

ANÁLISE DINÂMICA TRANSIENTE DE BARRAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS UTILIZANDO SUPERPOSIÇÃO MODAL

Leticia B. Col Debella¹, Marcos Arndt², Roberto Dalledone Machado³

Resumo

O Método dos Elementos Finitos (MEF), embora amplamente utilizado como um método de solução aproximada, possui algumas limitações quando aplicado na análise dinâmica. Como alternativa para melhorar a resposta dinâmica da estrutura, o Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) pode ser usado para enriquecer o espaço de aproximação com funções apropriadas de acordo com o problema em estudo. Uma vez que a literatura mostra que o MEFG é um método eficaz na análise dinâmica, o presente trabalho tem como objetivo analisar um procedimento capaz de aumentar a precisão e eficiência computacional do método. Para tanto, a matriz modal, responsável pelo desacoplamento do sistema das equações de equilíbrio dinâmico, é utilizada com a presença apenas dos modos de vibração mais preponderantes do problema, que são identificados a partir de um proposto coeficiente capaz de indicar a influência de cada um desses modos. As análises foram feitas em elementos de barra e foi possível obter resultados transientes de deslocamento mais precisos, e mais eficientes computacionalmente.

Palavras – chave: análise dinâmica, MEF, MEFG.

¹ Mestre em Engenharia de Construção Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Brasil, E-mail: leticiaacoldebella@hotmail.com (autor correspondente)

² Doutor em Métodos Numéricos Aplicados em Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Brasil, E-mail: arndt.marcos@gmail.com

³ Doutor em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Brasil, E-mail: rdm@ufpr.br

1. Introdução

Existe um esforço cada vez maior da comunidade acadêmica de engenharia em relação a projetos de estruturas que permitam o uso eficiente de recursos e procedimentos de construção. Neste contexto, o comportamento dinâmico das estruturas requer atenção especial, uma vez que a maioria dos métodos disponíveis para este tipo de análise precisa de um esforço computacional significativo. Consequentemente, o desenvolvimento de métodos e estratégias mais precisos pode reduzir a quantidade de esforço computacional necessário para resolver um determinado problema com a mesma precisão, permitindo ao engenheiro estudar uma maior gama de soluções estruturais e assim conceber estruturas mais seguras e eficientes.

Vários métodos numéricos podem ser aplicados para problemas de análise dinâmica de estruturas. Uma das abordagens mais difundidas é o uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), que embora amplamente utilizado como um método de solução aproximada, tem algumas limitações quando aplicado na análise dinâmica. Assim, novos métodos numéricos vêm sendo cada vez mais difundidos para resolução de problemas da dinâmica computacional, e dentre esses métodos, destaca-se o Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG). O MEFG (MELENK e BABUSKA, 1996; DUARTE et al., 2000) enriquece o espaço de aproximação com funções apropriadas de acordo com o problema em estudo.

Nesse contexto, o MEFG tem se mostrado eficiente na análise dinâmica de estruturas, em particular na análise modal (ARNDT et al., 2016; TORII e MACHADO, 2012; TORII et al., 2015; SHANG et al., 2016; PIEDADE NETO e PROENÇA, 2016). Em função dos bons resultados obtidos pelo método, este trabalho avalia o comportamento do mesmo na dinâmica transiente, ou seja, na análise dos deslocamentos ao longo do tempo.

As principais contribuições deste trabalho são referentes à aplicação na análise transiente do MEFG com a formulação de funções de enriquecimento trigonométricas proposta por Arndt (2009),

aplicando a matriz modal reduzida na superposição, trazendo assim resultados mais precisos e mais eficientes computacionalmente.

2. Análise transiente de barras

Considera-se uma barra com deformação axial (Fig. 1) onde as seções transversais planas e normais ao eixo da barra permanecem planas e normais após a deformação. A barra possui área da seção transversal A , e o material é elástico, linear e homogêneo, tendo módulo de elasticidade E , e massa específica ρ .

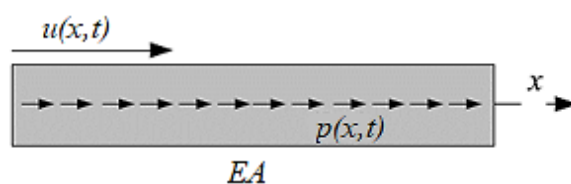


Figura 1. Barra reta com deformação axial

A vibração da barra é um problema dependente do tempo, e a equação de movimento que governa este problema é uma equação diferencial parcial. O problema se resume a encontrar o deslocamento axial u que satisfaça:

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p(x, t) \quad (1)$$

onde A é a área da seção transversal, E o módulo de elasticidade, ρ é a massa específica, p é a força axial aplicada externamente por unidade de comprimento e t é o tempo.

Na formulação pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), multiplica-se a equação (1) por uma função teste, integra-se no domínio Ω e aplica-se o Método de Galerkin (BATHE, 1996; HUGHES, 1987; ZIENKIEWICZ E TAYLOR, 2000) resultando no seguinte sistema de equações diferenciais:

$$Ku + M\ddot{u} = F, \quad (2)$$

onde K é a matriz de rigidez, u é o vetor de deslocamentos, M é a matriz de massa, $\ddot{u}$ é o vetor de acelerações e F é o vetor das forças aplicadas. As matrizes elementares de rigidez, massa e o vetor de força são dados, respectivamente, por:

$$K_{ij}^e = EA \int_{\Omega^e} \frac{d\phi_i}{dx} \frac{d\phi_j}{dx} d\Omega^e, \quad (3)$$

$$M_{ij}^e = \rho A \int_{\Omega^e} \phi_i \phi_j d\Omega^e, \quad (4)$$

$$F_i^e = \int_{\Omega^e} p(x) \phi_i d\Omega + EA \left[\frac{\partial u}{\partial x} \phi_i \right]_{\partial\Omega}, \quad (5)$$

onde ϕ são as funções de forma globais do MEF, e Ω_e é o domínio do elemento.

O cálculo da Eq. (2) em termos de deslocamento pode ser feito usando um método de integração direta no tempo, embora seja facilmente entendido que, para sistemas estruturais com grande número de graus de liberdade, os custos computacionais começam a ser muito significativos.

A técnica de Superposição Modal é computacionalmente mais eficiente do que a integração direta do tempo (Bathe, 1996; Ferhatoglu et al., 2018), uma vez que o comportamento dinâmico global da estrutura pode ser reproduzido corretamente considerando a superposição de um número limitado de modos de vibração, sendo isso possível se a estrutura for submetida a uma análise linear, como neste trabalho. O desacoplamento do sistema é feita através da matriz modal, pré e pós multiplicando o sistema da Eq. (2). Usando o método de superposição modal, o sistema de $n \times n$ equações simultâneas é convertido em n equações de um grau de liberdade desacopladas, na forma:

$$\omega_i^2 q_i + \ddot{q}_i = F_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

onde ω_i é a i -ésima frequência natural da estrutura e q_i são as coordenadas modais da equação. As n equações desacopladas (Eq. 6) podem ser resolvidas de forma independente por um método de integração direta, como o Método de Newmark (Newmark, 1959), utilizado neste estudo.

3. Formulação do MEFG

O MEF usa funções de forma de polinômiais (BATHE, 1996; HUGHES, 2000) na solução aproximada que pode ser expressa matricialmente como:

$$u_h^e(\xi) = N^T q, \quad (7)$$

onde N é a matriz de funções de forma (ϕ) e q é o vetor de deslocamento. As funções polinomiais podem ser de qualquer ordem. Para o elemento de barra com um grau de liberdade por nó, os termos da solução aproximada (Eq. 7) são definidos como:

$$N^T = [\psi_1 \ \psi_2], \quad (8)$$

$$q^T = [u_1 \ u_2], \quad (9)$$

onde u_1 e u_2 são os deslocamentos nodais, e ψ_1 e ψ_2 são as funções de forma local.

Os conceitos básicos do MEF podem ser estendidos ao MEFG (BABUSKA et al., 2004; ODEN et al., 1998), que é um método baseado no Método de Partição de Unidade, proposto por Melenk e Babuska (1996). É um método que visa enriquecer o elemento finito, construindo um subespaço de funções de aproximação de soluções pré-estabelecidas. Ou seja, as funções de enriquecimento são baseadas nas características do problema em questão. Este subespaço visa melhorar os resultados locais e globais quando comparados ao MEF convencional.

Assim, a solução aproximada proposta pelo MEFG no domínio do elemento mestre pode ser escrita como a soma de dois componentes:

$$u_h^e = u_{MEF} + u_{ENRIQ}. \quad (10)$$

onde u_{MEF} é o componente do Método dos Elementos Finitos com base em graus de liberdade nodais e u_{ENRIQ} é o componente enriquecido pela partição da unidade baseada em graus de liberdade de campo. Neste sentido, a solução aproximada do elemento de barra no domínio do elemento mestre $\Omega(-1,1)$ é (ARNDT, 2009):

$$u_{MEF}^e(\xi) = \sum_{i=1}^2 \eta_i(\xi) u_i, \quad (11)$$

$$u_{ENRIQ}^e(\xi) = \sum_{i=1}^2 \eta_i(\xi) \left[\sum_{j=1}^{n_l} \gamma_{ij}(\xi) a_{ij} + \varphi_{ij}(\xi) b_{ij} \right], \quad (12)$$

onde η_i são as funções da Partição da Unidade (PU), γ_{ij} e φ_{ij} são as funções de enriquecimento, n_l o número de níveis de enriquecimento, u_i os deslocamentos nodais e a_{ij} e b_{ij} os graus de liberdade de campo relacionados às funções de enriquecimento. A partição da unidade é composta pelas funções lineares Lagrangeanas, na forma:

$$\begin{cases} \eta_1(\xi) = \frac{1-\xi}{2} \\ \eta_2(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \end{cases} \quad (13)$$

Neste trabalho, as funções de enriquecimento para o elemento de barra são as funções trigonométricas propostas por Arndt (2009), no domínio elementar $\Omega_e(-1,1)$, na forma:

$$\begin{cases} \gamma_{1j} = \text{sen}(\beta_j(1+\xi)); \\ \gamma_{2j} = \text{sen}(\beta_j(\xi-1)); \\ \varphi_{1j} = \cos(\beta_j(1+\xi)) - 1; \\ \varphi_{2j} = \cos(\beta_j(\xi-1)) - 1; \end{cases} \quad (14)$$

para $j = 1, 2, \dots, n_l$, sendo n_l o número de níveis de enriquecimento, e o parâmetro β é dado por $\beta_j = \left(2j - \frac{5}{4}\right)\pi$. O coeficiente β adotado neste trabalho faz parte da modificação heurística proposta por Weinhardt et al. (2016) e Weinhardt et al. (2018), que mostrou eficiência na questão da estabilidade do MEFG.

4. Medida de erro ao longo do tempo

O presente trabalho utiliza uma abordagem para avaliação de erro presente em Torii e Machado (2010) e em Torii (2012). A formulação é baseada na proposta de Bathe (1996) e foi adaptada para a análise transiente.

A formulação avalia o erro da resposta aproximada $u_h(x,t)$ em relação à solução analítica do problema $u(x,t)$, para uma dada posição $x=x_0$ fixa, no intervalo de tempo $[t_i, t_f]$. Essa medida aproxima-se da área entre as duas curvas de resposta (analítica e numérica), e pode ser definida como:

$$e \approx \sum_{i=1}^n \Delta t |\Delta u^{(i)}| = \sum_{i=1}^n \Delta t |u^{(i)} - u_h^{(i)}|, \quad (15)$$

onde n é o número de passos de tempo utilizado, $u^{(i)}$ é a solução analítica do problema no passo de tempo (i) para $x=x_0$, $u_h^{(i)}$ é a solução aproximada no passo de tempo (i) para $x=x_0$, e Δt é o passo de tempo utilizado. O erro calculado de acordo com a equação (15) possuirá unidade dada por comprimento x tempo. Assim, nos exemplos o erro possuirá, de forma geral, unidade dada por m.s.

5. Aplicações

As aplicações nos elementos de barra seguem uma série de passos metodológicos, que podem ser resumidos no fluxograma da figura 4.

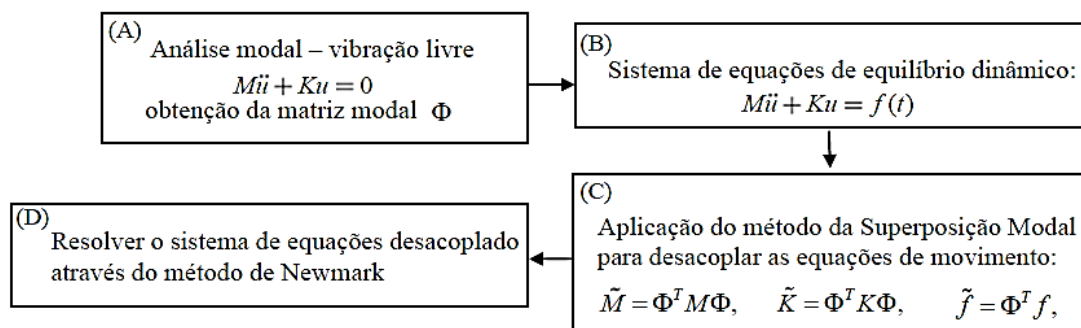


Figura 4. Fluxograma da metodologia

Após o sistema ser resolvido pelo método de Newmark (quadro D), a matriz modal é reduzida de acordo com a indicação do fator de influência, que elenca os modos de vibração mais predominantes da estrutura. Os resultados do MEFG são comparados com os do Método dos Elementos Finitos tradicional (MEF), e ainda com a solução analítica.

5.1 Barra fixa-livre com força tipo degrau

O primeiro exemplo trata-se de uma barra fixa - livre com uma excitação externa do tipo degrau aplicada em sua extremidade livre. Para a discretização temporal, o intervalo de estudo de 20 segundos foi analisado em passos de 10^{-2} segundos, mas os resultados são expostos em um intervalo de tempo menor, a fim de melhorar a visibilidade da análise. A figura 5 mostra a barra do exemplo em questão.

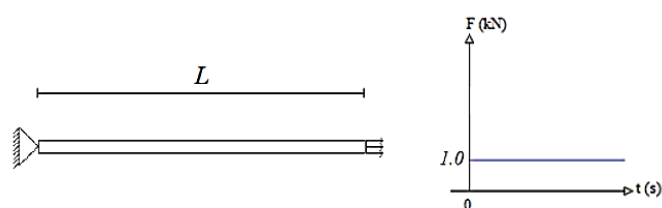


Figura 5. Barra fixa-livre com excitação externa do tipo degrau

Para as análises deste exemplo, a solução obtida com o MEFG é comparada com duas soluções de referência: a obtida através do MEF convencional, e a proposta analítica de Nowacki (1963). Para a solução com MEF foram utilizados 200 graus de liberdade. Nas análises com o MEFG, foram utilizados 4 elementos e 4 níveis de enriquecimento (68 graus de liberdade), e o resultado de deslocamento em função do tempo pode ser visto na figura 6.

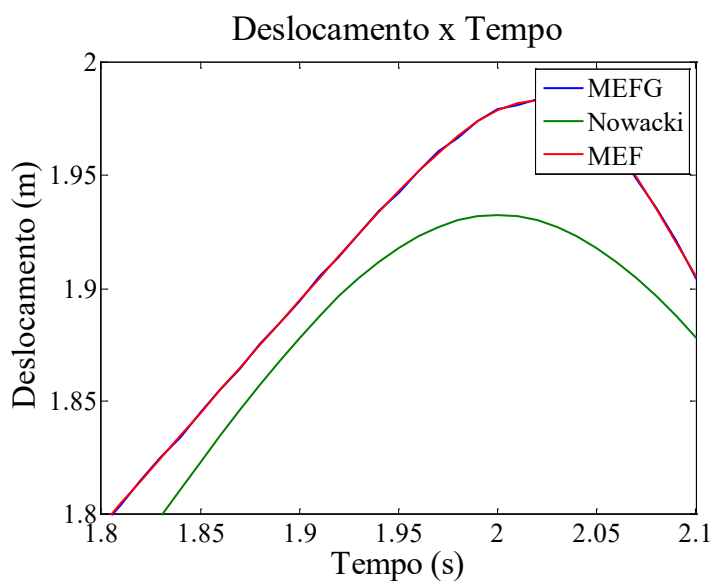


Figura 6. Resposta transiente de deslocamento

Na figura 6 percebe-se que a resposta obtida com o MEFG é muito semelhante à obtida com o MEF, mas ambas possuem uma certa discrepância em relação à solução analítica de referência. Assim, com a intenção de identificar quais modos de vibração são os mais predominantes na estrutura, um coeficiente denominado “fator de influência” é proposto. Dessa forma, após a identificação dos modos que mais contribuem na solução, esses são os únicos a serem utilizados na matriz modal. O fator de influência é dado então por:

$$A_i = \sum_{j=1}^m |q_i(j\Delta t)| \Delta t, \quad (16)$$

$$f_i = \frac{A_i}{\sum_{j=1}^{nM} A_j}$$

onde f_i é denominado “fator de influência”, q_j são as coordenadas generalizadas, resultado direto do método de Newmark, nM o número total de modos, m o número de passos de tempo e Δt o passo de tempo utilizado na análise. Assim, a figura 7 mostra o resultado do fator de influência obtido através da equação (16).

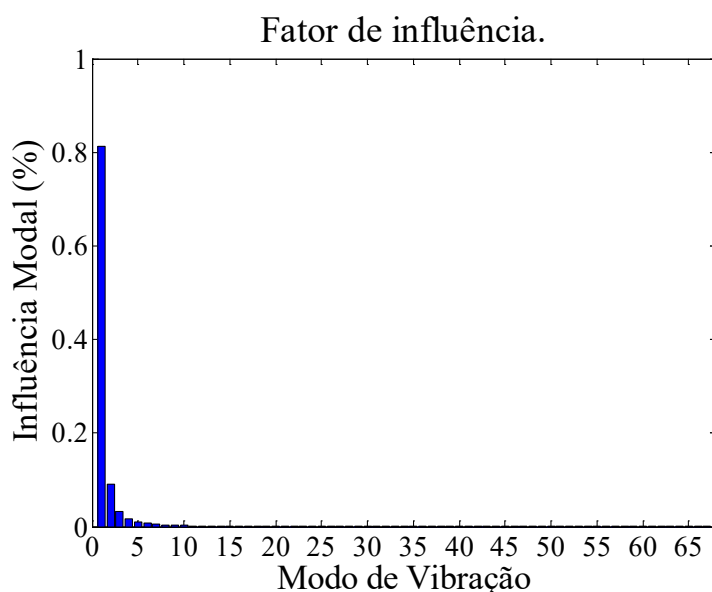


Figura 7. Fator de influência: barra fixa-livre com força degrau

Nota-se pelo fator de influência a preponderância do primeiro modo de vibração, com a influência um pouco mais presente dos modos 2 até o 10. Dessa forma, o problema é analisado com a presença dos 10 primeiros modos, que representam 98,5% de toda a influência modal do problema. A figura 8 mostra, portanto, o resultado de deslocamento em função do tempo com o MEFG sendo utilizado com 10 modos apenas na matriz modal.

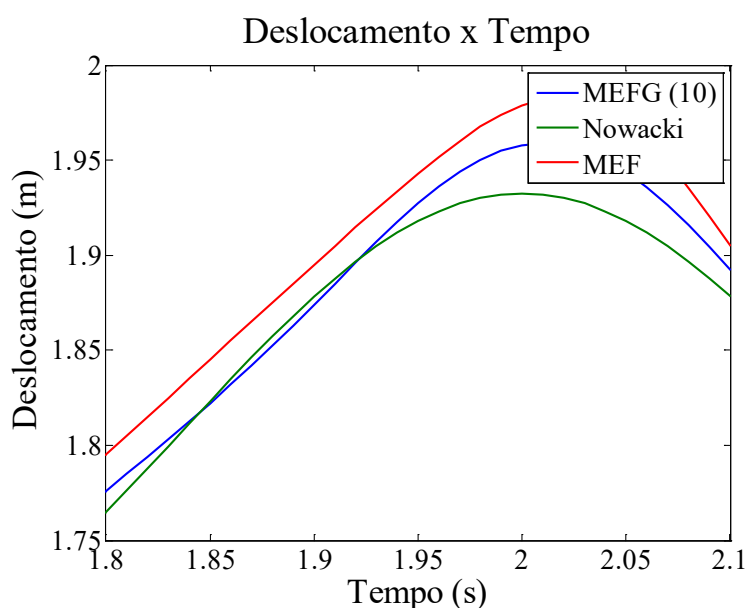


Figura 8. Resposta transiente de deslocamento com 10 modos de vibração

Percebe-se na figura 8 que o MEFG com 10 modos de vibração na matriz modal se aproxima muito mais da resposta analítica, em comparação com o MEF e com as análises feitas anteriormente. O erro calculado em relação à solução analítica, e conforme exposto anteriormente na equação (15) é apresentado na tabela 1.

Erro no deslocamento (m.s)	
MEF	0,096
MEFG 100%	0,096
MEFG 10	0,036

Tabela 1. Medida de erro no deslocamento

Na tabela 1 pode-se perceber que a resposta transiente de deslocamento na análise utilizando o MEFG com 10 modos de vibração na matriz modal traz o resultado mais preciso, dentre os analisados. O fato da matriz modal estar reduzida, também melhora a eficiência computacional do problema, como mostra a tabela 2. Na referida tabela, o tempo computacional das análises feitas com o MEFG 100% e com o MEFG com 10 modos de vibração encontra-se em porcentagem de redução, com relação à análise feita com o MEF.

Redução no tempo decorrido da análise computacional (%)	
MEFG 100%	34,12
MEFG 10	77,22

Tabela 2. Redução no tempo decorrido na análise computacional

O tempo decorrido na análise computacional é medido no início da Superposição Modal, e finalizado no cálculo do deslocamento, após a solução pelo Método de Newmark. Assim, através da tabela 2 é possível perceber que, com relação à análise via MEF, há um ganho na eficiência computacional do problema quando utilizado o MEFG com a matriz modal reduzida aos modos mais preponderantes. Esse ganho computacional pode ser mais expressivo ao estender a análise para uma estrutura mais complexa ou com mais elementos.

5.2 Barra fixa-livre com força tipo impulso

Neste exemplo, a barra engastada – livre está sujeita a uma força de impulso $F = 10 \text{ kN}$ na sua extremidade livre com duração de 0 a 10^{-2} segundos. A resposta transiente diz respeito ao nó da extremidade livre da barra. A figura 9 mostra a barra do exemplo em questão.

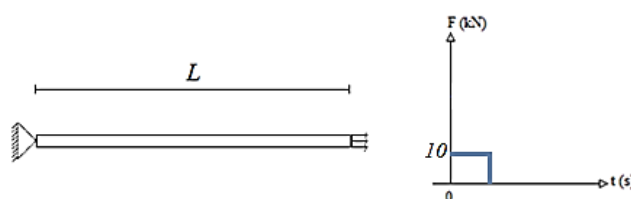


Figura 9. Barra fixa-livre com excitação externa do tipo impulso

Para este exemplo, a solução obtida com o MEFG é comparada com duas soluções de referência: a obtida através do MEF convencional com 200 graus de liberdade, e a proposta analítica de Chopra (1995). A figura 10 mostra, portanto, o resultado de deslocamento em função do tempo. Nesta primeira análise, a resposta via MEFG é obtida com 100% dos modos de vibração (68 modos), analogamente ao exemplo 5.1.

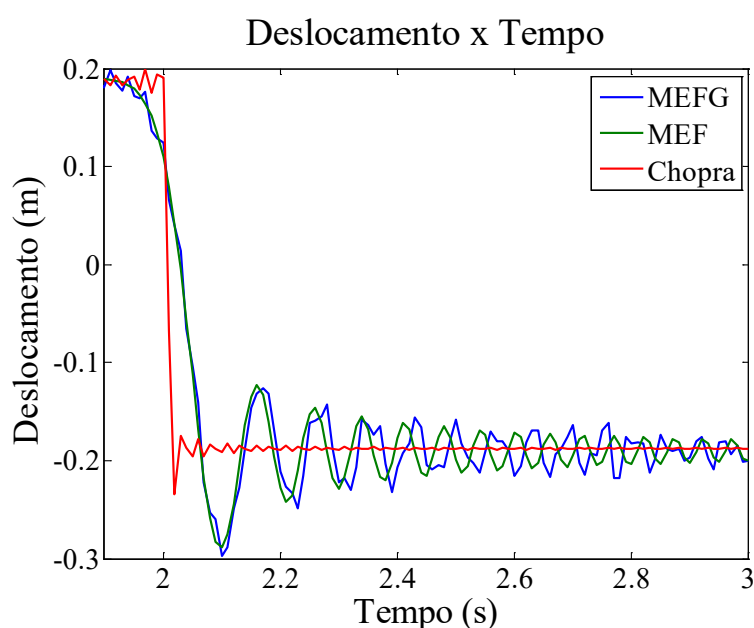


Figura 10. Resposta transiente de deslocamento

Na figura 10 é possível perceber que tanto a resposta obtida com o MEF quanto a obtida com o MEFG possuem certas discrepâncias com a solução analítica. Assim, com a intenção de mostrar os modos de vibração mais predominantes da estrutura, a figura 11 apresenta o fator de influência para este exemplo.

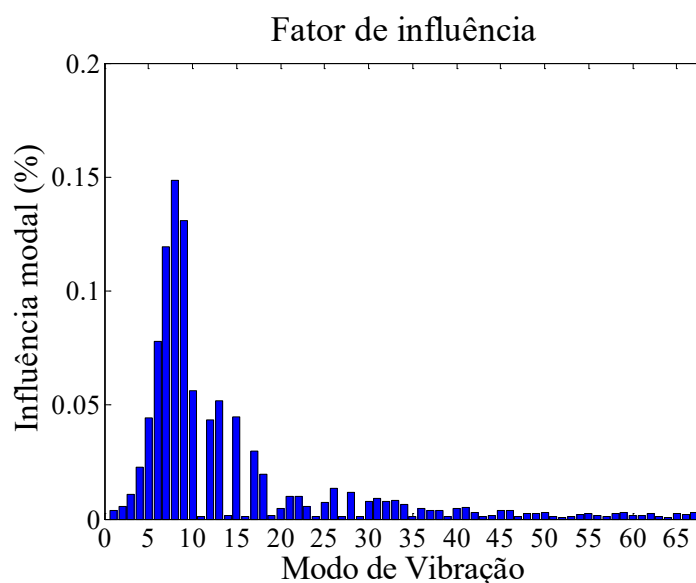


Figura 12. Fator de influência: barra fixa-livre com força de impulso

Pela análise do fator de influência, os modos mais preponderantes neste exemplo são os 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 26, 28, 30, 31, 32, 33, 34. A soma da influência modal desses modos indicados representa 90,5% da contribuição modal do problema. Dessa forma, o problema é analisado novamente com a presença apenas destes 23 modos, conforme exposto na figura 12.

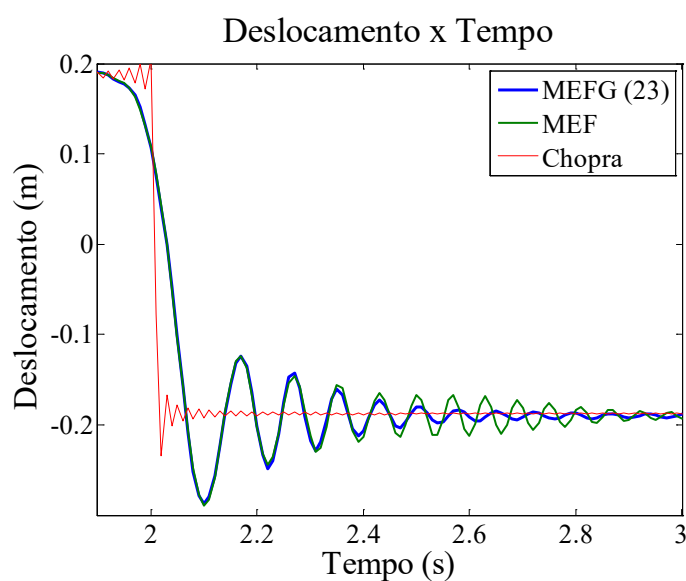


Figura 12. Resposta transiente de deslocamento com 23 modos de vibração

Na figura 12 pode-se perceber que a resposta transiente de deslocamentos mostra melhora no comportamento ao serem utilizados somente os modos de vibração mais preponderantes na matriz modal. Na região do patamar, principalmente, pode-se perceber que a resposta com o MEFG é bem mais estável, se assemelhando mais à solução analítica em comparação com o MEF, que permanece instável. Para aferir a diferença nas respostas, a tabela 3 mostra o erro em relação à solução analítica, conforme a equação 15.

Erro no deslocamento (m.s)	
MEF	6,16E-03
MEFG 100%	6,11E-03
MEFG 23	4,96E-03

Tabela 3. Medida de erro no deslocamento

Através da tabela 3 pode-se perceber com mais clareza que o MEFG com a matriz modal reduzida aos modos de vibração mais preponderantes, traz realmente resultados mais precisos. Novamente, devido à redução da matriz modal, o tempo decorrido na análise computacional é menor se comparado à análise com o MEF, como mostra a tabela 4.

Redução no tempo decorrido da análise computacional (%)	
MEFG 100%	55,24
MEFG 23	83,41

Tabela 4. Tempo decorrido na análise computacional

A tabela 4 mostra novamente um ganho na eficiência computacional do problema quando utilizado o MEFG com a matriz modal reduzida aos modos mais preponderantes.

6. Conclusões

A principal contribuição do presente estudo consiste na análise do comportamento do Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) na análise dinâmica transiente. O estudo baseou-se na premissa de que os modos de vibração possuem influências diferentes na estrutura, e que a matriz modal pode ser composta apenas destes. Assim, o fator de influência é uma maneira eficiente de analisar quais modos de vibração possuem essa predominância.

Os resultados mostraram que de fato, ao serem utilizados apenas os modos com boa aproximação na matriz modal, a resposta transiente em termos de deslocamento mostra-se mais estável e mais semelhante à solução analítica de referência.

Além de mais precisão na resposta, a diminuição da matriz modal, que é a responsável por desacoplar o sistema de equações do equilíbrio dinâmico, resulta em eficiência computacional, pois diminui o problema matemático envolvido.

Enfim, os exemplos de barra utilizados são relativamente simples, mas foram capazes de mostrar que o MEFG é um método eficiente na análise dinâmica transiente. O método é capaz de obter respostas muito similares à solução analítica, com poucos graus de liberdade se comparado com o MEF tradicional, e também com um pequeno número de modos de vibração presente na matriz modal.

Referências

- Arndt, M. (2009). O Método Dos Elementos Finitos Generalizados aplicado à análise de vibrações livres de estruturas reticuladas. Tese De Doutorado. Universidade Federal Do Paraná.
- Arndt, M.; Machado, R.; Scremin, A. (2016). An adaptive generalized finite element method applied to free vibration analysis of straight bars and trusses. *Engineering Computations*, v. 33, n. 5, p. 1586-1609, 2016.

- Babuška, I., Banerjee, U.; Osborn, J. E. (2004). Generalized Finite Element Methods: Main Ideas, Results, And Perspective. Technical Report 04-08, Ticam, University Of Texas at Austin.
- Bathe, K. (1996). Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice Hall.
- Chopra, A. K. (1995) Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice Hall.
- Duarte, C.A., Babuška, I., Oden, J. T. (2000). Generalized Finite Element Methods for Three-Dimensional Structural Mechanics Problems. Computer & Structures, v. 77, p. 215-232.
- Ferhatoglu, E.; Cigeroglu, E.; Özgüven, H. (2018). A new modal superposition method for nonlinear vibration analysis of structures using hybrid mode shapes. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.107, p.317.
- Hughes, T. J. R. (2000) The Finite Element Method: linear static and dynamic Finite Element analysis. 1. Ed. New Jersey: Prentice-Hall
- Melenk, J. M.; Babuška, I. (1996). The Partition of Unity Finite Element Method: Basic theory and applications. Computer Methods in Applied Mechanics And Engineering, v. 139, n. 1-4, p. 289-314
- Newmark, N.M. (1959). A Method of Computation For Structural Dynamics. Asce Journal of Engineering Mechanics Division, v. 85, p. 67-94
- Nowacki, W. (1963). Dynamic of Elastic Systems, New York, John Wiley & Sons. Inc.,
- Oden, J. T.; Duarte, C. A. M.; Zienkiewicz, O. C. (1998). A New Cloud-Based hp Finite Element Method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 153, p. 117-126.
- Piedade Neto, D.; Proenca, S. P. B. (2016). Generalized Finite Element Method in linear and nonlinear structural dynamic analyses. Engineering Computations, Vol. 33 Issue: 3, pp.806-830, 2016.
- Shang H. Y., Machado R. D., Abdalla Filho, J. E. (2016). Dynamic analysis of Euler-Bernoulli beam problems using the Generalized Finite Element Method. Computers and Structures. v. 173 p. 109-122.

- Torii, A. J. (2012). Análise Dinâmica de Estruturas com o Método dos Elementos Finitos Generalizado. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Paraná.
- Torii, A. J.; Machado, R. D. (2012). Structural Dynamic analysis for time response of bars and trusses using the Generalized Finite Element Method. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 9, n. 3, p. 1–31.
- Torii, A. J.; Machado, R. D.; Arndt, M. (2015). GFEM for modal analysis of 2D wave equation. Engineering Computations, v. 32, n. 6, p. 1779–1801
- Weinhardt, P. O., Arndt, M., Machado, R. D. (2016). GFEM Stabilization techniques applied to transient dynamic analysis. Revista Interdisciplinar De Pesquisa Em Engenharia, v. 2, p. 156-170.
- Weinhardt, P. O.; Debella, L. B. C.; Arndt, M.; Machado, R. D. (2018). GFEM stabilization techniques applied to dynamic analysis of non-uniform section bars. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 1, p. 1, 2018.
- Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L. (2000). The Finite Element Method: The Basis. 5. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann.

TRANSIENT DYNAMIC ANALYSIS OF BARS BY THE GENERALIZED FINITE ELEMENT METHOD

Abstract

The Finite Element Method (FEM), although widely used as an approximate solution method, has some limitations when applied in dynamic analysis. As an alternative to improve the dynamic response of the structure, the Generalized Finite Element Method (GFEM) can be used to enrich the approach space with appropriate functions according to the problem under study. Since the literature shows that GFEM is an effective method in dynamic analysis, the present work aims to analyze a procedure capable of increasing the computational precision and efficiency of the method. For this, the modal matrix, responsible for decoupling the system from the dynamic equilibrium equations, is used with the presence of only the most preponderant modes of vibration of the problem, which are identified from a coefficient capable of indicating the influence of each one. The analyzes were done on bar elements and it was possible to obtain more accurate and computational efficient transient results of displacement.

Keywords: *dynamic analysis, FEM, GFEM.*

Conclusions

The main contribution of the present study is the analysis of the behavior of the Generalized Finite Element Method (GFEM) in the dynamic transient analysis. The study was based on the premise that the vibration modes have different influences on the structure, and that the modal matrix can be composed only of these. Thus, the influence factor is an efficient way of analyzing which modes of vibration have this predominance. The results showed that in fact, when only the modes with good approximation in the modal matrix are used, the transient response in terms of displacement is more stable and more similar to the analytical reference solution.

In addition to more precision in the response, the decrease of the modal matrix, which is responsible for decoupling the system of dynamic equilibrium equations, results in computational efficiency because it reduces the mathematical problem involved.

Finally, the bar examples used are relatively simple, but they were able to show that GFEM is an efficient method in transient dynamic analysis. The method is able to obtain very similar responses to the analytical solution, with few degrees of freedom when compared with traditional FEM, and also with a small number of modes of vibration present in the modal matrix.