio (PFF), em busca de seções transversais mais eficientes estruturalmente, podem levar à instabilidades locais, distorcionais e globais. A ABNT NBR 14762:2010, normatiza os procedimentos de cálculo desses elementos estruturais, no entanto, não estabelece um método simplificado para determinação da tensão elástica de flambagem distorcional (σ_{dist}). Este trabalho apresenta equações para determinação da σ_{dist} em PFF com seção transversal do tipo Z enrijecido, sujeitos à compressão centrada e flexão simples. As equações propostas são obtidas por meio de uma rede neural artificial (RNA), cujos dados foram fornecidos por um programa baseado na Teoria de Viga Generalizada (GBT). Os resultados obtidos foram comparados com diversos métodos numéricos e analíticos, encontrados na literatura técnico-científica, e demonstram a viabilidade das equações para determinação da tensão elástica de flambagem distorcional.

Palavras-chave: flambagem distorcional, rede neurais artificiais, perfis formados a frio.

¹ Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Estadual de Feira de Santana; eng.durvalneto@gmail.com

² Professor Pleno da Universidade Estadual de Feira de Santana; koji@uefs.br (autor Correspondente)

³ Professor Titular da Universidade Estadual de Feira de Santana; agadea@gmail.com

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Av. Transnordestina, S/n, Novo Horizonte, CEP 44036-900, Feira de Santana, Bahia.

1 Introdução

Os avanços na fabricação e os baixos custos na produção levaram a indústria dos perfis de aço formados a frio (PFF) a buscar formas de seções transversais estruturalmente mais eficientes. Uma das maneiras mais favoráveis para executar esta tarefa é a adição de enrijecedores de borda à seção transversal (Figura 1).

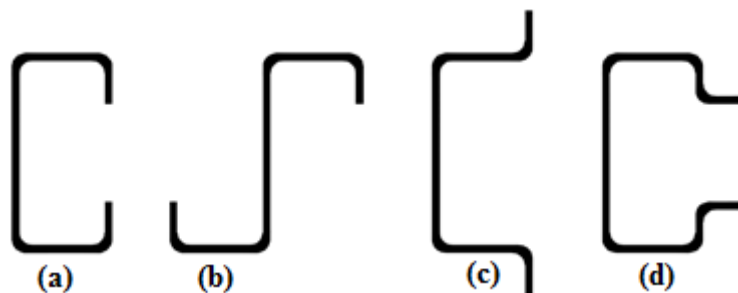


Figura 1 – Perfis (a) U Enrijecido - (b) Z enrijecido - (c) Cartola - (d) Rack

As seções transversais com enrijecedores de borda são cada vez mais populares nas estruturas dos PFF devido à facilidade de fabricação e elevada relação inércia/peso. No entanto, por outro lado, um fenômeno de instabilidade da seção transversal, denominado flambagem distorcional, frequentemente governa a capacidade portante desses elementos estruturais (Figura 2). Por este motivo, diversos trabalhos, a exemplo de Lau e Hancock (1987), Hancock (1997), Schafer (2000), Camotim e Silvestre (2004), Nagahama (2003), Pala (2005), Xuhong *et al.* (2015), Santos *et al.* (2013), entre outros, têm investigado o comportamento de flambagem distorcional em PFF.

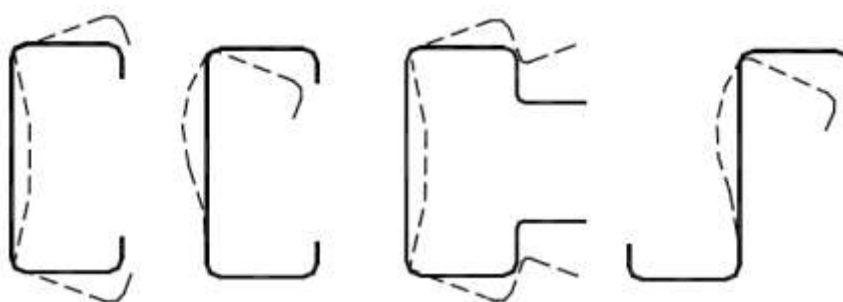


Figura 2 - Flambagem distorcional em PFF

O fenômeno da flambagem distorcional é caracterizada pela rotação e possível translação do conjunto formado pela mesa e enrijecedor de borda comprimidos. Segundo a ABNT NBR 14762:2010, o modo de flambagem distorcional pode ocorrer como modo crítico de instabilidade. Porém, a mesma não apresenta um método para cálculo da tensão elástica de

flambagem distorcional (σ_{dist}), apenas afirma que pode ser obtida por meio de uma análise de estabilidade elástica.

Diversos trabalhos propuseram métodos capazes de calcular σ_{dist} , dentre esses, pode-se destacar Camotim e Silvestre (2004) que desenvolveram um método baseado na Teoria Generalizada de Viga (GBT), permitindo prever o modo distorcional como modo puro de flambagem, ou seja, sem interação com os outros modos; Schafer e Pekoz (1998) que desenvolveram o Método da Resistência Direta (MRD), utilizando as propriedades da seção bruta; Nagahama (2003) que desenvolveu um programa para análise de instabilidade em perfis, baseado no Método das Faixas Finitas; Schafer (2000) que desenvolveu o CUFSM[®], programa para análise de instabilidade em diversos tipos de perfis; Lau e Hancock (1987) que calcula a σ_{dist} por meio do conjunto formado pela mesa comprimida e seu enrijecedor de borda, considerando os efeitos da conexão da alma ao conjunto mesa/enrijecedor por meio de molas com rigidez à flexão e à rotação; e Hancock (1997) que apresenta uma formulação para cálculo da σ_{dist} em perfis sujeitos a flexão.

Dentre os mais variados métodos numéricos utilizados para cálculo da σ_{dist} , existem: o Método das Faixas Finitas (MFF) - Schafer (2012), Nagahama (2003), Pierin (2011), entre outros; o Método dos Elementos Finitos (MEF) - Casafront *et al.* (2009), Tavares *et al.* (2016), entre outros; e a Teoria de Viga Generalizada (GBT) - Camotim e Silvestre (2004) e Davies e Jiang (1996).

Um método alternativo para se obter a σ_{dist} é a aplicação das redes neurais artificiais (RNA), as quais têm sido amplamente utilizadas no ramo da engenharia como solução de problemas complexos e não-lineares. As RNA são técnicas computacionais que apresentam um modelo matemático inspirado na estrutura neural (cerébro humano), que realiza o aprendizado por meio da experiência, sendo capaz de reconhecer, associar e generalizar padrões.

Dentre os autores que utilizaram as RNA para previsão da σ_{dist} , pode-se destacar: Pala (2005) e Santos *et al.* (2013), que extraiu uma equação capaz de calcular a σ_{dist} em perfis U enrijecidos sujeitos à compressão centrada, cujos dados de saída utilizados para treinamento eram obtidos segundo Método das Faixas Finitas; Pala e Caglar (2006), que realizaram um estudo paramétrico para σ_{dist} , avaliando a influência dos parâmetros da seção transversal na tensão distorcional; Dias e Silvestre (2011), que obtiveram uma equação capaz de calcular, com boa aproximação, a tensão distorcional em tubos elípticos sob compressão; e Tohidi e Sharifi (2015), que investigaram a flambagem distorcional em perfis I de aço e desenvolveram fórmulas precisas capazes de calcular a tensão distorcional.

O objetivo deste artigo é determinar equações capazes de prever a tensão elástica de flambagem distorcional (σ_{dist}) em perfis de aço formado a frio, do tipo Z enrijecido, sujeitos à compressão centrada e flexão simples, por meio das redes neurais artificiais.

2 Materiais e Métodos

Para determinação das equações capazes de prever σ_{dist} , faz-se necessário conhecer as etapas para execução dessa tarefa, quais sejam: (i) definição do problema; (ii) geração dos dados para treinamento da RNA; (iii) definição da topologia da RNA (iv) treinamento das RNA; (v) validação da RNA e (vi) obtenção das equações.

O tipo de seção transversal estudada no presente artigo é o perfil Z enrijecido, submetido à compressão centrada e flexão simples. Destaca-se que, para este tipo de perfil, não há disponível uma metodologia simplificada para cálculo da σ_{dist} .

Cinco hipóteses foram admitidas para realização das análises:

- a) extremidades simplesmente apoiadas e com empenamento livre, por se caracterizar a condição mais desfavorável quando se trata de capacidade de resistência à flambagem;
- b) módulo de elasticidade de 200 GPa;
- c) coeficiente de Poisson de 0,3;
- d) tensões elásticas de flambagem distorcional calculadas para o comprimento crítico (L_{cr});
- e) flexão em relação ao eixo de simetria.

Os dados de entrada e saída da RNA foram obtidos a partir de um programa baseado na formulação da Teoria de Viga Generalizada, GBT, implementada a partir da listagem disponibilizada por Camotim e Silvestre (2004). Esse método foi escolhido devido à possibilidade de se obter a tensão de flambagem distorcional como um modo isolado, ou seja, sem acoplamento entre os modos de flambagem distorcional com os modos de flambagem local e global.

Para a determinação das seções a serem analisadas, foi realizada uma busca dos valores usuais (limites máximos e mínimos) dos parâmetros das seções transversais dos perfis formados a frio, quais sejam: altura da alma (b_w), largura da mesa (b_f), comprimento de enrijecedor de borda (d) e espessura do perfis (t) (Figura 3), nos catálogos de fabricantes e na literatura técnico-científica (Tabela 1).

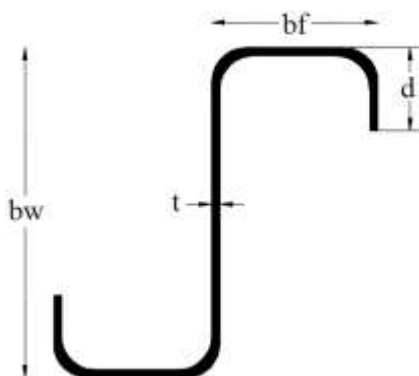


Figura 3 - Parâmetros da seção transversal

Tabela 1 - Valores limites (máximos e mínimos) dos parâmetros da seção transversal

Parâmetros	Intervalo de Valores	Passo
b_w	50 a 400 mm	5 mm
b_f	25 a 100 mm	5 mm
d	10 a 30 mm	5 mm
t	1 a 5 mm	0,25 mm

Os passos, ou seja, os intervalos em que os parâmetros da seção variaram, foram escolhidos de tal forma que se obtivesse uma quantidade de perfis representativo. No total foram geradas 96.560 seções transversais diferentes.

Inicialmente, os dados de entrada da RNA seriam os parâmetros geométricos da seção transversal do perfil, mas foi observado que, perfis com a mesma razão entre os parâmetros geométricos da seção transversal, quais sejam: $\left(\frac{b_f}{b_w}\right)$, $\left(\frac{b_w}{t}\right)$ e $\left(\frac{d}{b_w}\right)$ apresentam os mesmos valores de tensão distorcional. A partir dessa análise foi possível reduzir as variáveis de entrada da RNA, resultando na redução do tamanho da equação desejada. Portanto, como dados de entrada da RNA, têm-se as relações entre os parâmetros geométricos da seção transversal e como dado de saída, σ_{dist} (Figura 4).

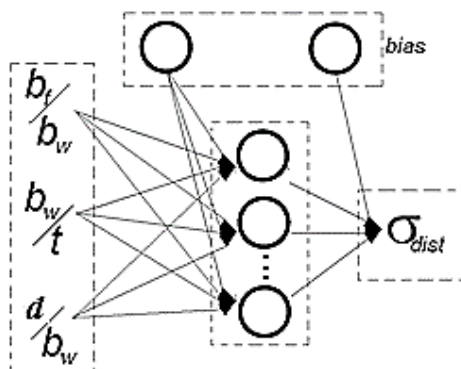


Figura 4 - Topologia das RNA

Dadas as inúmeras seções transversais geradas inicialmente, foram estabelecidos valores-limites (restrições) de acordo com as normas ABNT NBR 14762:2010 (i e iii), ABNT NBR 6355:2012 (iv e v), AS-NZS 4500:2005 (vi), Eurocode 3 parte 1-3:2012 (i, v e vii) e AISI S-100:2012 (i e iii) (Tabela 2).

Tabela 2 - Restrições impostas as seções transversais

(i) $\left(\frac{b_f}{t} \leq 60\right)$	(ii) $\left(0,3 \leq \frac{b_f}{b_w} \leq 1\right)$
(iii) $\left(\frac{b_w}{t} \leq 260\right)$	(iv) $\left(0,1 \leq \frac{d}{b_w} \leq 0,3\right)$
(v) $\left(5 \leq \frac{d}{t} \leq 50\right)$	(vi) $f_u \leq 570 \text{ MPa}$
(vii) $\left(0,2 \leq \frac{d}{b_f} \leq 0,6\right)$	

O valor-limite (ii) apesar de não ser normativo, foi necessário devido à necessidade de eliminar seções transversais geradas que comumente não seriam utilizadas na indústria da construção, por exemplo, um perfil 300x40x10x5 mm. Tal relação de valor-limite foi denominada de restrição de forma.

Aplicando-se os valores-limites normativos e a restrição de forma nas 96.560 seções transversais geradas inicialmente, restaram 6.669 seções transversais diferentes, sujeitas à compressão centrada, e 3200 sujeitas à flexão simples. Esses perfis foram utilizados para treinamento das RNA.

As RNA foram treinadas utilizando um programa desenvolvido no MATLAB®. O algoritmo de aprendizagem utilizado foi o Levenberg-Marquardt (Hagan e Menhaj, 1994), pois tal algoritmo otimiza a retropropagação de erros, tornando o treinamento da RNA mais rápido. O número de camadas intermediárias foi definido como sendo apenas uma, devido à verificação de bons resultados em outros trabalhos, como por exemplos Pala (2005), Pala e Caglar (2006) e Santos *et al.* (2013). O número de neurônios para a camada intermediária foi estabelecido desde dois até sete neurônios respeitando o teorema de Komogorov-Nielsen (Kovács, 1996). As funções de transferência utilizadas na camada intermediária foram, logarítmicas (Logsig) e tangente hiperbólica (Tanh), para cada uma das topologias de rede treinadas. A função de transferência utilizada na camada de saída foi linear. Ao todo foram treinadas 28 RNA, sendo 14 RNA para perfis sujeitos à compressão centrada e 14 RNA para perfis sujeitos à flexão.

3 Análise das redes neurais artificiais - Compressão

A eficiência das RNA treinadas foi determinada com o auxílio do coeficiente de determinação (R^2) e do histograma de erro. Os critérios de escolha das RNA foram:

- a) erros inferiores a 10%, valor estipulado devido a trabalhos publicados como: Hancock (1997) que apresentaram erros máximos de 8%, Camotim e Silvestre (2004) com erros menores que 7% e Pala (2005) com erros da ordem de 11%;
- b) menor número de neurônios na camada intermediária, pois o tamanho da equação que se pode extrair da RNA está diretamente relacionado ao número de neurônios na camada intermediária, de modo que, quanto menor o número de neurônios na camada intermediária menor é o tamanho da equação.

A Tabela 3 apresenta um resumo dos resultados das RNA treinadas, onde se pode observar o coeficiente de determinação (R^2), maior erro positivo e negativo.

Tabela 3 - Resumo de resultados das RNA para perfis submetidos à compressão

Número de Neurônios (Camada Intermediária)	Função de Transferência	R^2	Maior erro negativo (%)	Maior erro positivo (%)
2	LogSig	0,996	-15,65	15,19
2	Tanh	0,996	-15,71	15,20
3	LogSig	0,998	-14,95	12,18
3	Tanh	0,998	-14,19	12,19
4	LogSig	0,999	-11,71	5,24
4	Tanh	0,999	-12,30	5,30
5	LogSig	0,999	-5,48	4,14
5	Tanh	0,999	-5,14	4,06
6	LogSig	1,000	-5,32	3,42
6	Tanh	1,000	-4,62	3,30
7	LogSig	1,000	-5,31	3,45
7	Tanh	1,000	-5,31	3,45

Observa-se que a melhor RNA treinada foi a com sete neurônios na camada intermediária e função de transferência tangente hiperbólica, apresentando um R^2 de 1,00 e erros variando de 3,45% a -5,31%. Contudo, conforme critérios de escolha das RNA, foram escolhidas as RNA com cinco, seis e sete neurônios na camada intermediária com função de transferência tagente hiperbólica.

A Figura 5 mostra o gráfico de regressão, R^2 , para a RNA com cinco neurônios na camada intermediária com função de transferência tagente hiperbólica. Nota-se que o modelo da RNA

apresenta um bom ajuste no conjunto de dados. O gráfico de regressão para outras RNA escolhidas, apresentam comportamento similar e por este motivo não foram ilustrados.

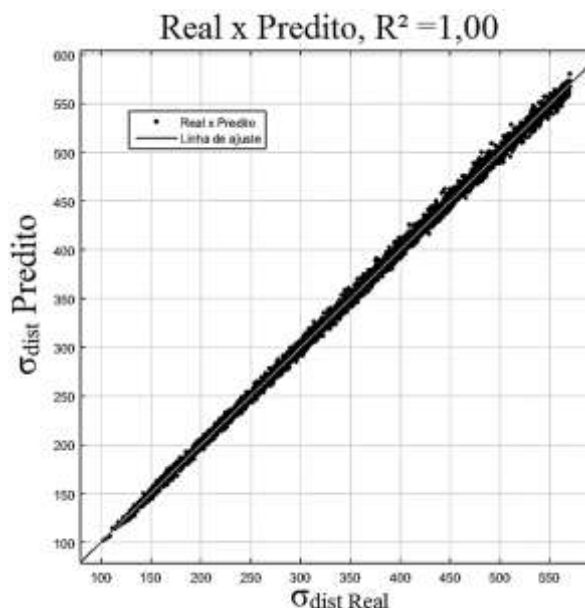


Figura 5 - Coeficiente de determinação (R^2) da RNA - Compressão

A diferença entre as três RNA é percebida no histograma de erro (Figura 6). Observa-se que a RNA com sete neurônios na camada intermediária e função de transferência logarítmica concentra a maior quantidade de perfis nos intervalos de erros próximos ao 0%, enquanto as demais RNA têm uma maior distribuição de erros. Este fenômeno é explicado devido a RNA com maior número de neurônios da camada intermediária possuir um maior grau de não-linearidade, tornando a RNA mais precisa. Nota-se também que a RNA com cinco neurônios na camada intermediária apresenta 60% dos perfis treinados com erros entre -1% a 1%.

3.1 Validação - Compressão

A equação obtida da RNA treinada com cinco neurônios na camada intermediária e função de transferência tangente hiperbólica foi validada com os trabalhos de: Camotim e Silvestre (2004), Schafer (2012), Nagahama (2003), Lau e Hancock (1987), Zhou *et al.* (2015); e dos procedimentos normativos: ABNT NBR 14762:2011 e AISI S-100:2012, Tabela 4. Ressalta-se que todos os perfis analisados estão dentro dos valores-limites (restrições) impostos na metodologia e que as seções transversais validadas foram encontradas nos artigos referenciados.

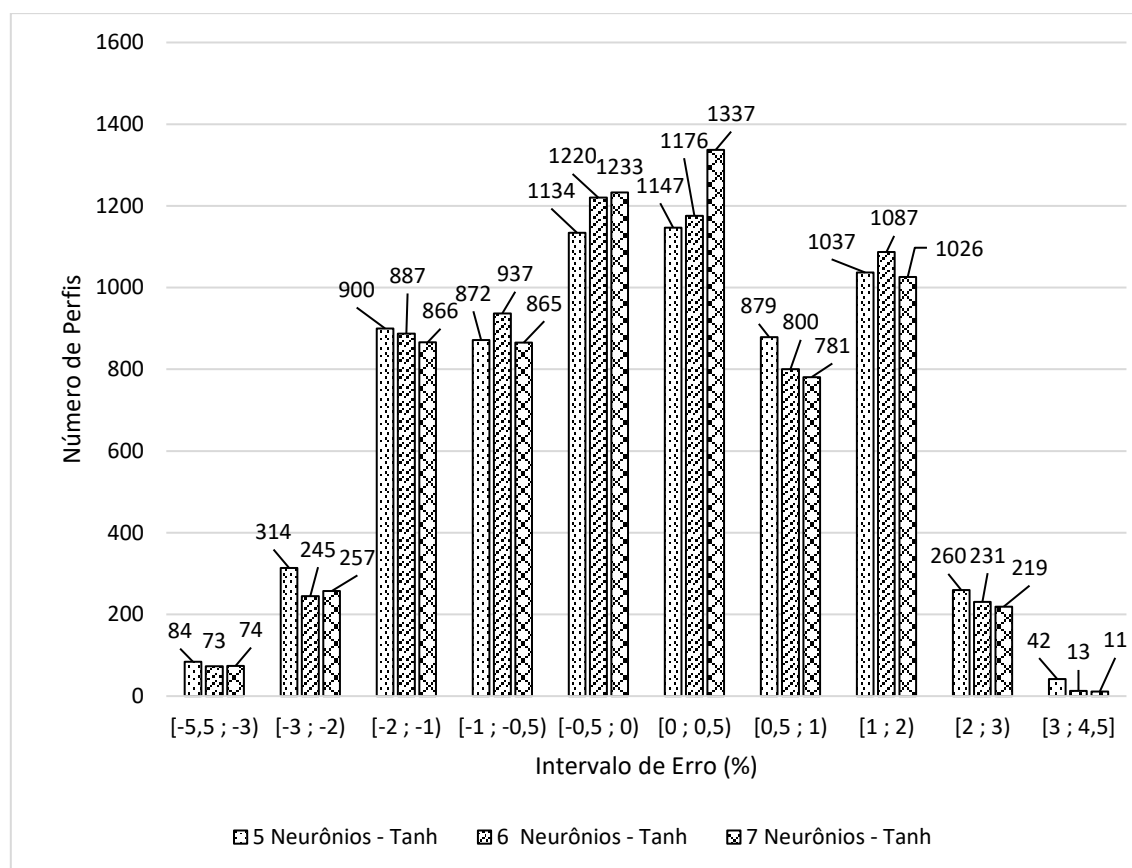


Figura 6 - Histograma de erro para as RNA com cinco, seis e sete neurônios da camada intermediária – Compressão

Tabela 4 - Comparação dos valores de tensão distorcional obtidos da RNA com métodos numéricos e analíticos – Compressão

(continua)

	Parâmetros da Seção Transversal							RNA (MPa)	Métodos Numéricos			Métodos Analíticos		Procedimentos Normativos	
	b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)	b_f/b_w	b_w/t	d/b_w		RNA / Camotim e Silvestre (2004)	RNA / Schafer (2012)	RNA / Nagahama (2003)	RNA / Lau e Hancock (1987)	RNA / Zhou et al. (2015)	RNA/ NBR 14762:2001	RNA / AISI S- 100:2012
ABNT NBR 6355:2012	250	85	25	4,75	0,34	52,63	0,10	464,13	1,00	0,98	1,05	0,92	0,97	0,87	0,96
	250	85	25	3,75	0,34	66,67	0,10	350,75	1,01	1,00	1,07	0,94	1,00	0,89	0,97
	250	85	25	3,35	0,34	74,63	0,10	307,02	1,01	1,01	1,07	0,94	1,01	0,89	0,97
	250	85	25	2,65	0,34	94,34	0,10	232,96	1,00	1,01	1,08	0,95	1,01	0,90	0,96
	250	85	25	2,25	0,34	111,11	0,10	192,34	1,00	1,01	1,08	0,95	1,01	0,90	0,96
	200	75	25	3,35	0,38	59,70	0,13	431,29	1,00	0,99	1,02	0,92	0,99	0,88	0,92
	200	75	25	3,00	0,38	66,67	0,13	380,01	1,00	1,00	1,03	0,93	1,00	0,88	0,92
	200	75	20	2,00	0,38	100,00	0,10	209,47	1,00	1,00	1,05	0,96	1,02	0,91	0,96
	150	60	20	3,00	0,40	50,00	0,13	529,72	0,99	0,98	1,00	0,93	0,99	0,88	0,90
	125	50	17	2,25	0,40	55,56	0,14	474,37	0,99	0,99	1,01	0,93	0,99	0,89	0,90
	125	50	17	2,00	0,40	62,50	0,14	414,94	1,00	0,99	1,01	0,94	1,00	0,89	0,91
	100	50	17	2,00	0,50	50,00	0,17	521,65	1,00	0,98	1,00	0,99	0,98	0,94	0,89
	100	50	17	1,50	0,50	66,67	0,17	378,16	1,00	0,99	1,00	1,01	0,98	0,95	0,89
Zhang (2016)	200	70	20	3,00	0,35	66,67	0,10	347,48	1,01	1,00	1,06	0,94	1,00	0,89	0,97
	200	70	20	2,50	0,35	80,00	0,10	280,21	1,01	1,01	1,07	0,94	1,01	0,90	0,97
	200	70	20	2,00	0,35	100,00	0,10	215,52	1,00	1,01	1,07	0,95	1,02	0,90	0,96
	200	70	20	1,50	0,35	133,33	0,10	154,65	0,99	1,01	1,07	0,95	1,02	0,90	0,95
	160	65	20	2,00	0,41	80,00	0,13	297,37	1,00	0,99	1,02	0,95	1,01	0,90	0,92

Tabela 3 - Comparação dos valores de tensão distorcional obtidos da RNA com métodos numéricos e analíticos – Compressão

(conclusão)

	Parâmetros da Seção Transversal							RNA (MPa)	Métodos Numéricos			Métodos Analíticos		Procedimentos Normativos	
	<i>bw</i> (mm)	<i>bf</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	<i>t</i> (mm)	<i>bf/bw</i>	<i>bw/t</i>	<i>d/bw</i>		RNA / Camotim e Silvestre (2004)	RNA / Schafer (2012)	RNA / Nagahama (2003)	RNA / Lau e Hancock (1987)	RNA / Zhou et al. (2015)	RNA/ NBR 14762:2001	RNA / AISI S- 100:2012
Huang (2016)	200	65	20	2,30	0,33	86,96	0,10	259,40	1,01	1,02	1,10	0,94	1,01	0,90	0,97
	200	65	20	1,80	0,33	111,11	0,10	194,55	1,00	1,02	1,10	0,95	1,01	0,90	0,95
	200	65	20	1,60	0,33	125,00	0,10	169,67	1,00	1,02	1,10	0,94	1,01	0,90	0,95
	200	65	20	1,40	0,33	142,86	0,10	145,66	0,99	1,02	1,09	0,94	1,01	0,90	0,94
	200	65	20	1,30	0,33	153,85	0,10	134,11	0,99	1,02	1,09	0,95	1,01	0,90	0,94
	175	62,5	20	2,30	0,36	76,09	0,11	317,32	1,00	1,01	1,05	0,93	1,00	0,88	0,94
	175	62,5	20	1,80	0,36	97,22	0,11	239,24	1,00	1,01	1,05	0,93	1,01	0,89	0,93
	175	62,5	20	1,60	0,36	109,38	0,11	209,21	0,99	1,01	1,05	0,94	1,01	0,89	0,93
	175	62,5	20	1,40	0,36	125,00	0,11	180,13	0,99	1,01	1,05	0,94	1,01	0,89	0,92
	175	62,5	20	1,30	0,36	134,62	0,11	166,04	0,99	1,01	1,05	0,94	1,01	0,89	0,92
	120	50	15	1,60	0,42	75,00	0,13	315,69	1,00	0,99	1,01	0,96	1,01	0,91	0,93
	145	62,5	20	1,80	0,43	80,56	0,14	301,51	1,00	0,99	1,01	0,97	1,00	0,92	0,91
	145	62,5	20	1,60	0,43	90,63	0,14	264,27	0,99	0,99	1,01	0,97	1,00	0,92	0,91
	145	62,5	20	1,40	0,43	103,57	0,14	228,23	0,99	0,99	1,01	0,98	1,00	0,93	0,91
	145	62,5	20	1,30	0,43	111,54	0,14	210,78	1,00	1,00	1,01	0,98	1,00	0,93	0,91
Silvestre e Camotim (2004)	90	30	10	1,00	0,33	90,00	0,11	262,45	1,00	1,02	1,07	0,93	1,00	0,88	0,94
	90	60	20	1,00	0,67	90,00	0,22	248,89	1,00	1,00	1,01	1,12	1,05	1,06	0,89

A partir da Tabela 4, nota-se que na comparação:

- i. Em relação a Camotim e Silvestre (2004), observaram erros variando de - 0,92% a 0,95% com média de 0,03%;
- ii. Em relação aos resultados de Schafer (2012), observaram erros entre -2,10% a 2,12% com média de 0,06%;
- iii. Com relação aos resultados de Nagahama (2003), observaram erros entre - 9,75% a 0,47% com média de 5,47%;
- iv. Em relação a Lau e Hancock (1987) observaram se erros variando de - 0,65% e 8,30% com média de -4,40%;
- v. Com relação aos resultados de Zhou *et al.* (2015), observaram erros entre - 5,43% a 2,61% com média de -0,72%;
- vi. Em relação a NBR 14762:2001, observaram erros entre -6,10% e 12,80% com média de 8,87%;
- vii. E com relação a AISI S-100:2012, observaram erros variando de 2,99% a 11,10% com média de 6,80%.

Contudo, nota-se que a RNA apresenta um bom ajuste, tendo em vista que apresenta erros da ordem de 10% com trabalhos disponíveis na literatura técnica.

3.2 Equação para o cálculo da σ_{dist} – Compressão

A equação obtida da RNA com cinco neurônios na camada intermediária e com função de transferência tangente hiperbólica, capaz de determinar a tensão elástica de flambagem distorcional dos perfis de aço formado a frio, do tipo Z enrijecido, sujeitos à compressão centrada é apresentada na Equação 1.

$$\sigma_{\text{dist}} = \frac{21571745}{278} \tanh(k1) - \frac{6643629}{136} \tanh(k2) + \frac{5259934}{199} \tanh(k3) - \frac{4155667}{189} \tanh(k4) + \frac{14616341}{186} \tanh(k5) + \frac{732897}{466} \quad 1.a$$

$$k1 = \left(\frac{33595}{22736} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{643}{192715} \left(\frac{b_w}{t} \right) + \frac{13649}{28749} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{54091}{48473} \right) \quad 1.b$$

$$k2 = \left(\frac{88557}{48017} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{1380}{370649} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{18656}{47427} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{16185}{31999} \right) \quad 1.c$$

$$k3 = \left(\frac{25153}{11334} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{1983}{524554} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{25171}{20202} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{17561}{30363} \right) \quad 1.d$$

$$k4 = \left(\frac{8763}{87800} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) - \frac{3025}{142698} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{38594}{26301} \left(\frac{d}{b_w} \right) - \frac{11915}{29487} \right) \quad 1.e$$

$$k5 = \left(\frac{367}{36671} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) - \frac{8721}{421856} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{33055}{30576} \left(\frac{d}{b_w} \right) - \frac{21125}{20577} \right) \quad 1.f$$

4 Análise das redes neurais artificiais – Flexão

A eficiência das RNA de flexão também foi determinada com o auxílio do coeficiente de determinação (R^2) e histograma de erro. Os critérios de escolha das RNA foram os mesmos utilizados para as RNA de compressão, sendo: menor número de neurônios na camada intermediária e erros absolutos menores que 10%.

A Tabela 5 apresenta um resumo dos resultados das RNA treinadas, onde se pode observar o coeficiente de determinação (R^2), maior erro positivo e negativo.

Tabela 5 - Resumo de resultados das RNA de perfis submetidos à flexão

Número de Neurônios (Camada Intermediária)	Função de Transferência	R^2	Maior erro negativo (%)	Maior erro positivo (%)
1	LogSig	0,923	-32,51	29,65
1	Tanh	0,923	-32,51	29,65
2	LogSig	0,990	-16,09	6,55
2	Tanh	0,990	-16,09	6,55
3	LogSig	0,999	-3,60	3,69
3	Tanh	0,999	-3,60	3,69
4	LogSig	1,000	-2,93	2,10
4	Tanh	1,000	-2,82	2,05
5	LogSig	1,000	-1,45	1,21
5	Tanh	1,000	-1,43	0,86
6	LogSig	1,000	-0,99	0,92
6	Tanh	1,000	-1,21	0,60
7	LogSig	1,000	-0,54	0,40
7	Tanh	1,000	-0,55	0,31

Observa-se que a melhor RNA treinada foi a com sete neurônios na camada intermediária e função de transferência logarítmica, apresentando um R^2 de 1,00 e erros variando de 0,31% a -0,55%. Contudo, conforme critérios de escolha para a RNA, foram escolhidas as RNA com três, quatro e cinco neurônios na camada intermediária com função de transferência tangente hiperbólica.

A Figura 7 mostra o gráfico de regressão, R^2 , para a RNA com três neurônios na camada intermediária com função de transferência tagente hiperbólica. Nota-se que o

modelo da RNA apresenta um bom ajuste no conjunto de dados. O gráfico de regressão para outras RNA escolhidas, apresentam comportamento similar e por este motivo não foram ilustrados.

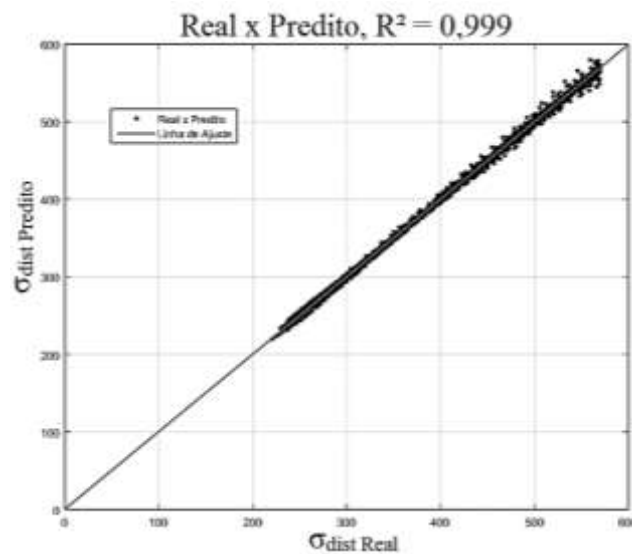


Figura 7 - Coeficiente de determinação (R^2) da RNA - Flexão

A diferença entre as três RNA é notória no histograma de erro (Figura 8). Observa-se o mesmo comportamento das RNA de compressão, ou seja, a RNA com o maior número de neurônios na camada intermediária (cinco neurônios) concentra um maior número de perfis próximo ao erro de 0%, enquanto as outras RNA possuem uma maior distribuição de erros.

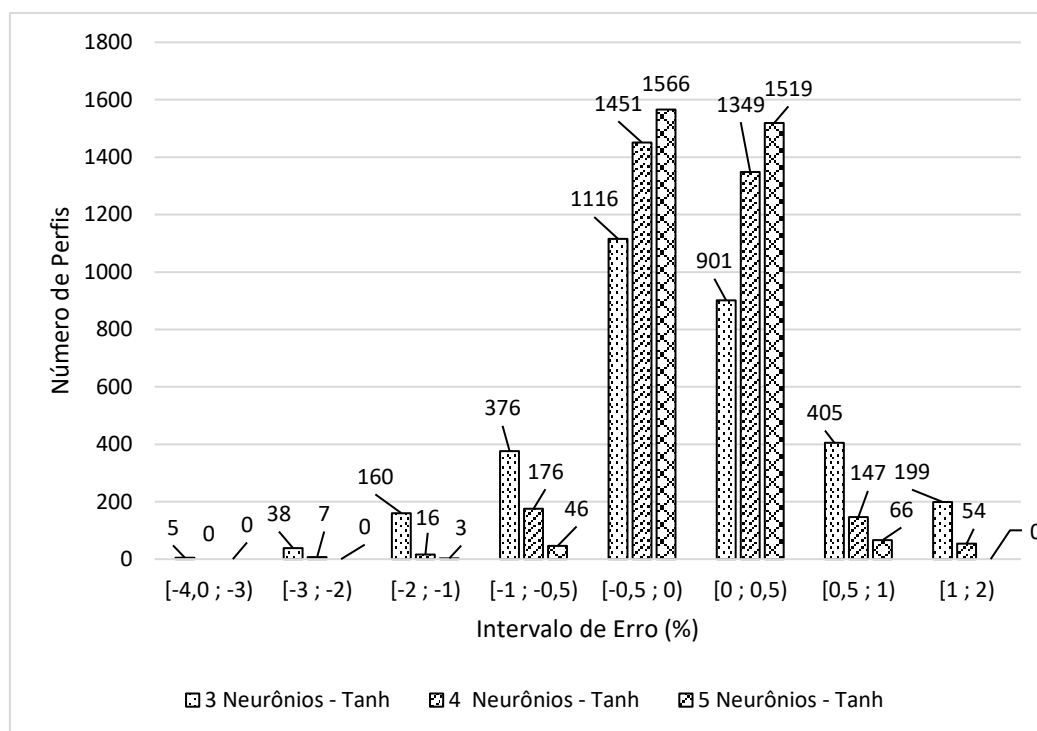


Figura 8 - Histograma de erro para as RNA com três, quatro e cinco neurônios da camada intermediária – Flexão

4.1 Validação – Flexão

A equação obtida da RNA treinada com três neurônios na camada intermediária e função de transferência tangente hiperbólica foi validada com os dados provenientes dos trabalhos de: Camotim e Silvestre (2004), Schafer (2012) e Nagahama (2003), Hancock (1997); e os procedimentos normativos ABNT NBR 14762:2001 e AISI S-100:2012, Tabela 6. Ressalta-se que todos os perfis analisados estão dentro dos valores-limites (restrições) impostos na metodologia e que as seções transversais validadas foram encontradas nos artigos referenciados.

Tabela 6 - Comparação dos valores de tensão distorcional obtidos da RNA com métodos e procedimentos normativos - Flexão

	Parâmetros da Seção Transversal							RNA (MPa)	Métodos Numéricos			Métodos Analíticos	Procedimentos Normativos	
	b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)	b_f/b_w	b_w/t	d/b_w		RNA / Camotim e Silvestre (2004)	RNA / Schafer (2012)	RNA / Nagahama (2003)	RNA Hancock (1997)	RNA/ NBR 14762:2001	RNA / AISI S- 100:2012
ABNT NBR 6355:2012	250	85	25	2,65	0,34	94,34	0,10	480,51	1,00	0,99	1,01	1,04	0,99	0,84
	200	75	20	2,00	0,38	100,00	0,10	402,46	1,00	1,00	1,03	1,05	1,00	0,84
Zhang (2016)	200	70	20	2,50	0,35	80,00	0,10	557,81	1,00	0,98	1,01	1,04	0,99	0,82
	200	70	20	1,50	0,35	133,33	0,10	319,34	1,00	1,00	1,03	1,06	1,01	0,86
	160	65	20	2,00	0,41	80,00	0,13	546,93	1,00	1,00	1,02	1,08	1,02	0,84
Huang (2016)	200	65	20	2,30	0,33	86,96	0,10	550,85	0,99	0,98	1,00	1,04	0,99	0,83
	200	65	20	1,80	0,33	111,11	0,10	421,23	1,00	0,99	1,01	1,05	1,00	0,85
	200	65	20	1,40	0,33	142,86	0,10	320,85	1,00	1,00	1,02	1,06	1,01	0,86
	175	62,5	20	1,80	0,36	97,22	0,11	481,31	1,00	0,99	1,01	1,07	1,02	0,85
	175	62,5	20	1,60	0,36	109,38	0,11	423,54	1,00	0,99	1,02	1,07	1,02	0,85
	175	62,5	20	1,30	0,36	134,62	0,11	339,34	1,00	1,00	1,02	1,08	1,03	0,86
	145	62,5	20	1,60	0,43	90,63	0,14	477,04	1,00	1,00	1,03	1,10	1,05	0,86
	145	62,5	20	1,40	0,43	103,57	0,14	413,13	1,00	1,00	1,03	1,11	1,06	0,86
	145	62,5	20	1,30	0,43	111,54	0,14	381,95	1,00	1,00	1,03	1,11	1,06	0,86
Silvestre e Camotim (2004)	90	30	10	1,00	0,33	90,00	0,11	552,26	0,99	0,98	1,00	1,06	1,01	0,84
	90	60	20	1,00	0,67	90,00	0,22	389,98	0,99	1,00	1,02	1,19	1,13	0,86
Schafer (2000)	80	50	10	1,50	0,63	53,33	0,13	472,43	1,00	1,04	1,06	1,03	0,98	0,81
	80	50	12	1,5	0,63	53,33	0,15	552,35	1,00	1,05	1,06	1,07	1,02	0,83
Hancock (1997)	100	75	20	1,5	0,75	66,667	0,2	423,49	1,00	1,04	1,06	1,13	1,08	0,84
	100	75	15	1,5	0,75	66,667	0,15	322,56	0,99	1,04	1,07	1,05	1,00	0,81

A partir da Tabela 5, nota-se que:

- i. Com relação a Camotim e Silvestre (2004) observou-se erros variando de -0,42% a 1,20% com média de 0,25%;
- ii. Com relação aos resultados de Schafer (2012) observou-se erros variando de -4,73% a 2,33% com média de -0,32%;
- iii. Em relação a Nagahama (2003) observou-se erros oscilando de -6,99% a -0,18% com média de -2,72%;
- iv. Com relação aos resultados de Hancock (1997) observou-se erros oscilando de -18,87% a -3,19% com média de -7,42%;
- v. ABNT NBR 14762:2001 apresentou erros variando de -13,21% a 1,72% com média de -2,45%;
- vi. AISI S-100:2012 apresentou erros variando de 13,52% a 19,17% com média de 15,52%;

Contudo, a RNA apresenta um bom ajuste, tendo em vista que apresenta erros da ordem de 10% com trabalhos disponíveis na literatura técnica.

4.2 Equação para o cálculo da σ_{dist} – Flexão

A equação obtida da RNA com três neurônios na camada intermediária e com função de transferência tangente hiperbólica, capaz de determinar a tensão elástica de flambagem distorcional dos perfis de aço formado a frio, do tipo Z enrijecido, sujeitos à flexão simples é apresentada na Equação 2.

$$\sigma_{\text{dist}} = -\frac{643177}{163} \tanh(k1) - \frac{1125821}{250} \tanh(k2) + \frac{9005343}{1928} \tanh(k3) + \frac{1971643}{499} \quad 2.a$$

$$k1 = \left(\frac{20884}{33381} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{2641}{144966} \left(\frac{b_w}{t} \right) - \frac{62690}{37951} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{17113}{29651} \right) \quad 2.b$$

$$k2 = \left(\frac{58371}{40859} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{3629}{727702} \left(\frac{b_w}{t} \right) + \frac{10004}{42285} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{11589}{54559} \right) \quad 2.c$$

$$k3 = \left(\frac{16920}{30851} \left(\frac{b_f}{b_w} \right) + \frac{2712}{618649} \left(\frac{b_w}{t} \right) + \frac{25503}{7801} \left(\frac{d}{b_w} \right) + \frac{15033}{28768} \right) \quad 2.d$$

5 Conclusão

Esse trabalho apresentou duas equações para determinação da tensão elástica de flambagem distorcional em perfis de aço formado a frio, do tipo Z enrijecido, sujeitos à compressão centrada e flexão simples, com condição de apoio que simulam articulações e empenamento livre. A equação capaz de prever a σ_{dist} foi obtida por meio de uma RNA treinada com o MATLAB®. Os dados de treinamento da RNA foram obtidos pelo programa computacional baseado no método da Teoria Generalizada de Viga desenvolvido por Camotim e Silvestre (2004), constituindo-se como dados de entrada as relações dos parâmetros da seção transversal $\left(\frac{b_f}{b_w}\right)$, $\left(\frac{b_w}{t}\right)$ e $\left(\frac{d}{b_w}\right)$. As RNA foram treinadas com o algoritmo de aprendizagem Levenberg-Marquardt com uma camada intermediária. O número de neurônios na camada intermediária variou de um a sete neurônios e a função de transferência na camada intermediária foi alternada entre logarítmica e tangente hiperbólica. Ao final, as RNA foram validadas com métodos numéricos e analíticos consagrados na literatura apresentados por, Camotim e Silvestre (2004), Schafer (2012), Lau e Hancock (1987), Nagahama (2003), Zhou *et al.* (2015), Hancock (1997), ABNT NBR 14762:2001 e AISI S-100:2012 mostrando desempenho satisfatório. Ressaltam-se as seguintes conclusões quanto ao uso da RNA para determinação de σ_{dist} de perfis submetidos à compressão e flexão:

- a) Verificou-se uma boa generalização das RNA treinadas, tendo em vista que, as RNA escolhidas apresentaram bom ajuste e erros da ordem de 10%;
- b) As RNA com maior número de neurônios na camada intermediária apresentaram melhores ajustes. Fato explicado devido as RNA com maior número de neurônios na camada intermediária apresentarem uma maior não-linearidade aumentando a convergência das RNA.
- c) Os resultados de σ_{dist} obtidos da equação proposta mostrou-se favoravelmente satisfatórios quando comparados a Camotim e Silvestre (2004), Schafer (2012), Nagahama (2003), Lau e Hancock (1987), Zhou *et al.* (2015), Hancock (1997), ABNT NBR 14762:2001 e AISI S-100:2012;

6 Agradecimentos

Agradece-se à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio ao desenvolvimento desse trabalho com a concessão de bolsa de mestrado.

7 Referências bibliográficas

Associação Brasileira de Normas Técnicas. (2001). Dimensionamento de estruturas de aço constituídas de perfis formados a frio. NBR 14762. Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. (2010). Dimensionamento de estruturas de aço constituídas de perfis formados a frio. NBR 14762. Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. (2012). Perfis estruturais de aço formados a frio - Padronização. NBR 6355. Rio de Janeiro.

Casafront, M.; Marimon, F.; Pastor, M. (2009). Calculation of pure distortional elastic buckling loads of members subjected to compression via the finite element method. *Thin Walled Structures*, v. 47, n. 6, p. 701-729.

Davies, J. M.; Jiang, C. (1996). Design of thin-walled columns for distortional buckling. *Coupled Instabilities in Metal Structures (CIMS'96)*, v. 1; p.165-172.

Design of steel structures — Part 1-3: Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. (2012). (BSEN1993-1-5:2006). London: British Standards Institution.

Dias, J.; Silvestre, N. (2011). A neural network based closed-form solution for the distortional buckling of elliptical tubes. *Engineering Structures*, v. 3; p. 2015-2024.

Hagan, M. T., Menhaj, M. B. (1994). Training feedforward networks with the marquardt algorithm. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 5, p.989-993.

Hancock GJ. (1997). Design for distortional buckling of flexural members. *Thin-Walled Structures*, 27(1):3–12.

Huang X.; Zhu, J. (2016). A stiffened-plate buckling model for calculating critical stress of distortional buckling of CFS columns. *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 199, p. 237-242.

Kovács, Z. L. (1996). *Redes neurais artificiais: fundamentos e aplicações*. São Paulo: Ed. Collegium Cognitio e Edição Acadêmica,

Lau S.C.W.; Hancock GJ. (1987). Distortional buckling formulas for channel columns. *Journal Structures Engineering*, ASCE, v. 113; p. 1063–78.

Nagahama, Koji de Jesus. (2003). *Análise de estabilidade local em perfis de seção aberta em aço e em resina reforçada com fibra de vidro*. Rio de Janeiro, RJ.

NAS. (2012). North American specification for the design of cold-formed steel structural members. (AISI-S100-12). Washington, DC: American Iron and Steel Institute (AISI); 2012.

New Zealand Standard. (1996). Cold-formed steel structures. AS/NZS 4600:1996. Austrália.

- New Zealand Standard. (2005). Cold-formed steel structures. AS/NZS 4600:1996. Austrália.
- Pala, M. A. (2005). New formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 62, p. 716-722.
- Pala, M.; Caglar, N. (2006). A parametric study for distortional buckling stress on cold-formed steel using a neural network. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 63; p. 686-691.
- Pekoz, T.; Schafer, B. W. (1998). Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. *Journal of Constructional Steel Research*, v.47, p.193-210.
- Pierin, I. *A instabilidade de perfis formados a frio em situação de incêndio*. Tese de Doutorado. Escola Politécnica. Universidade de São Paulo. 2011.
- Santos, F.; Nagahama, K.; Gádea, A. (2013). Formulação para tensão de flambagem distorcional em colunas com seção U enrijecido de chapa de aço dobrada a frio. *Revista da Escola de Minas – REM*, Ouro Preto, 66(1), p. 19-24.
- Schafer, B. W. (2000). Distortional buckling of cold-formed steel columns. Final Report to the American Iron and Steel Institute; Washington (DC).
- Schafer, B. W. (2012). CUFSM 4.05 — finite strip buckling analysis of thin-walled members. Baltimore, U.S.A.: Department of Civil Engineering, Johns Hopkins University, (<http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>).
- Silvestre, N.; Camotim, D. (2004). Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members: Part I—Derivation. *Thin-Walled Structures*; 42 (11): 1567–97.
- Silvestre, N.; Camotim, D. (2004). Distortional buckling formulae for cold-formed steel C- and Z-section members: Part II — Validation and application. *Thin-Walled Structures*; 42(11): 1599–629.
- Tavares, M. M.; Monteiro, F. C.; Gonçalves, J. F. (2016). Ensaio de carga de perfil metálico formado a frio de seção cartola. *Congresso Latino-americano da Construção Metálica*. São Paulo. 20 a 22 de setembro de 2016.
- Tohidi, S.; Sharifi, Y. (2015). Neural network for inelastic distortional buckling capacity assessment of steel I-beams. *Thin Walled Structures*, v. 94; p. 359-371.
- Xuhong, Z.; Zhanke, L.; Ziqi, H. (2015). General distortional buckling formulae for both fixed-ended and pinned-ended C-section columns. *Thin-Walled Structures*, v. 94, p. 603-611.
- Zhang, L.; Tong, G. (2016). Lateral buckling of simply supported C- and Z section purlins with top flange horizontally restrained. *Thin-Walled Structures*, v. 99, p. 155-167.

Determination of the elastic stress of distortional buckling in stiffened Z-type sections

Abstract

The addition of edge stiffeners in cold formed steel members for more structurally efficient cross-sections can lead to local, distortional and global instabilities. ABNT NBR 14762: 2010 regulates the procedures for calculating these structural elements. However, it does not establish a simplified method to determine the elastic stress of distortional buckling (σ_{dist}). This work presents equations for the determination of σ_{dist} in cold-formed steel members with cross-sections of the stiffened Z type subject to uniform compression and pure flexural. The proposed equations are obtained with an artificial neural network (ANN), whose data were provided by a program based on the Generalized Beam Theory (GBT). The results that were obtained were compared with several numerical and analytical methods found in the technical-scientific literature and they demonstrate the viability of the equations for the determination of the elastic stress of distortional buckling.

Key words: distortional buckling, artificial neural network, cold-formed members.

1. Introduction

Advances in manufacturing and low production costs have enabled the industry of cold-formed steel members to seek cross-section shapes that are structurally more efficient. One of the most favorable ways to perform this task is to add edge stiffeners to the cross-section (Figure 1).

Cross-sections with edge stiffeners are increasingly popular in cold-formed steel member structures due to the ease in manufacturing and the high inertia / weight ratio. However, a phenomenon of cross-sectional instability, called distortional buckling, often governs the bearing capacity of these structural elements (Figure 2). For this reason, several studies investigate the behavior of distortional buckling in cold-formed steel members.

The phenomenon of distortional buckling is characterized by the rotation and possible translation of the assembly formed by the long flange and edge stiffener and can occur as a critical mode of instability in various cross-sections. ABNT NBR 14762: 2010 states that the stress due to the distortion of the cross-section must be verified in the dimensioning of structural elements subject to uniform compression and pure bending. However, it does not present an analytical model to calculate the elastic stress of distortional buckling (σ_{dist}). It only states that it can be obtained by means of an analysis of elastic stability.

An alternative method to obtain σ_{dist} is the application of artificial neural networks (ANN), which has been widely used in engineering as a solution to complex and nonlinear problems.

The goal of this paper is to determine equations that are capable of determining the elastic stress of distortional buckling (σ_{dist}) in cold-formed steel members of the stiffened Z type, subject to uniform compression and pure flexural, by artificial neural networks.

2 Materials And Methods

The cross-section type studied in this paper is the stiffened Z type, subject to uniform compression and pure bending. It should be highlighted that for this type of member, there is no simplified methodology available for the calculation of σ_{dist} .

Five hypotheses were allowed to perform the analyses: (i) pinned and free-to-warp, since it is characterized as the most unfavorable condition when it comes to buckling resistance; (ii) elasticity modulus is 200 GPa; (iii) Poisson coefficient is 0.3; (iv) elastic buckling stresses calculated for the critical length (L_{cr}); and (v) bending relative to the axis of symmetry.

The ANN input and output data were obtained from a program based on the Generalized Beam Theory (GBT) formulation (Camotim and Silvestre, 2004). This method was chosen due to the possibility of obtaining the distortional buckling stress as an isolated mode, namely, without coupling between the modes of distortional buckling and the local and global buckling modes.

For the determination of the sections to be analyzed, a search was made for the usual values (maximum and minimum limits) of the parameters of the cross-sections of the cold-formed members, which are: height of the web (b_w), width of the flange (b_f), length of the edge stiffener (d) and thickness of the profiles (t) (Figure 3), in manufacturer catalogues and technical-scientific literature (Table 1). In total, 96,560 different cross-sections were generated.

Given the numerous cross-sections that were initially generated, limit values (restraints) were established for the geometric relations of the cross-section (Table 2). Applying the normative limit values and the shape restraints in the 96,560 initially generated cross-sections, 6,669 different cross-sections remained subject to uniform compression, and 3,200 ones that were subject to pure bending. These profiles were used for ANN training.

The ANN input data were the relations of the cross-section parameters $\left(\frac{b_f}{b_w}\right)$, $\left(\frac{b_w}{t}\right)$ and $\left(\frac{d}{b_w}\right)$ and the output data of σ_{dist} .

The ANN were trained using a program developed in MATLAB®. The algorithm of learning used was the Levenberg-Marquardt (Hagan and Menhaj, 1994). The number of intermediate layers was defined as being only one. The number of neurons for the intermediate layer was established from two to seven neurons, respecting the Komogorov's theorem. The transfer functions used in the intermediate layer were logarithmic (Logsig) and hyperbolic tangent (Tanh), for each of the trained network topologies. The transfer function used in the output layer was linear.

3. Analysis of artificial neural networks – Uniform compression

Table 3 presents a summary of the results of the trained ANN, where one can observe the coefficient of determination (R^2), largest positive and negative error. The efficiency of the three ANN selected according to the selection criteria (absolute errors less than 10% in training and fewer neurons in the intermediate layer) was determined using the coefficient of determination (R^2) (Figure 5) and the histogram of error (Figure 6). Note that the ANN model presents a good adjustment in the data set.

3.1 Validation – Uniform compression

The equation obtained from the trained ANN with five neurons in the intermediate layer and hyperbolic tangent transfer function was validated with the works of: Camotim and Silvestre (2004), Schafer (2012), Nagahama (2003), Lau and Hancock *et al.* (2015); and normative procedures: ABNT NBR 14762: 2011 and AISI S-100: 2012 (Table 4). Note that the ANN presents a good adjustment, considering that it presents errors of the order of 10% with works available in the technical-scientific literature.

3.2 Equation for calculation of σ_{dist} – Uniform compression

The equation obtained from the ANN with five neurons in the intermediate layer and with hyperbolic tangent transfer function is presented in Equation 1.

4. Analysis of artificial neural networks – Pure bending

Table 5 presents a summary of the results of the trained artificial ANN, where one can observe the coefficient of determination (R^2), the highest positive and negative error. The

efficiency of the three ANN chosen according to the selection criteria (absolute errors less than 10% in training and fewer neurons in the intermediate layer) was determined with the aid of the determination coefficient (R^2) (Figure 7) and the histogram of error (Figure 8). Note that the NN model presents a good adjustment in the data set.

4.1 Validation – Pure bending

The equation obtained from the trained ANN with three neurons in the intermediate layer and hyperbolic tangent transfer function was validated with data from the works of: Camacho and Silvestre (2004), Schafer (2012) and Nagahama (2003), Hancock (1997); and the normative procedures ABNT NBR 14762: 2001 and AISI S-100: 2012 (Table 6). Note that the ANN presents a good adjustment, considering that it presents errors of the order of 10% with works available in the technical-scientific literature.

4.2 Equation for calculation of σ_{dist} – Pure bending

The equation obtained from the ANN with three neurons in the intermediate layer and with hyperbolic tangent transfer function is presented in Equation 2.

5. Conclusion

This paper proposes equations capable of determining the elastic stress of distortional buckling (σ_{dist}) in cold-formed Z-shaped steel profiles subject to centered compression and simple bending, with support conditions that simulate articulations and free warping, using artificial neural networks.

Artificial neural networks were presented as an alternative to the calculation of σ_{dist} due to the good generalization of the data, less complexity for the construction of behavior models, besides providing equations with basic mathematical operations, thus facilitating their use.

The results that were obtained of the proposed equations were compared with several numerical and analytical methods found in the technical-scientific literature, and demonstrated the feasibility to determine the elastic stress of distortional buckling.