

# Avaliação de metodologias de análise de estruturas de barras submetidas a impacto contra um obstáculo rígido

*Agenor Dias de Meira Junior<sup>(1)</sup>, Ignacio Iturrioz<sup>(2)</sup>*

Trabalho recebido em 18/10/2007 e aprovado para publicação em 17/03/2008

---

## Resumo

O comportamento de veículos terrestres submetidos ao impacto é de grande relevância na engenharia automobilística, existindo um volume considerável de trabalhos experimentais e teóricos nesta área. O estudo deste tipo de problemas utilizando elementos finitos de casca ou tridimensionais é utilizado com sucesso. No entanto, para certos tipos de estudos, como os de otimização estrutural, é exigida a possibilidade de criar modelos que, sem perder os aspectos essenciais do problema, permitam obter soluções em tempo computacional reduzido. Uma solução que apresenta esta característica consiste na utilização de sistemas formados por barras que levem em conta as possíveis formas de colapso. Neste contexto pretende-se, no trabalho proposto, realizar uma avaliação da performance de um modelo formado por barras flexíveis e/ou rígidas unidas por juntas esféricas e translacionais não lineares. No presente trabalho se realiza o ajuste da rigidez não linear das juntas esféricas e translacionais que simulam o comportamento dos elementos estruturais a partir da análise de modelos em elementos finitos de casca, que capturam o comportamento de estruturas tubulares de parede fina quando impactadas. Posteriormente a este ajuste, são apresentados exemplos de diferentes graus de complexidade para validar o procedimento utilizado. Finalmente, é apresentado um balanço sobre a performance do modelo simplificado implementado.

*Palavras-chave:* Impacto. Estruturas reticuladas. Método dos elementos finitos. Método de integração explícita.

---

<sup>(1)</sup> Prof. UPF, Aluno de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PROMEC-UFRGS). Rua Sarmento Leite 425, CEP 90050-170, Porto Alegre, RS, Brasil. Tel: +55 51 3316-3255. E-mail: [agenor@upf.br](mailto:agenor@upf.br)

<sup>(2)</sup> Prof. Dr. do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PROMEC-UFRGS). Rua Sarmento Leite 425, CEP 90050-170, Porto Alegre, RS, Brasil. Tel: +55 51 3316-3255. E-mail: [ignacio@mecanica.ufrgs.br](mailto:ignacio@mecanica.ufrgs.br)

## 1 Introdução

A segurança de um veículo é um importante atributo de projeto, que deve ser atingido de tal forma a se cumprir com as normas e regulamentações de segurança e, também, conseguir a obtenção de atrativos de *marketing*. Milhares de vidas humanas são perdidos em choques de veículos todos os anos no Brasil. *Crashworthiness*, a habilidade da estrutura absorver a energia de impacto para proteger os ocupantes durante um choque, é naturalmente um dos mais importantes critérios de projeto para a estrutura de veículos de passageiros. Entretanto, um projeto estrutural para *crashworthiness* é uma tarefa difícil, o qual envolve decisões não óbvias, uma vez que a estrutura tem de ser rígida o suficiente em algumas regiões para prevenir o colapso do compartimento dos passageiros e, ainda, permitir grandes deformações sem romper em outras regiões para poder absorver a energia durante o impacto.

O objetivo deste trabalho é estudar a viabilidade de utilizar um modelo numérico simplificado similar ao apresentado originalmente por Hamza e Saitou (2003, 2004a, b,c), Abramowicz (2003, 2004) e Ambrósio (2001), que permita avaliar o comportamento de uma estrutura de barras submetida a um teste de impacto. Os elevados tempos de processamento dos modelos tradicionais de MEF na simulação do *crash* dificultam a utilização prática desta metodologia em trabalhos de otimização, bem como nos estágios iniciais de projeto. Uma alternativa eficiente para contornar semelhante problema consiste na utilização de modelos simplificados formados por massas e molas (juntas esféricas e translacionais), conectados por vigas formadas com material elastoplástico flexível e/ou rígido, como a que será aqui apresentada.

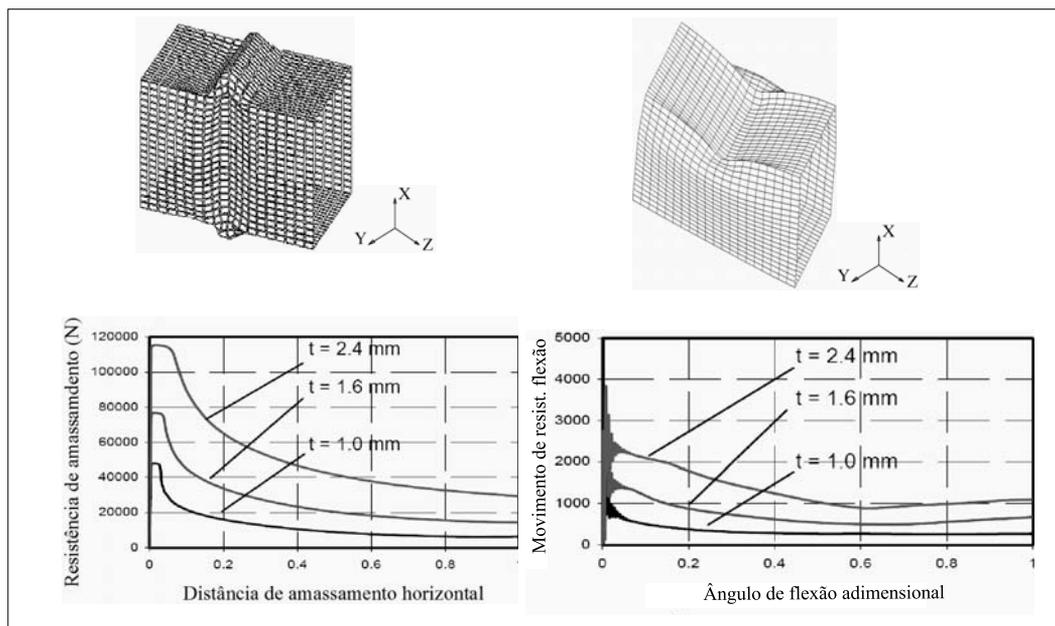
Após a presente introdução, na seção 2 são apresentadas as características fundamentais do colapso deste tipo de estrutura; posteriormente, na seção 3, uma breve revisão sobre os modelos simplificados de análise; na seção 4, os fundamentos das metodologias de levantamento das curvas de rigidez de elementos estruturais; na seção 5, aplicações práticas; na seção 6, uma discussão dos resultados e, na seção 7, apresentam-se, finalmente, conclusões sobre a aplicabilidade desta metodologia.

## 2 Tubos de parede fina: formas de colapso esperadas

O modo de falha de elementos estruturais de parede fina durante um evento de *crash* pode ocorrer de duas formas: *crushing* (amassamento) e flexão (Hamza; Saitou, 2004). O amassamento ocorre quando a carga principal sobre o membro está atuando na direção axial e excede a tensão de flambagem em alguma parte da estrutura do elemento. O elemento estrutural, então, começa a se deformar mais rapidamente na direção axial, enquanto sua resistência à deformação cai em razão da deformação plástica do material e do crescimento de imperfeições geométricas ou distorções.

O colapso por flexão ocorre quando o momento fletor sobre o membro estrutural causa uma tensão sobre o lado comprimido da seção de parede fina que excede a tensão de flambagem.

Algumas curvas de resistência ao amassamento *versus* comprimento de amassamento adimensionalizado e resistência à flexão *versus* ângulo de flexão adimensionalizado para um tubo de seção transversal 50 x 50 mm são apresentadas na Figura 1, onde pode ser observado que as curvas características da resistência à deformação para ambos, amassamento e flexão, têm a mesma forma geral. Esta forma é caracterizada por um rápido pico de resistência à deformação, o qual é seguido por uma queda até um patamar onde permanece estável.



(a) Força x deslocamento

(b) Momento x rotação

Figura 1: Tubo de seção quadrada 50 x 50 mm, Hamza e Saitou (2004)

### 3 Modelos simplificados de análise

Com o intuito de elaborar uma metodologia simplificada para simulação do comportamento de estruturas sob impacto dedicada à utilização em estágios de início de projeto, bem como com objetivo de otimização estrutural, modelos analíticos têm sido desenvolvidos para a obtenção de estimativas rápidas da resposta sob colapso de estruturas formadas por elementos de parede fina. Segundo Kim e Wierzbicki (2001), o amassamento no local da falha pode ser modelado utilizando-se o conceito de *superbeam element*. O conceito de *superbeam element* é basicamente uma extensão do conceito de rótula plástica generalizada. Tal “rótula” é caracterizada pelo seu comprimento de referência  $2H$ , o qual corresponde ao comprimento típico de uma onda de amassamento num processo de colapso progressivo. Um *superbeam element* pode ser considerado como uma simples “mola”, que tem as propriedades de colapso características da estrutura. Kim e Wierzbicki (2001) descrevem uma metodologia na qual a seção transversal é discretizada em quatro molas iguais (Fig. 2), a qual tem as relações características de força e deslocamento mostradas na Figura 3, onde  $\xi_y$  é a deformação específica de escoamento,  $\xi_{cr}$  é a deformação crítica e  $\sigma_0$  é a tensão de escoamento.

A resposta ao amassamento para uma única dobra é descrita por células deformáveis de altura igual ao comprimento de uma onda de amassamento  $2H$  (Fig. 4). Duas células deformáveis separadas por uma viga de material elastoplástico formam um superelemento denominado de *superbeam element*. (Abramowicz, 2004). Pode-se discretizar uma viga no limite como sendo formada somente por células deformáveis, sendo eliminada a viga intermediária, obtendo-se, assim, a discretização máxima permitida, função da altura  $2H$  da célula e do comprimento do tubo a ser discretizado.

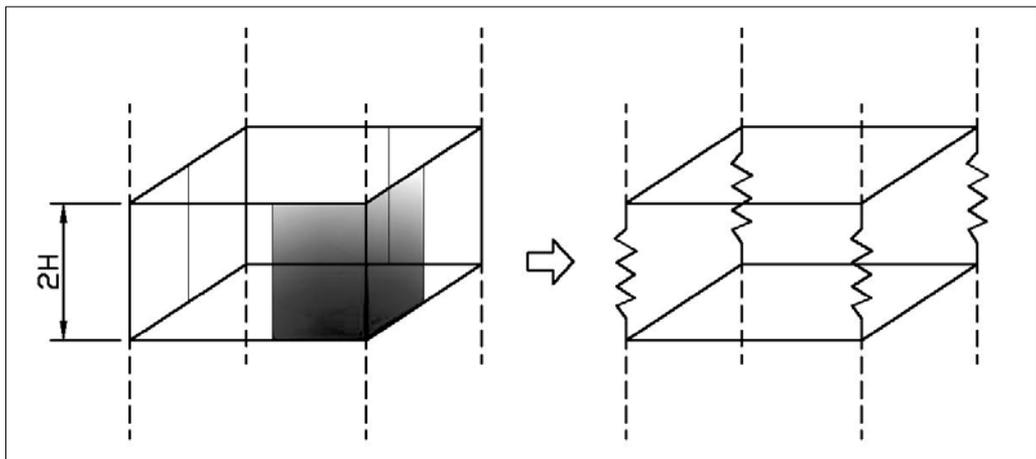


Figura 2: *Superbeam element*, Kim e Wierzbicki (2001)

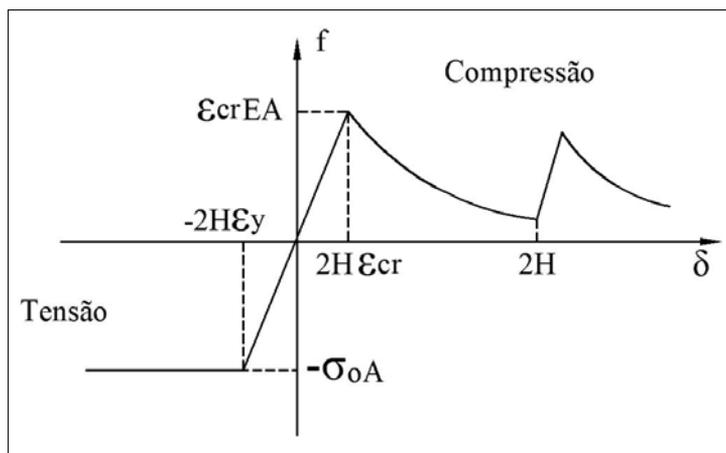


Figura 3: Curva força x deslocamento (Kim e Wierzbicki, 2001)

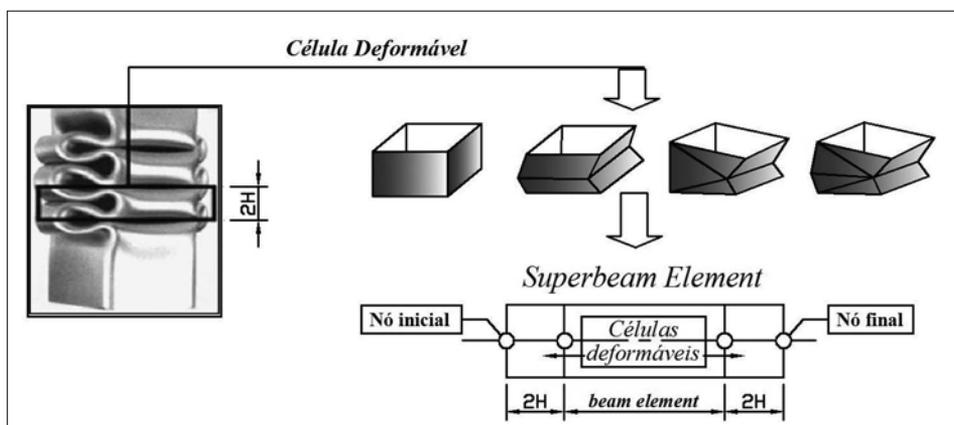
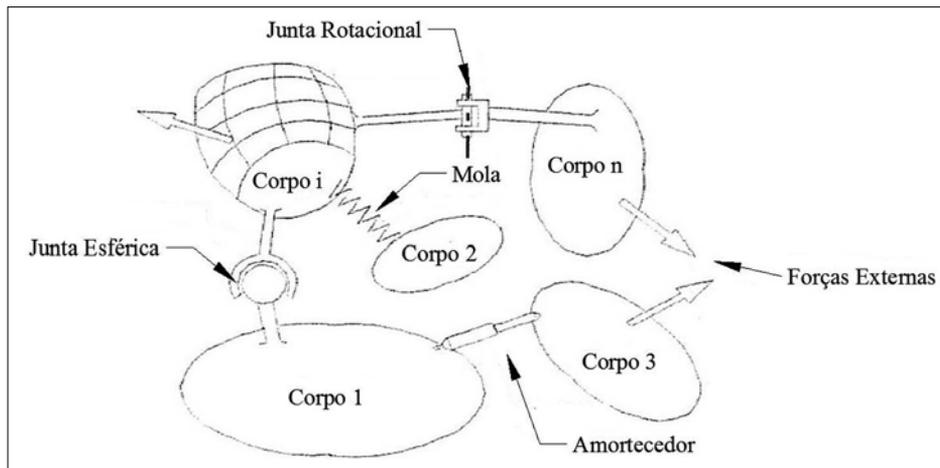


Figura 4: Conceito de Superbeam element (Abramowicz, 2004)

Ambrósio (2001) descreve o comportamento de sistemas multicorpo. Um sistema multicorpo é uma coleção de corpos rígidos ou flexíveis conectados por juntas cinemáticas (juntas esféricas, juntas translacionais, molas), como mostrado na Figura 5. Esses sistemas são complexos arranjos de subsistemas mecânicos e estruturais com diferentes propósitos de projeto e comportamento mecânico. Estruturas podem se comportar como sistemas multicorpo em virtude de grandes rotações, ou porque desenvolvem mecanismos de deformação definidos, como em aplicações de *crashworthiness*. Baseado em dinâmica de corpos rígidos, um sistema de deformações pode ser descrito utilizando modelos de deformações substitutos, como, por exemplo, elementos de mola-amortecedor. Para atender a esses objetivos, sistemas multicorpos têm sido utilizados combinando vigas com juntas cinemáticas. A principal vantagem dessa forma de proceder está no pequeno número de parâmetros requeridos para descrever o comportamento estrutural.



Fonte: Ambrósio (2001).

Figura 5: Sistemas multicorpo

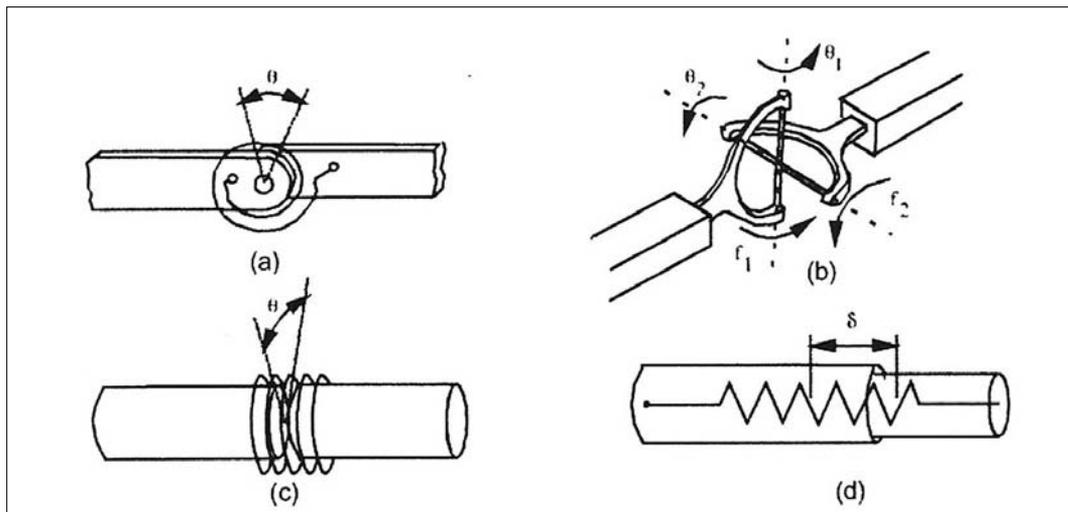
A presença de juntas cinemáticas restringe o movimento relativo entre corpos adjacentes, reduzindo o número de graus de liberdade do sistema. Por exemplo, o número de graus de liberdade relativos entre dois corpos conectados por juntas esféricas é três. Para juntas de revolução o número de graus de liberdade relativos é um.

A metodologia proposta por Ambrósio (2001) se propõe a montar elementos rígidos unidos através de juntas do tipo apresentado na Figura 6.

As características do sistema mola-amortecedor que descreve as propriedades das juntas não lineares são obtidas por meio de testes experimentais dos componentes, análise de simulações feitas com o método dos elementos finitos considerando não linearidade física e geométrica ou métodos analíticos simplificados. Por exemplo, para uma rótula plástica de flexão, a rigidez da mola é expressa como uma função da mudança do ângulo relativo entre dois corpos adjacentes conectados pela rótula plástica, como mostrado na Figura 7.

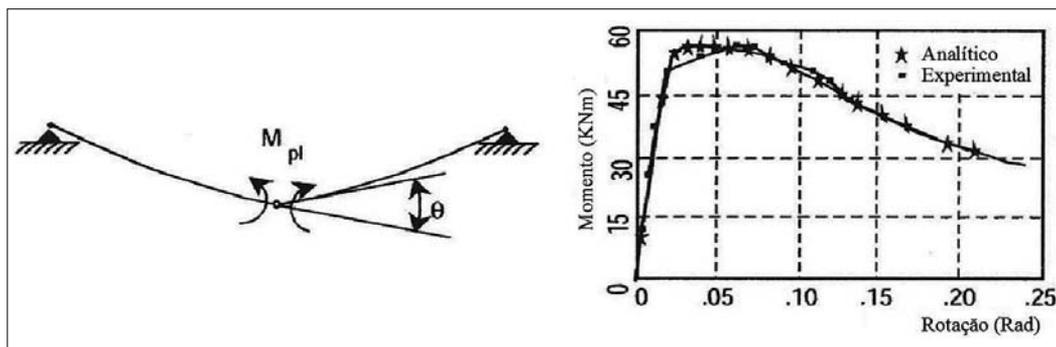
O típico relacionamento constitutivo torque-ângulo mostrado na Figura 7 é encontrado ensaiando uma barra a flexão. A forma deste tipo de curvas mudará em função da forma e dimensões da seção transversal, das características elastovisco-plásticas do material e da interação entre esforços.

Na próxima seção realiza-se o levantamento de curvas que permitiram alimentar o comportamento das juntas do sistema multicorpo proposto, baseado na proposta original de Ambrosio (2001).



Fonte: Ambrósio (2001).

Figura 6: Modelos de rótulas plásticas para diferentes condições de carregamento: a) um eixo de flexão; b) flexão com dois eixos; c) Torção; d) Axial



Fonte: Ambrósio (2001).

Figura 7: Momento de flexão da rótula plástica e sua relação constitutiva

## 4 Levantamento das curvas

### 4.1 Metodologias de obtenção de curvas

Hamza, Saitou (2003, 2004a,b,c), Abramowicz (2003, 2004) e Ambrósio (2001) propõem o levantamento das curvas pela utilização de um banco de dados de componentes pré-analisados por MEF que identificarão as propriedades das molas não lineares, conforme mostrado nas figuras 1 e 7. Para a construção desse banco de dados, diversas

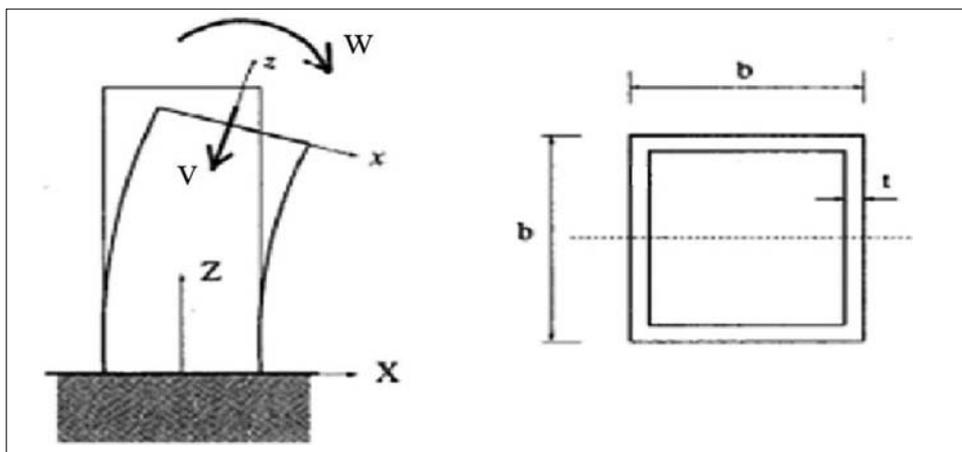
análises de MEF devem ser realizadas para diferentes condições de impacto (*crash*) e diferentes seções de tubos de paredes finas. As seções utilizadas neste trabalho são os tubos de parede fina de seção quadrada, que são os utilizados na fabricação de estruturas de carrocerias de ônibus interurbano. Pela metodologia proposta por Hamza e Saitou (2003, 2004a,b,c), os tubos devem ser modelados com comprimento curto de tal forma que efeitos de flambagem global de tubos longos possam ser negligenciados. A modelagem deve incluir imperfeições de forma senoidal com deslocamento máximo fora do plano de 1/100 da espessura da parede do tubo como inicializador da formação do modo característico de flambagem. As imperfeições devem ser colocadas no terço central do tubo, de forma que somente uma dobra central se forme. Tanto Abramowicz (2003, 2004) como Kim e Wierzbicki (2001) apresentam metodologias similares para a obtenção destas curvas.

#### 4.2 Interação entre flexão e esforço normal. Obtenção das curvas

A interação entre a flexão e o esforço normal é de grande importância no estudo de estruturas automotivas, uma vez que no estudo de *crashworthiness* a maior parte dos elementos que formam as estruturas está sujeita a uma combinação de carregamento de compressão e flexão simultâneas.

Kim e Wierzbicki (2001) apresentam uma metodologia para caracterizar essa interação. Eles estudam o comportamento de colunas prismáticas com seção transversal quadrada com relação de aspecto ( $b/t$ ) ( $80/1.6 = 50$  e  $80/2.4 = 33.33$ ), onde  $b$  é a largura da seção e  $t$  sua espessura. A Figura 8 apresenta a configuração do modelo citado.

A extremidade inferior é engastada e a extremidade superior é submetida a uma velocidade de deslocamento  $v$  e uma velocidade angular  $w$  prescrita. Diferentes relações de  $v/w$  são aplicadas, o que implica submeter a estrutura a diferentes combinações de esforço normal e momento fletor.



Fonte: Kim e Wierzbicki (2001).

Figura 8: Configuração do modelo

Dois sistemas de coordenadas são utilizados neste modelo, como é mostrado na Figura 8. O primeiro é o sistema de coordenadas global (X, Y, Z), tendo sua origem no centro da extremidade inferior do engaste da viga indeformada; o segundo é o sistema de coordenadas local (x, y, z), vinculado ao centro da seção transversal do extremo superior da viga. O sistema de coordenadas locais acompanha a configuração deformada da seção transversal da extremidade superior. Kim e Wierzbicki (2001) definem um parâmetro  $\eta$  que determina a contribuição relativa da compressão e da flexão.

$$\eta = (3bw)/(8v) \quad (1)$$

Os valores de  $\eta$  podem variar de 0 a infinito. Por essa razão, resulta conveniente considerar  $\eta = \tan(\phi)$ , sendo que  $\phi$  varia de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . O caso quando  $\eta = 0$  ( $\phi = 0^\circ$ ) é simplesmente uma compressão pura, enquanto  $\eta = \text{infinito}$  ( $\phi = 90^\circ$ ) corresponde à flexão pura.

Kim e Wierzbicki (2001) propõem uma metodologia para construção do local de início de falha. Considerando a distribuição de tensão sobre a seção transversal, a curva de interação entre a força axial e o momento fletor pode ser obtida analiticamente. A partir da hipótese de Euler-Bernoulli a posição da linha neutra é calculada como:

$$\xi = -v/w \quad (2)$$

Dependendo do valor de  $\xi$ , os seguintes três casos podem ocorrer (Fig. 9):

- Caso (a): a linha neutra é posicionada entre a linha de centro da seção transversal e a parede do tubo.
- Caso (b): a linha neutra está dentro da parede do tubo.
- Caso (c): a linha neutra está fora da seção transversal.

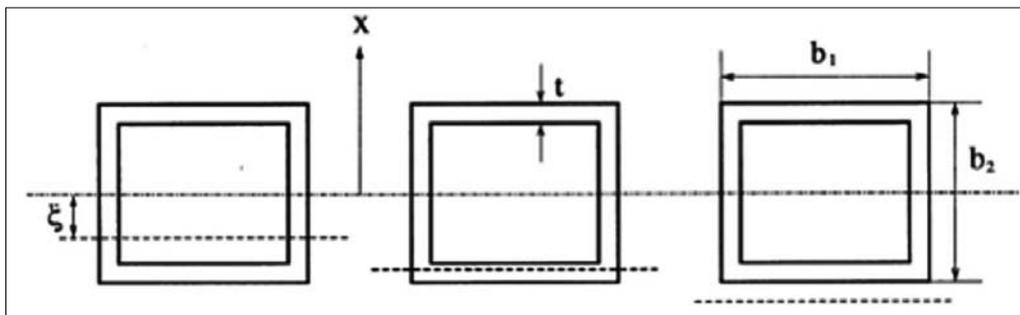


Figura 9: Posição da linha neutra. (Kim; Wierzbicki, 2001)

Definindo  $n$  como a força axial normalizada e  $m$  como o momento de flexão normalizado, esses podem ser obtidos pelas equações:

$$n = N / N_0 \quad (3)$$

$$m = M / M_0 \quad (4)$$

onde  $N_0$  é a máxima força axial de esmagamento para o tubo,  $M_0$  o momento máximo de plastificação completa da seção,  $M$  o momento fletor seccional verificado para a condição de início de falha para a análise, com um determinado valor de  $\phi$  definido, e  $N$  a força de amassamento seccional para esta condição. Kim e Wierzbicki (2001) apresentam as equações que relacionam  $m$  e  $n$  para o caso de um tubo de seção quadrada como sendo:

$$\text{Caso (a)} \quad m = 1 - 4/3 n^2 \quad 0 < n < 0.5 \quad (5)$$

$$\text{Caso (b)} \quad m = 4/3 \quad (1 - n) \quad (6)$$

Para o caso (c), a linha neutra está fora da seção transversal do tubo e a seção fica sob pura compressão ou pura tração. Assim,  $m = 0$  e  $n = +1$  ou  $-1$ .

Dessa forma, a curva que descreve a condição de falha da seção transversal do tubo é composta por uma parábola e uma linha reta. As equações (5) e (6) fornecem indicações da forma do local de falha por escoamento para grandes deformações. Logo depois de a carga atingir o valor de pico, a linha neutra muda de lugar para a região da parede do tubo; assim, a porção parabólica da curva de interação termina e o subsequente local do escoamento será representado por uma linha reta. Pode-se observar que o local de falha no caso (b) é linear com uma inclinação  $-4/3$ . Portanto, pode-se ver que o local de transição teórico entre o modo de compressão dominante para o modo de flexão dominante ocorre para  $\eta = 3/4$ , o que corresponde a  $\phi = 36.9^\circ$ .

Kim e Wierzbicki (2001) apresentam uma comparação entre a solução analítica para o local de início do escoamento e um resultado obtido a partir de análise numérica (Fig. 10). Foram realizadas simulações para valores de ângulos  $\phi$  de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $38.2^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  e  $90^\circ$ .

Pode ser observado na Figura 10 (curva de análise numérica) que a mudança no modo de falha ocorre entre os ângulos  $\phi$  de  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , o que significa a transição entre o modo de compressão dominante e o modo de flexão dominante. Os resultados obtidos pela solução analítica e os obtidos por método numérico são semelhantes. Para os casos de baixo valor de  $\phi$ , algumas discrepâncias são observadas. Isso é causado pelo fato de que o encruamento do material não é considerado na solução analítica e, também, porque para baixos valores de  $\phi$  o colapso ocorre de forma altamente instável. Para altos valores de  $\phi$ , a correspondência entre a solução analítica e a numérica é um pouco melhor.

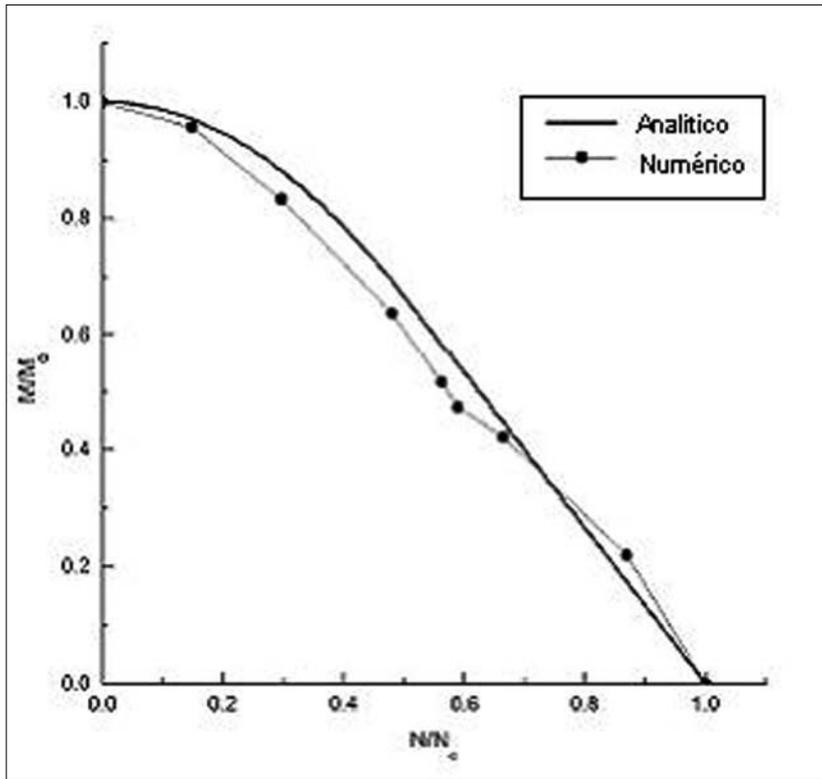


Figura 10: Localização do início da falha ( $b/t = 50$ ). (Kim; Wierzbicki, 2001)

Utilizando MEF e a metodologia proposta por Kim e Wierzbicki (2001), foram levantadas curvas de forças *versus* deslocamento e momentos *versus* rotação para um tubo de  $50 \times 50 \times 1$  mm de seção transversal, com 100 mm de comprimento. São realizadas simulações numéricas para esta coluna feita de aço de baixo carbono, com módulo de elasticidade longitudinal  $E = 2.07 + 05 \text{ N/mm}^2$ , tensão de escoamento inicial  $\sigma_y = 240 \text{ N/mm}^2$ , material elastoplástico perfeito, considerando o coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . A largura de cada tubo é composta por vinte elementos com tamanho  $5 \times 5$  mm. São utilizados 9.600 elementos na construção do modelo. Foi utilizado o elemento de casca de quatro nós S/R corrotacional Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999), utilizando dois pontos de integração. Para aplicar as velocidades prescritas consideram-se todos os nós da extremidade superior vinculados a um corpo rígido, para, assim, deixar as condições mais próximas possíveis às que ocorreriam no caso de um elemento de viga submetido a esforço normal e momento fletor aplicados simultaneamente. Na Figura 11 se apresentam as configurações deformadas obtidas com o modelo de elementos finitos de casca para diferentes valores de parâmetros medidos em termos do ângulo  $\phi$ , o que implica diferentes relações entre o esforço normal  $N$  e o momento fletor  $M$ .

As Figuras 12 e 13 mostram a evolução da força e do momento fletor na seção onde se forma a rótula plástica. A força e o momento são tomados a partir das reações no corpo rígido vinculado com a seção superior, que são os mesmos verificados na seção mais deformada (rótula plástica).

Para os casos de baixo valor de  $\eta$  (ou de  $\phi$ ), é observado na Figura 11 que o amasamento axial é dominante, enquanto para os altos valores de  $\eta$  (ou de  $\phi$ ), o colapso por flexão é dominante.

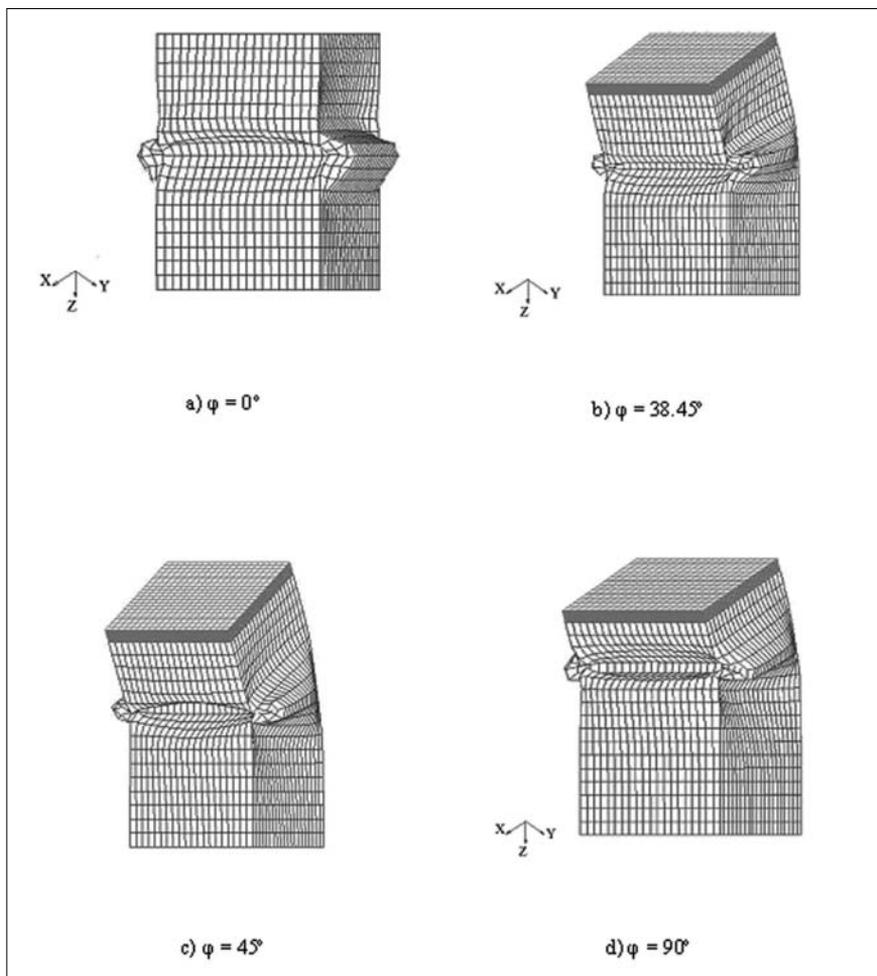


Figura 11: Deformadas

Foram construídas curvas para ângulos  $\phi$  de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $38.45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $75^\circ$  e  $90^\circ$  com o objetivo de determinar a curva de transição entre o modo de flexão dominante e de compressão dominante. É possível observar nas Figuras 12 e 13 uma mudança na forma

da curva de momento fletor *versus* rotação e força *versus* deslocamento e assim uma mudança no modo de falha ocorre entre  $\eta = 0.5774$  ( $\phi = 30^\circ$ ) e  $\eta = 1$  ( $\phi = 45^\circ$ ).

Utilizando a metodologia proposta por Kim e Wierzbicki (2001), foi realizada uma comparação entre a solução analítica (equações 3, 4, 5, 6) para o local de início de falha e os resultados obtidos a partir de análise numérica aplicados ao tubo de 50 x 50 x 1 mm de seção transversal, com 100 mm de comprimento. Foram realizadas simulações para valores de ângulos  $\phi$  de  $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $36.9^\circ$ ,  $38.45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  e  $90^\circ$ . Os valores de M selecionados das curvas são os valores de momentos fletores seccionais de início de colapso para cada ângulo  $\phi$  e o valor de N a força de amassamento seccional para esta condição (Tab. 1). Pode ser observado na Figura 14 na curva obtida por MEF que a transição entre o modo de falha por compressão dominante e flexão dominante ocorre entre o ângulo  $\phi = 36.9^\circ$  (valor teórico da transição) e  $\phi = 38.45^\circ$ , onde ocorre a transição entre a parte linear e a parabólica da curva obtida por MEF. O valor de  $\phi = 38.45^\circ$  foi obtido por tentativas e será adotado neste trabalho como um aproximação para o ponto de transição entre flexão dominante e compressão dominante. Uma metodologia para aproximar com mais precisão este valor deve ser desenvolvida para que se obtenha uma melhoria nos resultados.

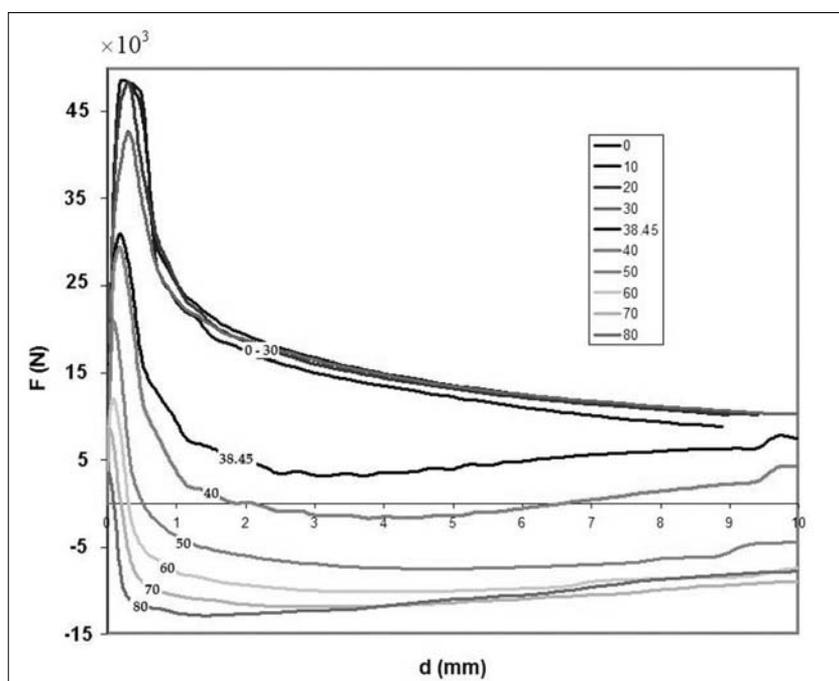


Figura 12: Curvas de força *versus* deslocamento

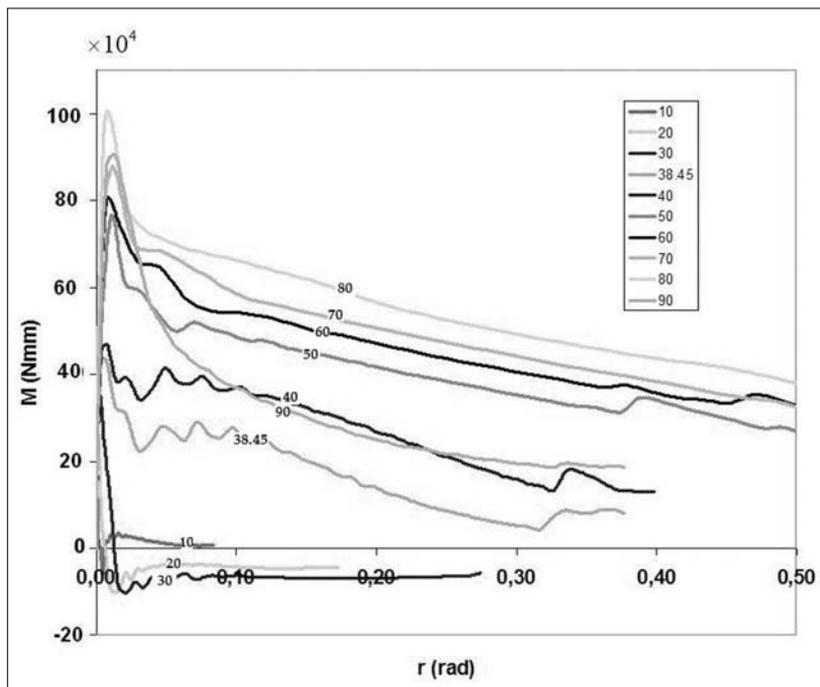


Figura 13: Curvas de momento fletor versus rotação

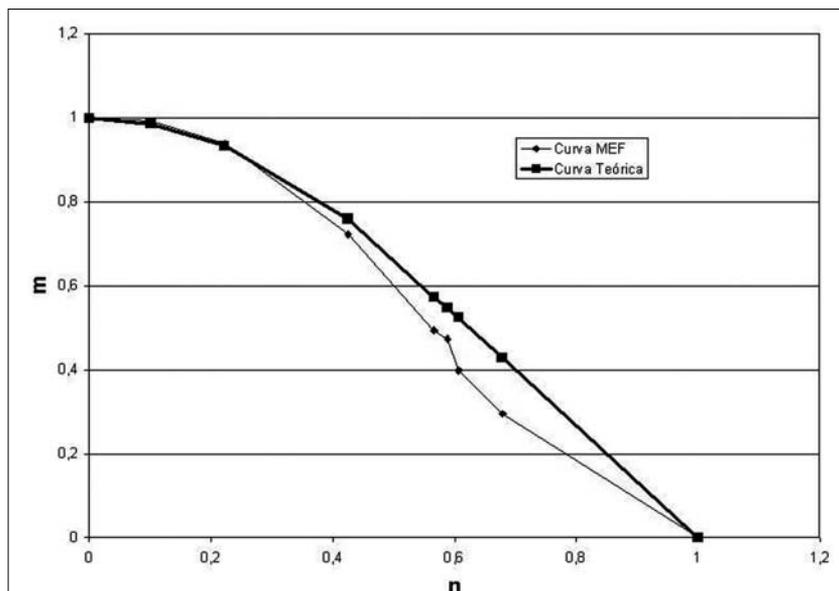


Figura 14: Localização do início de falha

Comparando-se a curva obtida pela solução analítica de Kim e Wierzbicki (2001) e a obtida por MEF (Fig. 14) observa-se que para os casos de baixo valor de  $\phi$ , algumas discrepâncias são observadas. Isso é causado porque para baixos valores de  $\phi$  o colapso ocorre de forma altamente instável, conforme observado nos modelos numéricos realizados. Para altos valores de  $\phi$  a correspondência entre a solução analítica e a numérica melhora significativamente. Outra observação importante é que o ângulo  $\phi$  para transição entre o modo de início de falha por compressão dominante para flexão dominante para a curva obtida por MEF se situa um pouco acima do valor teórico de  $36.9^\circ$ , nas proximidades de  $38.45^\circ$ .

Tabela 1: Valores de m e n

$\phi$	M (kNm)	N (kN)	$m = M/M_0$	$n = N/N_0$
0	0	48,9	0	1
20	264,7	33,2	0,295	0,678
30	357,5	29,7	0,399	0,606
36,9	424,2	28,8	0,473	0,588
38,45	442,7	27,7	0,494	0,566
45	648,0	20,8	0,723	0,424
60	841,8	10,8	0,939	0,222
75	889,2	4,9	0,992	0,101
90	895,8	0	1	0

Como pode ser observado nas figuras 12 e 13, pequenas modificações no valor do ângulo  $\phi$  produzem significativas mudanças nas posições das curvas. Por isto a importância de definir com a máxima precisão o valor deste ângulo.

## 5 Exemplos de aplicação

Utilizando a calibração das juntas translacionais e rotacionais apresentadas na seção anterior, resolveram-se alguns exemplos, que são mostrados nas seções seguintes.

### 5.1 Simulação de tubo sob impacto frontal

Como primeira aplicação se avalia o comportamento de juntas translacionais mostradas na Figura 15.

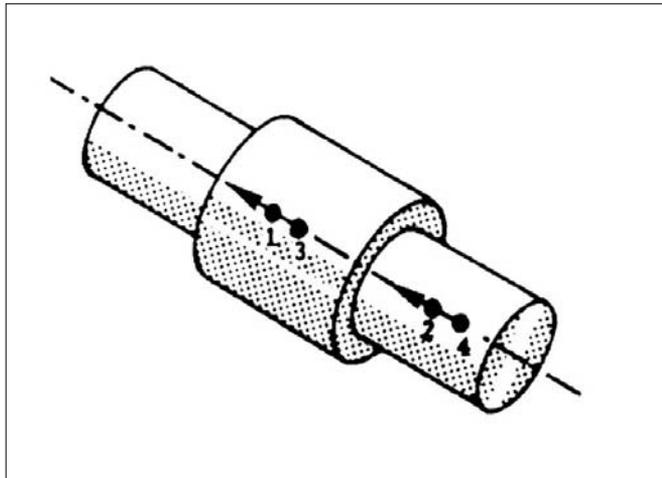


Figura 15: Junta translacional

A metodologia empregada será a proposta por Ambrósio (2001), utilizando para representar a estrutura tubular vigas rígidas unidas por juntas translacionais.

A Figura 16 apresenta um tubo 50 x 50 x 1 mm que sofre amassamento ao ser impactado por uma parede rígida com uma velocidade de 1.000 mm/s.

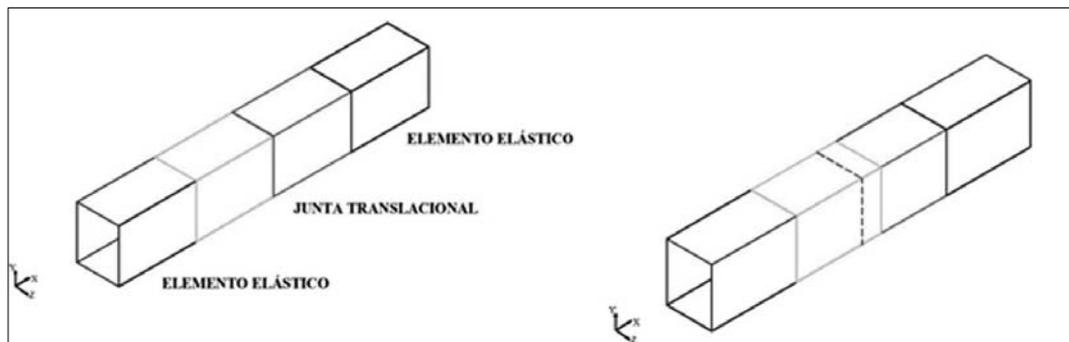


Figura 16: Junta translacional: (a) Estrutura indeformada, (b) Estrutura deformada

A discretização é realizada utilizando elementos de vigas do tipo Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999). A viga está dividida em quatro elementos. O primeiro entra em contato com a parede rígida e é feito de material elástico; o segundo e o terceiro são feitos de material rígido, e o quarto, de material elástico. O segundo e o terceiro elementos representam a junta translacional, podendo um passar sobre o outro, de forma semelhante ao que acontece num elemento do tipo amortecedor, como mostrado na Figura 15 e Figura 6(d). A deformada obtida por MEF utilizando elementos de casca assume uma forma similar à apresentada na Figura 1(a). A relação constitutiva da junta é fornecida

por meio de uma curva discreta de força *versus* deslocamento, de forma a capturar o comportamento do tubo quando impactado, utilizando a relação constitutiva apresentada na Figura 12, com  $\nu = 0$ , correspondente à compressão pura. A Figura 17 mostra a superposição da curva força *versus* deslocamento obtido por MEF, utilizando elementos de casca, e as obtidas utilizando o modelo simplificado descrito na Figura 16. Pode-se observar na Figura 17 que as respostas do modelo simplificado com o modelo de MEF, utilizando elementos de cascas, são coincidentes.

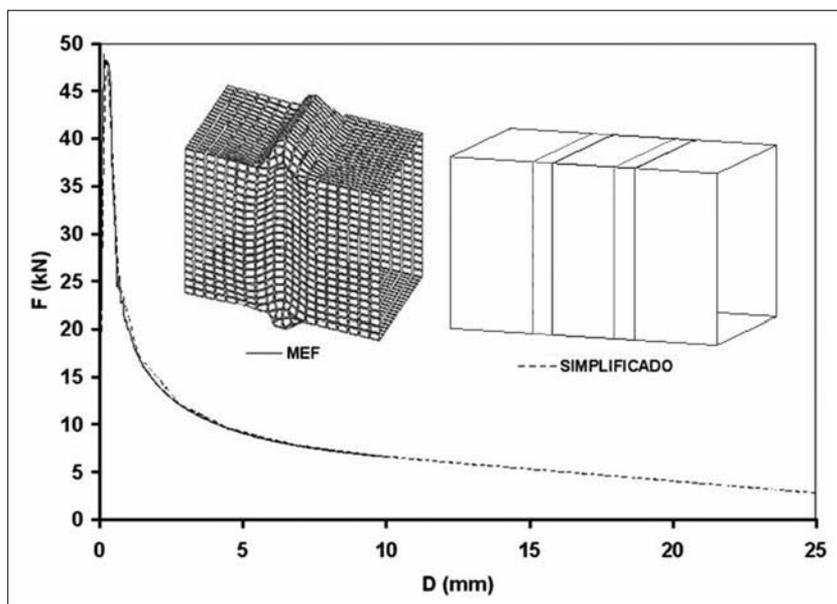


Figura 17: Comparação curva fornecida e retirada do modelo

## 5.2 Simulação de tubo sob impacto transversal

Como segunda aplicação se avalia o comportamento de juntas esféricas, como a mostrada na Figura 18.

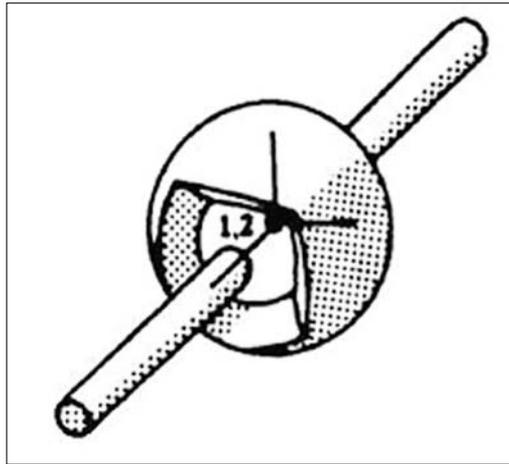


Figura 18: Junta esférica

A Figura 19 representa o modelo simplificado de uma viga que impacta contra um obstáculo rígido na sua parte central, de forma a sofrer flexão pura. A discretização é realizada utilizando-se elementos de vigas do tipo Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999), material rígido, com integração da seção transversal. Neste caso a rótula esférica foi alimentada com a curva da Figura 13 utilizando  $\theta = 90^\circ$ , correspondendo à flexão pura.

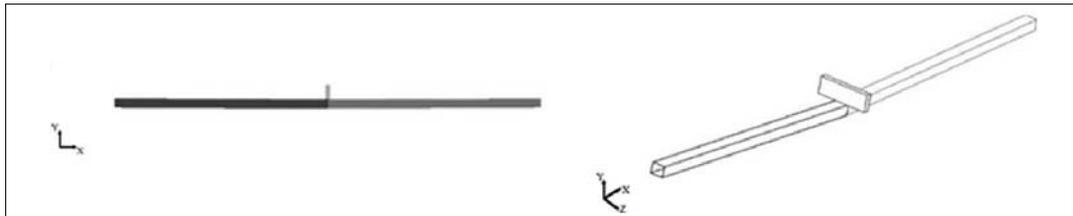


Figura 19: Modelo simplificado de viga impactando contra obstáculo rígido: (a) Vista frontal, (b) Deformada

A Figura 20 mostra a superposição das curvas fornecidas ao programa obtidas por MEF e as retiradas do programa pela ação da rigidez da rótula esférica. A deformada obtida por MEF utilizando elementos de casca assume uma forma similar à apresentada na Figura 1(b). Pode-se observar na Figura 20 que a rótula esférica reproduz com exatidão os valores da curva de momento *versus* rotação fornecida que foi obtida utilizando o Método dos Elementos Finitos.

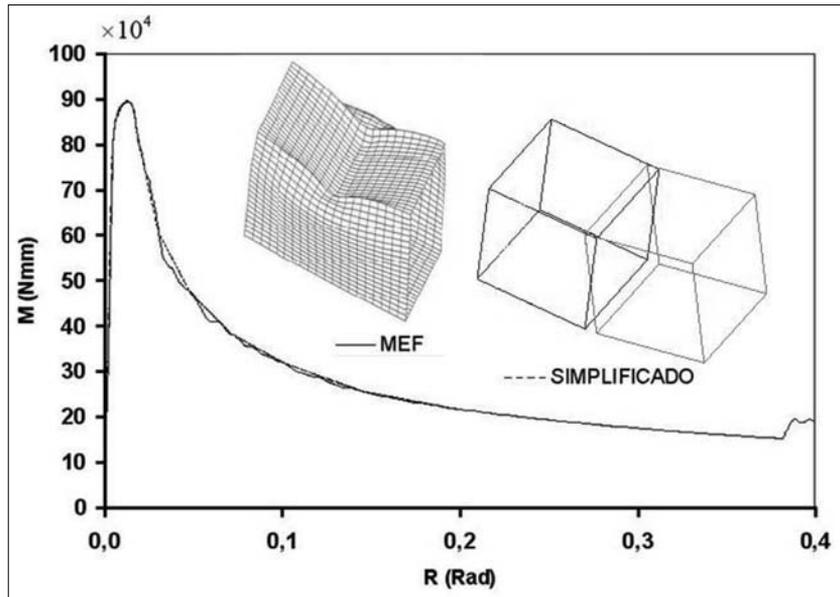


Figura 20: Curvas momento versus rotação  $\phi = 90^\circ$

### 5.3 Amassamento de um tubo em forma de “S” (“S” *Frame*)

Como terceira aplicação será avaliado o amassamento de um tubo de seção transversal de 50 x 50 x 1 mm com forma de “S”, utilizando as curvas características dos tubos (Fig. 12 e 13) para um ângulo  $\alpha = 38.45^\circ$ , que é o ângulo aproximado que caracteriza a transição entre o modo compressão dominante e flexão dominante para o local de início de falha, já que nesta aplicação ocorre a interação entre os esforços de flexão e compressão. O ângulo entre os braços do tubo é de 45 graus. Uma parede rígida impacta contra o tubo em forma de “S” com uma velocidade de 1.000 mm/s e massa de 800 kg na direção z. Foram montados dois modelos:

- 1) uma simulação utilizando o método convencional de elementos finitos (modelo de MEF) com elemento de casca de quatro nós S/R corrotacional Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999), utilizando dois pontos de integração;
- 2) uma simulação utilizando rótulas esféricas e juntas translacionais (modelo simplificado) formadas por vigas do tipo Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999) rígidas, que, por sua vez, são conectadas entre si por vigas do mesmo tipo de material elástico.

O modelo de MEF utilizou 7.612 nós e 7568 elementos de casca 5 x 5 mm. A Figura 21 apresenta a geometria utilizada para a viga no modelo de MEF e para o modelo simplificado, bem como o sistema de coordenadas.

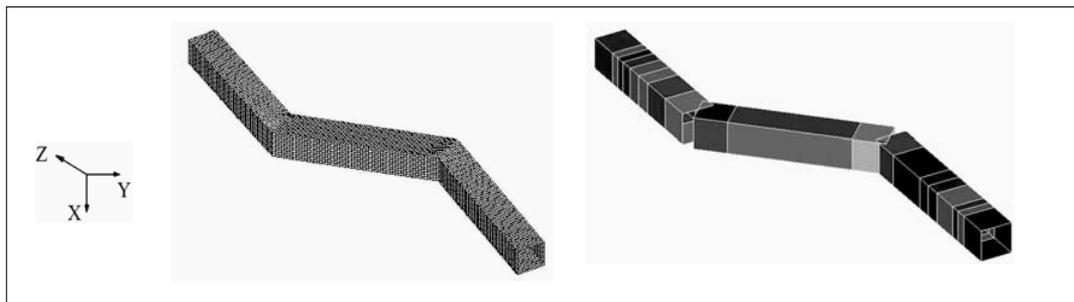


Figura 21: Modelo “S Frame”: (a) MEF, (b) Modelo simplificado

A Figura 22 apresenta a discretização utilizada no modelo simplificado. Foram utilizadas duas juntas translacionais, quatro juntas esféricas e sete elementos de viga elásticos. Cada junta translacional ou esférica é formada por dois elementos de viga rígida.

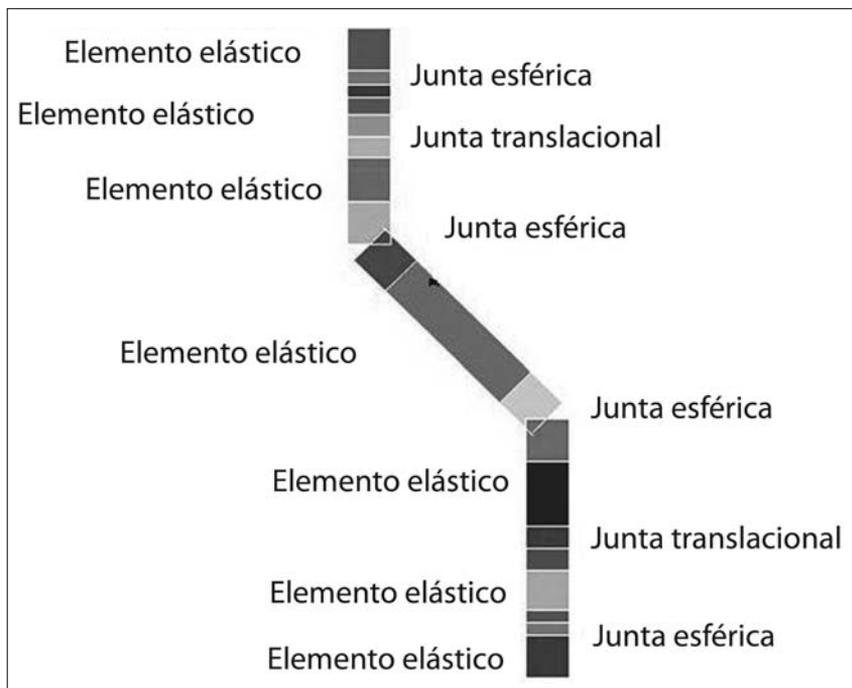


Figura 22: Modelo simplificado do “S Frame”

A Figura 23 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado. Pode-se observar na Figura 23 a existência de um efeito de torção no modelo simplificado, o que não fica evidente no modelo de MEF. Não há registro

significativo de torção nos resultados fornecidos pelo programa Ls-Dyna para as juntas esféricas utilizadas. Este efeito deve ser ainda estudado com mais profundidade. A Figura 24 apresenta os resultados comparativos para força *versus* deslocamento.

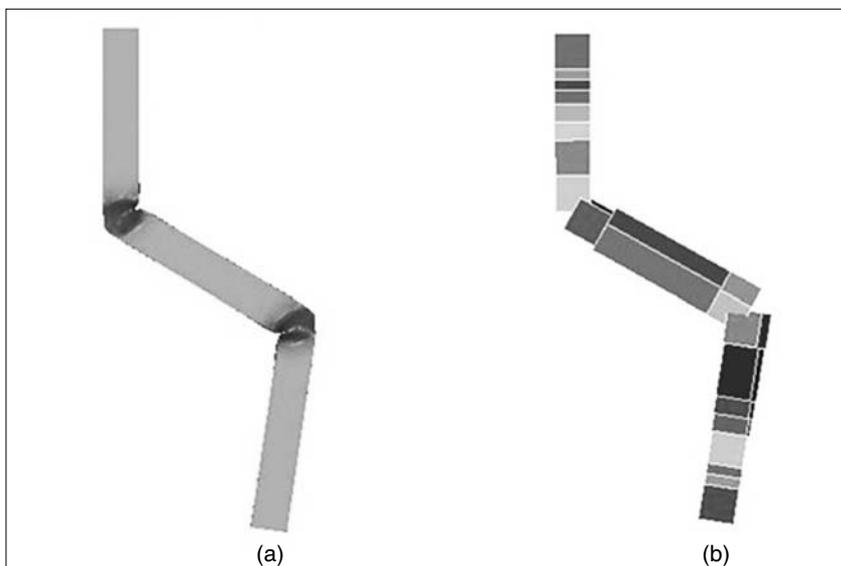


Figura 23: Deformadas: (a) MEF, (b) Simplificado

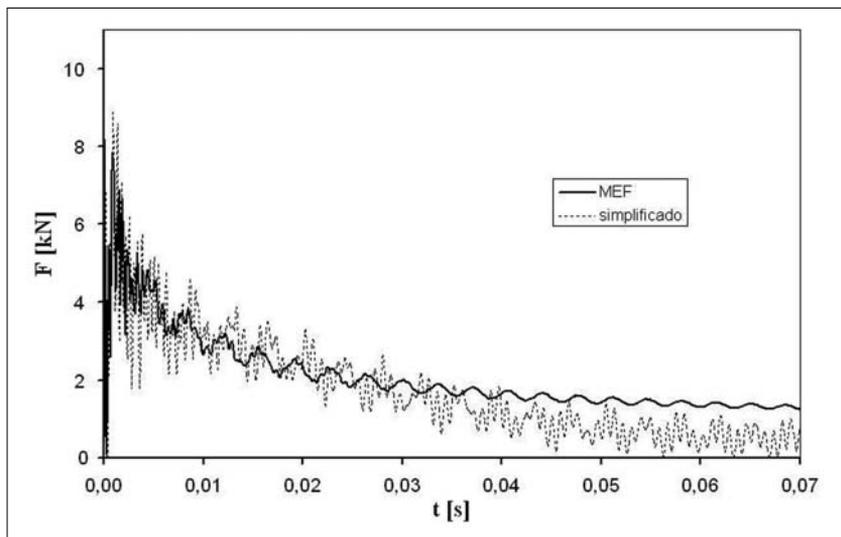


Figura 24: Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado

#### 5.4 Amassamento de um sistema de absorção de impacto (*end underframe*)

Como quarta aplicação será avaliado o amassamento de um sistema de absorção de impacto (*end underframe*) formado por tubos de seção transversal de 50 x 50 x 1 mm utilizando as curvas características dos tubos (Fig. 12 e 13) para um ângulo = 38.45°. Uma parede rígida impacta contra o *end underframe* com uma velocidade de 2000 mm/s e massa de 800 kg na direção z. Foram montados dois modelos:

- 1) uma simulação utilizando o método convencional de elementos finitos (modelo de MEF) com elemento de casca de quatro nós S/R corrotacional Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999), utilizando dois pontos de integração;
- 2) uma simulação utilizando rótulas esféricas e juntas translacionais (modelo simplificado) formadas por vigas do tipo Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999) rígidas, que, por sua vez, são conectadas entre si por vigas do mesmo tipo de material plástico cinemático.

O modelo de MEF utilizou 33.670 nós e 33.787 elementos de casca 10 x 10 mm. A Figura 25 apresenta a geometria utilizada para a viga no modelo de MEF e para o modelo simplificado, bem como o sistema de coordenadas.

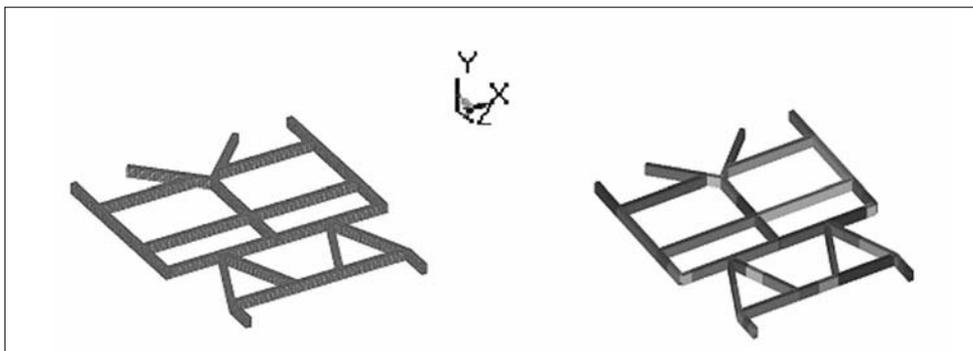


Figura 25: Modelo "end underframe": (a) MEF, (b) Modelo simplificado

A Figura 26 apresenta a discretização utilizada no modelo simplificado. Foram utilizadas três juntas translacionais, 26 juntas esféricas e 11 elementos de viga plásticos. Cada junta translacional ou esférica é formada por dois elementos de viga rígida.

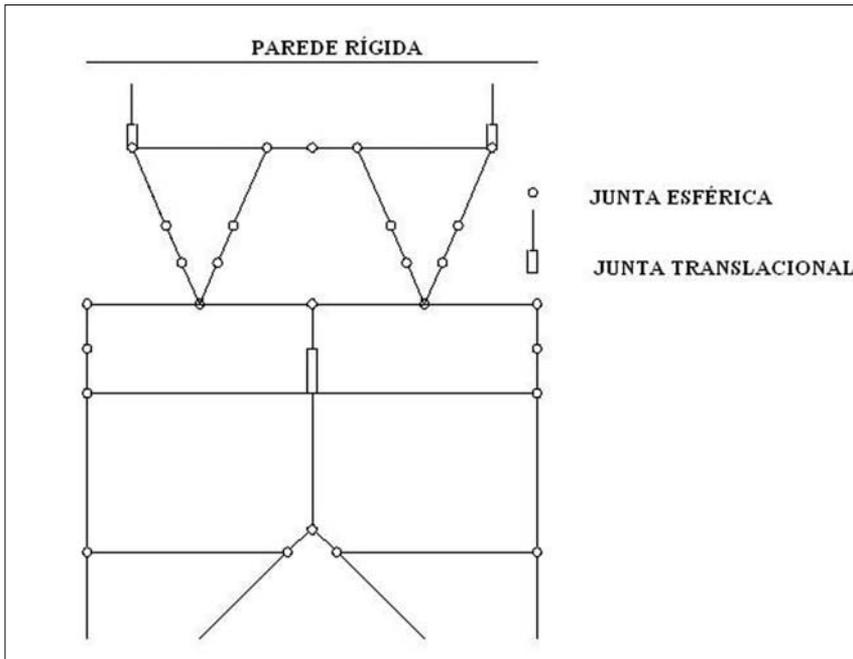


Figura 26: Modelo simplificado do *end underframe*

A Figura 27 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado. Pode-se observar na Figura 27 a existência de um efeito de torção no modelo simplificado, o que não fica evidente no modelo de MEF. Não há registro significativo de torção nos resultados fornecidos pelo programa LS-Dyna para as juntas esféricas utilizadas. Este efeito deve ser ainda estudado com mais profundidade. A Figura 28 apresenta os resultados comparativos para força *versus* deslocamento.

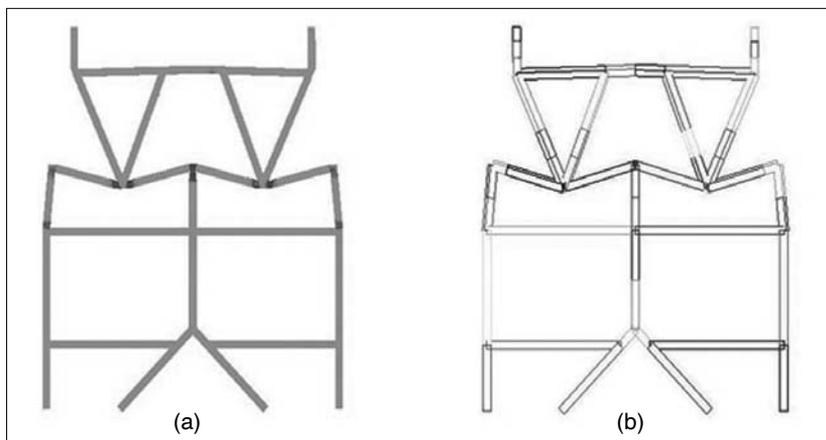


Figura 27: Deformadas: (a) MEF, (b) Simplificado

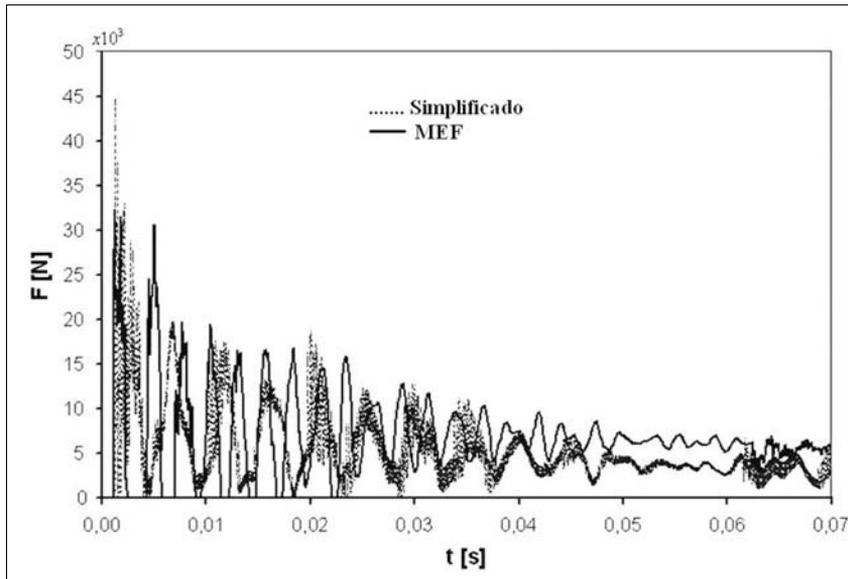


Figura 28: Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado

A Figura 29 apresenta os resultados comparativos entre energia cinética, energia interna e energia total absorvida pelos modelos.

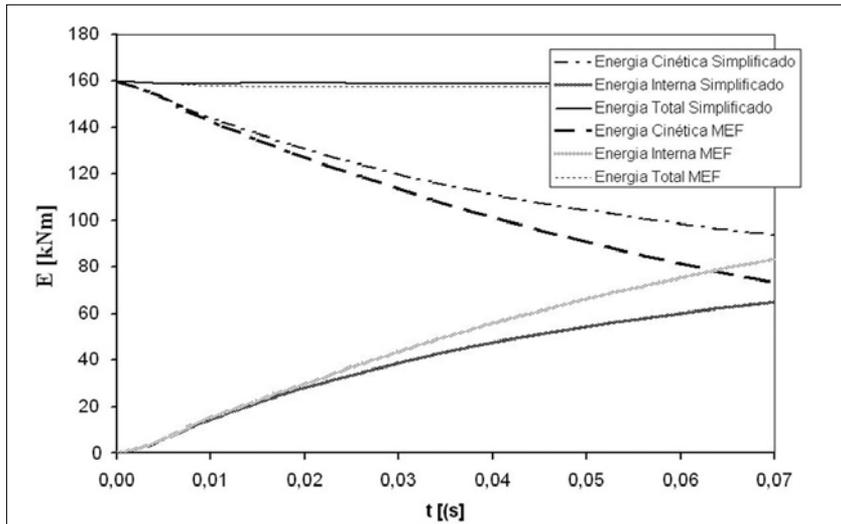


Figura 29: Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado

## 6 Discussão dos resultados

Para os primeiros dois casos analisados, impacto frontal e transversal em um tubo, pode-se observar a correta utilização da metodologia. As curvas fornecidas obtidas por MEF foram reproduzidas com exatidão pelo modelo simplificado. Deve-se observar que nesta situação não ocorrem interações entre compressão e flexão e as curvas fornecidas descrevem o fenômeno com boa precisão.

No caso do tubo em forma de “S” impactado ocorre a interação entre compressão e flexão. Observa-se boa concordância entre as curvas nos instantes iniciais, havendo uma separação entre as curvas a partir do tempo de 0.003s. As curvas utilizadas no modelo simplificado foram as de  $\phi = 38.45^\circ$ , que representam as curvas onde aproximadamente, tem-se a transição entre compressão e flexão dominante para o local de início de falha. Um aperfeiçoamento na metodologia de determinação deste ponto de transição deve melhorar os resultados, uma vez que pequenas modificações no valor do ângulo adotado produzem mudanças significativas nas posições das curvas. O tempo de CPU para o modelo de MEF foi de 3.842s, enquanto que para o modelo simplificado foi de 17s, uma redução de 226 vezes em relação ao modelo de MEF. O computador utilizado para a análise é um Intel, Pentium IV, CPU 2.80 GHz, 1024 MB de RAM.

Para o caso do modelo que representa o *end underframe* ocorre uma aproximação razoável tanto para as curvas de força *versus* tempo quanto para as curvas relativas à energia *versus* tempo. Nos instantes iniciais há uma superestimação da força de impacto, o que já se verificava também no modelo do *S-Frame*. O tempo de CPU para o modelo de MEF foi de 14.014s, enquanto que para o modelo simplificado foi de 19s, uma redução de 737 vezes em relação ao modelo de MEF, sendo utilizado o mesmo computador já mencionado. O tempo de CPU é calculado no modelo simplificado em função do menor comprimento de viga elástica e/ou plástica utilizado. Em virtude do comprimento de viga ser maior no modelo do *end underframe*, o tempo de processamento relativo é menor.

## 7 Conclusões

Neste trabalho foram realizadas simulações de impacto contra estruturas formadas por tubos de parede fina, utilizando modelos simplificados compostos por estruturas de barras, utilizando juntas esféricas e translacionais com comportamento não linear unidas por elementos flexíveis e/ou rígidos que simulam o comportamento dos elementos estruturais, adotando o relacionamento constitutivo força *versus* deslocamento ou momento *versus* rotação obtidos a partir da análise de modelos em elementos finitos de casca. As seguintes conclusões podem ser obtidas:

- 1) As juntas translacionais e juntas esféricas, sob sollicitação de compressão ou flexão simples utilizadas de acordo com a metodologia proposta, reproduzem

com precisão as curvas fornecidas que descrevem o comportamento de tubos de paredes finas nas mesmas condições de solicitação.

- 2) A metodologia empregada para obtenção das curvas com interação do efeito de compressão e flexão aplicada, juntamente com a metodologia de modelagem simplificada proposta, consegue reproduzir o comportamento de estruturas formadas por tubos de paredes finas com boa precisão.
- 3) A redução do tempo de processamento obtida é muito significativa, o que torna esta metodologia adequada para sua utilização em processos de otimização.
- 4) Novos estudos devem ser realizados com o objetivo de melhorar a captura da relação constitutiva que descreve comportamento de estruturas tubulares de parede fina sob solicitação de esforços combinados, que, dessa forma, tornariam esta metodologia simplificada mais geral e precisa.

## 8 Referências

Abramowicz, W. (2003). Thin-walled structures as impact energy absorbers. *Thin-Walled Structures*, v. 41, p. 91-107.

Abramowicz, W. (2004). An alternative formulation of the FE method for arbitrary discrete/continuous models. *International Journal of Impact Engineering*, v. 30, p. 1081-1098.

Ambrósio, J. A. C. (2001). Crashworthiness. Energy management and occupant protection. *Springer WienNewYork*, p. 205-302.

Hamza, K.; Saitou, K. (2003). Design Optimization of Vehicle Structures for Crashworthiness using Equivalent Mechanism Approximations. *Proceedings of the ASME 2003 Design Engineering and Technical Conference*, September 2-6, Chicago, IL, DETC 03 / DAC, p. 48751.

Hamza, K.; Saitou, K. (2004). Design Optimization of Vehicle Structures for crashworthiness via Equivalent Mechanism Approximations. *Proceedings of the SAE World Congress*, Detroit, MI, Paper nº 04B-126.

Hamza, K.; Saitou, K. (2004). Crash mode analysis of vehicle structures based on equivalent mechanism approximations. *Proceedings of the Fifth International Symposium on Tools and Methods of Competitive Engineering*, Lausanne, Switzerland, April 13-17, p. 277-287.

Hamza, K.; Saitou, K. (2004). Crashworthiness Design Using Meta-Models for Approximating of Box - Section Members. *Proceedings of the 8th Cairo University International Conference on Mechanical Design and Production*, Cairo, Egypt, January 4-6, v. 1, p. 591-602.

Kim, H., Wierzbicki, T. (2001). Crush behavior of thin-walled prismatic columns under combined bending and compression. *Computer and Structures*, v. 79, p. 1417-1432.

LS-DYNA, User Manual – Non linear Dynamic Analysis of Structures - May 1999 - Version 950-d Livermore Software Technology Corporation 7374, las Pocitas Road Livermore.

# Evaluation of different methodologies for analysis of Bar structures subjected to impact against rigid obstacles

## Abstract

The study of the behavior of ground vehicles subjected to impact is of great relevance to the automobile engineering field. A considerable number of experimental and theoretical papers has been published in this area. Numerical crashworthiness studies, using shell or three-dimensional finite element models, are nowadays successfully conducted. However, for certain types of analysis, such as structural optimization, models are needed that, without losing the essential aspects of the problem, allow obtaining solutions in reduced computational times. A solution that fulfils those requirements consists in using bar models that take into account the different possible collapse modes. In this context, a model is developed here using flexible and/or rigid bars linked by means of non-linear spherical or translational connections. The present paper illustrates the calibration of the non-linear spherical and translational joints linking the bar elements of the system. This way it is possible to incorporate, in a simple reticular system, the behavior characteristics of the real system under impact situations. Following this adjustment, validation examples are presented with different levels of complexity. Finally a discussion is offered about the performance of the bar models.

*Key words:* Impact. Bar structures. Finite element method. Explicit integration methods.

## 1 Introduction

Vehicle safety is an important project attribute that must be taken into account in order both to meet the rules and regulations concerning this topic, and to make the product fit to be marketed.

The aim here is to study the feasibility of using lumped masses linked to bar models as a way to assess the behavior of structures subjected to impact conditions. The bars composing such models might show an elastoplastic or rigid behavior, linked by translational or spherical rotational non-linear joints.

In section 2, we shall introduce the fundamental collapse characteristics of this kind of structure. Then, in section 3, a brief revision of simplified models is presented. In section 4, the methodology used to create the behavior curves of the non-linear joints is shown. Next, in section 5, practical applications are shown. In section 6, results are discussed. Finally, in section 7, we will reach some conclusions.

## 2 Thin-walled tubes: expected collapse shapes

The collapse of structural thin-walled elements during crash events may occur in two modes: crushing or bending (Hanza; Saitou, 2004), as shown in Figure 1.

Crushing happens when the main load acts in the axial direction, and the critical buckling load is exceeded in the structural elements.

After reaching the buckling load, the element begins to deform quickly in the axial direction. At the same time the strength falls due to the fact that, during the collapse process, the plastic limit has already been attained and the imperfections and distortions have also grown.

Bending collapse happens when the bending moment acting on the structural member induces stresses on the compressed side of the thin-walled section that exceed the buckling stress.

## 3 Simplified analysis models

Ambrósio (2001) described the behavior of multi-body systems as outlined in figure 5. A multi-body system is a group of flexible or rigid bodies linked by kinematic joints (spherical and translational joints).

These systems represent complex arrays of structural subsystems with different project purposes and mechanical behavior.

Structural systems might behave as multi-body systems due to large rotations or because they develop some specific deformation mechanisms, which are very common in crashworthiness applications.

Based on rigid body dynamics, a deformed system may be described using equivalent deformation models such as springs and dashpots.

A combination of beam elements and kinematic joints has been used to build these multi-body systems.

Ambrosio (2001) proposed a methodology in which rigid elements are linked by means of translational and rotational joints as illustrated in Figure 6.

The stiffness and damping characteristics of the system of non-linear joints can be obtained by three different methodologies: a) experimental tests of the components; b) material and geometrical non-linear finite element models; or c) the use of simplified analytical models.

Typical constitutive relationships, moment-angle or force-displacement, are found by testing a bar in bending or compression respectively. The characteristics of these curves depend on the shape and dimensions of the cross section, the elasto-viscoplastic properties of the material and the interaction between the components of the demand.

## 4 Construction of the curves

Hamza and Saitou (2003, 2004a,b,c), Abramowicz (2003, 2004) and Ambrósio (2001) proposed obtaining the behavior curves (moment-angle or force-displacement), from previously generated FEM results of the component, which make it possible to calibrate the non-linear behavior of the joint.

In order to build the non-linear curves, several FEM analyses must be carried out using different crash conditions and different thin-walled cross sections. In the methodology proposed by Hamza and Saitou (2003, 2004a,b,c) the thin-walled models must use short lengths to allow neglecting global buckling effects

The FE model must include senoidal imperfections, with out-of-plane displacements of about 1/1000 of the wall thickness, to trigger buckling. The imperfections must be placed in the central third of the tube length so as to form only a central knee.

The interaction between compressive and bending loads is of great importance in automotive structures, since in *crashworthiness practically all elements are subjected to a combination of compression and bending loads simultaneously*.

Kim and Wierzbicki (2001) presented a methodology to obtain the curves, taking into consideration the load interaction. They studied short tubes with the lower end fixed and the upper end subjected to a prescribed displacement  $v$  and angular velocity  $w$ . Different  $v/w$  ratios were applied, the tube thus being subjected to different combinations of bending and normal demands.

In such a model, two coordinate systems are utilized. The first one is a global coordinate system (X, Y, Z), which has its origin in the center of the lower end of the undeformed tube. The second one is a local coordinate system (x, y, z) with its origin at the center of the transverse section at the upper end of the tube. The local system of coordinates follows the deformed configuration of the cross section of the upper end. Kim and Wierzbicki (2001) defined the parameter  $\eta$ , shown in equation (1), representing the relative contributions of compression and bending.

The  $\eta$  values may change from 0 to infinity. Due to this fact, it is convenient to consider  $\eta = \tan(\phi)$ , with  $\phi$  varying from  $0^\circ$  to  $90^\circ$  as a consequence. When  $\eta = 0$  ( $\phi = 0^\circ$ ) this represents pure compression. And  $\eta = \infty$  ( $\phi = 90^\circ$ ) represents a pure bending case.

By using a FE model and the methodology proposed by Kim and Wierzbicki (2001), we have obtained curves of force vs displacement and bending vs rotation for 50 x 50 x 1 mm rectangular tubes of 100 mm length.

The numerical simulations carried out for this column made of low carbon steel used a longitudinal elastic module  $E = 2.07 + 05 \text{ N/mm}^2$ , initial yield stress  $\sigma_y = 240 \text{ N/mm}^2$ , and Poisson coefficient  $\nu = 0.3$ .

In figure 9 it is possible to appreciate the discretization of the FE model. In the case of the columns we have used 9600 shell elements with 4 node co-rotational Hughes-Liu (LS-Dyna, 1999) and two points of integration.

All the upper nodes of the FE model are fixed to a rigid body. And it is to this rigid body that the displacements and angular velocities are applied, thus subjecting the column to different combinations of bending and compression.

Curves were derived for values  $\phi$  of  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $38.45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $75^\circ$  and  $90^\circ$  in order to identify the transition in dominant mode between bending and compression. It is possible to observe a change in the shape of the curves that depict bending moment vs. rotation, and force vs displacement. The change in the collapse mode happens between  $\eta = 0.5774$  ( $\phi = 30^\circ$ ) and  $\eta = 1$  ( $\phi = 45^\circ$ ). These results are shown in Figures 12 and 13.

Figure 14 shows a comparison between the analytical solution proposed by Kim and Wierzbicki (2001) and the numerical solution obtained with the shell FE model. The results are presented in terms of bending moment and normalized compression. Some discrepancies appear for the lower  $\phi$  values, due to an instability of the collapse mode that can be seen in the numerical model behavior.

For the higher  $\phi$  values, the correspondence between the numerical and analytical solutions improves significantly.

Another important fact is that the transition angle  $\phi$  between bending and compression as the dominant mechanism is  $38.45^\circ$  in the FEM solutions, a little higher than the theoretical value of  $36.9^\circ$ .

Figures 12 and 13 clearly illustrate that small modifications of  $\phi$  in the transition region produce significant changes in the curves. For this reason it is very important to obtain maximum accuracy in determining the  $\phi$  value for which the transition occurs.

## 5 Applied examples

It is possible to analyze some practical examples using a beam model linked to calibrated translational and rotational joints by applying the methodology presented in section 4: (i) simulation of the frontally-impacted tube; (ii) simulation of transversely-impacted tube; (iii) simulation of impact on an S frame; and finally (iv) crushing of an impact absorption system.

In each example details about the FE shell model and the beam model are shown. Comparisons between the FE shell model and the beam model are carried out in terms of the final configuration and also in terms of total reaction vs time when the structure impacts the rigid wall.

## 6 Discussion of the results

In the first and second examples it is possible to observe a perfect correlation between the FE shell model and the simplified beam models, as illustrated in figures 17-20. It is important to take into account that in these cases there is no bending-compression interaction. The curves used in these two examples correspond to  $\phi = 0$  and  $\phi = 90^\circ$ , respectively.

In the S frame (example (iii) shown in Figure 22), there is bending-compression interaction. The results in terms of final configuration are presented in Figure 23. Figure 24 shows that the agreement between the FE shell model and the simplified beam model is maintained up to  $t = 0.003s$ . After this time the correlation between the results is gradually lost. The curves used to model the behavior of the rotational and translational joints in the simplified model corresponds to  $\phi = 38.45^\circ$ . This value approximately represents the transition between the normal and bending collapse modes.

The ratio of computing times between the FEM shell simulation and the simplified simulation was about 230. The simulations were performed on a personal computer with the following configuration: Pentium IV Intel, CPU 2.80 GHz, 1024 MB RAM.

In the last example, the impact absorber presented in Figure 25, a good correlation is obtained when comparing the FE shell model to the simplified beam model; this is not only in terms of final configuration, but also in relation with the reaction vs. time and energy balance. In this case, for the simplified beam model joints, the transition curve  $\phi = 38.45^\circ$  was also used. During the initial steps of the process the impact force is overestimated. This peculiarity was also observed in the S-frame example. The ratio of computing times between the shell model and the simplified beam model is about 730.

## 7 Conclusions

This paper has focused on numerical simulations of square thin-walled tubular structures impacting against rigid walls. We have used a simplified model built up with bar elements linked by non-linear translational and rotational joints. The constitutive laws for the non-linear joints were obtained from FE shell models. The research led to the following conclusions:

- When subjected to pure compression or bending, the translational and spherical non-linear joints reproduced well the results obtained from the FE shell model for square thin-walled tubes.
- The simplified methodology also showed structural responses in agreement with the FE shell model under combined compression and bending loads.
- The computing time requirements of the simplified model are significantly smaller, making this methodology suitable for use in optimization processes.
- Additional studies must be carried out to improve the constitutive relation that describes the behavior of square thin-walled tubular structures subjected to combined loads. These future endeavors will help to make the methodology more precise and general.