# Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural



Recebido:16/07/2018 Aprovado: 21/03/2019

Comportamiento sísmico de tanques esféricos elevados de acero para

almacenamiento de agua

César A. Garrido<sup>(1)</sup> y Víctor I. Fernández-Dávila<sup>(2)</sup>

Resumen.

Se presenta el estudio del comportamiento sísmico estructural de modelos tridimensionales de tanques elevados esféricos de acero definidos paramétricamente. La interacción agua-estructura fue definida mediante modelos mecánicos masa – resorte. Las solicitaciones sísmicas corresponden al espectro de diseño de pseudo-aceleraciones de la norma peruana E.030. Los modelos estudiados se generaron a partir de la combinación de cinco parámetros elásticos identificados de un análisis de sensibilidad realizado a una familia reducida de casos reales; tales parámetros son: la razón de esbeltez (RE), la razón diámetro-espesor de la cuba (DE), la razón de alturas de agua y radio del tanque (RH), el periodo fundamental lateral de vibración del tanque (Ty) y el grado de acoplamiento torsional (Ωa). Las respuestas de interés fueron los periodos de vibración, la fuerza cortante basal máxima, el momento volcante basal y los desplazamientos laterales máximas. Se observó una clara diferencia entre los modelos de periodo de vibración corto y largo, siendo que en este último caso se presentó un mayor acoplamiento entre el agua y la estructura; además, el parámetro DE resultó muy influyente en todas las respuestas de interés. Se formuló un modelo simplificado que permite obtener las respuestas de interés de manera rápida y confiable, con un margen de error promedio de 7%.

Palabras claves: tanque elevado esférico, interacción agua-estructura, respuestas sísmicas, parametrización.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ing. Civil, Asistente. E-mail: <u>cesargarrido56@gmail.com</u> (autor correspondiente)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Dr. Ing. Civil, Profesor. E-mail: vifdavila@uni.edu.pe

#### 1. Introducción

Los tanques esféricos son estructuras utilizadas frecuentemente para el almacenamiento de hidrocarburos, siendo necesario garantizar un buen comportamiento dinámico, a fin de evitar pérdidas económicas y humanas. En el pasado se registraron grandes accidentes en estructuras similares como en los terremotos de Kern Kounty (USA, 1952), Kobe (Japón, 1995), y Tohoku (Japón, 2011), donde la principal causa de falla fue un inadecuado diseño en la estructura de soporte.

El movimiento dinámico del terreno provoca que el líquido almacenado genere presiones en las paredes del tanque (oleaje). Este fenómeno fue estudiado de manera aislada para la geometría esférica, logrando calcular valores del periodo y frecuencias de vibración para las masas convectivas e impulsivas (Budiansky, 1960; Karamanos et al. 2011). Asimismo, se ha demostrado que el oleaje varía las fuerzas de diseño (Wieschollek et al. 2011; Zhou et al, 2016) por lo que resulta necesario considerar este efecto en el comportamiento estructural del sistema.

Este trabajo estudia el comportamiento sísmico de tanques esféricos definidos paramétricamente. Se consideró un modelo de elementos finitos que considera la interacción agua-estructura mediante modelos mecánicos masa – resorte. Finalmente, un modelo simplificado fue formulado.

## 2. Descripción de la estructura

La estructura a analizar está compuesta por una esfera de acero conectada al suelo por columnas arriostradas (Fig. 1). Las dimensiones consideradas son las que definen su comportamiento estructural. Para la esfera se consideró su diámetro externo (D) y espesor (t<sub>esf</sub>), mientras que para la estructura de soporte, se eligieron la altura de la columna (h<sub>c</sub>), y la altura vertical proyectada del arriostre (h<sub>ar</sub>); adicionalmente, para definir la rigidez lateral del sistema se definió la inercia de la columna (diámetro D<sub>col</sub> y espesor t<sub>col</sub>) y el área del arriostre (A<sub>arr</sub>).

## 3. Interacción Agua-Estructura:

La interacción agua-estructura se incluyó considerando que el movimiento del líquido puede

representarse de dos maneras: una de naturaleza convectiva (libre), y otra de naturaleza impulsiva (fija). Las Tablas 1 y 2 fueron extraídas del estudio de Karamanos et al. (2011) y muestran los valores de masas convectivas (M<sub>c</sub>), impulsivas (M<sub>I</sub>) y los valores normales del oleaje (λ) para distintas alturas de llenado (RH), definido como una relación entre la altura del agua con respecto al radio externo de la esfera (R). Se observó que la masa de la segunda componente convectiva es menor al 5% de la primera y no tiene gran influencia en la generación de la fuerza sísmica.

#### 4. Modelo de la estructura

#### 4.1 Modelo Matemático

Para observar los factores que afectan a los tanques esféricos elevados, se presenta la ecuación dinámica de movimiento correspondiente. Para ello, se empleó un modelo de tipo péndulo invertido (Fig. 2b), donde se considera que la masa convectiva está unida a la masa total mediante un resorte equivalente (k<sub>2</sub>), calculado según la Ec. (1) a partir de los datos presentados en las Tablas 1.

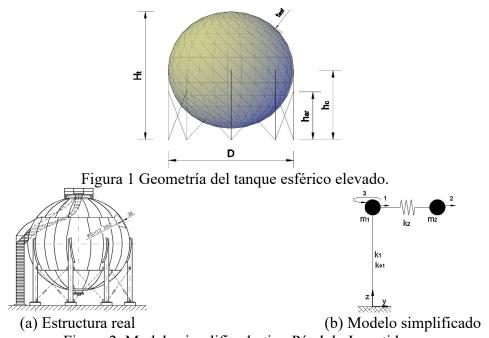


Figura 2. Modelo simplificado tipo Péndulo Invertido

Donde  $m_1$  es la masa de la estructura más la masa impulsiva,  $m_2$  es la masa convectiva,  $k_1$  es la rigidez lateral del soporte,  $k_2$  la rigidez del resorte equivalente y  $k_{\theta 1}$  la rigidez torsional del soporte.

$$k_2 = \frac{\lambda \cdot g}{R} \cdot m_2 \tag{1}$$

Se consideró una excentricidad accidental equivalente a 5% de la dimensión mayor en planta debido a las diferencias que se generen por el proceso constructivo o por la no homogeneidad en los materiales. Este efecto genera un comportamiento torsionalmente acoplado, el cual fue estudiado en edificaciones por diversos autores (Kan and Chopra, 1977). Realizando adaptaciones a este tipo particular de estructura, se generó la ecuación dinámica de movimiento considerando tres grados de libertad (Ec. (2)) la cual es resuelta conociendo los valores de las rigideces laterales y torsionales.

Tabla 1. Relación de valores normales del oleaje ( $\lambda_n = \omega_n^2 . R/g$ ) y de valores masas impulsivas y convectivas según altura de llenado.

RH	$\lambda_1$	$\lambda_2$	λ <sub>3</sub>	λ4	$M_{1C}/M_{L}$	$M_{2C}/M_{L}$	$M_{3C}/M_{L}$	$\Sigma M_{NC}/M_{L}$	$M_{\rm I}/M_{\rm L}$
0.05	1.0170	6.7726	15.1315	30.020	0.98315	0.000102	0.0000005	0.98326	0.01674
0.10	1.0347	6.5638	13.9811	26.757	0.96594	0.000387	0.0000064	0.96634	0.03366
0.20	1.0723	6.2008	11.8764	17.032	0.93038	0.001374	0.0000667	0.93184	0.06816
0.40	1.1583	5.6742	9.8543	13.866	0.85437	0.004341	0.0005155	0.85947	0.14053
0.60	1.2625	5.3683	8.9418	12.421	0.77117	0.007850	0.0013969	0.78136	0.21864
0.80	1.3924	5.2406	8.5509	11.800	0.67990	0.011396	0.0025337	0.69619	0.30381
1.00	1.5602	5.2756	8.5045	11.684	0.57969	0.014576	0.0037169	0.60594	0.39406
1.20	1.7882	5.4930	8.7793	12.021	0.46981	0.016874	0.0047195	0.49844	0.50156
1.40	2.1232	5.9729	9.4763	12.938	0.35009	0.017526	0.0052523	0.38440	0.61560
1.60	2.6864	6.9574	10.9566	14.918	0.22222	0.015419	0.0048997	0.26162	0.73838
1.80	3.9595	9.4551	14.7598	20.033	0.09363	0.009185	0.0031036	0.12608	0.87392
1.90	5.7615	13.1776	20.4520	27.702	0.03655	0.004387	0.0015438	0.05586	0.94414
1.95	8.3121	18.5527	28.6891	38.816	0.01364	0.001851	0.0006696	0.01810	0.98190

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ r_1 \cdot \ddot{u}_{\theta 1} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \frac{(e_1 \cdot k_1)}{r_1} \\ -k_2 & k_2 & 0 \\ \frac{(e_1 \cdot k_1)}{r_1} & 0 & \left(\frac{1}{r_1}\right)^2 (k_{\theta 1}) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ r_1 \cdot u_{\theta 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{g1} \\ \ddot{u}_{g2} \\ 0 \end{Bmatrix}$$
 (2)

Dónde  $u_i$  es el desplazamiento lateral traslacional del gdl i,  $u_{\theta 1}$  es el desplazamiento rotacional de la masa  $m_1$  al rededor del eje Z,  $u_g$  es el desplazamiento horizontal del suelo,  $r_1$  es el radio de giro del soporte, y  $e_1$  es la excentricidad accidental asociada a la masa  $m_1$ .

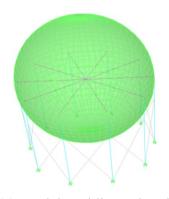
## 4.2 Modelo tridimensional

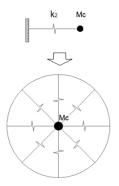
El modelo planteado fue realizado utilizando una herramienta computacional (CSI, 2008). Las propiedades del acero son: peso específico (γ) igual a 7.85 Ton/m³, módulo de elasticidad de Young (E) igual a 2.1x10<sup>6</sup> kgf/cm², y módulo de Poisson (ν) igual a 0.3. Se empleó una configuración fija de 8 columnas y una altura total (Ht) de 15m. Las columnas y arriostres fueron modelados con elementos tipo *Frame* y la esfera, con elementos tipo *Shell-Thin*, resultando un total de 32,768 elementos (Fig. 3a). La interacción del agua-estructura fue modelado mediante dos masas; la masa convectiva fue ubicada en el centro de la esfera, debido a que la resultante de las presiones siempre pasa por el centro geométrico de ella, y fue unida a las columnas mediante elementos tipo *link*. Se definió la rigidez global de estos elementos para que sea igual a la rigidez equivalente k₂ (Fig. 3b). Por otro parte, se distribuyó la masa impulsiva directamente en la parte media de la esfera.

#### 5. Modelos Paramétricos:

#### 5.1 Parámetros de la estructura:

La parametrización de una estructura es una herramienta que permite conocer las variable principales que afectan el comportamiento dinámico de una estructura, y a partir de ello estudiar la influencia de cada uno de ellos (Fernández-Dávila *et al*; 2005, 2006). Para los tanques esféricos elevados se identificaron cinco parámetros elásticos de un estudio previo realizado a una familia reducida de tanques clasificados de acuerdo a sus propiedades inerciales y los asociados a su comportamiento dinámico (Garrido y Fernández-Dávila, 2016).





(a) Modelo Tridimensional

(b) Modelo equivalente de masa convectiva

Figura 3. Modelo SAP2000 5.1.1 Propiedades inerciales del sistema:

Las propiedades inerciales están referidas principalmente a la masa del sistema. De un estudio de sensibilidad previo se concluyó que la masa total y el radio de giro de la estructura puede ser representada considerando solo la esfera (Garrido y Fernández-Dávila, 2016), por lo que se consideró un parámetro adimensional característico de la esfera, el cual relaciona el diámetro externo y su espesor (DE). Por otra parte, la masa del líquido está dividida en dos componentes. Según la Tabla 2, estas masas solo dependen de la altura de llenado, o también llamado parámetro RH.

#### 5.1.2. Parámetros relacionados al comportamiento dinámico estructural:

En primer lugar se consideró un parámetro de razón de esbeltez (RE), definido como la relación entre la altura total de la estructura y el diámetro de la esfera. En relación a la estructura de soporte del sistema, se consideró directamente las rigideces globales del sistema (lateral y torsional) mediante dos parámetros elásticos: el periodo natural de vibración en la dirección y ( $T_y$ ), en donde está incluida la rigidez lateral; y el grado de acoplamiento torsional ( $\Omega_\theta$ ), el cual es una relación entre la frecuencia rotacional ( $\omega_\theta$ ) y la frecuencia natural circular de vibración lateral ( $\omega_y$ ), incorporando de esta forma la rigidez torsional.

La rigidez equivalente para la masa convectiva del agua está determinada por su respectiva masa y frecuencia natural de vibración (Ec. (1)). A partir esto, la rigidez equivalente puede definirse

mediante el parámetro RH. En resumen se presentan estos cinco parámetros en la Tabla 2.

Tabla 2: Parámetros elásticos de los tanques esféricos elevados

RE	DE	Ту	$\Omega_{ heta}$	RH
$\frac{H_t}{D}$	$\frac{D}{t_{esf}}$	$T_{y}$	$\frac{\omega_{\theta}}{\omega_{y}}$	h <sub>agua</sub> R

Dónde RE es la razón de esbeltez de la estructura, DE es la razón diámetro-espesor de la esfera de acero,  $T_y$  el periodo de vibración de la estructura en el eje Y,  $\Omega_\theta$  es el grado de acoplamiento torsional correspondiente y RH es la razón de altura de llenado.

## 5.2 Definición de modelos paramétricos:

A partir de las características geométricas observadas en un grupo de tanques reales de estudios previos (Tabla 3) se seleccionaron valores característicos de los parámetros definidos, de tal forma que se englobe una cantidad representativa de los diferentes tanques existentes (Tabla 4). Para los valores del parámetro RH se consideró porcentajes de llenado equivalentes a 21.6%, 50% y 90%. La definición de los modelos paramétricos a analizar fue realizada a partir de una combinatoria de estos parámetros, obteniéndose un total de 324 casos. En cada caso se varió la sección de columnas y arriostres, para obtener los parámetros  $T_y$  y  $\Omega_\theta$  requeridos.

Tabla 3: Dimensiones de tanques esféricos reales de acero

N°	Vol	D	tesf	Ht	har	Dcol	$t_{col}$	Aar	N°
1N	$(m^3)$	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	$(m^2)$	col
1	1400	13.9	0.047	16.9	6.64	0.457	0.012	0.00284	8
2	1400	13.8	0.065	16.3	7.0	0.508	0.011	0.00823	10
3	1000	12.4	0.025	15.4	6.45	0.786	0.012	0.00762	6
4	2000	15.7	0.044	18.2	6.42	0.560	0.01	0.00196	10
5	1000	12.4	0.045	14.4	5.41	0.250	0.01	0.00288	8
6	1000	12.3	0.034	14.1	5.5	0.426	0.01	0.00246	10
7	3000	18	0.038	19.6	7.2	0.63	0.014	0.00321	10

Tabla 4: Valores asignados a los parámetros elásticos

N°	RE	DE	$T_{y}$	$\Omega_{ heta}$	RH
1	1.10	200	0.1	1.40	0.6
2	1.15	300	0.2	1.45	1.0
3	1.2	400	0.4	1.55	1.6
4	-	-	0.6	-	-

<sup>(-)</sup> No hay dato.

#### 6. Análisis Sísmico

## 6.1 Espectro de Pseudo-aceleración

El espectro fue generado según la norma peruana E-030 (SENCICO, 2016). Además, se tuvo ciertas consideraciones adicionales de la norma ASCE-07(ASCE, 2010). Ésta norma considera dos factores de reducción (R) para cada componente y que la componente convectiva presenta una razón de amortiguamiento critico igual a 0.5%. Para utilizar el mismo espectro de diseño de pseudo-aceleraciones con razón de amortiguamiento crítico igual a 5%, se considera un factor de conversión de 1.5 aplicado a la componente convectiva (ASCE, 2010). Considerando un factor de zona Z4 y un suelo tipo S1, se obtienen los parámetros sísmicos presentados en la Tabla 5; y el espectro de pseudo-aceleración queda definido según las Ecs. (3) y (4).

$$Sa_i = \frac{ZUCS}{R_i}.g \tag{3}$$

$$Sa_c = \frac{1.5xZUCS}{R_c}.g \tag{4}$$

Dónde C es el factor de amplificación sísmica (SENCICO, 2016) y depende de los periodos Tp y T<sub>L</sub>.

Tabla 5. Parámetros sísmicos de acuerdo a la E.030

Factor de	Factor de	Factor de	$T_p(s)$	$T_L(s)$	Factor de Reducción		
	Importancia (U)				Impulsiva (R <sub>i</sub> )	Convectiva (R <sub>c</sub> )	
0.45	1.5	1	0.4	2.5	3	1.5	

6.2 Respuestas de interés

Como respuestas de interés se eligieron a los períodos de vibración convectivos e impulsivos del

sistema agua-estructuras. Además, se consideró la regla de combinación cuadrática completa CQC en la estimación de las respuestas máximas tales como las fuerzas cortantes basales, los momentos volcantes y los desplazamientos laterales máximos (Figs. 4 a 8). Es importante señalar que solo se muestran los resultados correspondiente al factor  $\Omega_{\theta}$  de 1.40, ya que la variación de este parámetro no resulta influyente en la rigidez lateral y consecuentemente en las respuestas en estudio.

## 6.2.1 Período de vibración convectivo e impulsivo

En relación al período de vibración impulsivo (Ti), se aprecia una relación directamente proporcional con el parámetro DE (Fig. 4), el cual se reduce con el aumento del valor del parámetro Ty. Este resultado es comprensible, ya que la rigidez lateral de la estructura depende de la masa de la estructura y del período de vibración Ty. Un aumento del parámetro DE genera entonces un menor espesor de la esfera, una menor masa y consiguientemente una baja rigidez lateral. En contraparte, el parámetro RE es el que tiene menor influencia, debido a que la poca variación que tiene resulta en un mínimo aumento en la masa. Los resultados correspondientes al parámetro RH indican que es directamente proporcional al período impulsivo; ya que está directamente relacionado con la masa (Tabla 2). En relación al parámetro Ty, se puede señalar que su aumento genera un mayor período de vibración impulsivo, dado que tiene una relación directa con la rigidez global del sistema. Además, es importante apreciar que mientras el sistema se flexibiliza se empieza a tener un comportamiento acoplado entre el agua y la estructura, lo cual se refleja en las variacones de tendencias.

En relación a los resultados del período de vibración convectivo (T<sub>c</sub>) se aprecia claramente dos comportamientos de las respuestas. Esto se debe a que cuando la estructura es rígida, es decir los períodos de vibración son cortos, presenta dos movimientos desacoplados (agua y estructura). En estos casos, el periodo convectivo del agua solo dependería de los parámetros relacionados a éste, sin importar los relacionados al soporte. En los casos de los modelos con periodos largos ocurre lo

contrario, se presenta un comportamiento acoplado entre el líquido y la estructura (Figs. 5.c y 5.d). El aumento del parámetro RH produce que la tendencia creciente del periodo convectivo sea mayor. Además, el aumento del parámetro RE genera que el periodo convectivo disminuya. Para el caso de periodos cortos se tiene un periodo T<sub>c</sub> mínimo de 3.07s, mientras que el máximo es 4.67s. Para el caso de periodos largos se tiene un periodo Tc mínimo de 3.40s, mientras que el máximo es 4.96s.

## 6.2.2 Fuerza cortante basal máxima y momento volcante basal máximo

Las Figs. 6 y 7 muestran la variación de la fuerza cortante basal y el momento volcante divididos para los casos de periodo de vibración corto y largo. Las respuestas en general son mayores para los casos de periodo corto ( $T_y$ = 0.1s o 0.2s) y van disminuyendo a medida que el parámetro  $T_y$  aumenta, ya que la estructura es más flexible y tienen un menor valor de pseudo-aceleración. Sin embargo, en el caso de  $T_y$ = 0.6s se presenta un ligero aumento en relación al  $T_y$ = 0.4s, lo cual se debe al acoplamiento de los modos del líquido y la estructura.

Aparte de esta variación, se observa que el aumento del parámetro RE, conduce a una disminución del cortante y momento para todos los casos, debido a que genera una menor dimensión del tanque; además la influencia del parámetro RE se reduce con el aumento del parámetro RH. En total el porcentaje de variación de las respuestas en relación al parámetro RE alcanza un valor cercano a -22%, calculado considerando los valores extremos del parámetro RE (1.1 y 1.2).

Otro parámetro influyente es el DE, el cual está relacionado con la rigidez lateral del sistema. Para estructuras rígidas, el parámetro DE es inversamente proporcional al cortante, teniendo una mayor tendencia cuando aumenta el parámetro RH, por ejemplo para el caso de T<sub>y</sub>=0.1s, RE=1.1 y RH=1.6 el cortante disminuyó de 3775Ton a 2620Ton, equivalente a un reducción de aproximadamente - 30.6%; mientras que para un RH =0.6 el cortante disminuye aproximadamente -16.15%. Para estructuras más flexibles, la tendencia se invierte indicando un mayor cortante a medida que aumenta

el parámetro DE, debido al comportamiento acoplado del sistema. El aumento máximo en estos casos fue de 17.6% considerando los valores extremos del parámetro DE (200 y 400).

## 6.2.3 Desplazamiento máximos

La Fig. 8 presenta los desplazamientos laterales máximos para los distintos casos, observando una influencia mínima del parámetro RE. A pesar de que este parámetro genera una reducción en el cortante, también produce el mismo efecto en la rigidez, lo que genera una compensación entre ellas y al final conduce a similares resultados de desplazamiento.

Por el contrario, el parámetro DE es más determinante en esta respuesta. Este parámetro tiene una relación directamente proporcional con el desplazamiento y produce un aumento cuya tendencia se hace más pronunciada a medida que aumentan el parámetro T<sub>y</sub> o RH. El aumento máximo en estos casos fue de 150% considerando los valores extremos del parámetro DE (200 y 400), este valor tan grande se da para el caso de T<sub>y</sub>=0.6s, observando que un aumento del parámetro DE produce una estructura mucho más flexible. En cambio, para el caso de T<sub>y</sub>=0.1s, el aumento máximo que se obtiene es de 39.36%, lo que indica que el parámetro DE flexibiliza la estructura en menor medida.

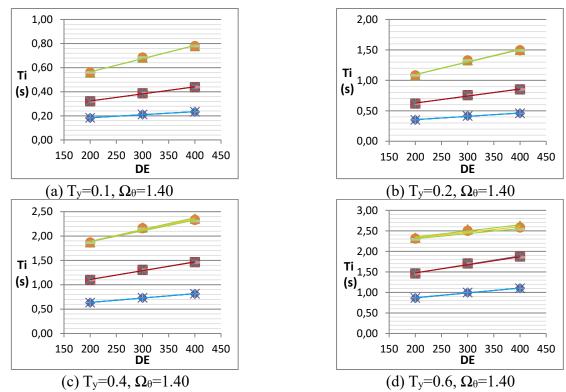
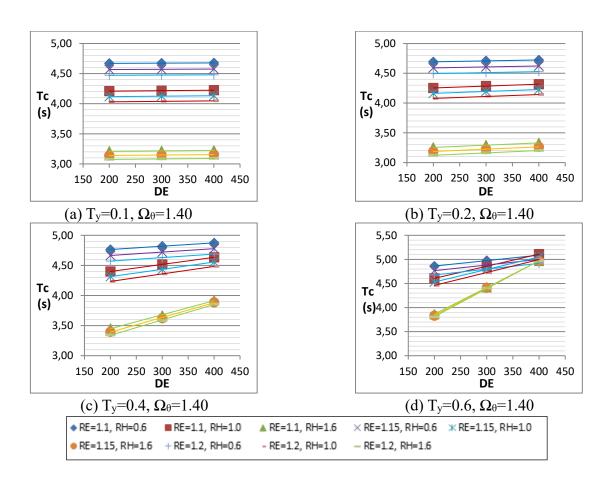


Figura 4. Variación del Período de vibración Impulsivo con los parámetros elásticos.



Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, V. 16 n. 3, p. 57-79, set. /dez. 2019

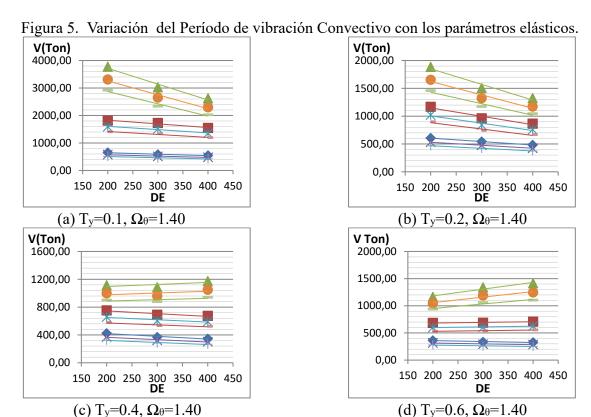
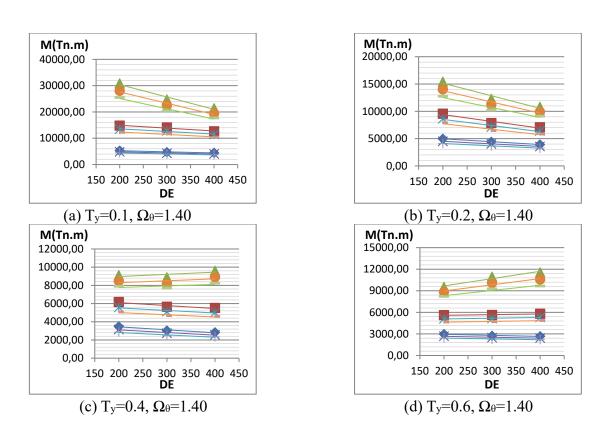


Figura 6. Variación de la Fuerza Cortante Basal con los parámetros elásticos.



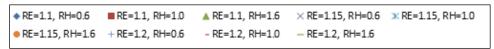


Figura 7. Relación del Momento Volcante basal frente a los parámetros.

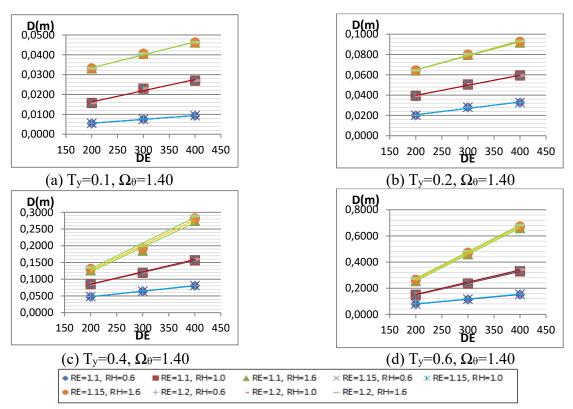


Figura 8. Variación de los desplazamientos laterales máximos con los parámetros elásticos.

## 7. Formulación modelo simplificado

Basados en las respuestas obtenidas, se planteó un modelo simplificado tipo péndulo invertido (Fig.2b), donde los datos de la ecuación dinámica dependen de los parámetros (Ecs.(5) a (8)).

$$m_1 = \left(\frac{Ht}{RE.DE} \cdot \left(\frac{P_{esp.}}{9.81}\right) \cdot 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{Ht}{RE}\right)^2\right) + \left(P_{esp.w} \cdot \pi \cdot \left(\frac{Ht.RH}{2.RE}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{RH} - \frac{1}{3}\right)\right) \cdot (1 - f_{(RH)})$$
 (5)

$$m_2 = \left(P_{\text{esp.w.}} \pi \cdot \left(\frac{\text{Ht.RH}}{2.\text{RE}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{\text{RH}} - \frac{1}{3}\right)\right) \cdot f_{(\text{RH})}$$
(6)

$$k_1 = \left(\frac{2\pi}{T_v}\right)^2 \cdot \left(\frac{Ht}{RE.DE} \cdot \left(\frac{P_{esp.}}{9.81}\right) \cdot 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{Ht}{RE}\right)^2\right)$$
 (7)

$$k_2 = \frac{2.RE.9.81}{Ht} \cdot \left( P_{esp.w.} \pi \cdot \left( \frac{Ht.RH}{2.RE} \right)^3 \cdot \left( \frac{1}{RH} - \frac{1}{3} \right) \right) \cdot \lambda_{(RH)} \cdot f_{(RH)}$$
 (8)

Las frecuencias angulares y los modos respectivos son calculadas con las Ec. (9) y Ec. (10)), sin embargo para normalizarlo respecto a la masa es necesario multiplicarlo por un factor "b" (Ec. (11)). Las respuestas de interés como los desplazamientos, cortantes y momentos son calculados por el método modal espectral (Ecs. (12) -(13)).

$$\omega_i^2 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\mathbf{k}_2}{\mathbf{m}_2} + \frac{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}{\mathbf{m}_1} \right) \pm \sqrt{\left( \frac{\mathbf{k}_2}{\mathbf{m}_2} + \frac{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}{\mathbf{m}_1} \right)^2 - \frac{4 \cdot \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2}} \right]$$
(9)

$$\emptyset_{i} = \begin{cases} 1 - \omega_{i}^{2} / \omega_{l}^{2} \\ 1 \end{cases}, \qquad \omega_{l}^{2} = \frac{k_{2}}{m_{2}}$$
 (10)

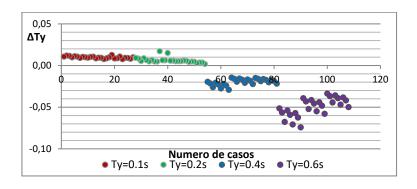
$$b = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega_i^2 / \omega_l^2)^2 \cdot m_1 + m_2}}$$
 (11)

$$u_i = \emptyset_i. Sd. \alpha_i, \qquad \alpha_i = \emptyset_i^{T}. M. I$$
 (12)

$$V_i = K. u_i, M_i = V_i. Ht. \left(1 - \frac{1}{2. RE}\right)$$
 (13)

## 7.1 Calibración del método

El parámetro T<sub>y</sub> de la estructura fue calculada considerando solo la rigidez del soporte, ya que lo que aporta la esfera es mínima. Se presenta la diferencia de los periodos vibración obtenidos en los modelos tridimensionales paramétricos y los valores fijos del parámetro T<sub>y</sub>, verificando que las diferencias no son grandes (Fig. 9), pero se nota que la esfera empieza a ser más influyente a medida que la estructura de soporte es más flexible. Si bien los errores en los casos son menores al 13%, esta consideración genera que el modelo simplificado sea menos rígido que la estructura real y por ende se obtendría valores de cortantes menores a los reales.



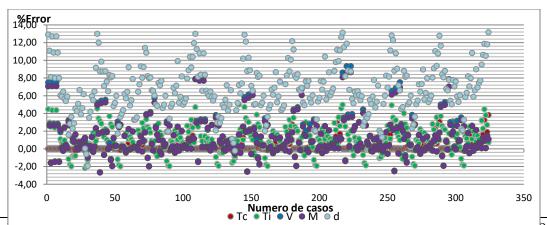
## Figura 9. Relación entre $\Delta T_y$ vs $T_y$

Lo que se propone es aplicar un factor de calibración a los casos con periodo de vibración T<sub>y</sub> mayor a 0.2s. Para este fin, se planteó una relación exponencial que este en función del parámetro T<sub>y</sub>. Por lo tanto el T<sub>y</sub>\* corregido está dado por la Ec. (15).

$$T_{y}^{*} = 0.8263 * T_{y}^{0.86}$$
 (15)

## 7.2 Validación

Se compararon los periodos de vibración convectivos e impulsivos y las principales respuestas globales (fuerza cortante basal, momento volcante y desplazamiento) utilizando el modelo simplificado con los obtenidos mediante los modelos tridimensionales, expresándolo en porcentajes de error (Fig. 10). En los periodos convectivos e impulsivos se obtuvo errores promedio de 0.35% y 1.55%, comprobando una buena aproximación de resultados. Los casos donde se presenta los mayores errores son puntuales alcanzado un valor de 5% y son principalmente relacionados a los casos más rígidos. Esto se debe por la dificultad que se tuvo al encontrar una combinación de las secciones de soporte para lograr alcanzar exactamente el valor de Ty propuesto (Fig. 9). Por otro lado, para los casos con periodo Ty largo, los resultados en general tienen un menor porcentaje error, no obstante llegan a tener un máximo valor de 4.7 %.



Revista Sul-Americana de Engennaria Estrutural, Passo Fundo, v. 16 n. 3, p. 37-79, set. /dez. 2019

Figura 10. Porcentaje de error entre modelo simplificado y modelo tridimensional Para los cortantes y momentos los errores promedio resultaron 1.65% y 1.55%, respectivamente. Además, ningún porcentaje de error superó el 9%. Por último, los desplazamientos si presentaron mayores porcentajes de error, con valores promedio de 6.80%; sin embargo no superaron el 14%. En resumen, el modelo simplificado brinda buenos resultados para estimar los periodos de vibración convectivos, impulsivos, las fuerzas cortantes basales, los momentos volcantes basales y los desplazamientos laterales máximos, con porcentajes de errores promedio menor a 9%. Sin embargo, existen casos en donde los errores son mayores al 10% para los valores del desplazamiento, lo cual se atribuye a la diferencia del parámetro T<sub>y</sub> utilizado en los modelos tridimensionales (Fig. 9).

#### 8. Conclusiones

- Se observó un comportamiento desacoplado entre el agua y la estructura para los casos de periodos T<sub>y</sub> cortos (0.1s a 0.3s), mientras que para periodos T<sub>y</sub> largos (0.4s a 0.6s), los modos tuvieron un comportamiento acoplado (Fig. 5).
- El periodo impulsivo (T<sub>i</sub>) presenta una relación directamente proporcional con los parámetro DE y RH, el cual se reduce con el aumento del valor del parámetro T<sub>y</sub>.
- La fuerza cortante basal y el momento volcante fueron inversamente proporcional al parámetro DE y RE con un máximo porcentaje de variación de -30.6% y -20%, respectivamente.
- Los desplazamientos tiene una relación directamente proporcional con el parámetro DE, cuya tendencia se hace más pronunciada a medida que aumentan los parámetros T<sub>y</sub> o RH. El máximo porcentaje de variación observado fue de +150% para T<sub>y</sub>= 06s.
- El modelo simplificado permite obtener las respuestas de interés con errores en promedio menor de 5% para los periodos, cortantes y momentos; mientras que para los desplazamientos los errores en promedio son cercanos al 7%. Además, los errores máximos no superan el 14%.

## Acknowledgments

El presente trabajo ha sido realizado gracias al apoyo de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú.

#### References

- ASCE (2010). Minimum Design Loads for Building and Other Structures. ASCE/SEI 7-05.
- Budiansky, B. (1960). Sloshing of Liquids in Circular Canals and Spherical Tanks. J. Aerosp. Sci., v. 27, p. 161–173.
- CSI (2008). Sap2000. Structural Analysis Program, Computers and Structures, Inc. Berkeley, CA. UNI License.
- Fernández-Dávila et al. (2005) Simplified Method for Seismic Analysis of Industrial Chimneys. ACI Structural Journal, v 102, p. 347-353.
- Fernández-Dávila et al. (2006) Estudio paramétrico de la respuesta sísmica de estanques elevados de hormigón armado con aislación sísmica en la base. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 3, n. 2, p. 49-68,
- Garrido C. (2017) *Análisis Sísmico de Tanques Esféricos Elevados*. Facultad de Ingeniería Civil. Universidad Nacional de Ingeniería. Tesis para optar al título de Ingeniero Civil (En Español).
- Garrido C., Fernández-Dávila V.I. (2016). Análisis Paramétrico de Tanques Elevados Esféricos Solicitados por la Acción del Sismo. XXXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. Noviembre. Asunción, Paraguay.
- Housner G.W. (1957). *Dynamic pressures on accelerated fluid containers*. Bull. Seismol. Soc. Am., v 47,p. 15–35.
- Kan C. L., Chopra A. K. (1977). *Elastic Earthquake Analysis of Torsionally Coupled Multistorey Buildings*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 5, p. 395-412.
- Karamanos S.A., Papaprokopiou D., Platyrrachos M.A.(2011) Numerical Analysis of Externally-

*Induced Sloshing in Spherical Liquid Container*. Computational Methods in Earthquake Engineering, v.21, p. 489-513.

SENCICO (2016). Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma Técnica Peruana E.030 Diseño Sismorresistente.

Wieschollek M., Kopp M., Hoffmeister B. and Feldmann M. (2011). Seismic Design of Spherical Liquid Storage Tanks. III ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Greece, May.

Zhou Li-jian, Sun Ming-yang, Wang Xue (2016) *Dynamic Response Research of the Framed Spherical Tank Seismic Subsructure with Liquid Sloshing*. Scholars Journal of Engineering and Technology (SJET) p. 175-184.

## Seismic behavior of steel spherical tanks for water storage

#### **Abstract**

We present a study of the structural seismic behavior of three-dimensional models of steel spherical elevated tanks defined parametrically. The water-structure interaction was defined by mechanical mass-spring models. Seismic loads correspond to the seismic design spectra of the Peruvian code E.030. The models studied were generated from the combination of five elastic parameters identified from a sensitivity analysis performed on a small family of real cases; such parameters are: slenderness ratio (RE), diameter-thickness ratio of the tank (DE), ratio of water heights and radius of the tank (RH), the fundamental lateral period of vibration of the tank ( $T_y$ ) and the degree of torsional coupling ( $\Omega_0$ ). The responses of interest were the periods of vibration, maximum base shear force, base overturning moment and maximum lateral displacements. A clear difference was observed between the models of the short and long vibration period, where in this last case there was a greater coupling between the water and the structure; in addition, parameter DE was very influential in all responses of interest. A simplified model was formulated to obtain the responses of interest quickly, with an average margin of error of 7%.

**Keywords:** spherical elevated tank, water-structure interaction, seismic responses, parametric.

#### 1. Methodology

The seismic study of elevated spherical tanks is presented from elastic dynamic parameters. These structures are composed of a steel sphere connected to the ground by braced columns (Fig. 1).

The water-structure interaction was included considering two water components (convective and impulsive), the mass values and vibration periods were calculated in previous investigations (Karamanos et al., 2011) and was be used in the elaboration of the computational model (CSI, 2008).

Three-dimensional models have a configuration of 8 columns and a total height (H<sub>t</sub>) of 15m. The

convective mass was located in the center of the sphere, and was joined to the columns between link elements. On the other hand, the impulsive mass was distributed directly in the middle part of the sphere (Fig. 3a).

The elastic parameters of the structure were chosen from a previous study carried out in a small family of tanks (Garrido and Fernández-Dávila, 2016), in which five parameters were determined (Table 3). Such parameters are: slenderness ratio (RE), diameter-thickness ratio of the tank (DE), ratio of water heights and radius of the tank (RH), the fundamental lateral period of vibration of the tank ( $T_y$ ) and the degree of torsional coupling ( $\Omega_\theta$ ). The definition of the parametric models to be analyzed was made from a combinatorial of these parameters, obtaining a total of 324 cases (Table 5). The columns and braces sections were varied, to obtain the required parameters.

The spectrum was generated according to Peruvian standard E-030 (SENCICO, 2016). In addition, certain additional considerations of the ASCE-07 standard (ASCE, 2010) were considered. The ASCE-07 standard considers two reduction factors (R) for each component and that the convective component has a critical damping ratio equal to 0.5% (Ecs. (3) and (4)).

#### 2. Results and discussion

The responses of interest were the periods of vibration, maximum base shear force, base overturning moment and maximum lateral displacements.

The impulsive period (T<sub>i</sub>) has a relationship directly proportional to the parameters DE and RH, which is reduced by increasing the value of the parameter T<sub>y</sub>, due to the fact that if the system is more flexible, then water and the structure has a coupled behavior. In the case of the period of convective vibration (T<sub>c</sub>) it has a practically constant value for each filling height in rigid models. In the case of models with long periods the opposite occurs, there is an increasing trend due to the coupled behavior between the liquid and the structure (Figs 6.c and 6.d).

The responses of the base shear and overturning moment are greater for the cases of short period and they decrease as the parameter Ty increases, since the structure is more flexible. The most influential parameters in these responses were DE and RE, whose relationship is inversely proportional to the responses with a maximum variation of -30.6% and -20%, respectively.

The displacement has a relation directly proportional to the parameter DE, whose trend grows as the parameters  $T_y$  or RH increase. The maximum percentage of variation was + 150% for  $T_y$  = 06s, noting that an increase in the DE parameter produces a much more flexible structure.

Based on the responses obtained, a simplified model like inverted pendulum was proposed (Fig. 2b) taking as reference the defined parameters (Eq. (5) - (8)). The T<sub>y</sub> parameter was calibrated (Eq. (15)), since it was calculated considering only the stiffness of the support (Fig. 10). The interest response of the model proposed showed that the percentages of errors do not exceed 14% in relation to the three-dimensional models. The responses of interest has percentages of errors on average less than 5% for the periods, base shears and overturning moments; while for displacements the errors on average are close to 7%.

#### 3. Conclusions

- An uncoupled behavior was observed between water and the structure for cases of short periods  $T_y$  (0.1s to 0.3s), while for long periods  $T_y$  (0.4s to 0.6s) modes had a coupled behavior (Fig. 6).
- The impulsive period (T<sub>i</sub>) has a relationship directly proportional to the parameters DE and RH, which is reduced by increasing the value of the parameter T<sub>y</sub>.
- The base shear and the overturning moment were inversely proportional to the parameter DE and RE with a maximum variation percentage of -30.6% and -20%, respectively.
- The displacement has a relation directly proportional to the parameter DE, whose trend grows as the parameters T<sub>y</sub> or RH increase. The maximum percentage of variation was +150%.

• The simplified model allows obtaining the responses of interest with errors on average less than
5% for the periods, cutting and moments; while for displacements the errors on average are close
to 7%. In addition, the maximum errors do not exceed 14%.