# Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural



# COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ANÁLISE SÍSMICA EM UMA ESTRUTURA COM IRREGULARIDADE EM ALTURA

Otávio Augusto Peter de Souza<sup>1</sup>, Jorge Rodrigues<sup>2</sup>

#### Resumo

A preocupação com a segurança estrutural de edificações em relação à ocorrência de terremotos levou ao desenvolvimento da NBR 15421, norma da ABNT referente ao Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos, onde é considerada a aplicação de métodos de análise que permitem simular o comportamento de estruturas submetidas a ações sísmicas. Os resultados obtidos com cada um dos métodos podem divergir entre si e esta divergência tende a se tornar mais significativa quanto maiores forem as irregularidades geométricas da estrutura analisada. Desta forma, o presente trabalho tem por objetivo comparar quantitativamente os resultados obtidos na análise sísmica de uma estrutura irregular em altura através dos seguintes métodos: Análise Estática Equivalente, Análise Dinâmica por Espectro de Resposta e Análise Dinâmica por Históricos no Tempo. São utilizadas duas variantes do método de análise estática equivalente, que diferem entre si na maneira de calcular a frequência própria fundamental da estrutura: na primeira são utilizadas as expressões simplificadas indicadas na NBR 15421; na segunda essa frequência é estimada através da fórmula de Rayleigh. Os resultados obtidos evidenciam que na estrutura irregular analisada a aplicação dos métodos estáticos resulta numa subavaliação dos efeitos sísmicos na estrutura. Estes métodos são efetivamente aproximações que, em alguns casos, sobretudo em estruturas irregulares, não são capazes de ter em consideração todos os detalhes do comportamento real das estruturas sob a ação dos sismos, tornando-se necessária a aplicação dos métodos de análise dinâmica.

**Palavras chave:** Análise Sísmica, Análise Estática Equivalente, Fórmula de Rayleigh, Espectro de Resposta, Históricos no Tempo.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Engenheiro Civil graduado pela Universidade Federal de Pelotas, <u>otavio.peter@hotmail.com</u> (correspondência)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Professor Adjunto, Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas, <u>jorger@ufpel.edu.br</u>

### 1 Introdução

A ação sísmica é um dos fenômenos mais violentos da natureza, gerando constante preocupação no que se refere à segurança estrutural das edificações e obras de engenharia civil em geral. Embora grande parte dos sismos, devido a sua baixa intensidade, não tenham efeitos destrutivos nas construções, sua ocorrência pode promover deslocamentos e esforços internos prejudiciais às estruturas.

É importante ressaltar que problemas estruturais ocorridos em virtude da ação sísmica não dependem somente da magnitude dos terremotos. De acordo com Miranda (2010), a quantidade de perdas de vidas e prejuízos financeiros está diretamente relacionada ao colapso parcial ou total das estruturas, que ocorre quando a sua capacidade resistente não é suficiente para suportar os esforços gerados pelos sismos. Pode acontecer que, em alguns casos, sismos de magnitudes menores possam causar mais destruição e mortes do que sismos de grande magnitude, devido a ocorrerem em zonas em que as construções têm menor capacidade resistente, sendo assim mais vulneráveis a ação dos sismos.

O Brasil, embora já tenha sido considerado equivocadamente como um país livre de terremotos, possui uma atividade sísmica que não pode ser totalmente desprezada. Diante da probabilidade de ocorrência de abalos sísmicos no território brasileiro, foi desenvolvida a NBR 15421 – Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos (ABNT, 2006), que está em vigor desde dezembro de 2006.

A NBR 15421 (ABNT 2006) estabelece metodologias estáticas e dinâmicas para a análise estrutural em relação à ocorrência de sismos, levando em consideração parâmetros como o zoneamento sísmico brasileiro, a forma de ocupação da estrutura analisada e as características do solo de fundação. Orrala, et. al (2011) aponta que os resultados da análise sísmica para uma mesma estrutura, mas obtidos através de cada um dos métodos, podem apresentar diferenças significativas. Souza (2018) demonstra que as diferenças obtidas entre os resultados provenientes de cada um dos métodos de análise sísmica estão diretamente relacionadas com a configuração geométrica da estrutura analisada.

O objetivo do presente trabalho é avaliar de forma comparativa os efeitos da ação dos sismos em uma estrutura com irregularidade em altura. Para isso, são aplicados num

modelo estrutural os métodos de análise sísmica previstos pela NBR 15421 (ABNT 2006): Análise Estática Equivalente, Análise Dinâmica por Espectro de Resposta e Análise Dinâmica por Históricos no Tempo. O método de análise estática equivalente é aplicado de duas formas, que diferem entre si na maneira de calcular a frequência própria fundamental da estrutura: na primeira são utilizadas as expressões simplificadas indicadas na NBR 15421 (ABNT 2006); na segunda é aplicada a fórmula de Rayleigh. Os resultados avaliados e comparados se referem aos deslocamentos, rotações e reações globais da estrutura, bem como aos esforços internos de alguns elementos estruturais. Através dos resultados obtidos, procura-se verificar e justificar a necessidade de aplicação de métodos dinâmicos de análise sísmica para estruturas com irregularidades em altura.

# 2 Métodos de análise sísmica previstos pela NBR 15421

Entre os métodos de análise sísmica apresentados na NBR 15421 (ABNT 2006), a aplicação da Análise Estática Equivalente é a forma mais simples de simular o comportamento de uma estrutura sujeita a ação dos sismos. Lima e Santos (2008) resumem este método como a representação da ação sísmica através de um conjunto de forças estáticas proporcionais às cargas gravitacionais atuantes no modelo estrutural, onde a frequência do modo de vibração fundamental da estrutura é calculada de forma aproximada, em função da altura total da edificação. Para o procedimento de análise, é calculada uma força total atuante na base da estrutura e posteriormente esta força total é distribuída ao longo dos pavimentos seguindo critérios apresentados pela própria norma.

No método de análise estática equivalente, devido à incapacidade de, em alguns casos, as fórmulas aproximadas estimarem bem a frequência própria fundamental das estruturas, torna-se interessante a sua aplicação associada a outras técnicas que permitem estimar melhor as frequências de vibração das estruturas sem ser necessário recorrer a uma análise dinâmica. O Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes - RSA (1983) apresenta um processo que se baseia no método de Rayleigh e que permite, utilizando apenas uma análise estática, estimar, de forma bastante precisa, a frequência do modo de vibração fundamental da estrutura de um edifício. Inicialmente aplicam-se no centro de massa de cada pavimento do modelo

estrutural, forças estáticas  $F_i$  horizontais cujo valor corresponde ao peso do respectivo pavimento i. Após isso, determina-se o deslocamento  $d_i$  que cada pavimento i sofre em função da aplicação destas forças, para então, em posse destes dados, calcular a frequência de vibração através da fórmula de Rayleigh, apresentada na Equação (1).

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \cdot \sum_{i} F_{i} \cdot d_{i}}{\sum_{i} F_{i} \cdot d_{i}^{2}}} \tag{1}$$

A fórmula de Rayleigh apresentada na Equação (1) resulta de se admitir que a configuração do modo fundamental de vibração da estrutura de um edifício é igual à deformada estática que se obtém por aplicação de forças horizontais iguais ao peso de cada pavimento do edifício. Com base nessa hipótese, aplica-se o método de Rayleigh que consiste em considerar que, estando a estrutura a vibrar no modo de vibração com a configuração assumida, a máxima energia cinética é igual à máxima energia potencial (Clough e Penzien, 2003). Dessa igualdade resulta a expressão indicada na Equação (1).

Na análise sísmica através do método estático considerando a frequência estimada com a fórmula de Rayleigh, segue-se o roteiro apresentado pela norma para o método de análise estática equivalente, havendo apenas a distinção da utilização da fórmula de Rayleigh para o cálculo da frequência do modo fundamental de vibração da estrutura, em vez da expressão aproximada proposta na norma.

O método de Análise Dinâmica por Espectro de Resposta é uma metodologia dinâmica de análise sísmica, na qual a ação dos sismos é considerada através de um espectro de resposta. Parisenti (2011) define espectro de resposta como um gráfico que indica no seu eixo vertical a resposta máxima (em termos de determinada grandeza: seja aceleração, velocidade ou deslocamento) de um sistema de um grau de liberdade em função do seu período natural ou frequência natural, quando este sistema é excitado através de um histórico no tempo de acelerações na sua base. Para a realização da análise sísmica por espectro de resposta, é necessário realizar uma análise modal da estrutura que envolve o cálculo das suas frequências naturais de vibração e respectivas configurações modais. Nesta análise símica é considerado o espectro de projeto definido através dos parâmetros da norma, calculando-se a resposta máxima da estrutura através de uma combinação da resposta máxima em cada modo de vibração.

O método de Análise Dinâmica por Históricos no Tempo é definido por Parisenti (2011) como o cálculo da resposta dinâmica das estruturas sob o efeito da aplicação de acelerogramas na sua base. A NBR 15421 (ABNT 2006) permite que os acelerogramas utilizados na análise sejam gerados artificialmente, desde que sejam compatíveis com o espectro de projeto. A aplicação deste método pode ser efetuada através de uma análise de sobreposição modal, onde são combinadas as respostas de cada modo de vibração, ou por integração direta das equações do movimento da estrutura, diante da aplicação dos acelerogramas definidos. De acordo com a NBR 15421 (ABNT 2006), os efeitos finais devem ser determinados através da envoltória dos efeitos máximos encontrados com cada acelerograma considerado.

Nos diversos métodos de análise sísmica aplicados neste trabalho, foram consideradas as ações sísmicas em duas direções X e Y perpendiculares entre si.

# 3 Modelagem e pré-dimensionamento da estrutura de um edifício

As análises sísmicas foram efetuadas considerando a estrutura de um edifício com 6 pavimentos, com altura total de 18 metros e irregularidade em altura, conforme pode ser observado na Figura 1. Considerou-se que a estrutura analisada é de concreto armado, com concreto da classe C30. As suas vigas e pilares têm seção transversal de 0,3m x 0,5m. As lajes têm espessura de 0,09m em todos os pavimentos.

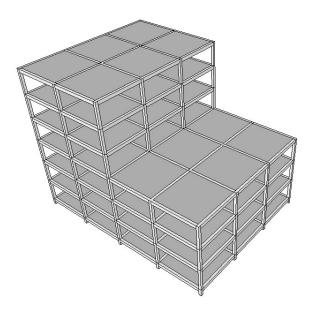


Figura 1 – Vista em perspectiva da estrutura analisada

Considerando as especificações da NBR 15421:2006, nomeadamente no que se refere aos dados de base necessários para a quantificação da ação dos sismos, admitiu-se que a estrutura analisada pertence à categoria de utilização I, está localizada na Zona Sísmica 2 e o terreno de fundação pertence à classe E, correspondente a um solo mole.

# 4 Definição do espectro de projeto e geração dos acelerogramas

O espectro de projeto utilizado na aplicação do método de análise dinâmica por espectro de resposta foi desenvolvido de acordo com o item 6.3 da norma e é apresentado na Figura 2.

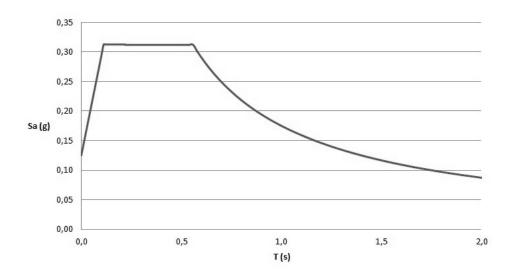


Figura 2 – Definição do espectro de projeto

Os acelerogramas utilizados para a aplicação da análise dinâmica por históricos no tempo foram gerados com base no espectro de projeto. Esta tarefa foi efetuada utilizando o software Seismo Artif (SeismoSoft, 2016) que permite gerar acelerogramas compatíveis com um espectro de resposta. Nestas análises, a NBR 15421 (ABNT, 2006) considera que devem ser utilizados pelo menos 3 acelerogramas. Para as análises efetuadas neste trabalho foram gerados 8 acelerogramas, sendo um deles representado, como exemplo, na Figura 3.

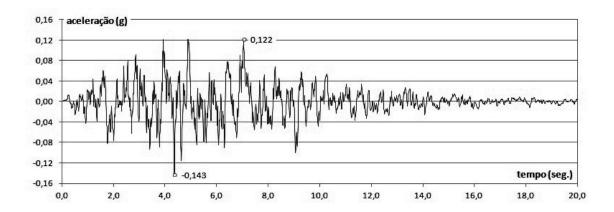


Figura 3 – Acelerograma gerado artificialmente a partir do espectro de projeto

#### 5 Resultados e Discussão

A estrutura analisada, irregular em altura, não possui todos os pavimentos com o centro de massa na mesma posição. Na análise estática equivalente, como as forças sísmicas são aplicadas nos centros de massa de cada pavimento do edificio, a configuração geométrica irregular da estrutura resultou na aplicação de forças em eixos diferentes ao longo da altura do edifício, conforme apresentado na Figura 4.

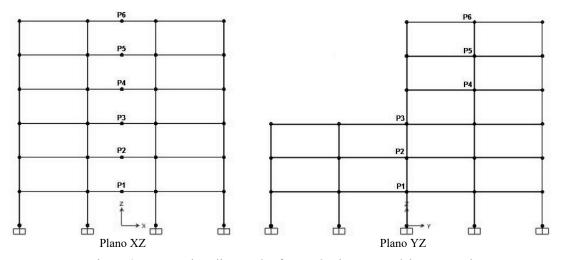


Figura 4 – Pontos de aplicação das forças sísmicas no modelo estrutural

Na Tabela 1 apresentam-se as características dos 18 modos de vibração da estrutura, considerados nas análises sísmicas dinâmicas, designadamente: período e frequência de vibração, índice de massa de participação modal (absoluto e acumulado) referente à translação nas direções X e Y e à rotação em torno de Z.

Tabela 1 – Características dos modos de vibração da estrutura

M-1-1-	D' 1 -	E		Íno	dice de m	assa de particij	pação modal	
Modo de vibração	Período (seg.)	Frequência (Hz)	Dir. X	Dir. Y	Rot. Z	Acumulado Dir. X	Acumulado Dir. Y	Acumulado Rot. Z
1	0,98	1,02	0	0,785	0	0	0,785	0
2	0,85	1,18	0,488	0	0,331	0,488	0,785	0,331
3	0,63	1,59	0,262	0	0,365	0,750	0,785	0,696
4	0,41	2,41	0	0,143	0	0,750	0,928	0,696
5	0,36	2,77	0,078	0	0,181	0,828	0,928	0,876
6	0,29	3,45	0,084	0	0,027	0,912	0,928	0,904
7	0,22	4,51	0	0,041	0	0,912	0,969	0,904
8	0,17	5,84	0	0,020	0	0,912	0,989	0,904
9	0,17	6,01	0,002	0	0,035	0,914	0,989	0,939
10	0,16	6,37	0,039	0	0,002	0,954	0,989	0,941
11	0,13	7,47	0,014	0	0,038	0,967	0,989	0,979
12	0,13	7,69	0	0,009	0	0,967	0,999	0,979
13	0,12	8,47	0	0,001	0	0,967	1	0,979
14	0,11	8,89	0,017	0	0,003	0,984	1	0,982
15	0,09	10,73	0	0	0,005	0,984	1	0,987
16	0,08	11,79	0,001	0	0,009	0,985	1	0,995
17	0,08	12,04	0,013	0	0,005	0,998	1	1
18	0,07	13,76	0,002	0	0,000	1	1	1

Na Tabela 1 verifica-se que nem todos os modos de vibração podem ser considerados como modos puros, uma vez que alguns modos da estrutura estão relacionados simultaneamente a padrões de deslocamento na direção X e de rotação em torno do eixo Z, ou em outras palavras, causam na estrutura deslocamentos segundo o eixo X juntamente com o efeito de torção em torno do eixo Z. Este resultado pode ser atribuído à irregularidade em altura da estrutura analisada, uma vez que as forças aplicadas na direção X, responsáveis pelos deslocamentos nesta mesma direção, são aplicadas em pontos excêntricos entre si em relação ao plano YZ, conforme foi apresentado na Figura 4. Esta excentricidade tende a promover, juntamente ao deslocamento na direção X, um efeito de torção na estrutura. Apenas os modos referentes a direção Y são puros, ou seja, causam padrões de deslocamento apenas na direção em que atuam com maior intensidade.

Observa-se também que o primeiro modo de vibração não puro (Modo 2), representa apenas uma parcela de 48,8% da participação modal na direção X, indicando que provavelmente os resultados obtidos em termos de esforços na Análise Estática Equivalente nesta direção sejam pouco satisfatórios uma vez que Parisenti (2011) aponta que a análise estática equivalente tende a apresentar bons resultados apenas quando o primeiro modo de vibração de cada direção da estrutura apresentar um valor igual ou superior a 90% da participação modal. Em relação à torção, o resultado é ainda

mais expressivo, já que o Modo 2, tem uma participação modal de apenas 33,1% no que se refere à torção da estrutura.

Nas Tabelas 2 e 3 são apresentados os deslocamentos nas direções X e Y do centro de massa de cada um dos pavimentos da estrutura analisada, obtidos através da aplicação de cada um dos métodos de análise sísmica abordados neste trabalho. Nessas tabelas, assim como nas tabelas seguintes deste trabalho, apresentam-se os valores absolutos calculados, em unidades físicas da grandeza apresentada, assim como, para facilitar a comparação entre os diversos métodos, os valores percentuais relativos ao resultado obtido através do método de Análise Dinâmica por Históricos no Tempo. Optou-se por considerar como referência os resultados calculados por este método, uma vez que ele é considerado por Orrala et al. (2011) como aquele que fornece os resultados mais confiáveis devido a sua consistência com a realidade física do comportamento dinâmico de uma estrutura sob a ação dos sismos.

Tabela 2 – Deslocamentos segundo X do centro de massa dos pavimentos do edifício

			Sisn	10 na	direção	X					Sisn	no na	direção	Y		
Pavimento	Estát Equiva		Estát Rayle		Espect Respo		Histór no Ter		Estát Equiva		Estát Rayle		Espect		Histór no Ter	
	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%
1	0,88	36	0,72	11	0,43	-33	0,65	0	0,00	-	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	2,12	39	1,72	13	1,02	-33	1,53	0	0,00	-	0,00	-	0,00	-	0,00	-
3	3,23	43	2,63	16	1,54	-32	2,26	0	0,00	ı	0,00	-	0,00	-	0,00	-
4	5,54	53	4,54	26	2,72	-25	3,61	0	0,19	35	0,13	-11	0,10	-27	0,14	0
5	6,58	54	5,41	26	3,18	-26	4,28	0	0,19	35	0,13	-11	0,11	-27	0,14	0
6	7,19	54	5,92	27	3,46	-26	4,66	0	0,19	35	0,13	-11	0,11	-27	0,14	0

Tabela 3 – Deslocamentos segundo Y do centro de massa dos pavimentos do edifício

			Sisn	10 na	direção	X					Sisn	no na	direção	Y		
Pavimento	Estát Equiva		Estát Rayle		Especta Respo		Histór no Ter		Estát Equiva		Estát Rayle		Espect Respo		Histór no Te	
	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%	cm	%
1	0,00	-	0,00	•	0,00	-	0,00	ı	1,74	39	1,14	-9	0,92	-26	1,26	0
2	0,00	ı	0,00	ı	0,00	-	0,00	ı	3,79	44	2,48	-6	1,97	-25	2,64	0
3	0,00	1	0,00	1	0,00	-	0,00	ı	5,55	46	3,67	-3	2,82	-26	3,79	0
4	0,00	1	0,00	1	0,00	-	0,00	ı	7,72	41	5,16	-6	3,84	-30	5,48	0
5	0,00	1	0,00	-	0,00	-	0,00	-	9,47	37	6,38	-8	4,67	-33	6,93	0
6	0,00	1	0,00	-	0,00	-	0,00		10,45	36	7,07	-8	5,15	-33	7,71	0

Conforme se verifica na Tabela 2, para um sismo na direção Y não há deslocamentos na direção X nos 3 primeiros pavimentos da estrutura. Já na Tabela 3, verifica-se que para um sismo na direção X, nenhum dos pavimentos da estrutura se desloca na direção Y.

Observando-se os resultados obtidos em termos percentuais, apresentados nas Tabelas 2 e 3, pode-se verificar que há uma diferença considerável no grau de variação dos métodos entre os 3 primeiros e os 3 últimos pavimentos. Essa diferença supostamente se deve à irregularidade em altura da estrutura, que diferencia a posição do centro de massa dos pavimentos acima citados, conforme foi observado na Figura 4.

A diferença entre os resultados obtidos pelo método estático equivalente e pelo método dinâmico por históricos no tempo se deve, provavelmente, à frequência de vibração da estrutura que é considerada nos cálculos de cada um dos métodos. Enquanto que no método dinâmico a frequência é obtida através de uma análise modal que leva em conta a massa e rigidez da estrutura, no método estático a frequência é obtida em função do período de vibração da estrutura estimado com uma equação aproximada que tem como única variável a altura da edificação. É importante ressaltar também que na combinação modal, utilizada nas análises através de métodos dinâmicos, a aceleração que é efectivamente considerada resulta do efeito da participação de cada um dos modos, indicada na Tabela 1, enquanto que a análise pelo método estático equivalente leva em conta a massa total da estrutura com a aceleração correspondente ao primeiro modo de vibração, o que de acordo com Orrala et al. (2016) é pouco realista.

Em relação às divergências entre os métodos dinâmicos, onde a análise por espectro de resposta apresenta valores de deslocamento inferiores aos obtidos pela análise por históricos no tempo, deve-se ter em mente que os resultados da análise por históricos no tempo correspondem a uma envoltória dos máximos calculados com os acelerogramas gerados a partir do espectro de projeto, o que corresponde ao deslocamento máximo provocado pelos vários acelerogramas considerados, para que a análise reflita a situação mais desfavorável de comportamento da estrutura mediante a ação dos sismos. Considera-se que caso os resultados da análise por históricos no tempo fossem expressos através da média dos máximos calculados com os vários acelerogramas, os resultados obtidos com ambas as análises dinâmicas seriam muito próximos.

Nota-se que o método de análise estática com a frequência estimada pela fórmula de Rayleigh é aquele que apresenta resultados mais próximos do método de análise dinâmica por históricos no tempo, porém chama-se a atenção para a sua variação ao longo da altura do edifício, sendo que nos pavimentos superiores, os resultados obtidos por esta variante do método estático equivalente, se distanciam dos obtidos pelos métodos dinâmicos.

Na Tabela 4, são apresentados os resultados obtidos para a rotação, em torno do eixo vertical Z, do centro de massa da estrutura analisada. Novamente são apresentados os valores absolutos e os valores percentuais da relação entre os resultados obtidos com cada método e os calculados com a análise dinâmica por históricos no tempo.

Tabela 4 – Rotações do centro de massa dos pavimentos do edifício

			Sism	no na	direção	X					Sisn	no na	direção	Y		
Pavimento	Estát Equiva		Estáti Rayle		Especti Respo		Histór no Ter		Estát Eguiva		Estát Rayle		Especti		Histór no Ter	
	•														1	1
	10 <sup>-5</sup> rad	%	10 <sup>-5</sup> rad	%	10 <sup>-5</sup> rad	%	10 <sup>-5</sup> rad	%	10 <sup>-5</sup> rad	%	10 <sup>-5</sup> rad	%	10 <sup>-5</sup> rad	%	10 <sup>-5</sup> rad	%
1	42	-41	34	-52	44	-37	71	0	9	39	6	-10	5	-26	6	0
2	101	-39	83	-49	103	-37	164	0	20	36	13	-10	11	-26	15	0
3	160	-34	132	-46	154	-36	242	0	30	35	20	-10	16	-27	22	0
4	184	-47	152	-56	227	-35	348	0	51	33	34	-10	28	-27	38	0
5	197	-55	163	-63	292	-33	435	0	68	32	46	-11	38	-27	52	0
6	204	-58	169	-66	330	-33	489	0	78	31	53	-11	44	-27	60	0

Na tabela 4, onde os resultados dos diversos métodos de análise são comparados com os da análise por históricos no tempo, observa-se que as rotações calculadas com as análises estáticas têm valores menores para o sismo na direção X, o que provavelmente se deve ao fato de os modos de vibração nessa direção terem também componentes de torção importantes, comportamento este que as análises estáticas não simulam corretamente. Este fato não ocorre para a ação sísmica na direção Y, uma vez que nesta direção os modos de vibração da estrutura, já apresentados de forma detalhada na Tabela 1, são modos puros de translação.

As Tabelas 5, 6 e 7 apresentam as reações globais da estrutura, em valor absoluto e em termos percentuais, utilizando-se como referência, novamente, os resultados obtidos com a análise dinâmica por históricos no tempo.

Tabela 5 – Reação global da estrutura na direção X

		Sisn	no na	direção 2	X					Sisn	no na	direção `	Y		
Estáti Equiva		Estáti Rayle		Espectr Respo		Histór no Ter		Estáti Equival		Estáti Rayle		Espectr Respo		Históri no Ter	
kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
1591							0	0,0	-	0,0	-	0,0	-	0,0	-

Tabela 6 – Reação global da estrutura na direção Y

		Sisn	no na	direção 2	X					Sisn	no na	direção `	Y		
Estát Equiva		Estáti Rayle		Espectr Respo		Histór no Ter		Estáti Equiva		Estáti Rayle		Especti Respo		Históri no Ter	
kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
0,0							-	1591	65	1035	7	849	-12	964	0

Tabela 7 – Momento de reação global da estrutura em torno do eixo Z

		Sisn	no na	direção 2	X					Sisn	10 na	direção Y	Y		
Estáti Equiva		Estáti Rayle		Espectr Respo		Históri no Ter		Estáti Equival		Estáti Rayle		Espectr Respo		Históri no Ter	
kN.m	7 5 1					kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%
6955								1432	65	932	7	764	-12	867	0

Analisando as reações globais nas direções X e Y, apresentadas, respectivamente, nas Tabelas 5 e 6, verifica-se que os dois métodos de análise estática resultam em valores superiores aos calculados com a análise dinâmica por históricos no tempo. Tal deve-se, em boa parte, às diferentes frequências do modo de vibração fundamental da estrutura, que são consideradas nos diversos métodos e que determinam os valores das forças ou das acelerações sísmicas que atuam na estrutura. Já os resultados da análise dinâmica por espectro de resposta são um pouco inferiores aos da análise dinâmica por históricos no tempo, pois, conforme já se referiu, os resultados desta última análise correspondem a uma envoltória de máximos e não a uma média de máximos, situação em que os resultados das duas formas de análise sísmica dinâmica seriam muito próximos.

Quando se analisa o momento de reação global de torção em torno do eixo Z, causado por um sismo na direção X (ver Tabela 7) os métodos de análise estática levam a resultados inferiores aos do método de análise dinâmica por históricos no tempo. A relação chega a 31 % para a análise estática equivalente com a frequência do modo de vibração fundamental estimada pelas expressões simplificadas e aos 43% para a análise

estática com a frequência do modo de vibração fundamental estimada com a fórmula de Rayleigh. Este resultado é atribuído ao fato de todos os modos de vibração segundo X e de torção ocorrerem de forma combinada, conforme já apresentado na Tabela 1, contribuindo para que haja um efeito adicional de torção na estrutura. Os métodos estáticos, conforme apontado por Orrala et al. (2016), não consideram este comportamento tal como ele é considerado na análise modal e, por isso, nota-se que ambas as variantes da análise estática equivalente efectuada resultam em menores valores das reações globais de torção para a ação sísmica na direção X.

Em relação aos esforços internos, fez-se uma análise detalhada em seis elementos estruturais do edifício, identificados da seguinte maneira:

- Um pilar localizado no canto mais afastado do centro de massa do primeiro pavimento, denominado Pilar P1;
- Um pilar localizado no canto mais afastado do centro de massa do último (sexto) pavimento, denominado Pilar P6;
- Uma viga no sentido longitudinal da estrutura localizada no ponto mais afastado do centro de massa do primeiro pavimento, denominada Viga VL1;
- Uma viga no sentido longitudinal da estrutura localizada no ponto mais afastado do centro de massa do último (sexto) pavimento, denominada Viga VL6;
- Uma viga no sentido transversal da estrutura localizada no ponto mais afastado do centro de massa do primeiro pavimento, denominada Viga VT1;
- Uma viga no sentido transversal da estrutura localizada no ponto mais afastado do centro de massa do último (sexto) pavimento, denominada Viga VT6.

Na Figura 5 estão ilustradas, apenas a nível de exemplo, as envoltórias inferior e superior de momentos fletores causados na estrutura por forças sísmicas aplicadas nos dois sentidos da direção Y. Para as análises de esforços nos elementos estruturais descritos anteriormente, foi considerada apenas a envoltória superior (positiva) do esforço nas duas extremidades do elemento analisado.

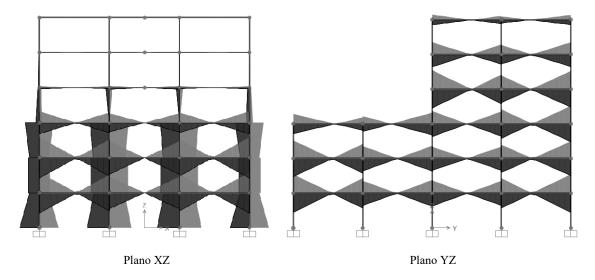


Figura 5 – Momentos fletores em dois pórticos para a ação sísmica na direção Y

Nas tabelas 8 a 13, são apresentados os valores absolutos e as comparações, em termos percentuais, dos esforços provocados em cada um dos elementos estruturais selecionados para a análise através da aplicação dos métodos de análise sísmica abordados neste trabalho. Novamente foi utilizada como referência a análise dinâmica por históricos no tempo.

Tabela 8 – Comparação de esforços internos no pilar P1

				Sism	o na	direção	X					Sism	o na	direção	Y		
Esforço	Seção	Estát Equiva		Estát Rayle		Especti		Histór no Ter		Estát Equiva		Estát Rayle		Espect		Histór no Ter	
		kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
N	base	248	84	204	52	120	-11	135	0	239	60	162	8	119	-21	150	0
N	topo	248	84	204	52	120	-11	135	0	239	60	162	8	119	-21	150	0
Vx	base	105	40	86	14	61	-19	75	0	8	65	5	7	4	-12	5	0
VX	topo	105	40	86	14	61	-19	75	0	8	65	5	7	4	-12	5	0
Vy	base	14	-31	12	-43	15	-25	21	0	72	64	47	7	38	-12	44	0
v y	topo	14	-31	12	-43	15	-25	21	0	72	64	47	7	38	-12	44	0
		kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%
Mx	base	26	-30	21	-43	28	-25	37	0	127	65	82	8	68	-12	76	0
IVIX	topo	17	-31	14	-44	19	-25	25	0	89	63	58	6	48	-12	54	0
My	base	219	41	178	15	126	-19	155	0	16	65	11	7	9	-12	10	0
ıvıy	topo	97	35	79	10	58	-20	72	0	8	66	5	7	4	-12	5	0

Tabela 9 – Comparação de esforços internos no pilar P6

				Sism	o na	direção	X					Sism	o na	direção	Y		
Esforço	Seção	Estát Equiva		Estát Rayle		Espect		Histór no Ter		Estát Equiva		Estát Rayle		Espect		Histór no Ter	
		kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
N	base	13	44	11	21	7	-22	9	0	12	21	9	-15	7	-28	10	0
IN	topo	13	44	11	21	7	-22	9	0	12	21	9	-15	7	-28	10	0
Vx	base	20	10	17	-7	13	-27	18	0	2	50	2	6	1	-13	2	0
VX	topo	20	10	17	-7	13	-27	18	0	2	50	2	6	1	-13	2	0
1/11	base	2	-85	2	-87	10	-14	12	0	26	23	19	-13	15	-28	21	0
Vy	topo	2	-85	2	-87	10	-14	12	0	26	23	19	-13	15	-28	21	0
		kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%
Mx	base	2	-85	2	-87	13	-14	15	0	32	18	23	-16	19	-29	27	0
IVIX	topo	3	-85	3	-87	18	-13	21	0	46	27	33	-10	27	-27	37	0
My	base	17	-2	14	-17	13	-28	17	0	2	47	2	6	1	-13	1	0
iviy	topo	44	15	37	-3	28	-26	38	0	5	51	3	6	3	-13	3	0

Tabela 10 – Comparação de esforços internos na viga VL1

				Sism	o na	direção	X					Sism	o na	direção	Y		
Esforço	Seção	Estát Equiva		Estát Rayle		Especta				Estát Equiva		Estát Rayle		Especta Respo		Histór no Ter	
		kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
V	esq.	12	-28	10	-40	12	-24	16	0	52	70	34	12	27	-11	31	0
v	dir.	12	-28	10	-40	12	-24	16	0	52	70	34	12	27	-11	31	0
		kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%
М	base	38	-28	32	-40	40	-24	53	0	173	70	114	12	91	-11	102	0
IVI	topo	31	-28	26	-40	33	-24	43	0	140	70	92	12	73	-11	82	0

Tabela 11 – Comparação de esforços internos na viga VL6

				Sism	o na	direção	X					Sism	o na	direção	Y		
Esforço	Seção	Estát Equiva		Estát Rayle		Especta				Estáti Equival		Estát Rayle		Espect		Histór no Ter	
		kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
V	esq.	1	-83	1	-86	5	-13	6	0	13	27	9	-10	8	-27	11	0
·	dir.	1	-83	1	-86	5	-13	6	0	13	27	9	-10	8	-27	11	0
		kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%
М	base	3	-84	3	-87	17	-13	20	0	46	27	33	-10	27	-27	36	0
IVI	topo	3	-81	2	-84	13	-13	15	0	34	27	24	-10	19	-27	27	0

Tabela 12 – Comparação de esforços internos na viga VT1

				Sism	o na	direção	X					Sism	o na	direção	Y		
Esforço	Seção	Estát Equiva		Estát Rayle		Especti				Estát Equiva		Estát Rayle		Espect		Histór no Ter	
		kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
V	esq.	68	44	56	18	39	-18	47	0	5	64	3	7	3	-12	3	0
V	dir.	68	44	56	18	39	-18	47	0	5	64	3	7	3	-12	3	0
		kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%
М	base	216	44	176	18	122	-18	150	0	16	64	10	7	8	-12	10	0
IVI	topo	193	44	158	18	109	-18	134	0	14	64	9	7	8	-12	9	0

Tabela 13 – Comparação de esforços internos na viga VT6

Esforço	Seção	Sismo na direção X								Sismo na direção Y							
		Estática Equivalente		Estática Rayleigh		Espectro de Resposta				Estática Equivalente		Estática Rayleigh		Espectro de Resposta		Históricos no Tempo	
		kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%	kN	%
V	esq.	13	18	11	-1	8	-26	11	0	1	51	1	6	1	-13	1	0
	dir.	13	18	11	-1	8	-26	11	0	1	51	1	6	1	-13	1	0
		kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%	kN.m	%
М	base	43	18	36	-1	27	-26	37	0	5	51	3	6	3	-13	3	0
	topo	36	17	30	-2	23	-26	31	0	4	51	3	6	2	-13	3	0

Ao observar os resultados detalhados nas Tabelas 8 a 13, verifica-se que nas vigas longitudinais da estrutura, todos os esforços internos calculados com as análises estáticas para a ação sísmica na direção X são menores do que os calculados com a análise dinâmica por históricos no tempo. Na Viga VL6, apresentada na Tabela 11, por exemplo, a relação entre os resultados, dos dois tipos de análise sísmica, chega a ser de cerca de - 80%. Este fato, assim como os observados na reação global de torção e na rotação do centro de massa da estrutura, provavelmente ocorre devido aos modos de vibração da estrutura terem componentes de deslocamento na direção X e também de rotação em torno do eixo Z, de modo que em ambos os casos, a participação do primeiro modo é inferior aos 90%, valor ideal mínimo, conforma aponta Parisenti (2011), para que os métodos de análise estática equivalente conduzam a bons resultados.

O comportamento descrito no parágrafo anterior não acontece para a ação sísmica segundo a direção Y. Neste caso, a relação em termos percentuais entre os resultados

obtidos mostra que os métodos de análise estática conduzem a esforços maiores do que os determinados com a análise dinâmica por históricos no tempo.

Os esforços internos nos pilares são apresentados detalhadamente nas Tabelas 8 e 9. Verifica-se, novamente, que os resultados obtidos pelos métodos de análise estática equivalente são inferiores aos calculados através da análise dinâmica por históricos no tempo para a ação sísmica na direção X.

Em qualquer um dos elementos estruturais analisados, os esforços obtidos para a ação símica segundo Y (direção em que a estrutura possui modos de vibração mais puros) são maiores nas análises estáticas do que na análise dinâmica por históricos no tempo. Para estes casos, os resultados obtidos pela análise estática com a frequência estimada pela fórmula de Rayleigh foram os mais próximos dos encontrados através da análise dinâmica por históricos no tempo.

#### 6 Conclusões

Ao se efetuar a análise sísmica da estrutura do edifício proposto, irregular em altura e, portanto, com centros de massa em diferentes posições nos seus diversos pavimentos, verificou-se que os métodos de análise estática equivalente, seja com a frequência do modo fundamental de vibração calculada através de expressões simplificadas seja com essa frequência estimada com a fórmula de Rayleigh, não foram capazes de simular bem o comportamento dinâmico da estrutura sob a ação dos sismos. Esse fato foi constatado por comparação com os resultados obtidos com o método de análise sísmica dinâmica por históricos no tempo que se considera ser capaz de modelar de forma mais realista o comportamento dinâmico das estruturas sob a ação dos sismos. Esse comportamento torna-se bastante complexo no caso das estruturas irregulares em altura, uma vez que os seus modos de vibração têm componentes simultaneamente de translação e de torção.

Na estrutura irregular em altura analisada, os métodos de análise estática equivalente conduziram a esforços que, em alguns elementos estruturais, chegaram a ser de cerca de -80% dos valores calculados com o método de análise dinâmica por históricos no tempo. Como demonstra o exemplo analisado, nestes casos de estruturas irregulares em altura, os métodos de análise estática equivalente podem ser contrários à segurança,

sendo, por isso, extremamente importante utilizar métodos de análise sísmica dinâmica para a devida simulação do comportamento sísmico dessas estruturas.

#### Referências

ABNT – Associação brasileira de normas técnicas. NBR15421:2006 – Projeto de estruturas resistentes a sismos.

MIRANDA, Paulo de Souza Tavares. Avaliação da vulnerabilidade sísmica na realidade predial brasileira. 2010. Tese (pós-graduação em engenharia civil) — Departamento de engenharia estrutural e construção civil da UFC, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

LIMA, Silvio de Souza; SANTOS, Sergio Hampshire C. Análise dinâmica das estruturas. 1ª Edição. Rio de Janeiro. Editora Ciência Moderna, 2008.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. Dynamics of Structures. 3<sup>rd</sup> Edition. Computers & Structures, Inc, 2003.

ORRALA, Walter F. H.; SANTOS, Sergio Hampshire C.; LIMA, Silvio de Souza. Comparação de resultados em análise sísmica — Métodos: Forças horizontais equivalentes, Espectro de resposta e Histórico no tempo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 9., 2016, Rio de Janeiro.

PARISENTI, Ronaldo. Estudo da Análise Dinâmica e Métodos da NBR 15421 para Projeto de Edificios submetidos a Sismos. 2011. Tese (mestrado em engenharia civil) – Universidade Federal de Santa Catarina.

Decreto Lei n. 253/83, de 31 de Maio de 1983. RSA – Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes. Lisboa, Maio de 1983.

Seismo Artif 2016. SeismoSoft – Earthquake Engineering Software Solutions, 2016.

SOUZA, Otávio Augusto Peter. Análise Sísmica de Estruturas de Edifícios de acordo com a NBR 15421. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas.

# COMPARISON BETWEEN METHODS OF SEISMIC ANALYSIS IN A VERTICALLY IRREGULAR BUILDING

#### Abstract

The concern with the structural safety of buildings in relation to the occurrence of earthquakes led to the development of NBR 15421, ABNT's standard related with the Design of Earthquake Resistant Structures. This standard considers the application of analysis methods to simulate the behavior of structures submitted to seismic actions. The objective of this work is to compare the results obtained in the seismic analysis of a vertically irregular building structure, using the following methods: equivalent static analysis, response spectrum dynamic analysis and time history dynamic analysis. Two approaches are used in the equivalent static analysis method, which differ in the way the fundamental frequency of the building structure is computed: in the first one, the simplified expressions proposed in NBR 15421 are used; in the second, this frequency is estimated using an expression based in the Rayleigh method. The obtained results show that, in the analyzed structure, the application of the static methods results in a sub-evaluation of the seismic effects in the structure.

**Key words:** Seismic Analysis; Equivalent Static Analysis; Rayleigh Method; Response Spectrum; Time History.

### Introduction

The objective of this work is to evaluate, in a comparative way, the seismic effects in a vertically irregular building structure (Fig. 1). For this, the seismic analysis methods considered in NBR 15421 (ABNT 2006) are applied in a structural model.

#### **Results and Discussion**

In Table 1 it is seen that not all modes of vibration can be considered as pure modes, because some modes of the structure are related simultaneously to patterns of displacement in the X direction and rotation around the Z axis. This result can be attributed to the vertical irregularity of the analyzed structure, because the forces applied in the X direction, responsible for the displacements in this same direction, are applied at points eccentric to each other in relation to the YZ plane (Fig. 4). This eccentricity tends to promote, along with the displacement in the X direction, a torsional

effect on the structure. Only the modes referring to the Y direction are pure, that is, they cause patterns of displacement only in the direction in which they act with greater intensity.

Table 4 presents the results obtained for the rotation, around the vertical Z axis, of the center of mass of the building storeys. It is observed that when the seismic forces are applied in the X direction the results of the static analysis have values lower than those obtained by the time history dynamic analysis. This is probably due to the fact that the vibration modes in this direction also have important torsion components, behavior that the static analysis don't simulate correctly. This fact does not occur for the seismic action in the Y direction, since in this direction the modes of vibration of the structure, already presented in detail in Table 1, are pure modes of translation.

Tables 5, 6 and 7 present the global reactions of the structure, in absolute value and in percentage terms, using as reference the results obtained with the time history dynamic analysis. When analyzing the global torsional reaction moment around the Z axis caused by an earthquake in the X direction (see Table 7) static analysis methods lead to lower results than the time history dynamic analysis method. The ratio reaches 31% for equivalent static analysis with the frequency of the fundamental vibration mode estimated by the simplified expressions and 43% for the static analysis with the fundamental vibration mode frequency estimated with the Rayleigh method. This result is attributed to the fact that all modes of vibration in the X direction and torsion occur in combination, as already presented in Table 1, contributing to an additional torsion effect in the structure. Static methods, as pointed out by Orrala et al. (2016), do not consider this behavior as it is more adequately modelled in the dynamic analysis methods and, therefore, it is noted that both approaches used in the equivalent static analysis, result in smaller values of the global torsional reactions for the seismic action in the X direction.

Tables 8 to 13 show the absolute values and the comparisons, in percentage terms, of the forces in some structural elements selected for comparison of the seismic analysis methods applied in this work. Again, time history dynamic analysis was used as a reference. It is verified that in the longitudinal beams of the structure all internal forces calculated with the static analyzes for the seismic action in the X direction are smaller than those calculated with the time history dynamic analysis. In VL6 beam, shown in

Table 11, for example, the ratio between the results of the two types of seismic analysis is about -80%. This fact probably occurs because the vibration modes of the structure have X-axis displacement components and also rotation around the Z-axis, so that in both cases the participation of the first mode is less than 90%, minimum ideal value, according to Parisenti (2011), to have good results with the equivalent static analysis methods. The internal forces in the columns are presented in detail in Tables 8 and 9. It is again verified that the results obtained by the equivalent static analysis methods are lower than those calculated by the time history dynamic analysis for the X-direction seismic action.

#### **Conclusions**

The seismic analysis of the vertically irregular building structure considered in this work, showed that the methods of equivalent static analysis were not able to accurately simulate the dynamic behavior of the structure subjected to the seismic action. This fact was verified by comparison with the results obtained with the method of time history dynamic analysis that is considered to be able to, more realistically, model the dynamic behavior of structures under the action of earthquakes. This behavior becomes quite complex in the case of vertically irregular structures, since their modes of vibration have simultaneous components of translation and torsion.

In the vertically irregular structure analyzed, the equivalent static analysis methods led to internal forces that, in some structural elements, reached about -80% of the values calculated with the time history dynamic analysis method. As shown in the example analyzed, in these cases of vertically irregular structures, the equivalent static analysis methods may be non-conservative, against safety, and it is therefore extremely important to use dynamic seismic analysis methods for the proper simulation of the seismic behavior of these structures.